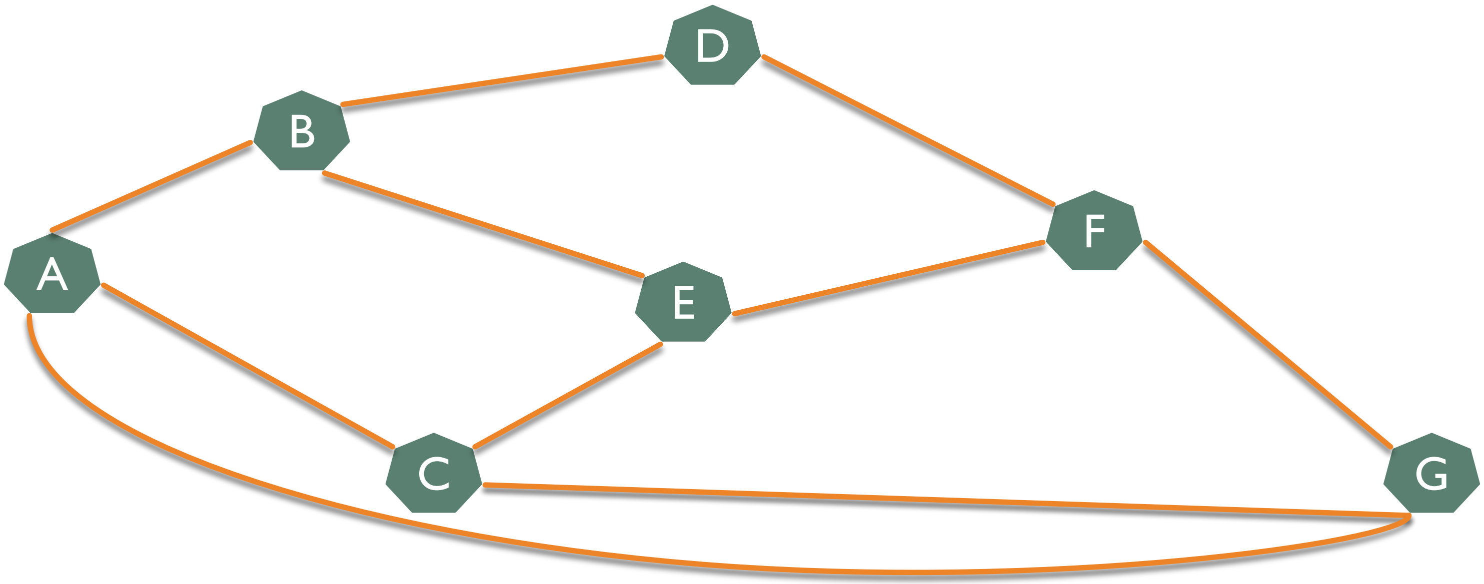
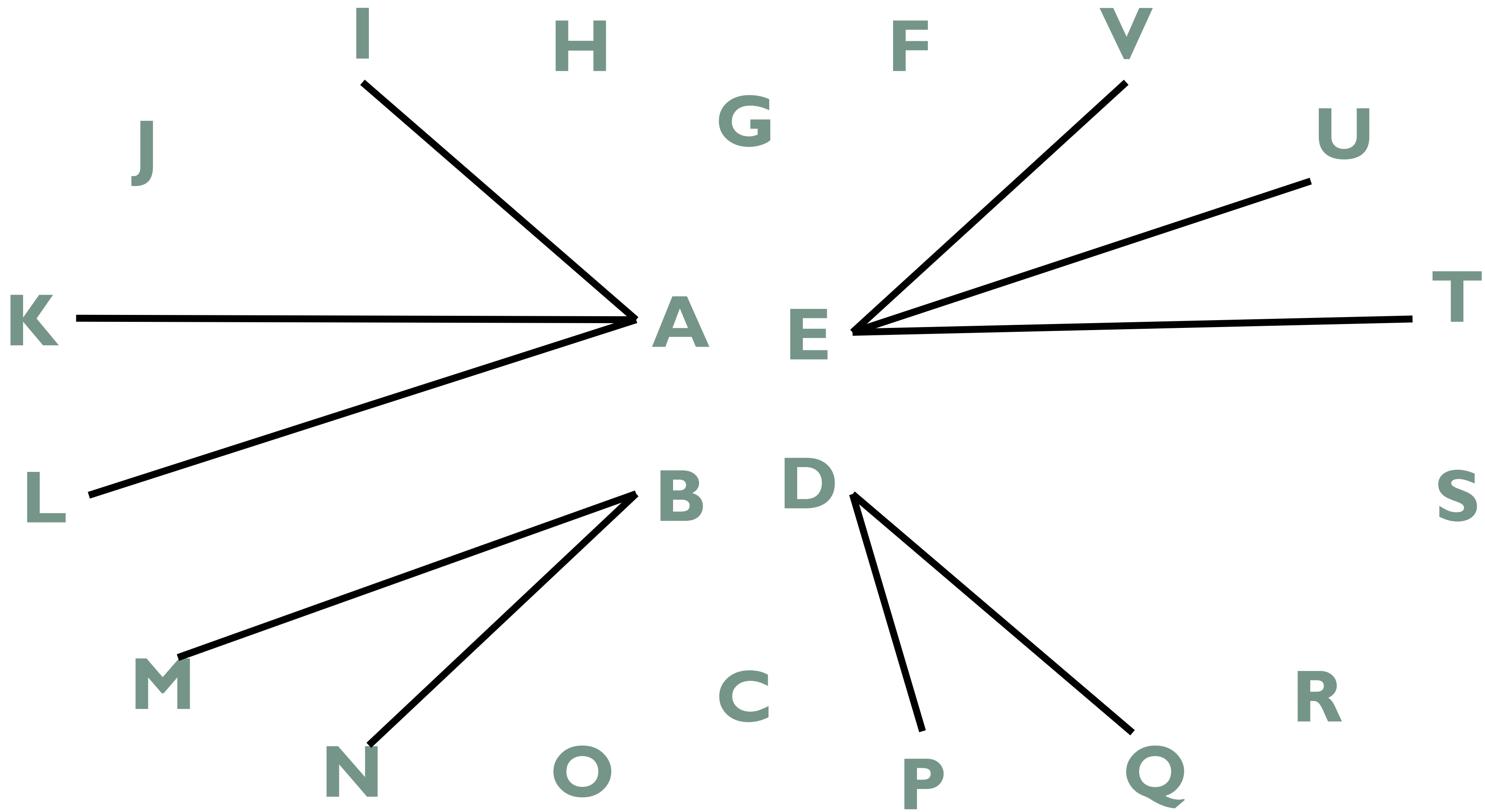
STRUKTUR DATA
GRAPH TEORI

UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA

BAGAIMANA MEREPRESENTASIKAN STRUKTUR BERIKUT?



BAGAIMANA MEREPRESENTASIKAN STRUKTUR BERIKUT?



CONTOH-CONTOH APLIKASI GRAF

- Peta (jaringan jalan dan hubungan antar kota)
- Jaringan komputer
- Jaringan persahabatan (facebook, dll)
- Peta migrasi populasi hewan
- dst

GRAPH

Suatu graph mengandung 2 himpunan, yaitu:

- **Himpunan V** yang elemennya disebut simpul (atau ***vertex*** atau ***point*** atau ***node*** atau **titik**).
- **Himpunan E** yang merupakan pasangan tak urut dari simpul. Anggotanya disebut ruas (***edge***, ***rusuk*** *atau* ***sisi***).

Graph dengan definisi tersebut di atas ditulis dengan notasi :

$$\mathbf{G(E,V)}$$

GRAPH

- Contoh: suatu graph G(E,V) dengan elemen-elemen sbb:
  - V mengandung 4 simpul : A, B, C, D
  - E mengandung 5 ruas :

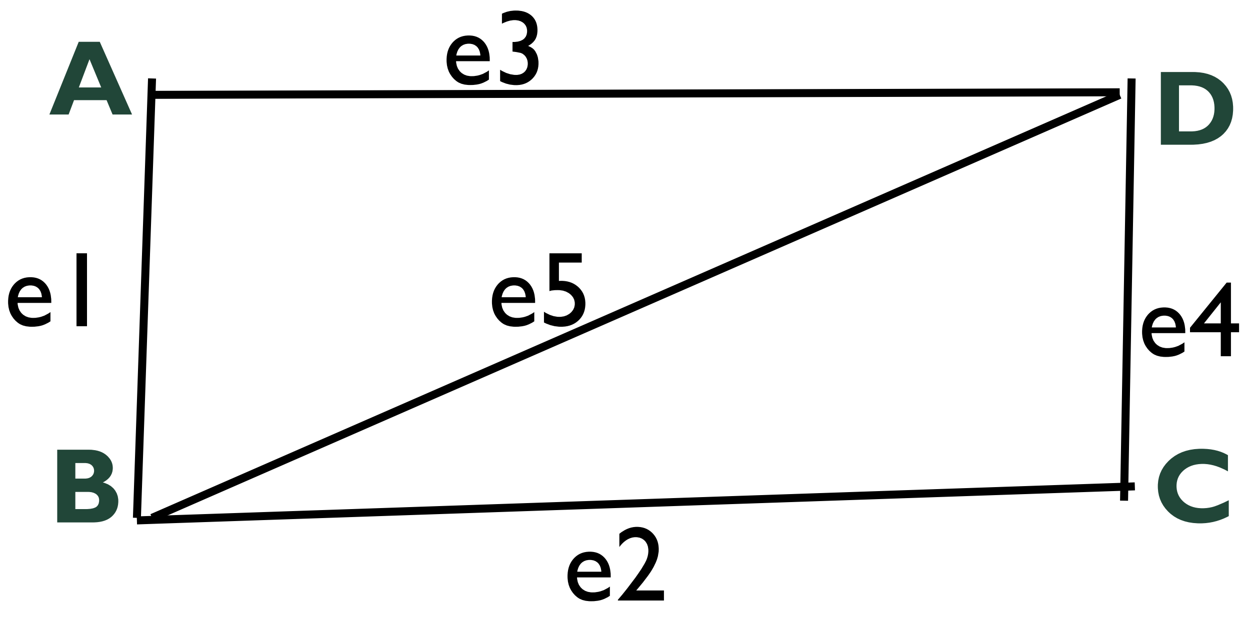
e1 = (A,B) e2 = (B,C) e3 = (A,D)

e4 = (C,D) e5 = (B,D)

- Dua buah simpul **u dan v** disebut berdampingan jika terdapat ruas (u,v).

GRAPH

- Secara geometris, graph G(E,V) digambarkan sbb:



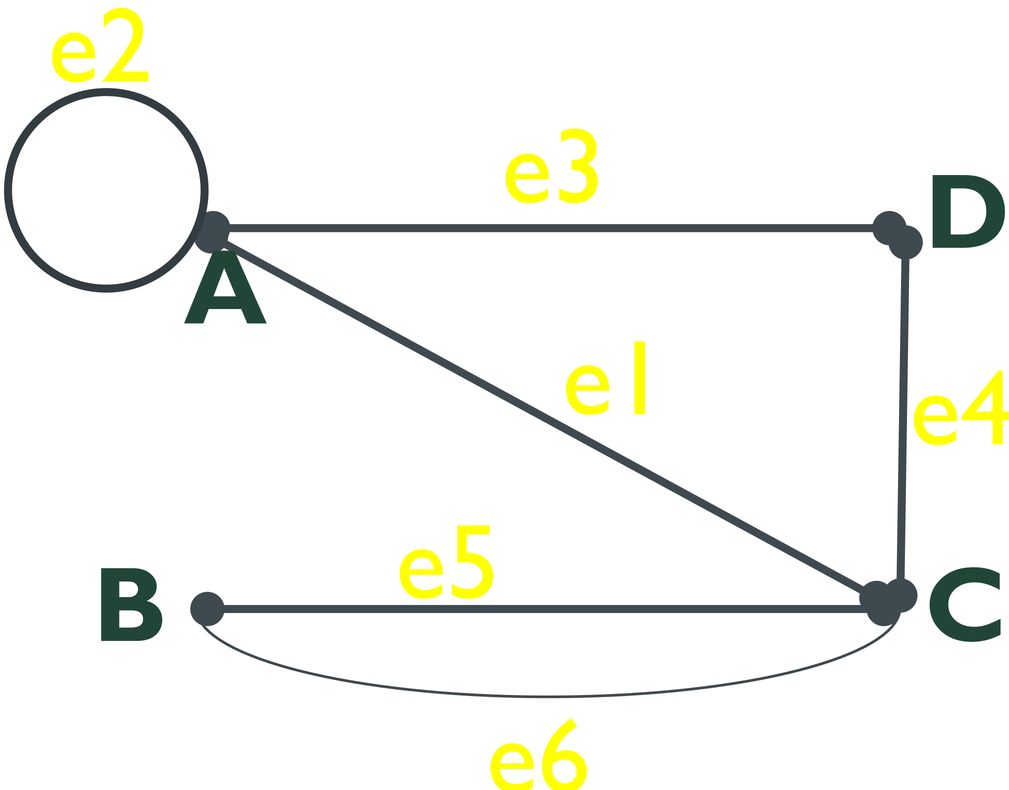
V = {A,B,C,D}

E = {e1,e2,e3,e4,e5}={(A,B),(B,C),(A,D),(C,D),(B,D)}

ISTILAH-ISTILAH DALAM GRAPH

- Banyaknya simpul/vertex disebut : ***order***
- Banyaknya ruas/edge disebut : ***size*** atau ***ukuran*** graph
- ***Self-loop*** atau ***gelung*** adalah ruas yang kedua titik ujungnya merupakan satu simpul yang sama.
- ***Ruas berganda*** atau ***ruas sejajar*** adalah dua ruas yang mempunyai titik-titik ujung yang sama atau berujung pada dua simpul yang sama.

ISTILAH-ISTILAH DALAM GRAPGH



e2 adalah sebuah self-loop (gelung)

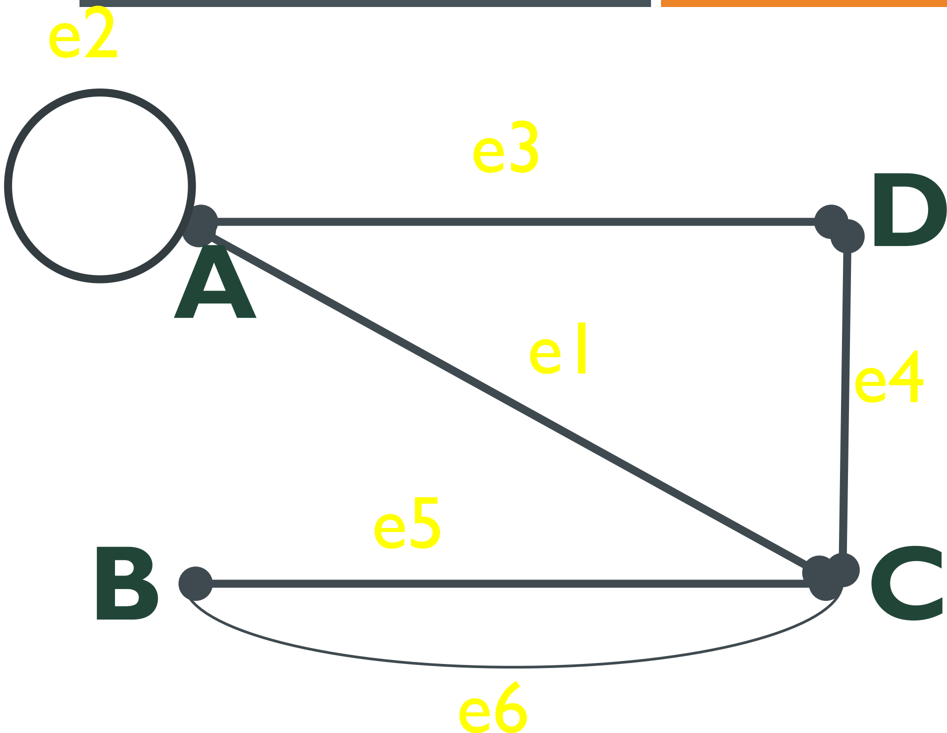
e5 dan e6 merupakan ruas berganda (ruas sejajar)

ISTILAH-ISTILAH DALAM GRAPH

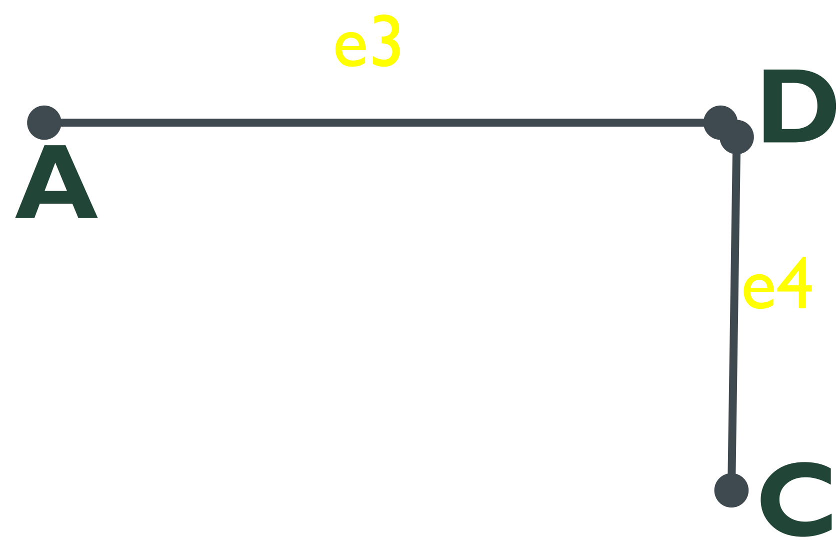
- ***Simple Graph*** (graph sederhana) adalah graph yang tidak mengandung ruas sejajar.
- Suatu graph G'(E',V') merupakan **subgraph** dari G(E,V) jika :

  E' himpunan bagian dari E, dan

  V' himpunan bagian dari V

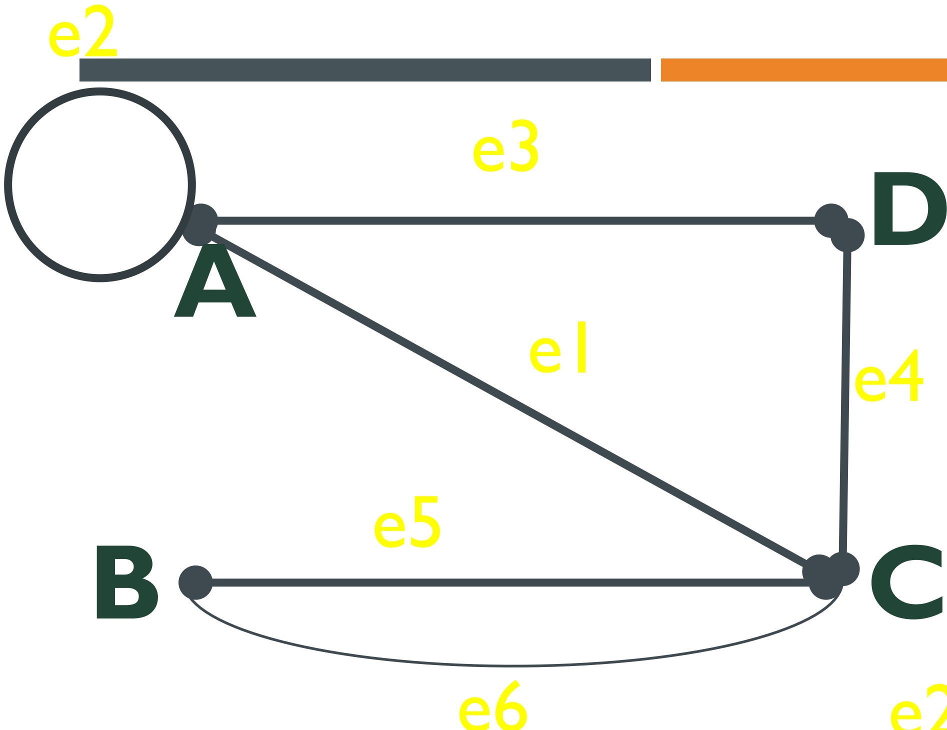


- Graph G(E,V)



Graph G'(E',V')

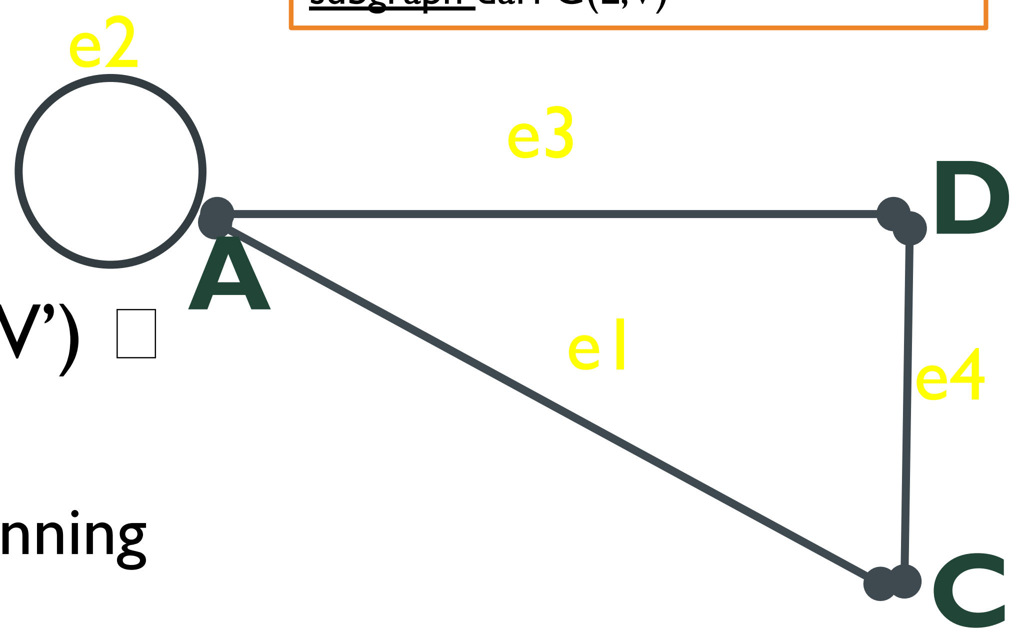
Graph G'(E',V') merupakan subgraph dari G(E,V)



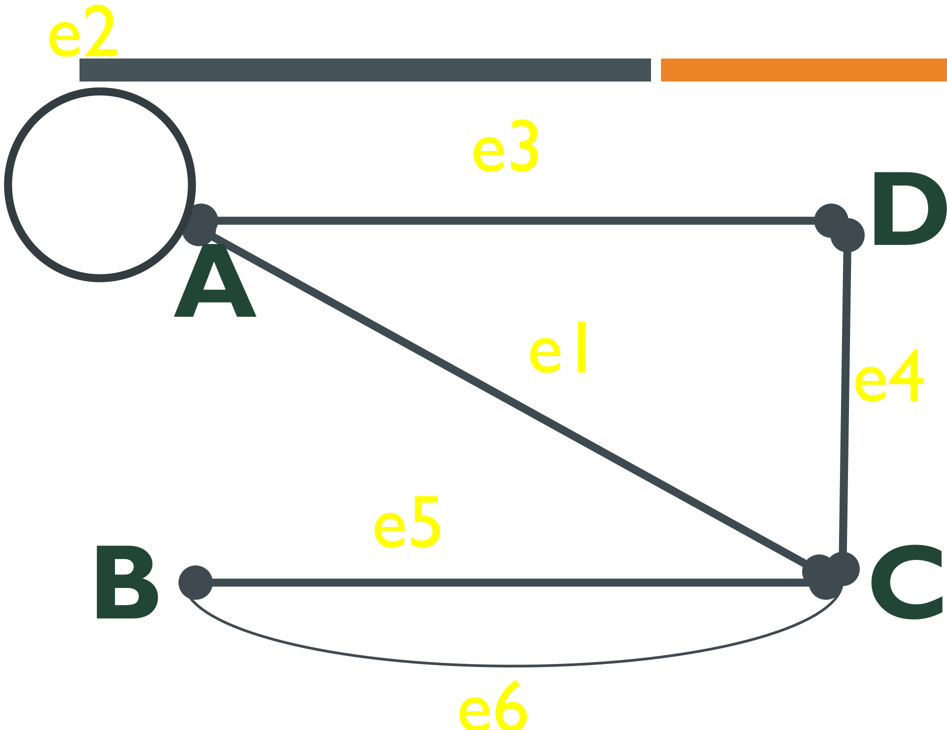
□ Graph G(E,V)

Jika graph G’(E’,V’) adalah subgraph dari G(E,V) dan E’ mengandung semua ruas di E yang titik ujungnya di V’ maka G’(E’,V’) merupakan <u>spanning subgraph</u> dari G(E,V)

Graph G’(E’,V’) □



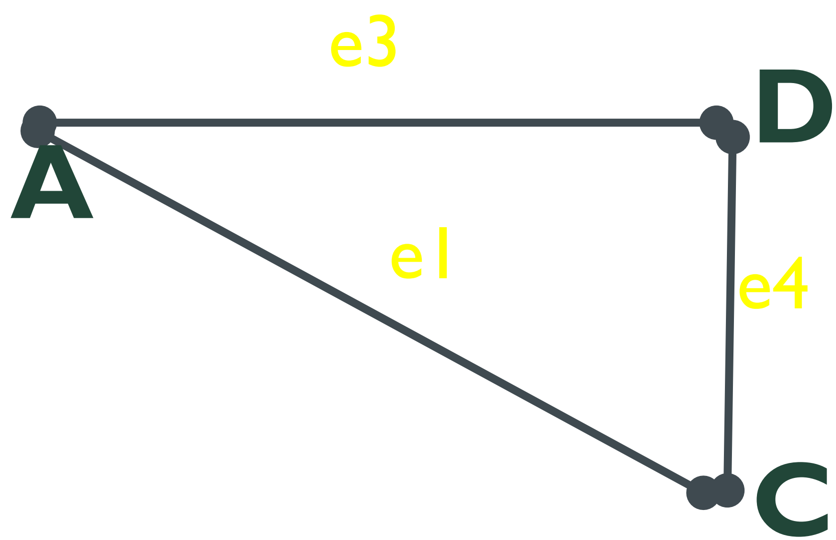
Graph G’(E’,V’) adalah spanning subgraph dari G(E,V)



Graph G(E,V)

Jika graph G'(E',V') adalah subgraph dari G(E,V) dan E' mengandung semua ruas di E yang titik ujungnya ada yang tidak ada di di V' maka G'(E',V') bukan merupakan <u>spanning subgraph</u> dari G(E,V)

Graph G'(E',V')



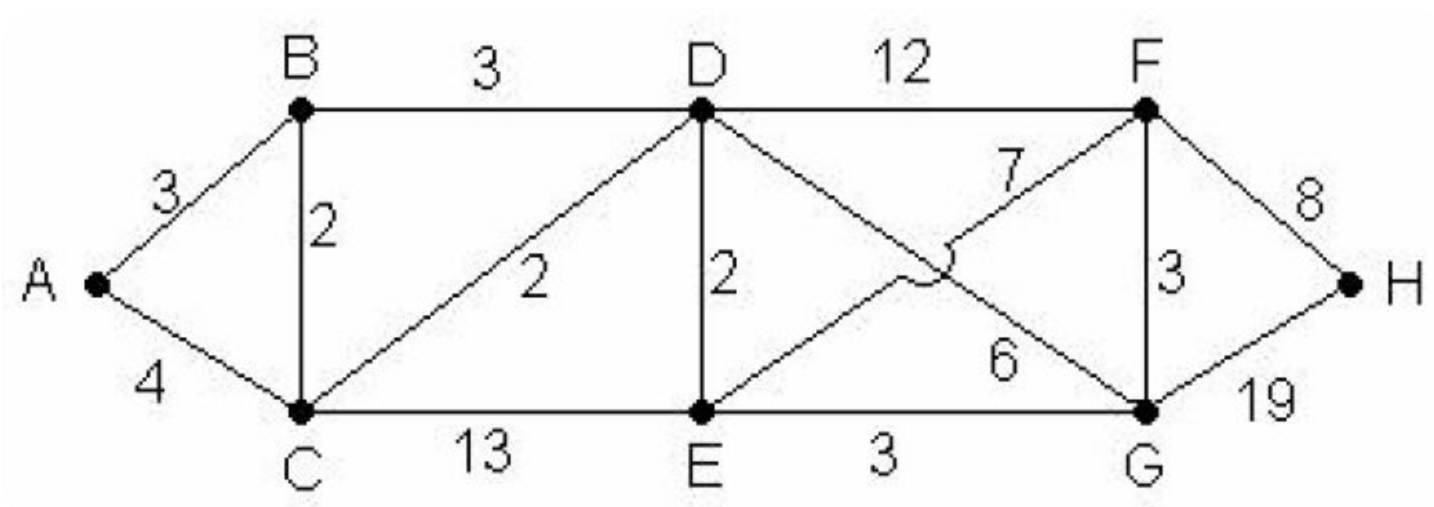
Graph G'(E',V') bukan spanning subgraph dari G(E,V)

GRAPH BERLABEL

- *Graph G disebut graph berlabel jika ruas dan atau simpulnya dikaitkan dengan suatu* besaran tertentu.
- Khususnya, jika setiap ruas e dari G dikaitkan dengan suatu bilangan non-negatif d(e), maka d(e) disebut **bobot** atau **panjang** dari ruas e.

GRAPH BERLABEL/BERNILAI

- Contoh: simpul menyatakan kota, label pada ruas d(e) menyatakan jarak antar kota.



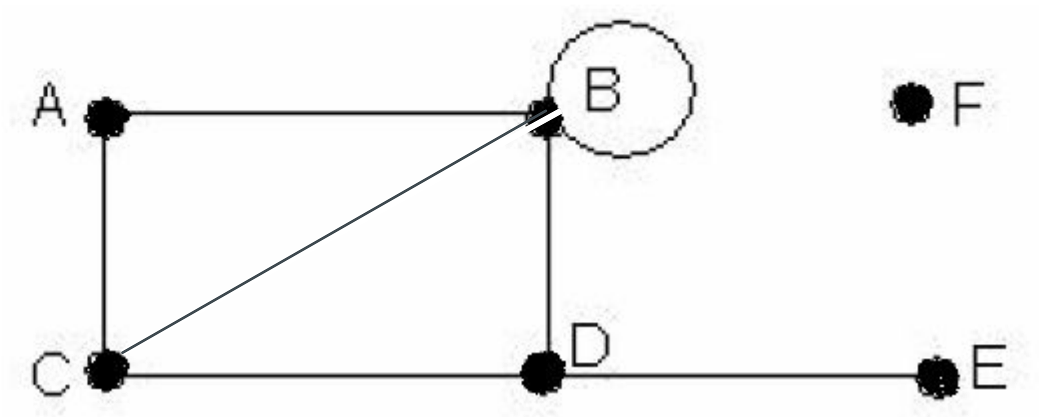
ISTILAH-ISTILAH GRAPH

- **Derajat simpul**, ditulis d(v), adalah banyaknya ruas yang menghubungi simpul tersebut.
- **Simpul ganjil** adalah simpul yang berderajat ganjil. **Simpul genap** adalah simpul yang berderajat genap.
- Jika terdapat self-loop maka self-loop dihitung 2 kali untuk derajat simpul.
- **Derajat graph** adalah jumlah seluruh derajat simpul.

  Derajat graph = $d(v_1)+d(V_2)+\ldots+d(v_n)$
- Derajat graph juga sama dengan dua kali jumlah ruas (size).

  Derajat graph = 2 x size;

ISTILAH-ISTILAH GRAPH



Simpul E disebut **simpul bergantung/akhir**, yaitu simpul berderajat 1.
Simpul F disebut **simpul terpencil**, yaitu simpul yang berderajat 0.

- d(A) = 2, d(B) = 5, d(C) = 3, d(D) = 3, d(E) = 1, d(F) = 0
- Derajat graph = 2+5+3+3+1+0 = 14
- Size graph = 7 Derajat graph = 2 x 7 = 14

ISTILAH CONNECTION PADA GRAPH

- **Walk** adalah barisan simpul dan ruas secara bergantian.

  $v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_3, \ldots., e_{n-1}, v_n$

- Banyaknya ruas dalam suatu walk disebut **panjang walk**.
- Walk dapat ditulis singkat dengan hanya menuliskan deretan ruasnya saja atau deretan simpulnya saja.

  $e_1, e_2, e_3, \ldots., e_{n-1}$ atau $v_1, v_2, v_3, \ldots, v_n$

- v_1 disebut simpul awal, v_n disebut simpul akhir.

ISTILAH CONNECTION PADA GRAPH

Contoh:

dari Jakarta ke Bandung.

Sebut lengkap:

Jakarta –Tol bekasi – Bekasi – Tol Cikampek – Cikarang – Tol Purwakarta – Purwakarta –Tol Padalarang- Padalarang – Tol Bandung- Bandung

Sebut hanya nama Kota :

Jakarta –Bekasi – Cikarang – Padalarang - Bandung

Sebut hanya nama jalan:

Tol Bekasi – Tol Cikampek- Tol Purwakarta- Tol Padalarang- Tol Bandung

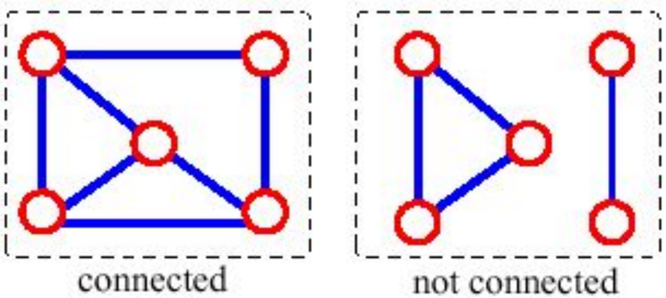
ISTILAH CONNECTION PADA GRAPH

- **Walk** disebut tertutup jika $v_1 = v_n$.

  Dalam hal lain, walk disebut terbuka menghubungi v_1 dan v_n.
- **Trail** adalah walk yang semua ruasnya berbeda.
- **Path** adalah walk yang semua simpulnya berbeda.
- **Cycle** atau **sirkuit** adalah trail tertutup dengan derajat setiap simpulnya = 2.
- Cycle yang panjangnya k disebut k-cycle.
- Path yang panjangnya k disebut k-path.

ISTILAH CONNECTION PADA GRAPH

- *connected graph*: tiap simpul terhubung dengan simpul lain

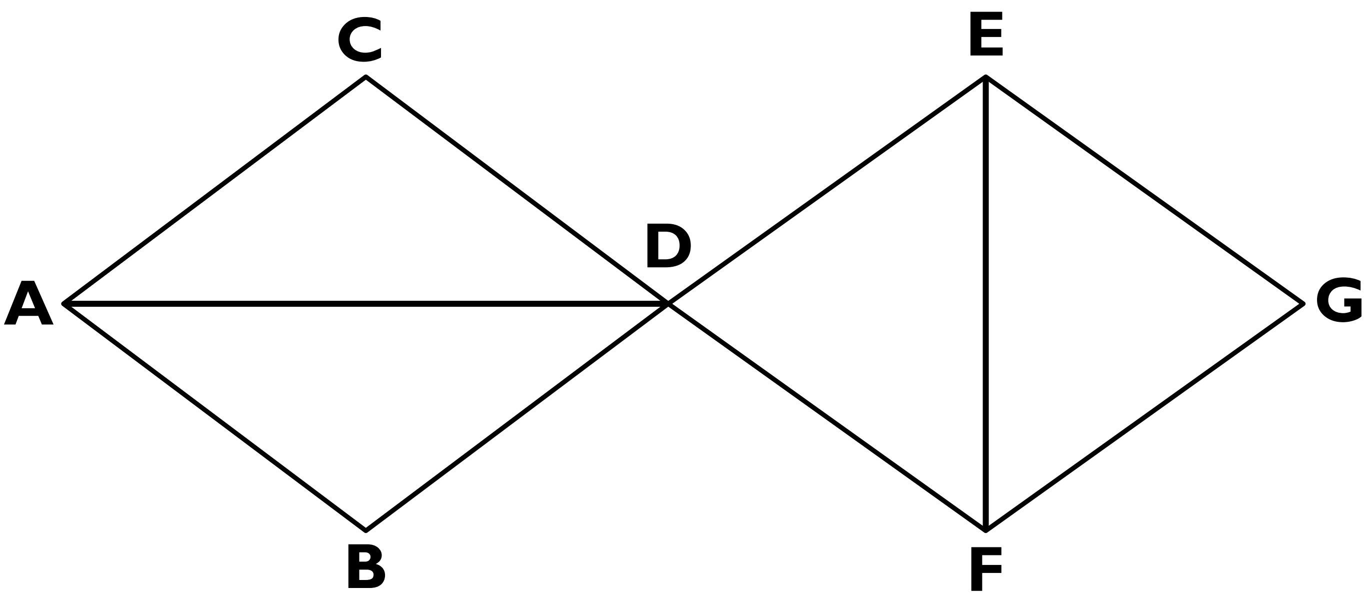


- Graph yang tidak mengandung cycle disebut acyclic.

  Contoh graph acyclic adalah struktur tree.

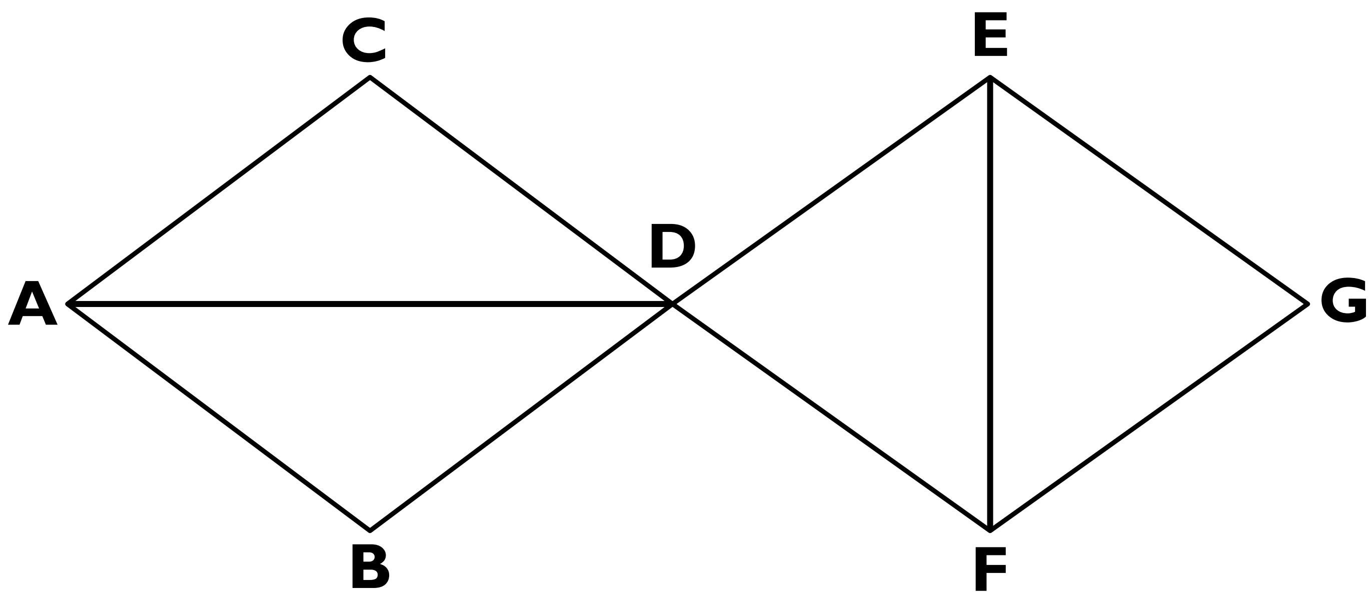
ISTILAH GRAPH
KETERHUBUNGAN

- Suatu graph G disebut **terhubung** (connected) jika untuk setiap 2 simpul dari graph terdapat jalur yang menghubungkan 2 simpul tersebut.



ISTILAH-ISTILAH GRAPH

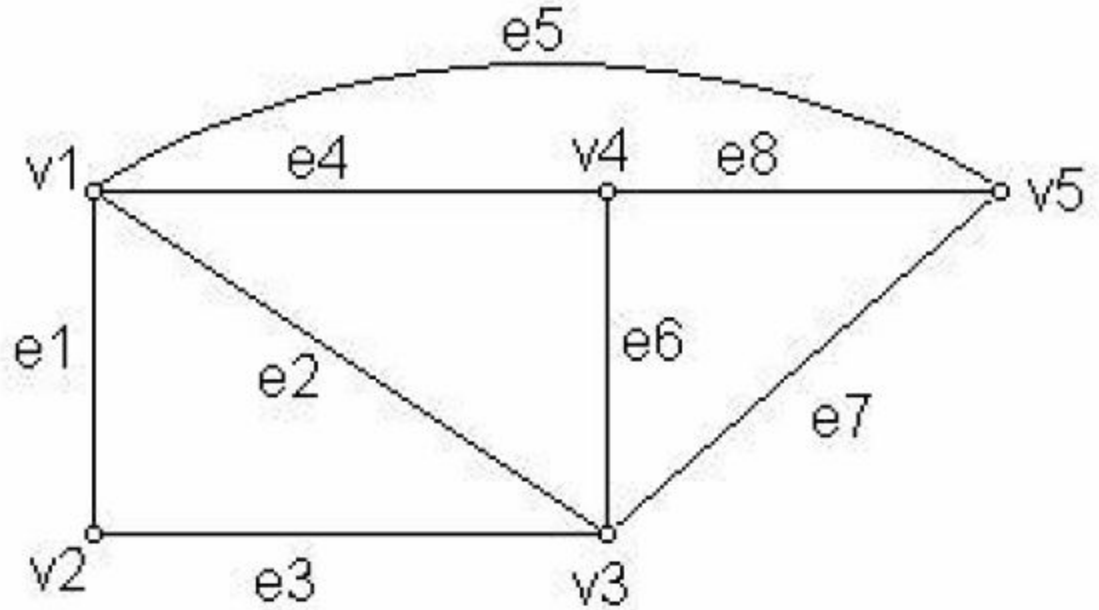
- Jarak antara 2 simpul adalah panjang jalur terpendek antara kedua simpul tersebut.
- Diameter suatu graph terhubung G adalah maksimum jarak antara simpul-simpul G.



MATRIKS PENYAJIAN GRAPH

Dua cara penyajian graph, yaitu :

1. **Matriks Ruas,** menyimpan informasi pasangan vertex yang membangun ruas
2. **Matriks Adjacency**
3. **Matriks Incidence**



Matriks ruas

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \\ 1 & 5 \\ 2 & 3 \\ 3 & 4 \\ 3 & 5 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

atau $$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 3 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 3 & 4 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

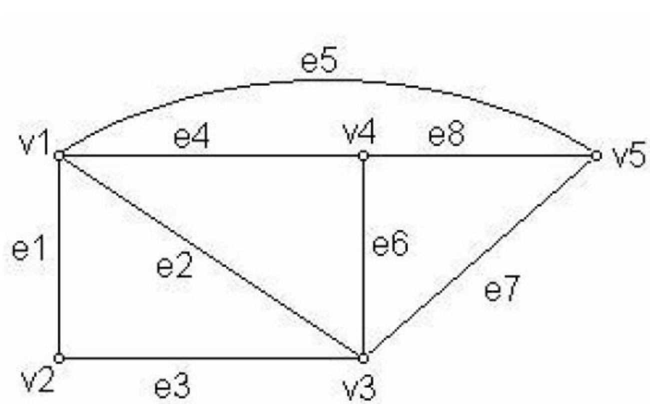
- Atau secara pasangan {(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(2,3),(3,4),(3,5),(4,5)}

MATRIKS ADJACENCY

Matriks adjacency dari Graph G adalah matriks berukuran (N x N), yg bersifat:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{bila ada ruas } (V_i, V_j) \\ 0 & \text{dalam hal lain.} \end{cases}$$

Jika terdapat ruas sejajar maka jumlah ruas sejajar yg ditulis.



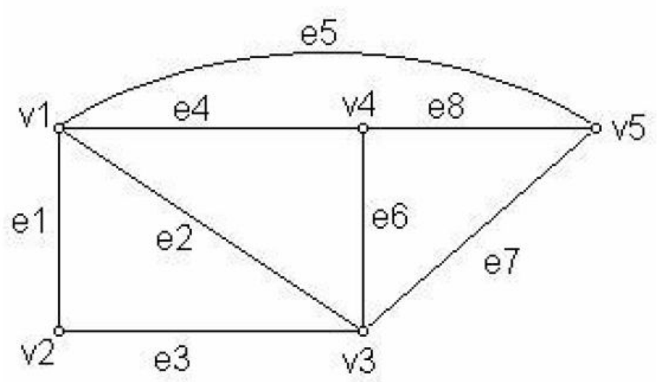
Matriks *adjacency* :

$$\begin{array}{c} \\ v1 \\ v2 \\ v3 \\ v4 \\ v5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} v1 & v2 & v3 & v4 & v5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

MATRIKS INCIDENCE

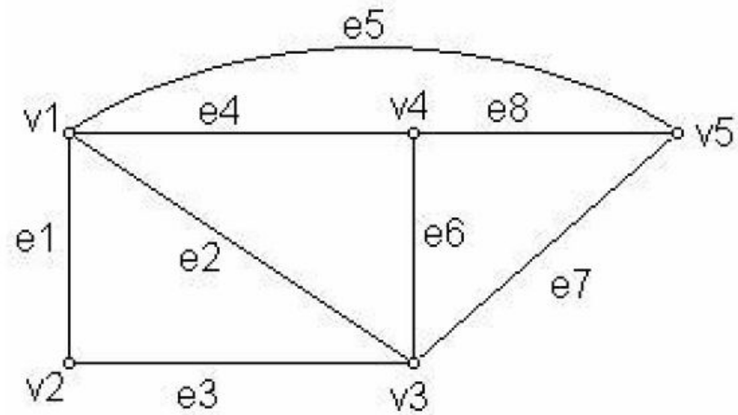
- Matriks incidence dari Graph G tanpa *self-loop* adalah:

- $$m_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{bila ruas } c_j \text{ berujung di simpul } V_i \\ 0 & \text{dalam hal lain} \end{cases}$$



Matriks *incidence* :

$$\begin{array}{c} \\ v1 \\ v2 \\ v3 \\ v4 \\ v5 \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} e1 & e2 & e3 & e4 & e5 & e6 & e7 & e8 \end{array} \\
\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$



Matriks ruas

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \\ 1 & 5 \\ 2 & 3 \\ 3 & 4 \\ 3 & 5 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

atau $$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 3 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 3 & 4 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

Matriks *adjacency* :

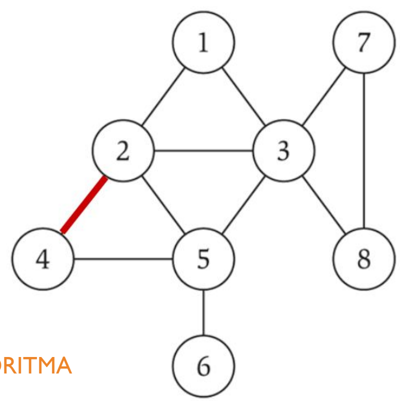
$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccccc} v1 & v2 & v3 & v4 & v5 \end{array} \\ \begin{array}{c} v1 \\ v2 \\ v3 \\ v4 \\ v5 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Matriks *incidence* :

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccccccc} e1 & e2 & e3 & e4 & e5 & e6 & e7 & e8 \end{array} \\ \begin{array}{c} v1 \\ v2 \\ v3 \\ v4 \\ v5 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

GRAPH REPRESENTATION: ADJACENCY MATRIX

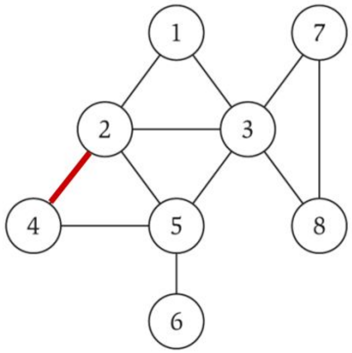
- Adjacency Matrix: n-by-n matrix dimana A[u,v] = 1 jika (u,v) adalah sebuah edge (terhubung)
- Setiap edge direpresentasikan dua kali, misal (u,v) dan (v,u)
- Kebutuhan space adalah n^2

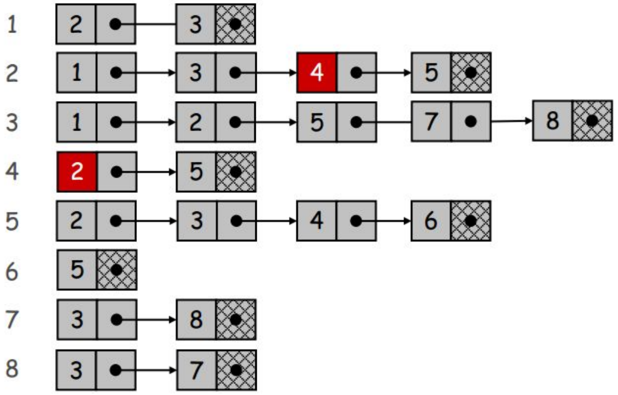


	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	1	1	0	0	0	0	0
2	1	0	1	1	1	0	0	0
3	1	1	0	0	1	0	1	1
4	0	1	0	1	1	0	0	0
5	0	1	1	1	0	1	0	0
6	0	0	0	0	1	0	0	0
7	0	0	1	0	0	0	0	1
8	0	0	1	0	0	0	1	0

GRAPH REPRESENTATION: ADJACENCY LIST

- Adjacency List: Array of list dengan index berupa node
- Setiap edge direpresentasikan dua kali, misal (u,v) dan (v,u)
- Kebutuhan space adalah m+n

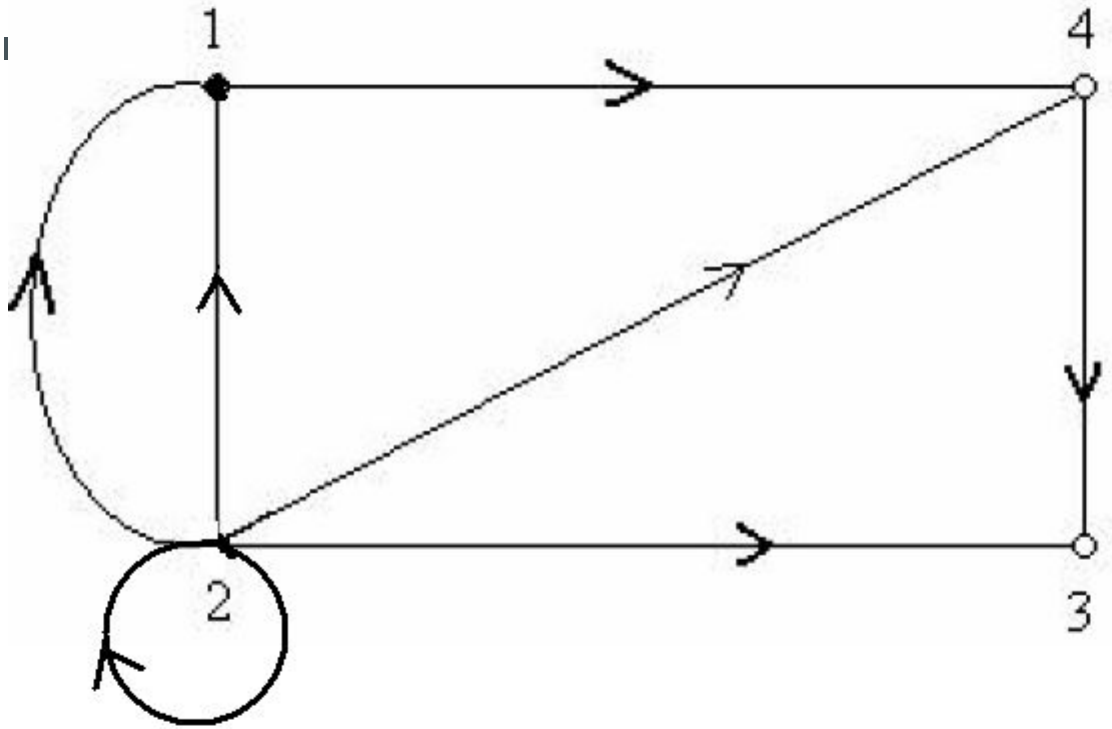




GRAPH BERARAH (*DIGRAPH*)

- Suatu graph berarah (*directed graph*, disingkat *digraph*) terdiri atas 2 himpunan :
  - Himpunan V, anggotanya disebut simpul.
  - Himpunan A, merupakan himpunan pasangan terurut, yang disebut ruas berarah atau arkus

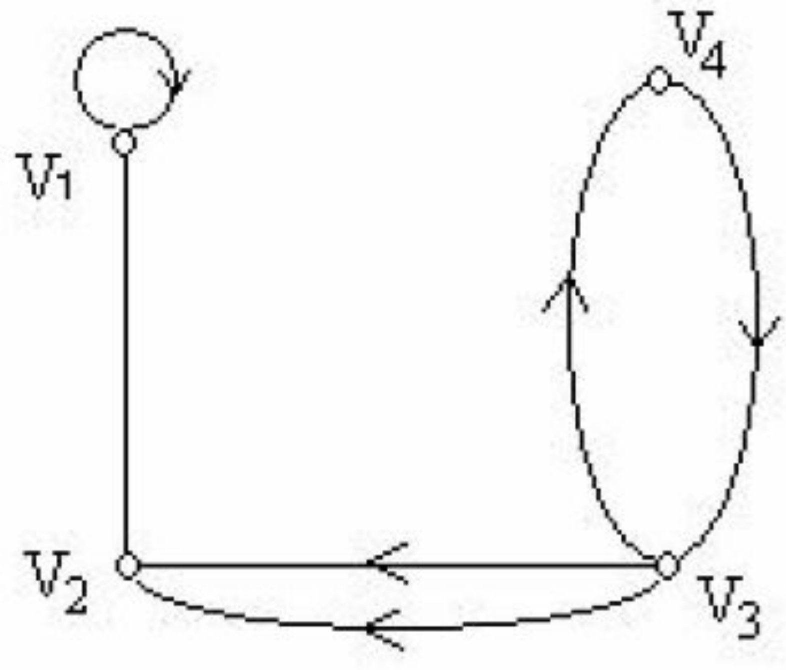
  Graph berarah seperti di atas ditulis D(V,A).
- Ruas pada graph berarah merupakan tanda panah yang menunjukkan arah ruas.
- Sebuah arkus a=(u,v) digambarkan sebagai garis yang dilengkapi dengan tanda panah mengarah dari simpul u ke simpul v. Simpul u disebut titik pangkal, sedangkan simpul v disebut terminal dari arkus.



- Di graph ini memiliki himpunan V dan A sbb:

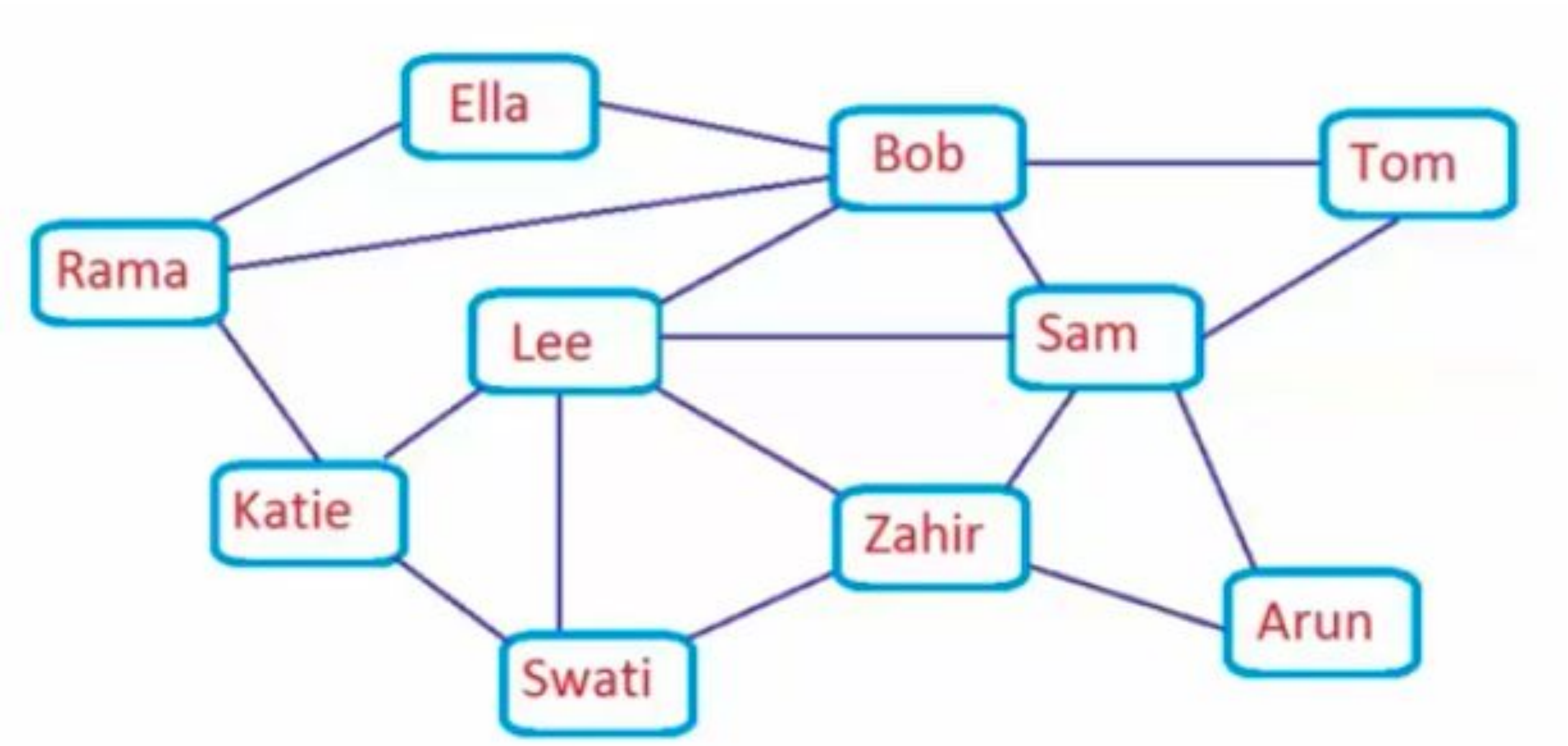
  V = {1,2,3,4}

  A={(1,4),(2,1),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(4,3)}

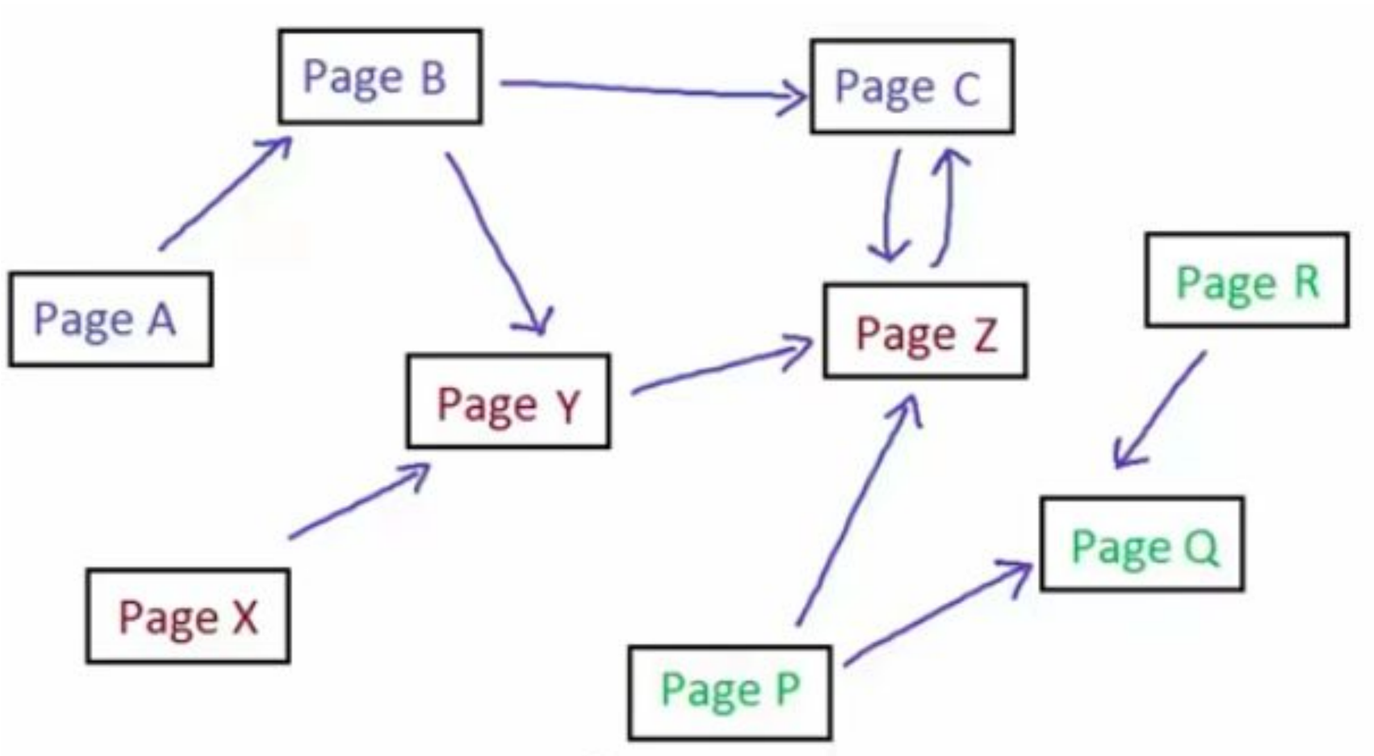


$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

IMPLEMENTASI GRAPH



IMPLEMENTASI GRAPH



SELESAI