

Tugas 2 Statistika

Nama : Wendi Kardian

NIM : 2100016

Kelas : Pendidikan Ilmu Komputer – A

1. Dua buah dadu setimbang dilantunkan misalkan X_1 dan X_2 masing-masing menyatakan variable acak mata dadu yang muncul untuk masing-masing dadu pertama dan dadu kedua

Tentukan :

a. $\Pr(X_1 + X_2 = 8)$

Banyaknya kejadian yang mungkin muncul / ruang sample : 36

Peluang kejadian $\Pr(X_1 + X_2 = 8)$:

(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), dan (6, 2) -> total ada 5 kejadian

Maka peluang dari 2 buah dadu ($X_1 + X_2 = 8$) adalah **5/36**

b. $\Pr(X_1 + X_2 \geq 6 \mid X_1 \leq 2)$ -> Peluang bersyarat

Untuk menyelesaikan permasalahan di atas dapat menggunakan formula :

$$P(A|B) = P(B \cap A) / P(B)$$

$$P(B \cap A) = P(X_1 + X_2 \geq 6) \rightarrow \text{Ruang sample} = 36$$

$$= (1,5)(1,6)(2,4)(2,5)(2,6) = 5/36$$

$$P(B) = P(X_1 \leq 2) = \{1, 2\} = n(B) = 2 \quad n(S) = 6$$

$$= P(B) = 2/6 = 1/3$$

$$P(A|B) = P(B \cap A) / P(B)$$

$$= 5/36 / 1/3$$

$$= \mathbf{5/12}$$

c. Tentukan untuk setiap pasangan kejadian berikut (E_1 dan E_2). Apakah termasuk kedalam kejadian bebas ataukah tidak :

1) E_1 : X_1 Merupakan bilangan genap

$$E_2 : X_1 + X_2 \geq 8$$

$$P(E_1) = 3/6$$

$$P(E_1|E_2) = P(E_2|E_1)/P(E_2)$$

$$P(E_2|E_1) = (2,6)(4,4)(4,5)(4,6)(6,2)(6,3)(6,4)(6,5)(6,6) = 9/36$$

$$P(E_2) = (2,6)(3,5)(3,6)(4,4)(4,5)(4,6)(5,3)(5,4)(5,5)(5,6)(6,2)(6,3)(6,4)(6,5)(6,6) = 15/36$$

$$P(E_1|E_2) = (9/36) / (15/36)$$

$$P(E_1|E_2) = 9/15 = 3/5$$

Karena $P(E_1)$ dengan $P(E_1|E_2)$ tidak sama maka kedua kejadian tersebut dinyatakan **tidak saling bebas**

2) $E_1 : X_1 = X_2$

$$E_2 : X_1 + X_2 \geq 10$$

$$P(E_1) = (1,1)(2,2)(3,3)(4,4)(5,5)(6,6) = 6/36 = 2/12$$

$$P(E_1|E_2) = P(E_2|E_1) / P(E_2)$$

$$P(E_2) = (4,6)(5,5)(5,6)(6,4)(6,5)(6,6) = 6/36$$

$$P(E_2|E_1) = (5,5)(6,6) = 2/36$$

$$P(E_1|E_2) = (2/36) / (6/36)$$

$$P(E_1|E_2) = 2/6$$

Karena $P(E_1)$ dengan $P(E_1|E_2)$ tidak sama maka kedua kejadian tersebut dinyatakan **tidak saling bebas**

3) $E_1 : X_1 \geq X_2$

$$E_2 : X_1 + X_2 \leq 3$$

$$P(E_1) = (2,1)(3,2)(3,1)(4,3)(4,2)(4,1)(5,4)(5,3)(5,2)(5,1)(6,5)(6,4)(6,3)(6,2)(6,1) = 15/36$$

$$P(E_1|E_2) = P(E_2|E_1) / P(E_2)$$

$$P(E_2) = (1,1)(1,2)(2,1) = 3/36$$

$$P(E1|E2) = (2,1) = 1/36$$

$$P(E1|E2) = (1/36) / (3/36)$$

$$P(E1|E2) = 1/3$$

Karena $P(E1)$ dengan $P(E1|E2)$ tidak sama maka kedua kejadian tersebut dinyatakan **tidak saling bebas**

2). Diketahui

H = Hujan NH = Not Hujan
D = Padat ND = Not Padat

T = terlambat NT = Not Terlambat.

$$P(H) = 1/3$$

$$P(T | H \cap D) = 0.5$$

$$P(NH) = 2/3$$

$$P(T | NH \cap ND) = 0.125$$

$$P(D | H) = 0.5$$

$$P(T | H \cap ND) = 0.25$$

$$P(ND | H) = 0.5$$

$$P(T | NH \cap D) = 0.25$$

$$P(D | NH) = 0.25$$

a). tentukan probabilitas Andi tidak terlambat pada kondisi hari tidak hujan dan lalu lintas padat.

$$P(NT | NH \cap D) = \frac{P(NH \cap D \cap NT)}{P(NH \cap D)}$$

$$\begin{aligned} P(NH \cap D \cap NT) &= P(NH) \times P(D | NH) \times P(NT | NH \cap D) \\ &= 2/3 \times 0.25 \times (1 - 0.25) \\ &= 0.125 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(NH \cap D) &= P(D | NH) \times P(NH) \\ &= 0.25 \times 2/3 \\ &= 1/6 \end{aligned}$$

$$P(NT | NH \cap D) = \frac{0.125}{1/6} = 0.75$$

probabilitas Andi terlambat pada kondisi hari tidak hujan dan lalu lintas tidak padat adalah 0.75.

b). Tentukan probabilitas Andi akan terlambat.

$$P(T) = P(T | H \cap D) \times P(H \cap D) + P(T | H \cap ND) \times P(H \cap ND) + P(T | NH \cap D) \times P(NH \cap D) + P(T | NH \cap ND) \times P(NH \cap ND)$$

$$\begin{aligned} P(H \cap D) &= P(H) \times P(D | H) \\ &= 1/3 \times 0.5 = 1/6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(H \cap ND) &= P(H) \times P(ND | H) \\ &= 1/3 \times 0.5 = 1/6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(NH \cap D) &= P(NH) \times P(D | NH) \\ &= 2/3 \times 0.25 = 1/6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(NH \cap ND) &= P(NH) \times P(ND | NH) \\ &= P(NH) \times (1 - P(D | NH)) \\ &= 2/3 \times (1 - 0.25) = 1/2 \end{aligned}$$

Maka :

$$\begin{aligned} P(T) &= P(T | H \cap D) \times P(H \cap D) + P(T | H \cap ND) \times P(H \cap ND) + P(T | NH \cap D) \times P(NH \cap D) + P(T | NH \cap ND) \times P(NH \cap ND) \\ &= (0.5 (1/6)) + (0.25 (1/6)) + (0.25 (1/6)) + (0.125 (1/2)) \end{aligned}$$

$$P(T) = 11/48$$

Maka, probabilitas andi akan terlambat adalah $11/48$

1). Jika diketahui Andi datang terlambat, tentukan probabilitas pada waktu itu hari hujan.

$$P(H|T) = \frac{P(T \cap H)}{P(T)}$$

$$= \frac{P(H \cap D) \times P(H \cap D) \times P(H \cap ND) \times P(H \cap ND)}{P(T)}$$

$$= \frac{(0.5 \times 1/6) + (0.25 \times 1/6)}{0.2916}$$

$$= 0.545$$

Jadi probabilitas pada waktu itu hari hujan jika diketahui Andi Terlambat adalah 0.545.

② Rumus distribusi Poisson

$$P(X) = \frac{H^x \cdot e^{-H}}{x!}$$

$$\ln x = \frac{\log x}{\log e} \approx \log x$$

H = rata-rata keberhasilan = $n \cdot p$
 n = banyaknya amatan.
 p = probabilitas sukses.
 x = variabel random diskrit.
 e = bilangan logaritma natural / neperian (2.71828).

→ Poisson merupakan distribusi probabilitas yang digunakan untuk menghitung jumlah kejadian suatu peristiwa dalam interval waktu atau ruang tertentu. (bersifat konstan dan independent)

③ Jika Peluang melihat mobil di jalan raya dalam 30 menit adalah 0.95, maka Peluang melihat mobil dalam 1 menit

$$P(1 \text{ menit}) = \frac{P(30 \text{ menit})}{30} = \frac{0.95}{30} = 0.0317$$

→ untuk mengetahui peluang melihat mobil dalam 10 menit, dapat menggunakan distribusi poisson dengan ..

$$\lambda = 10 \times 0.0317 = 0.317$$

→ untuk mencari peluang melihat mobil di jalan raya dalam 10 menit adalah.

$$P(\text{melihat 10 menit}) = 1 - P(\text{tidak melihat mobil 10 menit})$$

→ hitung untuk tidak melihat mobil 10 menit.

$$x = 0 \rightarrow \text{karina tidak ada mobil.}$$

$$P(x) = \frac{0.317^0 \cdot e^{-0.317}}{0!}$$

$$P(x) = 0.727 \rightarrow \text{Peluang tidak melihat mobil dalam 10 menit.}$$

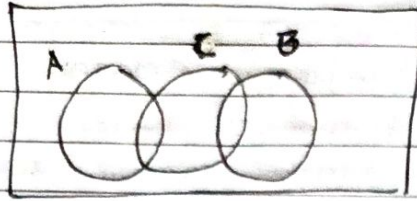
→ maka, peluang melihat mobil dalam 10 menit:

$$P(\text{melihat}) = 1 - P(\text{tidak melihat}) = 1 - 0.727$$

$$P(\text{melihat}) = 0.273$$

→ Jadi Peluang melihat mobil selama 10 menit adalah 0.273.

4). Diagram Venn



$$P(A \cup C) = 2/3$$

$$P(A \cap B \cap C) = 0$$

$$P(B \cup C) = 3/4$$

$$P(A \cup B \cup C) = 11/12$$

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C)$$

$$P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C)$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

Substitusikan:

$$2/3 = P(A) + P(C) - P(A \cap C) \rightarrow P(A \cap C) = P(A) + P(C) - 2/3$$

$$3/4 = P(B) + P(C) - P(B \cap C) \rightarrow P(B \cap C) = P(B) + P(C) - 3/4$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - (P(A) + P(C) - 2/3) - (P(B) + P(C) - 3/4) + P(A \cap B \cap C)$$

$$11/12 = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A) - P(C) + 2/3 - P(B) - P(C) + 3/4 + P(A \cap B \cap C)$$

$$11/12 = -P(C) - P(A \cap B) + 2/3 + 3/4 + P(A \cap B \cap C)$$

$$11/12 = -P(C) - 0 + 2/3 + 3/4 + 0$$

$$P(C) = 2/3 + 3/4 - 11/12$$

$$P(C) = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} - \frac{11}{12}$$

$$P(C) = \frac{6}{12}$$

$$P(A \cap C) = P(A) + 6/12 - 2/3 \rightarrow \text{Bisa diubah menggunakan rumus Probabilitas}$$

$$\text{maka} \rightarrow P(C|A) = 1/2 + 1/3 = 5/6$$

$$P(B \cap C) = P(B) + 6/12 - 3/4$$

$$P(B \cap C) = P(B) \times P(C|B)$$

$$\text{maka} \rightarrow P(C|B) = 1/2 + 1/4 = 3/4$$

$$P(A \cap C) = P(A) \times (5/6)$$

$$P(B \cap C) = P(B) \times (3/4)$$

$$P(A) \cdot (5/6) = P(A) + 6/12 - 2/3$$

$$P(B) \cdot (3/4) = P(B) + 6/12 - 3/4$$

$$10P(A) - 5 = 8P(A) + 4$$

$$10P(B) - 20 = 12P(B) - 9$$

$$P(A) = \frac{10}{40}$$

$$P(B) = \frac{11}{40}$$

$$P(C) = \frac{6}{12}$$

Nama : Wendi Kardan (2100016)

Date

5). Konstruksikan sebuah krus yang bersesuaian pada nomor 1, 2, 3, 4! Sediakan pula solusinya!
konstruksi nomor 3.

Jika Peluang melihat mobil di jalan raya dalam 30 menit adalah 0.95, dan Peluang melihat truk dalam 30 menit adalah 0.8. jika dalam interval 30 menit, terdapat 5 mobil dan 2 truk melintas, berapa peluang setidaknya 1 mobil dan 1 truk dalam interval waktu 10 menit?

⇒ solusi

$$\begin{aligned}\text{Mobil} &= \text{peluang (30 menit)} \times \text{jumlah.} \\ &= 0.95 \times 5 = 4.75 \text{ mobil}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Truk} &= \text{peluang (30 menit)} \times \text{jumlah} \\ &= 0.8 \times 2 = 1.6 \text{ truk.}\end{aligned}$$

→ dalam interval 10 menit.

$$\text{mobil} = 4.75/3 = 1.58$$

$$\text{truk} = 1.6/3 = 0.53$$

Peluang setidaknya minimal 1 mobil & 1 truk (10 menit).

$$P(X \geq 1) = 1 - [P(X=0)].$$

Cari nilai λ ↪ tidak melihat sama sekali

$$\lambda = n \cdot p.$$

$$\lambda = (\text{rata-rata jumlah mobil} + \text{jumlah truk}) \times \text{panjang interval waktu.}$$

$$(1.58 + 0.53) \times (10/60)$$

$$\lambda = 0.2622$$

maka,

$$P(X \geq 1) = 1 - \left(\frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^0}{0!} \right)$$

$$P(X \geq 1) = 1 - \left(\frac{e^{-0.2622} \cdot 0.2622^0}{1} \right)$$

$$= 1 - 0.7731$$

$$P(X \geq 1) = 0.2205$$

Jadi Peluang melihat setidaknya 1 mobil dan 1 truk dalam interval ~~tertentu~~ 10 menit adalah 0.2205.