**带有柔性项目结构的随机资源均衡问题**

# SRLP-PS

## 问题描述

本文研究的SRLP-PS可以描述如下:

一个项目可以用一个节点式有向网络表示，其中为节点集合，表示项目中的活动，。活动0和是虚活动，分别代表项目的开始和结束。为有向弧的集合，表示活动之间具有完成-开始的零延迟优先关系，即每个活动必须在其所有紧前活动完成之后，才能开始执行。当 时, 称活动是的紧前活动，是的紧后活动。每个非虚活动的工期是一个随机变量，并且遵循一个已知的概率分布。本文用一组有限的情景集合表示不确定的活动工期，项目中所有活动的随机工期的一次采样（实现）构成一个情景，用来表示，情景出现的概率为。一个情景就是一个实际情况的可能。虚活动的工期为0。因为活动的工期是随机变量，所以活动的开始时间也是随机变量，虚终止活动的开始时间对应项目的完成时间。项目需要在给定的项目截止日期之前完成。在项目中，存在种可更新资源，每个时段资源的供应量用表示。非虚活动执行时，在单位时段对第种可更新资源的需求量为。虚活动在执行时不消耗任何资源。资源在时段的使用量用表示，即在时段所有正在执行的活动对资源的总需求量，，其中表示在时段正在执行的活动集合，即。因为取决于和，因此也是随机变量。每个活动一次性执行，不允许中断。

为了对柔性项目结构进行建模，将活动集合进一步分为三个互斥的子集 (Kellenbrink & Helber, 2015)：必须执行活动集、可选活动集和依赖活动集，,。必须执行活动集中的活动是总是需要执行的活动。除了必须执行活动，其他活动的执行与否是不固定的。因此，一个柔性项目中只需要执行所有活动的子集，且存在多种项目结构，不同的项目结构由不同的活动集合和相应的优先关系构成。

可选活动集可能包含多个互斥的子集，即，。在项目执行时，并非每个可选活动子集都要执行。每个子集都对应了一个选择。每个选择可以被一个活动触发，如果选择被触发，那么一个可选活动将执行，中的其他活动都不执行。活动可以是必须执行活动、可选活动或依赖活动。需要注意的是， 在Kellenbrink & Helber研究的柔性项目结构中只能是必须执行活动或可选活动。选择是拓扑排序的，被选中的活动执行可能会触发下一个选择(。

依赖活动集中活动的执行与否同可选活动有关。一个可选活动的执行可能会导致多个依赖活动执行，即如果可选活动执行，那么所有依赖的活动（这些活动的集合记为）必须都执行。此外，可选活动的依赖活动只能是它后面的活动，即可选活动的编号小于其依赖活动集中活动的编号。需要注意的是，依赖活动和可选活动之间可能不存在优先关系。

考虑到柔性项目结构和不确定的活动工期，SRLP-PS的目标是在尽可能满足优先关系、资源可用量和项目截止日期的约束下，确定需要执行的活动并调度它们，最小化资源使用量的期望波动。

## 随机规划模型

首先引入0-1决策变量表示活动是否执行，如果活动执行，则为1，否则为0。决策变量表示活动的开始时间。接下来，建立SRLP-PS的随机规划模型M0：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| (M0) | Minimize | | (1) |
|  | Subject to: | |  |
|  |  | | (2) |
|  |  |  | (3) |
|  |  |  | (4) |
|  |  | ; ; | (5) |
|  |  |  | (6) |
|  |  | ; | (7) |
|  |  | ; | (8) |
|  |  | ; | (9) |
|  |  |  | (10) |

目标函数(1)衡量了任意两个相邻时间段内资源使用量的变动情况，是资源的权重，表示资源的单位惩罚成本。式(2)确保了虚开始活动0的开始时间为0。式(3)保证了所有必须执行活动都执行。式(4)确保了如果选择被执行的活动触发，那么在选择的可选活动集中必须有一个活动执行。式(5)表示可选活动执行则其相应的依赖活动也都要执行。在不确定的环境中，包含随机变量的约束可能不完全满足，采用机会约束更符合实际情况。式(6)和(7)都是机会约束，其中表示事件发生的概率，和为置信水平，它们反映了决策者对风险的偏好。具体而言，式(6)表示活动之间的优先关系，它要求活动的完成时间早于其紧后活动的开始时间的概率大于等于，其中是一个任意大的正常数，只有活动和都执行时，该约束条件才成立，即活动和之间的优先关系才有效。式(7)确保在整个项目执行中资源的使用量满足其可用量的概率不小于。式(8)用于计算整个项目的资源使用量。式(9)和(10)给出了决策变量的取值范围。

## 模型线性化

本节将随机规划模型M0线性化为等价的整数规划模型，以便用商业求解器进行求解。由于M0的目标函数是非线性的，因此本文进一步将目标函数线性化。引入辅助变量表示在情景中，两个相邻时段的资源使用量与之间的偏差，可表示为：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | (11) |
|  |  |  |  | (12) |

接下来，引入两个非负的变量和，则可线性化为：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | (13) |

则可将目标函数(1)线性化为：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | (13) |

在个情景下，如果每个情景中项目的执行活动都是相同的，且调度这些活动能使期望目标函数值最小，则意味着在随机环境中执行并调度这些活动可以使项目的资源使用量尽可能平稳，这也就是活动是否执行不依赖情景。由于活动在不同情景下的工期不同，活动的开始时间也会不同。因此，本文引入二元变量表示在情景中，活动在时刻是否开始。如果是，则，否则为0。对于任意情景，约束条件(2)可以替代为：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | (14) |

需要注意的是，变量与相关联，如果活动不执行（），则在任意情景任意时刻下，。本文用式(16)连接变量和，以保证在所有情景下，执行的活动都是一样的：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | ; | (15) |

其中和分别表示在情景中，活动的最早开始时间和最晚开始时间。和分别表示在情景下活动的最早开始时间和最晚开始时间，其中最早开始时间是在只考虑必须执行的活动下利用正向计算得到的。对于最晚开始时间，以项目最晚完成时间为基础，在所有活动都执行的前提下利用逆向计算得到。

接下来，用确定性情景约束代替随机机会约束。首先，定义一个很大的正数，二元变量、和分别表示在情景中，执行活动的开始时间是否晚于其紧前活动的开始时间、项目是否在截止日期内完成和项目的资源使用量是否超过资源的可用量。通过定义以上变量，可将机会约束(6)-(8)改写为：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  | (16) |
|  |  |  | | (17) |
|  |  | ; | | (18) |
|  |  |  | | (19) |

式(20)保证了执行活动的开始时间满足优先关系（），或不满足（）。式(21)确保了在个情景下满足优先关系的约束符合期望概率。式(24)表示资源的使用量不超过给定量（），或超过（）。式(25)确保在所有情景下满足资源可用量的概率不小于。

式(9)可以改写为：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | ; | (20) |

根据上述计算公式，可建立整数规划模型M1：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| (M1) | Minimize = (14) |  |  |
|  | Subject to: |  |  |
|  | (3)-(5), (15)-(23) |  |  |
|  | = {0, 1} |  | (21) |
|  | , , = {0, 1} |  | (22) |

## 示例

# DE

差分进化算法（differential evolution algorithm，DE）是一种基于种群的求解连续优化问题的随机搜索技术，在科学和工程领域得到了广泛的应用。由于其简单有效的特点，已有文献将DE应用于求解资源均衡问题。本文提出了一个改进的差分进化算法，设计了专门的编码、解码、初始化和局部搜索等操作。除此，为了增强算法搜索能力，本文采用了两种变异策略，且相关参数会随着算法的迭代而动态变化。

本文的改进差分进化算法流程如算法1所示。首先，将进度计划编码为个体。然后，生成包含POP个个体的初始种群。由于DE求解的是连续优化问题，而SRLP-PS的解是离散的，因此，本文将初始种群中的离散个体转化为连续个体（向量），再对向量执行变异和交叉操作生成试验向量。接下来，将试验向量转化为新个体，然后对新个体进行解码，计算每个新个体对应的适应值，评估个体的优劣。如果新个体的适应值小于原个体的适应值，则用新个体替换原个体。为进一步改进新个体的质量，本文选择B个最好的个体进行局部搜索，以进一步提高算法的求解质量。最后，判断算法是否达到循环的终止条件，如果没有，则重复上述DE操作，直到满足终止条件。

|  |  |
| --- | --- |
| **算法1：DE流程** | |
| 1 | 输入：项目网络结构，活动工期数据 |
| 2 | 输出：调度策略 |
| 3 | 初始化参数，，; |
| 4 | ; // 表示当前迭代次数 |
| 5 | 生成初始种群（*POP*）; |
| 6 | ; |
| 7 | /\*DE迭代\*/ |
| 8 | While |
| 9 | ; |
| 10 | 更新参数, , ; |
| 12 | /\*变异\*/ |
| 13 | If |
| 14 | 变异策略1 |
| 15 | Else |
| 16 | 变异策略2 |
| 17 | End |
| 18 | 交叉操作; |
| 19 | 生成新个体;; |
| 20 | 评价个体; |
| 21 | 选择; |
| 22 | 局部搜索; |
| 23 |  |
| 24 | End whlie |

## 编码和解码

SRLP-PS的解（调度策略）可以编码为一个个体，一个个体由三部分构成：（1）执行列表向量，用于表示活动是否执行，其中的每个元素，如果活动执行，则，否则。（2）活动列表，它是所有活动的一个排列，且活动之间满足优先关系【需不需要满足优先关系】，其中虚开始（虚终止）活动始终在的第一个（最后一个）位置。（3）解码列表，用于表示安排活动开始时间的两种方式，其中的每个元素。如果，则在满足优先关系和资源约束的前提下尽早开始活动；如果，考虑其他可能的开始时间（正在调度活动的完成时间），尽可能的推迟活动。

为了将个体转化为进度计划，本文设计了一种新的进度生成机制对个体进行解码（算法2）。在算法2中，根据中活动的顺序依次调度活动，对于不执行的活动，本文将其开始时间设置为很大的正数，这就意味着该活动不会执行。对于执行活动，根据编码列表为其安排开始时间。具体而言，对于执行活动，如果，则在满足优先关系和资源约束的前提下，尽早开始调度活动（第6~19行），以尽可能的满足截止日期约束。是活动所有紧前活动的集合。是一个二元变量，用于指示在时段资源的使用量是否超过了资源的可用量。为正在调度的活动集合，如果一个活动被安排了开始时间则将其添加到。如果，首先考察正在调度的活动的完成时间，在满足优先关系的前提下，选择最小的完成时间（第26行），然后进一步考察该时间是否满足资源约束（第11~20行），最终得到满足资源约束的开始时间。与第一种分配方式不同，第二种考虑的是在满足优先关系和资源约束的条件下尽可能的推迟活动。对于资源均衡问题来说，适当的推迟活动，可能更利于资源均衡，避免资源使用出现高峰和低谷的情况。接下来，需要更新正在调度的活动集合，具体而言，将中完成时间小于或等于的活动移除，再将活动添加到中。在安排了活动的开始时间后，需要更新资源的使用量（第38~40行）。当所有的执行活动都安排开始时间后，解码结束。

|  |  |
| --- | --- |
| **算法2：解码** | |
| 1 | 输入：，活动的实现工期 |
| 2 | 输出：实现的进度计划 |
| 3 |  |
| 4 | For each and , ; |
| 5 | For to |
| 6 | ; |
| 7 | If |
| 8 | ; |
| 9 | If |
| 10 |  |
| 11 | ; |
| 12 | While |
| 13 | ; |
| 14 | For , |
| 15 | If |
| 16 | ; |
| 17 | break; |
| 18 | End if |
| 19 | End for |
| 20 | If , then ; |
| 21 | End while |
| 22 | , ; |
| 24 | Else |
| 25 | /\*考虑正在调度的活动的完成时间\*/ |
| 26 | ; |
| 28 | 重复Line11~Line20，得到满足资源约束的; |
| 32 | /\*更新正在执行的活动集合\*/ |
| 33 |  |
| 34 | ;; |
| 35 | End if |
| 36 | /\*更新资源使用量\*/ |
| 37 | For , |
| 38 | ; |
| 39 | End for |
| 40 | Else |
| 41 | ; |
| 42 | End if |
| 43 | End for |

## 初始种群

（1）生成：随机生成，分为两个步骤：

**Step 1**: 令必须执行活动集中的活动都执行，即。

**Step 2**: 判断选择是否被触发。根据选择的拓扑排序依次判断每个选择是否被触发，由此决定可选活动和依赖活动的状态。如果一个选择被触发，即，那么随机选中一个可选活动执行，即，中的其他活动都不执行。如果执行的可选活动有依赖活动集，则其所有依赖活动都要执行，即。当一个选择被考虑后，进一步判断下一个选择是否被触发，进而确定有关的可选活动和依赖活动的执行状态，直到所有的选择都被考虑。

（2）生成：根据生成的，进一步生成，以确保生成的中所有执行活动的排列满足优先关系。具体来说，首先，根据，将未执行的活动随机放置在上。然后，依次对上未放置活动的每一个位置，确定能够放在该位置的合格活动，将这些活动记为集合。中的每个活动都是执行活动，并且其所有紧前活动都已经放置在中。接下来，需要从中选择一个活动放置上，本文使用最小优先值规则，优先值越小的活动，越优先调度，即该活动在中的位置更靠前。本文利用关键路径法，根据活动的平均工期，计算每个执行活动的最晚开始时间。对于中的活动，其优先值为。

（3）生成：对于每一个活动，生成一个随机数，如果，则对应的；否则。

## 变异

DE处理的是基于连续的解，而SRLP-PS的解空间是离散的。为了将DE应用于SRLP-PS，需要在个体和DE个体（向量）之间找到合适的映射，将离散解转化为连续解，具体而言：

对于和，它们都是二元向量，因此本文在每一个元素的基础上加上一个随机数，即。

对于，本文将中活动的调度优先顺序转化为活动的优先值，即中的第一个活动的优先值为，第二个活动的优先值为，…，最后一个活动的优先值为，这些优先值构成一个优先值向量。

在将离散个体转化为连续个体之后，就可以对个体中的每个向量执行DE操作。在DE进化的不同阶段，可能需要不同的策略和不同的参数设置，以使算法达到最佳性能。除此，对于复杂的优化问题来说，没有一种变异策略被证明对所有问题都是最好的，使用不同的突变策略可能会比单一的突变策略更好。因此本文使用了两种变异策略，以实现全局搜索和局部搜索的权衡。在每一次迭代中，DE使用变异策略对当前种群中的每个连续个体（目标向量）产生一个变异向量。

第一种策略是DE/rand/1的扩展，如式(26)所示：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (23) |

其中索引，和是从中随机生成的三个互斥整数，是第次迭代的缩放因子。虽然随机选择三个向量进行变异具有较强的探索能力，有利于保持种群的多样性，但算法的收敛速度较慢。为了既保持探索性，又加快收敛速度，Kaelo and Ali (2006)提出了该策略的改进，即为三个向量中最好的，和是剩下的两个个体。

第二种策略是DE/e-current-to-best/1，如式(27)所示，该策略有利于提高算法的收敛速度。通常在较好的个体向量上更容易、更快地找到全局最优解。

|  |  |
| --- | --- |
|  | (24) |

其中为第代最好的个体，是从第代中整个种群中最好的10%个个体中随机选择，而从剩下的个体中随机选择。

对于这两种变异策略，本文使用一个决策参数来指导两种策略的选择。的取值随着迭代次数的增加而减少，其取值范围为[0.1,1]。在算法的早期阶段，利用第一种策略进行广泛的搜索。在算法后期阶段，利用第二种策略对某些潜在的最优解区域进行深入搜索，即第一种策略的选择概率随着种群的进化而逐渐减小，而第二种策略的选择概率随着种群的进化逐渐增加。这两种策略共同参与个体进化，不仅可以有效增加多样性，还可以显著加快收敛速度。的计算公式如下：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (25) |

## 交叉

在执行完变异操作之后，对于每一对目标向量以及其对应的变异向量执行交叉操作生成一个试验向量。本文的DE采用二项式交叉操作，如式(29)所示。

|  |  |
| --- | --- |
|  | (26) |

其中。对于活动生成一个随机数。表示第次迭代的交叉概率， 越大，局部搜索和收敛速度越来越好，值越小，在保持多样性和增强全局搜索能力方面表现越好。

## 生成新个体

由于试验向量无法直接进行解码，因此需要将试验向量转化为新的个体（离散）。对于和对应的试验向量，向量中的每个元素代表活动的优先值。新个体的和的生成与初始种群的生成类似。对于的生成，唯一区别主要在Step2。具体而言，如果选择被触发，根据对应的试验向量，从中选择优先值最大的活动执行。对于的生成，每一个未放置活动的位置，选择可选活动集中优先值最大的活动放置。对于，如果试验向量中元素的取值大于等于1，则将其值置为1；否则为0。

## 评估个体

给定一组情景，本文使用算法5对个体进行评估。对于每一个个体，根据算法2获得每个情景对应的进度计划，再计算适应值。如果生成的进度计划超过了规定的截止日期，则需要施加惩罚。本文的目标函数是最小化，因此施加的惩罚为正数。具体而言，如果情景对应的进度计划超过了规定的截止日期，则惩罚的计算公式如下：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (27) |

施加惩罚的目的是尽可能得到满足项目截止日期的调度策略。本文将模型M1的目标函数与因为超过截止日期而产生的惩罚的和作为DE的评价函数。当考虑完所有情景后，计算出期望目标函数值和按时完工的概率。

|  |  |
| --- | --- |
| **算法5：评估个体** | |
| 1 | 输入： , , |
| 2 | 输出：目标函数值，按时完工的概率 |
| 3 | ,, , ; |
| 4 | For to |
| 5 | ; |
| 6 | 使用算法2解码，获得进度计划; |
| 7 | 根据计算资源占用量; |
| 8 | If |
| 9 | ; |
| 10 | ; |
| 11 | Else |
| 12 | ; |
| 13 | End if |
| 14 | End for |
| 15 | ; |
| 16 | ; |

需要注意的是，对于DE最后获得的最优调度策略，本文将重新根据M1中的目标函数重新计算目标函数值，对于超过截止日期的情景不施加惩罚。

## 选择

本文采用贪婪策略，如果新个体的目标函数值小于原个体的目标函数值，则新个体进入下一代种群；否则，原个体进入下一代。

## 局部搜索

为进一步提高解的质量，本文从新生成的种群中选择个最优的个体进行局部搜索。由于和是相对应的，变化可能会导致不可行。为避免产生不可行的，本文在不改变的条件下，只对和进行局部搜索，即在固定项目结构的基础上，搜索更好的活动调度顺序和活动的开始时间分配方式。具体而言，对于一个个体的，为每个执行活动生成一个随机数，如果执行活动的（为预先规定的概率），则进一步考察下一个执行活动，如果不是的紧前活动，则交换和的位置，构成新的。接下来，对该个体的中的每个元素生成一个随机数，如果，则改变当前元素的值。具体而言，如果当前元素为1，则将其置为0；否则，置为1；如果，则不对元素进行操作。如果局部搜索得到的新个体的适应值比原个体小，则用新个体替换原个体。

# 计算实验

## 实验设置

精确算法一般只适用于小规模数据集，因此本文首先用项目调度实例生成器ProGen按照表1的参数设置，基于全因子试验设计生成两个具有不同活动数量的规模较小的数据集（J5和 J10），每一种参数组合下生成5个实例，一共生成个实例。除此，本文还选取PSPLIB的J30数据集，并从每组中选择第六个实例作为基准数据集，一共获得48个实例。由于上述实例都是固定的项目结构，因此，本文按照

表 2的参数设置进一步扩展为具有柔性项目结构的实例，一共获得个实例。

表 1 J5数据集参数设置

|  |  |
| --- | --- |
| 参数 | 取值 |
|  | 7; 12 |
|  | 1.5 |
|  | 0.3; 0.7 |
|  | 0.2; 0.8 |
|  | 2 |

表 2 柔性项目结构参数设置

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 数据集 |  |  |  |  |
| J5 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| J10 | 1 | 2 | 1 | 3 |
| J30 | 2; 4 | 2; 3 | 1; 2 | 1; 3 |

本文进一步对基准数据集中的每个项目实例设置两种不同的截止日期：较短截止日期() 和较长截止日期()，其中是对应的平均项目的关键路径长度，即在平均项目中所有活动的工期是随机变量的均值。这样最终得到个实例。构建一个项目截止日期上界，对于每个实例，随机生成一个调度策略，再用平均（仿真）工期，将得到的虚终止活动作为一个上界。

由于上述实例的活动工期都是确定的，因此，本文将这些实例扩展为具有随机活动工期的项目实例。具体而言，本文以数据集中确定的活动工期作为随机活动工期的均值。对于每个实例的每一种情景，从均匀分布U 中随机抽取1个整数，作为该情景下非虚活动的工期。资源波动的惩罚成本设置为1，表示不同的资源类型同等重要。机会约束中的设置为0.9，这就意味着在项目经理可以接受的范围内，一个项目实例在某些情景下的完成时间可以超过规定的截止日期。和均设置为1，即在所有情景下资源限制和优先关系都满足（解码也保证了生成的进度计划是满足资源限制和优先关系的），因此整个模型其实只考虑一个机会约束，不知道这样可不可以。

## 性能指标

本文将CPLEX求出最优解的实例记为数据集，未求出最优解的实例记为数据集【这里需要分为求出可行解和未求出可行解吗？我运行了J30的几个实例，CPLEX不能求出可行解】，并使用以下指标评估DE的性能：

（1）平均相对偏差（Average relative deviation，ARD）：的计算公式如下：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (28) |

其中，表示分别表示数据集和中实例的个数。表示实例使用DE计算得到的目标函数值，表示利用CPLEX求出数据集的最优解和的可行解。越小说明DE的求解效果越好。

（2）平均相对改进（Average relative improvement，ARI）：本文将随机搜索算法作为上界，以进一步衡量DE在上的求解效果。ARI的计算公式如下：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (29) |

其中（）分别表示实例使用RSA(DE)求解的目标函数值。越大说明DE的求解效果越好。

（3）计算时间（CPU）：求解每个实例的平均计算时间

## 收敛性分析

选取J5数据集，一共40个实例。表3的实验结果是我将置信度都设置为1得到的。

表3展示了不同情景数量下目标函数的最大值（Max）、最小值（Min）、极差（Gap=Max-Min）、均值（Avg）、标准差（Std）、变异系数（CV）和求解每个实例所需的平均计算时间（CPU）。

表 3 不同情景数下的统计结果

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 情景数量 | Max | Min | Gap | Avg | Std | CV | CPU(s) |
| 10 | 57.2 | 14 | 43.2 | 34.0667 | 15.1350 | 0.4443 | 4.7778 |
| 20 | 57.8 | 14 | 43.8 | 34.1000 | 15.1895 | 0.4454 | 6.7222 |
| 50 | 57.2 | 14 | 43.2 | 34.0733 | 15.1285 | 0.4440 | 16.5000 |
| 80 | 57.2 | 14 | 43.2 | 34.0708 | 15.1309 | 0.4441 | 28.8889 |
| **100** | **57.08** | **14** | **43.08** | **34.0633** | **15.1210** | **0.4439** | **39.1667** |
| 150 | 57.12 | 14 | 43.12 | 34.0644 | 15.1256 | 0.4440 | 63.5294 |
| 200 | 56.96 | 14 | 42.96 | 34.0550 | 15.1119 | 0.4437 | 272.1667 |

问题：

1. 项目的完成时间约束的置信度设置为0.9，对于在以上七种情景下都能求出最优解的实例，它们在每一种情景下获得的目标函数值都是一样的，这是由于项目截止日期设置过大，得到的实验结果不能做收敛性分析。如果将项目截止日期设置小一点，DE求解实例得到的按时完工概率很多都不能满足0.9。
2. 将设置为1的实验结果如表3所示。所有实例的完成时间都符合规定的截止日期，这样得到的实验结果可以进行收敛性分析。

上面两种实现方式的区别：考虑置信度为0.9，这就意味着一些实例的情景是可以超过规定的项目截止日期的，因此一个实例可能对应着两个日期：一个是，另一个是（，可以接受的截止日期上界，这个设置为DE最后获得的最优个体仿真过程中最大的项目完成时间，但目前有一个问题是，此时的DE的参数是没有确定的，我是随机指定的值。除此，参数实验也存在这样的问题）；而为1，不用考虑，虽然有些实例在七种情景下的目标函数值不一样，但是这样就没有考虑机会约束了。想请教一下老师，我可以用第2种方法做收敛性分析吗？

## 参数设置

DE的控制参数主要有种群大小（）、缩放因子和交叉概率。除上述参数之外，还有两个关键参数：精英个体数（）和局部搜索的概率（）。DE的性能对变异策略和相关的控制参数的选择是敏感的，为了获得最佳的性能，需要进行耗时的参数调优。对于和，为减少寻找最优参数的时间，本文采取最普遍的策略，即从参数的可行值范围内开始，随着算法的不断迭代改变算法的参数取值，以实现全局搜索和局部搜索之间的平衡。和的更新公式是一样的，即，，其中表示的最小（大）值，本文将的取值范围设置为[0.3, 1.5]，对于和对应的连续变量，的取值范围为[0.5, 0.9]，而对应连续变量的的取值范围为[0.3, 0.9]【这些参数的取值范围需要根据文献来设置，还是可以自己设置，或者是做参数实验确定，我看其他文献有根据文献设置的，也有自己设置的】。对于剩下的参数，本文采用正交试验确定。每个参数都取3个水平，如下面的实验结果，只统计了DE求解的实例的，这样做是考虑与CPLEX得到的结果作比较，因为的大小是与目标函数值关联的，一般来说，小，目标函数值也越小。除此，模型的也没有确定（与收敛性分析的存在的问题相同）。从实验结果可以看出，DE的参数取值对小规模的实例不太敏感。我打算用J30来做实验，将DE的实验结果与随机搜索的实验结果作比较，用ARI作为评价指标，来确定DE合适的参数取值，请问老师这样可以吗？

表 4所示。

利用CPLEX 12.9在1800秒的时间限制下求解基准数据集J5中每个实例的模型M1，，所有的置信度设置为1，将这些求出的最优解实例记为并作为试验设计的数据集，将作为评价指标。算法终止条件为评估1000个个体。

下面的实验结果，只统计了DE求解的实例的，这样做是考虑与CPLEX得到的结果作比较，因为的大小是与目标函数值关联的，一般来说，小，目标函数值也越小。除此，模型的也没有确定（与收敛性分析的存在的问题相同）。从实验结果可以看出，DE的参数取值对小规模的实例不太敏感。我打算用J30来做实验，将DE的实验结果与随机搜索的实验结果作比较，用ARI作为评价指标，来确定DE合适的参数取值，请问老师这样可以吗？

表 4 参数水平

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 水平 |  |  |  |
| 1 | 50 | 0.1\*( | 0.05 |
| 2 | 100 | 0.2\*( | 0.1 |
| 3 | 150 | 0.3\*( | 0.2 |

表 5 正交表和的取值

| 实验序号 | 参数 | | | ARD |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0.0103 |
| 2 | 1 | 2 | 2 | 0.0103 |
| 3 | 1 | 3 | 3 | 0.0103 |
| 4 | 2 | 1 | 2 | 0.0146 |
| 5 | 2 | 2 | 3 | 0.0146 |
| 6 | 2 | 3 | 1 | 0.0146 |
| 7 | 3 | 1 | 3 | 0.0146 |
| 8 | 3 | 2 | 2 | 0.0103 |
| 9 | 3 | 3 | 1 | 0.0103 |

表 6 各参数的ARD和重要程度

| 水平 |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | **0.0103** | 0.0132 | **0.0117** |
| 2 | 0.0146 | **0.0117** | **0.0117** |
| 3 | 0.0117 | **0.0117** | 0.0132 |
| 极差 | 0.0043 | 0.0014 | 0.0014 |
| 排名 | 2 | 1 | 1 |

## 实验结果

问题：

在DE中考虑存储迭代过程中满足置信度的个体：在迭代过程中，确定最优个体只根据目标函数值，而不考虑按时完工的概率。在算法迭代过程中，存储每一代中，且目标函数值最小的个体。最后将算法迭代结束获得的最优个体与存储的个体相比较，如果最优个体的，且目标函数值小于存储个体的目标函数值，则将该最优个体作为算法最后得到的最优个体；如果最优个体，但是目标函数值大于存储个体，则将存储个体作为最后得到的最优个体；如果最优个体的小于0.9，则将存储的个体作为最后得到的最优个体。这种方式能够尽可能保证最后得到的满足规定值。之前的算法是没有考虑这一部分的。想请教一下老师，上面的存储操作，需要写在第二节算法的流程里吗？如果在算法迭代过程中，同时考虑目标函数值和得到的，这样实现也是尽可能的保证最后得到的满足规定值，还是想再请教一下老师，这样是考虑了多目标吗？因为模型的目标函数并没有考虑，而算法在确定最优个体是考虑了的，所以这种实现方法其实不太好，可以这样理解吗？

DE与GA的测试实验结果（DE的参数取值未进行实验，任意设置）：

测试实验数据集：只抽取了J30的16个实例做测试实验。J5和J10的实例个数都为20，只用CPLEX求解了截止日期的J5实例，其他数据集尚未用CPLEX计算。

实验结果统计：以下的实验结果是在满足的实例上进行统计的【对于统计的实例，DE和GA求解得到的都大于等于0.9，但这样就导致了一些实例的结果没有统计，比如，对于一个实例，用DE求解得到的，但GA得到的，这个实例的计算结果就没有统计。想请教一下老师，需要考虑那些的实例，或者不考虑实例的是否达到0.9，对计算结果全部进行统计，这里就涉及到之前跟老师说到的问题，一个实例的，那么它的目标函数值可能比小，但这样的情况是很少的一部分，对最后的实验结果影响不大】。

实验设置：情景数为100，。随机搜索算法（RSA）的编码和解码都与DE一样，GA的参数取值、编码和解码与EJOR那篇一样，交叉和变稍微有点不同，因为本文的柔性项目与EJOR有的一点差异（区别在于，依赖活动也可以触发选择）。评估个体与DE一样。

（1）算法终止条件：评估1000个个体，其num表示满足规定Pr值的个数。

表 7 在上的实验结果

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | CPLEX | | | | DE | | | | GA | | | |  |  |
|  |  | value |  | CPU | num | value |  | CPU | num | value |  | CPU | num | (DE) | ARD(GA) |
| 7 |  | 40.2 | 100% | 51.89 | 10 | 40.89 | 100% | 4.99 | 10 | 42.77 | 98.7% | 3.05 | 9 | 1.73% | 6.38% |

表 8 在上的实验结果

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | DE | | | | GA | | | | CPLEX | | |  |  |  |  |
|  |  | value |  | num | CPU | value |  | num | CPU | value |  | CPU | (DE) | (GA) | ARD(DE) | ARD(GA) |
| 7 |  | 54.95 | 98.30% | 10 | 4.61 | 59.81 | 99.30% | 10 | 3.04 | 53.82 | 97.18% | 1801.66 | 0.16% | -7.83% | 1.66% | 13.68% |
|  | 46.16 | 99.80% | 20 | 4.62 | 50.56 | 99.80% | 20 | 3.01 |  |  |  | 0.12% | -9.52% |  |  |
| 12 |  | 86.00 | 97.89% | 20 | 8.07 | 96.41 | 97.89% | 17 | 4.60 |  |  |  | 1.90% | -10.40% |  |  |
|  | 82.70 | 99.47% | 20 | 8.72 | 95.24 | 99.47% | 19 | 5.46 |  |  |  | 1.34% | -13.69% |  |  |
| 32 |  | 320.24 | 94.38% | 13 | 19.47 | 352.27 | 94.38% | 13 | 7.99 |  |  |  | 9.66% | -0.08% |  |  |
|  | 310.23 | 99.38% | 16 | 19.13 | 348.85 | 99.38% | 15 | 8.28 |  |  |  | 7.47% | -4.28% |  |  |

从表8可以看出，DE的求解结果比GA好，GA的求解结果比RSA差。在J5和J10数据集上，DE的计算时间与GA相差不大，但是在J30数据集上，两个算法的计算时间相差较大，GA的求解时间短于DE。

（2）算法终止条件是运行时间，其中算法在J5和J7上的运行时间是15s，在J30上的运行时间是30s。

表 9 在上的实验结果

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | DE | | | GA | | |  |  |  |  |
|  |  | value |  | num | value |  | num | (DE) | (GA) | (DE) | (GA) |
| 7 |  | 54.95 | 98.30% | 10 | 59.81 | 99.00% | 10 | 0.16% | -7.83% | 1.66% | 13.68% |
|  | 46.17 | 99.80% | 20 | 50.521 | 99.45% | 20 | 0.12% | -9.45% |  |  |
| 12 |  | 86.80 | 93.85% | 19 | 96.14 | 94.35% | 18 | 4.46% | -6.77% |  |  |
|  | 84.00 | 98.90% | 19 | 94.88 | 99.10% | 19 | 1.20% | -12.33% |  |  |
| 32 |  | 314.99 | 95.69% | 13 | 348.41 | 94.31% | 14 | 11.24% | 0.86% |  |  |
|  | 306.29 | 99.75% | 16 | 345.15 | 99.31% | 16 | 7.69% | -4.34% |  |  |

## 灵敏度分析

1. 在J30数据集上分析柔性项目结构参数取值对DE的影响
2. 置信度取值对于DE性能的影响