

# 量化宏观与 Dynare 编程导论

许文立

安徽大学、Simon Fraser University

北京大学经济学院

2022 年 3 月 31 日

# 动态随机一般均衡 (DSGE) 分析框架

## 使用情况

- 学术研究：宏观领域，Top 5 上 DSGEs 的文章超过 50% (Glandon et al., 2022)
- 决策机构：全球超过 80 个政策决策机构构建了官方的 DSGE 模型 (Yagihashi, 2020)

## 概念

- 动态 (Dynamic): 做决策依赖于“昨天、今天、明天”——既包括有限期 (两期), 也包括无限期
- 随机 (Stochastic): 做决策总要考虑不确定性——既包括外生的 (天气), 也包括内生的 (心情)
- 一般均衡 (General Equilibrium): 不仅有瓦尔拉斯的均衡, 还有纳什的均衡

因此, 从更广义、更实践的角度来看, 人们通常将 DSGE 指代增长与经济周期的定量分析框架 (Christiano et al., 2018)。

## 示例 1: 周期模型

模型来源于 J Pfeifer(2020): 一个经典的货币经济 RBC 模型, 假设家庭无弹性地供给单位劳动, 即固定供给  $h_t = 1$ , 忽略总人口的增长, 因此, 模型中的变量是人 (劳) 均量。

- 家庭的跨期效应函数

$$\underbrace{\max}_{C_t, I_t, K_t, B_t} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \log(C_t)$$

- 家庭的约束
- (1) 约束约束:  $C_t + I_t + \frac{B_t}{P_t} = Y_t + \frac{R_{t-1} B_{t-1}}{P_t}$
- (2) 产出约束:  $Y_t = A_t K_{t-1}^{\alpha} (X_t h_t)^{1-\alpha} = A_t K_{t-1}^{\alpha} X_t^{1-\alpha}$
- (3) 资本积累:  $K_t = I_t + (1 - \delta) K_{t-1}$
- 货币政策

$$\frac{R_t}{R} = \left( \frac{\Pi_t}{\Pi} \right)^{\phi}$$

## 示例 1: 周期模型

这个模型经济的均衡条件:

- FOCs 条件

$$\frac{1}{C_t} = \beta E_t \frac{1}{C_{t+1}} [\alpha A_{t+1} K_t^{\alpha-1} X_{t+1}^{1-\alpha} + (1 - \delta)]$$

$$\frac{1}{C_t P_t} = \beta E_t \frac{1}{C_{t+1}} \frac{R_t}{P_{t+1}}$$

- 市场出清条件

$$C_t + K_t - (1 - \delta)K_{t-1} + \frac{B_t}{P_t} = Y_t + \frac{R_{t-1}B_{t-1}}{P_t}$$

- 货币政策

$$\frac{R_t}{R} = \left( \frac{\Pi_t}{\Pi} \right)^\phi$$

- 外生冲击

$$A_t = e^{z_t}$$

$$z_t = \rho z_{t-1} + \epsilon_t, \epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

$$X_t = 1$$

需要说明的几点：

1.  $A_t X_t^{1-\alpha}$  是该模型经济的总技术变化，它包含平稳的技术变化和非平稳的技术变化，也可以理解成包含确定性增长趋势和随机性增长趋势。
2. 该模型经济假设  $X_1 = 1$ ，为了研究平稳技术冲击对经济的影响，即外生技术冲击引起的经济（周期）波动。
3. 在债券市场上，均衡的债券净额为 0，即  $B_t = 0$ 。
4.  $\Pi_t = \frac{P_t}{P_{t-1}}$  定义通货膨胀。

# Dynare 代码 1

## 代码片段 1: 货币经济 RBC 模型

---

```
1 // 声明内生变量
2 var y c k A z R Pi ;
3
4 // 声明外生变量
5 varexo eps_z ;
6
7 // 声明参数
8 parameters beta d e l t a alpha rhoz phi_pi Pibar ;
9
10 // 参数赋值
11 alpha = 0 . 3 3 ; // 资本份额
12 d e l t a = 0 . 0 2 5 ; // 折旧率
13 beta = 0 . 9 9 ; // 贴现率
14 Pibar = 1 ;
15 phi_pi = 1 . 5 ;
16 rhoz = 0 . 9 7 ;
17
18 // 声明模型
19 model ;
20 #Rbar = 1/ beta ;
21 1/ c=beta *1/ c (+1) *( alpha *A(+1)*k^( alpha 1)+(1 d
```

```

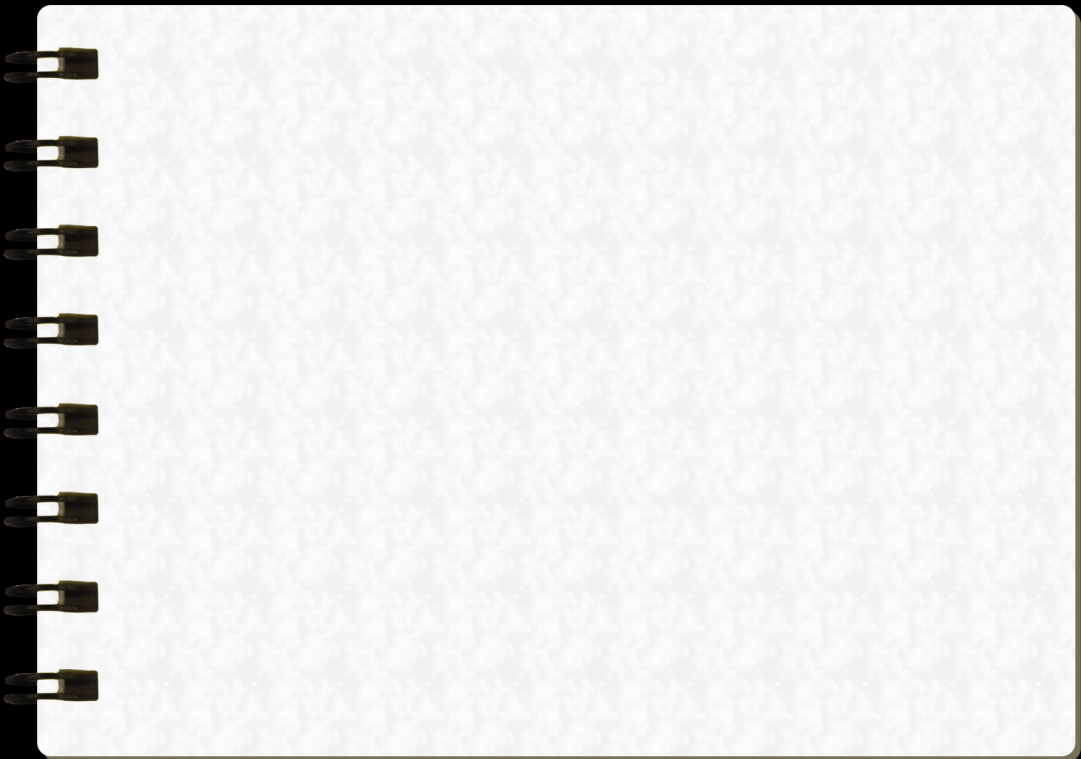
    e l t a ) ) ;
22 1/ c=beta *1/ c (+1) *(R/Pi (+1) ) ;
23 A*k(1)^alpha=c+k (1 d e l t a ) *k(1) ;
24 y=A*k(1)^alpha ;
25 R/Rbar=(Pi /Pibar )^phi_pi ;
26 A=exp ( z ) ;
27 z=rhoz * z (1)+eps_z ;
28 end ;
29
30 // 声明内生变量初值/稳态
31 steady_state_model ;
32 k=((1/ beta (1 d e l t a ) ) / alpha ) ^(1/( alpha 1) )
    ;
33 y=k^alpha ;
34 c=y d e l t a *k ;
35 R=1/beta ;
36 Pi=Pibar ;
37 A=1;
38 z=0;
39 end ;
40
41 // 声明冲击
42 shocks ;
43 var eps_z=0.0068^2;
44 end ;
45

```



```
46 steady ;
47 check ;
48 model_diagnostics;
49
50 // 随机模型
51
52 stoch_simul ( orde r=1, i r f =20, pe r i ods=250) ;
53
54 // 画出产出的模拟图
55
56 rplot y;
```

---



## 定量图

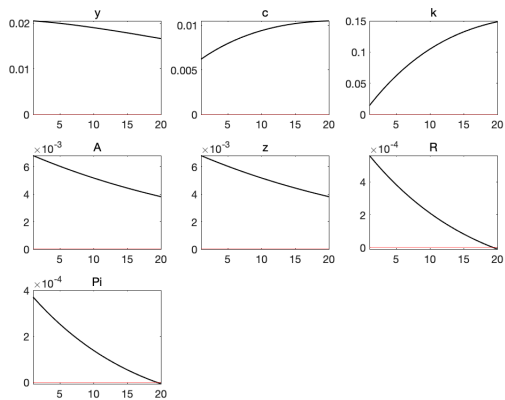


图 1：技术冲击对宏观经济的影响

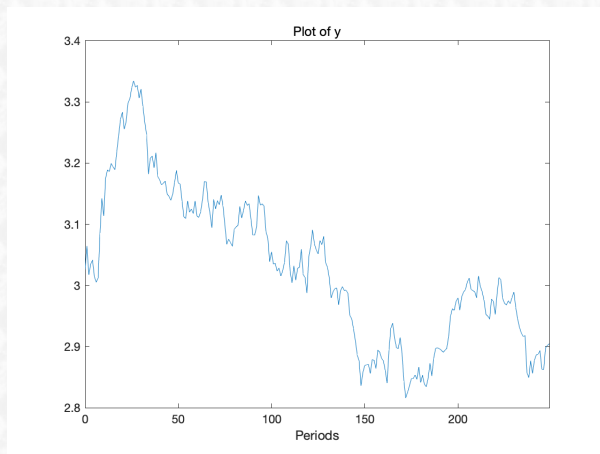


图 2: 产出的模拟路径

## 平衡增长路径 (BGP)

- 上述货币经济 RBC 模型并没有考虑经济的增长趋势，例如，模型经济将劳动扩增型技术进步  $X_t$  带来的增长完全忽略了。
- 因此，该模型仅仅只是描述了经济在平稳增长路径或者增长稳态附近的波动，因此，称之为“经济周期模型”。
- 误区：DSGE 只讨论经济周期问题。

## 示例 2：随机增长模型

- 现实经济肯定具有某种增长趋势，因此，宏观经济模型也应该明确刻画经济增长趋势。
- 最经典的经济增长趋势的设定：随机增长趋势——随机游走的形式，例如，NY DSGE。
- 下面，来看看随机增长趋势的增长模型。
- 在上述经典货币经济 RBC 模型的基础上扩展，引入随机增长趋势：人均产出的增长是由来自于人力资本  $X_t$  提升带来的技术进步。因此，可以假设人力资本  $X_t$  遵循一个随机游走过程

$$X_t = X_{t-1} e^{\Lambda_x + \epsilon_{x,t}}, \epsilon_{x,t} \sim N(0, \sigma_{x,t}^2)$$

两边取对数：

$$\log X_t = \log X_{t-1} + \Lambda_x + \epsilon_{x,t}$$

其中,  $\Lambda_x$  表示人力资本的长期增长率 (也是人均产出和其它宏观变量的长期增长率),  $\epsilon_{x,t}$  表示人力资本的临时性冲击。

这个时候，增长模型的均衡条件：

- FOCs 条件

$$\frac{1}{C_t} = \beta E_t \frac{1}{C_{t+1}} [\alpha A_{t+1} K_t^{\alpha-1} X_{t+1}^{1-\alpha} + (1 - \delta)]$$

$$\frac{1}{C_t P_t} = \beta E_t \frac{1}{C_{t+1}} \frac{R_t}{P_{t+1}}$$

- 市场出清条件

$$C_t + K_t - (1 - \delta)K_{t-1} + \frac{B_t}{P_t} = A_t K_{t-1}^{\alpha} X_t^{1-\alpha} + \frac{R_{t-1} B_{t-1}}{P_t}$$

- 货币政策

$$\frac{R_t}{R} = \left( \frac{\Pi_t}{\Pi} \right)^{\phi}$$

- 外生冲击

$$A_t = e^{z_t}$$



$$z_t = \rho z_{t-1} + \epsilon_t, \epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

- 人力资本增长趋势

$$X_t = X_{t-1} e^{\Lambda_x + \epsilon_{x,t}}, \epsilon_{x,t} \sim N(0, \sigma_{x,t}^2)$$

$$\log X_t = \log X_{t-1} + \Lambda_x + \epsilon_{x,t}$$

为了建模出整个经济的增长率，我们用小写字母表示去增长趋势的变量，例如，一个变量  $D_t$  可以写成

$$D_t = d_t X_t$$

(1) 首先来看看市场出清条件/预算约束

$$C_t + K_t - (1 - \delta)K_{t-1} + \frac{B_t}{P_t} = A_t K_{t-1}^\alpha X_t^{1-\alpha} + \frac{R_{t-1} B_{t-1}}{P_t}$$

我们可以将其转换成：

$$c_t X_t + k_t X_t - (1 - \delta)k_{t-1} X_{t-1} + \frac{b_t X_t}{P_t} = A_t (k_{t-1} X_{t-1})^\alpha X_t^{1-\alpha} + \frac{R_{t-1} b_{t-1} X_{t-1}}{P_t}$$

两边同时除以  $X_t$ ，得到

$$c_t + k_t - (1 - \delta)k_{t-1} \frac{1}{g_t} + \frac{b_t}{P_t} = A_t(k_{t-1} \frac{1}{g_t})^\alpha + \frac{R_{t-1}b_{t-1}}{P_t g_t}$$

其中， $g_t = \frac{X_t}{X_{t-1}}$  表示经济增长率。

类似地，我们可以将其他的均衡条件也转换成带有增长率的情形：

(2) 欧拉方程：

$$\frac{1}{c_t} = \beta E_t \frac{1}{c_{t+1} g_{t+1}} [\alpha A_{t+1} (\frac{k_t}{g_{t+1}})^{\alpha-1} + (1 - \delta)]$$

$$\frac{1}{c_t P_t} = \beta E_t \frac{1}{c_{t+1} g_{t+1}} \frac{R_t}{P_{t+1}}$$

## Dynare 代码 2

### 代码片段 2: 随机增长模型

---

```
1 // 声明内生变量
2 var y_tilde c_tilde k_tilde z R_tilde Pi_tilde
   mu_tilde ;
3
4 varexo eps_z eps_x ;
5
6 parameters beta delta alpha rhoz phi_pi Pibar
   Lambda_x ;
7
8 alpha = 0.33 ; // capital share
9 delta = 0.025 ; // depreciation rate
10 beta = 0.99 ; // discount factor
11 Pibar = 1 ;
12 phi_pi = 1.5 ;
13 rhoz = 0.97 ; //TFP autocorrelation from linear
   y detrended Solow residual
14 Lambda_x = 0.0055 ;
15
16 model ;
17 #Rbar = exp (Lambda_x) / beta ;
18 1/ exp ( c_tilde ) = beta / exp (mu_tilde (+1) ) * 1/ exp
```

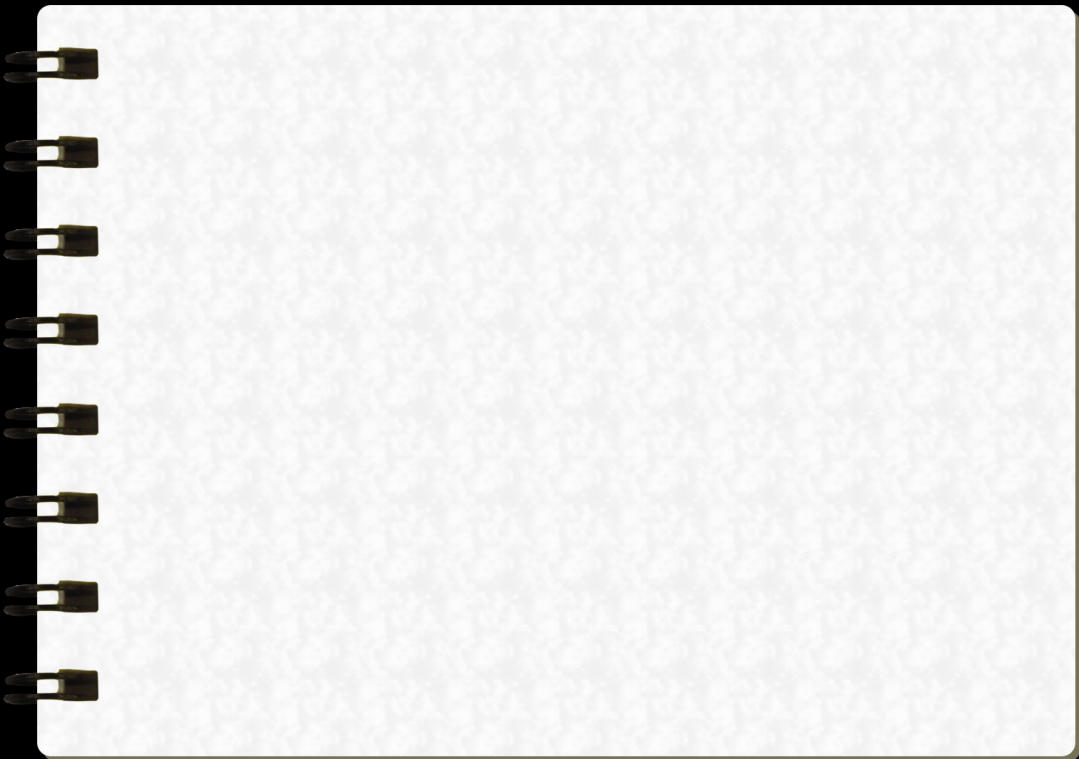
```

    ( c_t i l d e (+1) ) *( alpha *exp ( z (+1) ) *(
19 exp ( k_t i l d e ) /exp (mu_tilde (+1) ) ) ^ ( alpha 1)
    + (1 d e l t a ) ) ;
20 1/ exp ( c_t i l d e ) = beta /exp (mu_tilde (+1) ) * 1/ exp
    ( c_t i l d e (+1) ) *( exp ( R_tilde ) /exp (
21 Pi_t i l d e (+1) ) ) ;
22 exp ( z ) *( exp ( k_t i l d e (1) ) /exp (mu_tilde ) ) ^
    alpha = exp ( c_t i l d e ) + exp ( k_t i l d e ) (1
23 d e l t a ) * exp ( k_t i l d e (1) ) /exp (mu_tilde ) ;
24 exp ( y_t i l d e ) = exp ( z ) *( exp ( k_t i l d e (1) ) /
    exp (mu_tilde ) ) ^ alpha ;
25 exp ( R_tilde ) /Rbar = (exp ( Pi_t i l d e ) /Pibar ) ^
    phi_pi ;
26 z = rhoz * z (1) + eps_z ;
27 mu_tilde = Lambda_x + eps_x ;
28 end ;
29
30 steady_state_model ;
31 mu_tilde = Lambda_x ;
32 k_t i l d e = log ( exp (mu_tilde ) * ( ( exp (mu_tilde )
    /beta (1 d e l t a ) ) / alpha ) ^ (1/( alpha 1) )
33 ) ;
34 y_t i l d e = log ( ( exp ( k_t i l d e ) /exp (mu_tilde ) )
    ^ alpha ) ;
35 c_t i l d e = log ( exp ( y_t i l d e ) (1 (1 d e l t a ) /
    exp (mu_tilde ) ) * exp ( k_t i l d e ) ) ;

```

```
36 R_tilde=log ( exp (mu_tilde ) / beta ) ;
37 Pi_tilde=log ( Pibar ) ;
38 z=0;
39 end ;
40
41 shocks ;
42 var eps_z=0.0068^2;
43 var eps_x=0.005^2; // j u s t s o m e n u m b e r
44 end ;
45
46 steady ;
47 check ;
48 model_diagnostics;
49
50 stoch_simul ( orde r=1, i r f =20) ;
51
52 // 画 出 产 出 的 模 拟 图
53 rplot y;
```

---



## 定量图

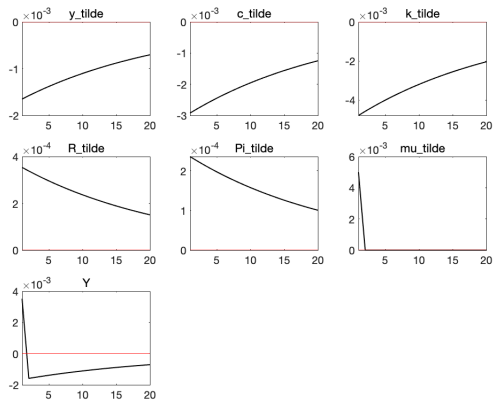


图 3: 临时性增长率冲击

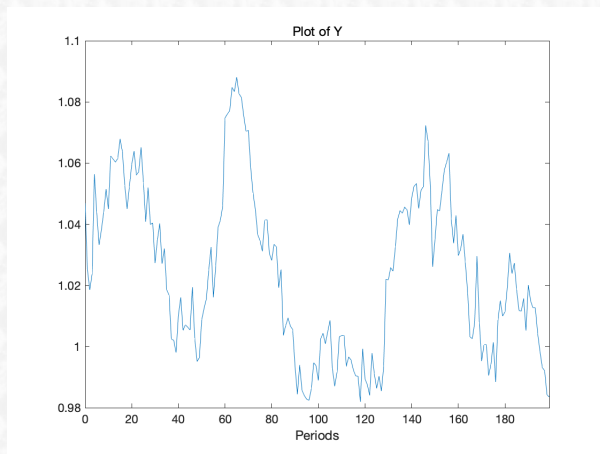


图 4: 产出的模拟路径



## 波动影响增长

传统宏观经济学（研究）将经济周期和经济增长分开：

- 实际经济周期模型和新凯恩斯主义模型：外生的技术进步冲击或外生的随机增长冲击
- 内生增长模型：忽略了经济波动和失业等问题

全球金融危机和新冠危机让我们看到了经济波动也会影响到长期增长。

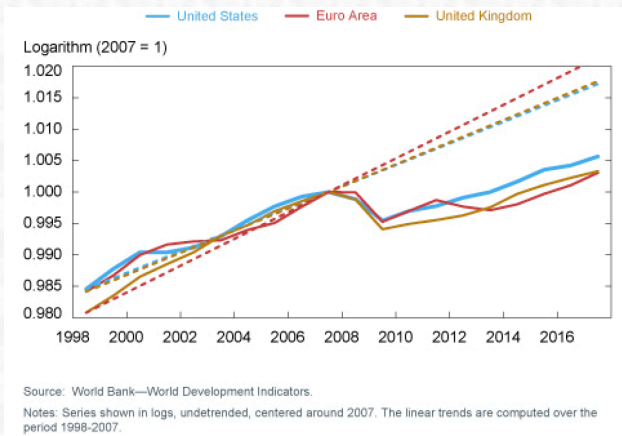


图 5: 发达经济体增长偏离金融危机前的趋势 (来源: Fornaro(2021))

### 示例 3：凯恩斯主义增长模型

模型来自于 Fornaro(2021): Keynesian Growth Model

- 需求疲软可能导致失业
- 企业技术投资驱动技术进步
- 衰退抑制投资，从而降低未来产出
- 货币政策和财政政策可以刺激技术投资和未来产出
- 分析框架：内生增长 + NK
- 代表性代理人的跨期效用函数

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \log(C_t)$$

- $L$  表示经济中的劳动禀赋，可能由于工资粘性使得  $L_t < L$
- 家庭拥有企业，进入到债券市场，获得利率  $i$

$$\frac{1}{C_t} = \beta E_t \frac{1}{\pi_{t+1} C_{t+1}} (1 + i_t)$$

其中， $\pi_t = \frac{P_t}{P_{t-1}}$  表示通胀率

- 生产企业

$$Y_t = L_t^{1-\alpha} \int_0^1 A_{j,t}^{1-\alpha} x_{j,t}^\alpha dj$$

其中， $x_{j,t}$  表示技术进步的中间投入。

- 每中产品  $j$  由代表性企业生产，一单位中间产品生产一单位的最终产品，因此， $MC_t = P_t$ ，那么， $j$  产品的最优定价为：

$$P_{j,t} = \frac{P_t}{\alpha}$$

$$\omega A_{jt} L_t$$

- 企业的垄断利润就是企业生产技术  $A_{jt}$  和劳动投入  $L_t$  的增函数
- 企业的技术投资：

$$A_{j,t+1} = A_{j,t} + \chi I_{j,t}$$

- 企业的最优投资决策要最大化企业利润

$$\max E_0 \sum_0^{\infty} \frac{\beta^t}{C_t} (\omega A_{j,t} Z_t L_t - I_{j,t})$$

- 假设企业是对称的，且投资总为正

$$\frac{1}{\chi} = E_t \left[ \frac{\beta C_t}{C_{t+1}} (\omega L_{t+1} + \frac{1}{\chi}) \right]$$

- 投资的回报会随着未来市场规模的增加了上升
- 市场出清条件

$$Y_t - \int_0^1 x_{j,t} dj = C_t + I_t$$

- 劳动市场：完全就业  $L_t = L$ ，失业  $L_t < L$
- 内生增长率/技术进步率

$$g_{t+1} = \frac{A_{t+1}}{A_t} = 1 + \chi \frac{I_t}{A_t}$$

- 名义工资粘性

$$\frac{W_t}{W_{t-1}} = \pi_t \frac{A_t}{A_{t-1}}$$

- 价格

$$P_t = \frac{1}{1 - \alpha} \left( \frac{1}{\alpha} \right)^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} \frac{W_t}{A_t}$$

- 货币政策

$$1 + i_t = (1 + i)(\pi_t)^{\phi_1} \left(\frac{L_t}{L}\right)^{\phi_2}$$

因此，凯恩斯主义增长模型的均衡条件

- 总需求函数

$$c_t = \frac{g_{t+1}}{\beta E_t [c_{t+1}^{-1}]} \frac{\bar{\pi}}{(1 + \bar{i}) \left(\frac{L_t}{L}\right)^{\varphi}} \text{ where } c_t \equiv \frac{C_t}{A_t}$$

- 内生增长函数

$$g_{t+1} = \beta E_t \left[ \frac{c_t}{c_{t+1}} (\chi \varpi L_{t+1} + 1) \right]$$

- 市场出清

$$\Psi L_t = c_t + \frac{g_{t+1} - 1}{\chi}$$



## dynare 代码 3

### 代码片段 3: 新凯恩斯主义增长模型

---

```
1 // 声明内生变量
2 var c g i l;
3
4 varexo ei;
5
6 parameters beta piss rho phi1 phi2 lss chi omega psi;
7
8 beta=0.9;
9 piss=1;
10 rho=0.9;
11 phi1=1.5;
12 phi2=1;
13 lss=1;
14 chi=0.1;
15 omega=0.1;
16 psi=1;
17
18 model;
19
20 1+i=(piss/beta)*piss^phi1*(1/lss)^phi2+ei;
21
```

```
22     c=g*c(1)*piss/(beta*(piss/beta)*piss^phi1*(l/lss)^phi2
    );
23
24     g(1)=beta*(c/c(1))*(chi*omega*l(1)+1);
25
26     psi*l=c+(g(1)-1)/chi;
27
28     end;
29
30     steady_state_model;
31
32     i=piss/beta-1;
33     l=lss;
34     g=beta*(chi*omega*l+1);
35     c=psi*l-(g-1)/chi;
36     end;
37
38     shocks;
39     var ei=0.01^2;
40     end;
41
42     steady;
43     check;
44     model_diagnostics;
45
46     stoch_simul;
```

---

## 总结

现在，学界基本已经形成一致意见：NK-DSGE 模型显然不适应危机后的经济情形。正如 Blanchard and Summers (2017) 指出，如大衰退和滞胀一样，这次金融危机必然会对宏观经济学带来深远的影响。这次危机会使得宏观经济学作出哪些改变仍然还在争论中。不过，似乎大部分学者都同意，宏观经济学会不断演进，而不太会出现“革命”(Vines and Wills, 2018)。而对于宏观经济模型来说，需要重构基准模型结构也已经成为共识。

- 金融因素
- 非理性预期
- 波动与增长的结合
- 策略互动
- 等等



谢谢！