



TECNOLÓGICO DE MONTERREY®

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey
Campus Puebla

Métodos numéricos en ingeniería

Entrega proyecto

Parcial 1

“Equipo 4”

Integrantes:

Estrella de Alhely Hdz Mérida A01174160

Dimani Guadalupe Tlelo Reyes A01731786

Edgar Cano Cruz A01731282

José Alberto Loranca Tapia A01328448

Wendy Catherine Bárcenas Rodríguez A01423727

Profesor:

Dr. Adolfo Centeno Téllez

18 de Septiembre 2020

Objetivo

El objetivo del presente proyecto se trata de definir la utilidad de los métodos numéricos para la Ingeniería en Biotecnología, enfocado en el área de la microbiología y el crecimiento microbiano. Además, se podrá delimitar la trascendencia del empleo de los métodos numéricos y se reconocerá los modelos matemáticos que posibilitan el cálculo del crecimiento en un cultivo bacteriano, de esta manera, se podrá lograr la resolución de una incógnita aplicada a la Biotecnología.

Introducción

Los métodos numéricos son técnicas para aproximar procedimientos matemáticos de gran importancia en la ingeniería, ya que sin estas aproximaciones no es posible resolver el procedimiento analíticamente o bien, el método analítico es intratable.

Ahora bien, el crecimiento de cultivos bacterianos se define como un aumento en el número de bacterias en una población más que en el tamaño de las células individuales, se trata de un proceso complejo que involucra numerosas reacciones anabólicas y catabólicas, que resultan en la división celular. Las diversas etapas del crecimiento bacteriano en condiciones de cultivo puro tienen una gran relevancia con el crecimiento en el medio ambiente, de ahí la aplicación en la biotecnología (Kaiser, G. 2020). De esta manera, el aumento en número o masa bacteriana se puede medir en función del tiempo en condiciones puras, donde se controlan los nutrientes y las condiciones ambientales del cultivo, siendo así cómo ocurre el crecimiento bacteriano de manera geométrica o exponencial.

No obstante, el tiempo de generación, que varía entre las bacterias, está controlado por muchas condiciones ambientales y por la naturaleza de las especies bacterianas. Por ejemplo, *Clostridium perfringens*, una de las bacterias de más rápido crecimiento, tiene un tiempo de generación óptimo de aproximadamente 10 minutos; *Escherichia coli* puede duplicarse cada 20 minutos; y la *Mycobacterium tuberculosis* de crecimiento lento tiene un tiempo de generación en el rango de 12 a 16 horas. Algunos investigadores han sugerido que ciertas poblaciones de bacterias que viven en las profundidades de la superficie de la Tierra pueden crecer a un ritmo extremadamente lento, reproduciéndose solo una vez cada varios miles de años.

Asimismo, la composición del medio de crecimiento es un factor importante que controla la tasa de crecimiento, esta aumenta hasta un máximo cuando el medio proporciona un buen conjunto de nutrientes que funcionan como una buena fuente de energía y más intermediarios biosintéticos que la célula de otro modo tendría que fabricar por sí misma (Rogers, K. 2019). Por otro lado, cuando las bacterias se colocan en un medio que proporciona todos los nutrientes necesarios para su crecimiento, se pueden observar varias fases distintas dentro de una curva de crecimiento, como la fase de retraso, la fase exponencial o logarítmica, la fase estacionaria y la fase de muerte (Maier, R. 2009).

Descripción del problema

Los distintos medios y técnicas de cultivo son de gran importancia en un laboratorio de microbiología, debido a que se emplean para la identificación de microorganismos, por ejemplo bacterias que provocan enfermedades infecciosas, además, para la identificación y selección de antibióticos a los que son sensibles esas bacterias.

Un ingeniero en Biotecnología, que está interesado en conocer el número de bacterias en un medio de cultivo, desarrolla una ecuación en función del tiempo (t) que hay en un medio de cultivo en donde se introducen 500 bacterias que empiezan a reproducirse, al cabo de cierto tiempo se modifica el medio y la cantidad de bacterias tiende a disminuir. El número de bacterias al cabo de t (tiempo en minutos) está dado por la función:

$$f(t) = -t^2 + 40t + 500$$

El presente proyecto consistirá en encontrar la raíz de esta ecuación con base en los métodos numéricos vistos en el primer parcial de la materia, los cuales son; método de bisección, secante, Newton-Raphson y Bairstow.

Resultados

Método de Bisección

El método de bisección es un método de búsqueda incremental en el que el intervalo siempre se divide por la mitad. Si una función cambia de signo en un

intervalo, se evalúa el valor de la función en el punto medio. Entonces se determina que la ubicación de la raíz se encuentra en el punto medio del subintervalo dentro del cual ocurre el cambio de signo (Chapra, 2015). En este caso, se evaluó la función de 46 a 55 y se hizo un total de 15 iteraciones para que se pudiera conseguir el valor de la raíz cuando la gráfica tocaba el eje x (en este caso t por el tiempo). De acuerdo a la ecuación cuadrática, se puede observar en qué momento hay el mayor número de bacterias en el medio, sin embargo, luego de alcanzar su punto máximo, el número de células vivas empieza a causa de los metabolitos secundarios que se generan y la falta de nutrientes.

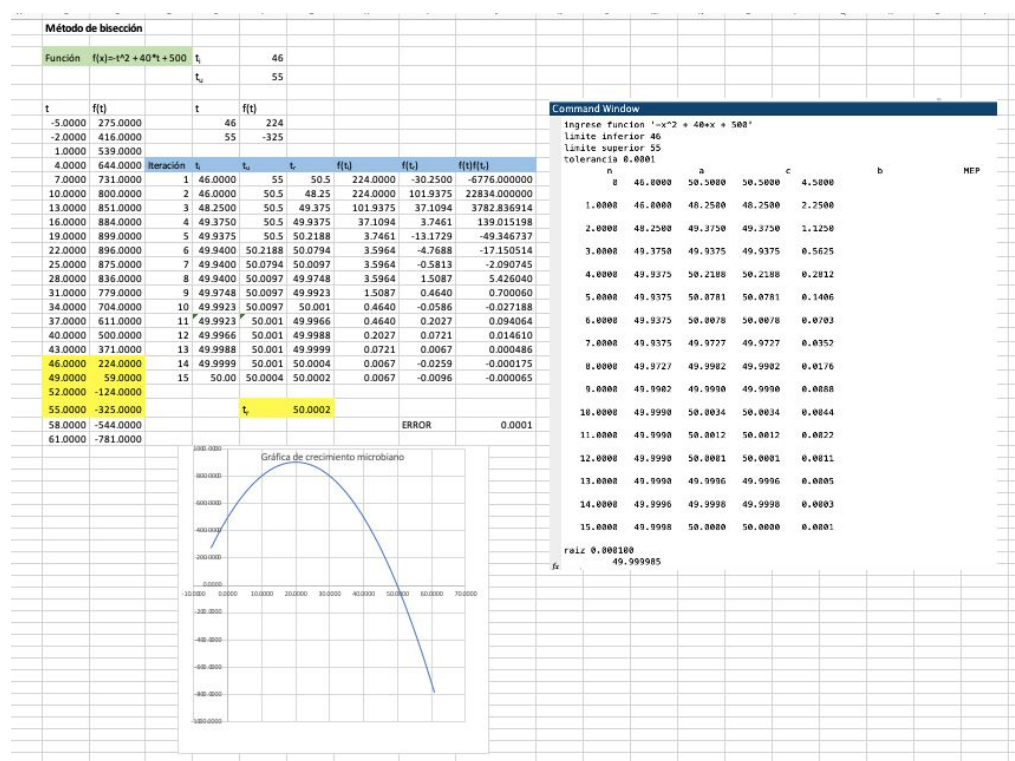


Figura 1. Método de Bisección para la función $f(x) = -x^2 + 40x + 500$ con el uso de Excel y la aplicación Matlab para la comprobación.

Método de Secante

El segundo método a emplear en el presente proyecto, se le conoce como método de secante, se trata de un método que sirve para hallar los ceros de una función de forma iterativa. Se puede considerar como una variación del método de Newton-Raphson, sin embargo, en vez de obtener la derivada de la función en el punto elegido, aproxima la pendiente a la recta que conecta la función evaluada en el punto de elegido y en el punto de la previa iteración.

Asimismo, el método de secante es un algoritmo de la raíz de interés que emplea una serie de raíces de las líneas secantes con el objetivo de aproximar mejor la raíz de una función $f(x)$. Es importante destacar, que a diferencia de los demás métodos, por ejemplo el de bisección que requiere de varias iteraciones, este procedimiento es bastante más exacto que el de bisección, el cual únicamente fracciona por mitades consecutivamente hasta llegar a un número muy cercano al verdadero, por lo que implicaría gastar el tiempo realizando bastantes iteraciones de más.

Para la ejecución de este método se comienza eligiendo un límite inferior y superior, en este caso fue de -6 y -9. En seguida se procede a realizar 5 iteraciones, dando como resultado el valor de -10, el cual si se compara con la gráfica previamente diseñada, se puede ver que el dato coincide. Es por esto que se habla de la eficacia de este método al compararlo con los demás. Así como se indicó previamente, el presente método proporcionó el valor de la raíz, para el cual la función $f(x)$ será cero y ese valor fue de -10.

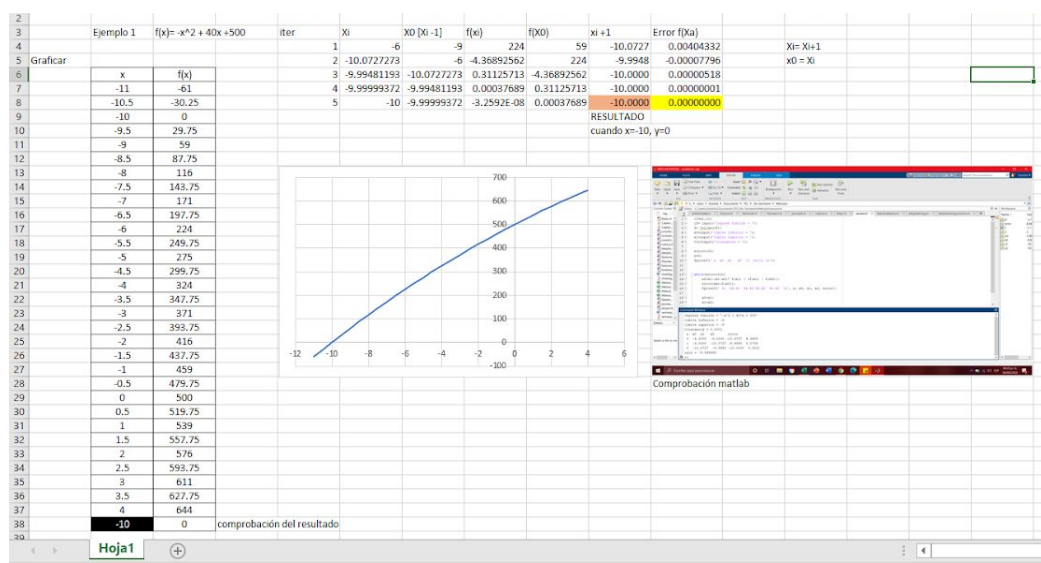


Figura 2. Método de secante para la función $f(x) = -x^2 + 40x + 500$, usando Excel y corroborando en Matlab.

Método de Newton-Raphson

El método de Newton-Raphson es un procedimiento algorítmico que nos ayuda a encontrar raíces de funciones, dado un conocido valor numérico cercano a la raíz. Es un método iterativo, para el cálculo de raíces cuadradas y de mayor grado (Chapra, 2007).

Para llevar a cabo este método tomamos un valor conocido, en este caso "-10" ya que es el valor que corta a la gráfica. bastó con hacer seis iteraciones y en todas la

validación fue de éxito, dando como resultado -10, que al comprarla con la gráfica (figura 3.), coincide.

Este método es de utilidad para poder encontrar aproximaciones a cero y raíces. Por otro lado también puede ser usado para hallar los máximos y mínimos.

En el eje x podemos observar como en “-10” va en aumento el número de reproducción de células hasta alcanzar su punto más alto, sin embargo podemos observar que después de su pico empieza a disminuir la población ya que empieza a haber un déficit de nutrientes por la numerosa cantidad de células demandantes de estos que por ende los lleva a una reducción de su población.

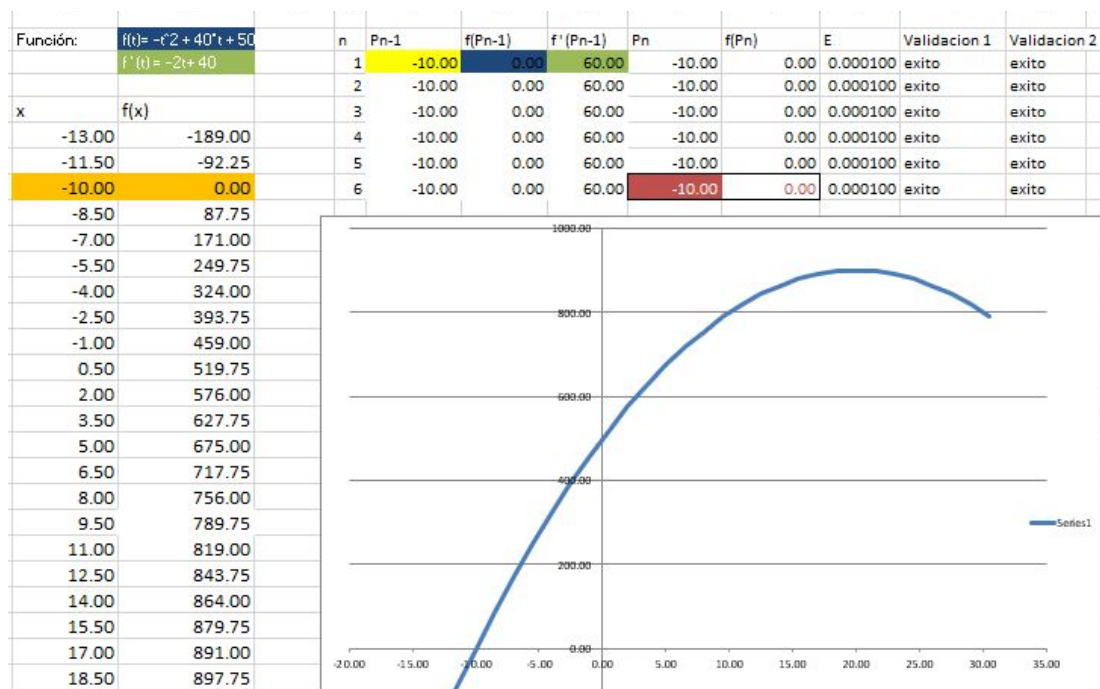


Figura 3. Método de Newton-Raphson para la función $f(x) = -x^2 + 40x + 500$, usando Excel.

Método de Bairstow

Como último método a emplear en esta función es el método de Bairstow; este se define como un algoritmo eficiente para encontrar las raíces de cualquier polinomio real de grado arbitrario; a comparación de otros métodos, este emplea solamente aritmética real. Esta se basa en la reducción del polinomio hasta que esta se convierta a un grado cuadrático y gracias a esto se pueden formular sistemas de ecuaciones con un par de incógnitas. Debido a que nuestra función inicial es un polinomio de segundo grado, no es necesario utilizar este método, pues está ya está reducida y vuelve redundante encontrar sus raíces, error y delta en el Excel, para

ello se requiere de los métodos previamente analizados. De igual manera para simular la función en Matlab se vuelve poco práctico, pues esta vuelve a presentar conflicto al calcular el porcentaje de la discriminante y en la recapitulación no puede demostrar un resultado. En conclusión, con un polinomio con estas características, vuelve innecesario la utilización de este método y se recomienda obtener los resultados con otros métodos.

Conclusión

Si bien, de acuerdo a lo visto y presentado en esta primera entrega, es posible percibir que cada uno de los métodos funciona de manera distinta y por lo tanto resulta más conveniente usar uno en específico sobre los demás. Claro está que para algunos métodos no es necesario realizar tantas iteraciones para obtener un resultado acertado y correcto.

En general, los microorganismos son parte indispensable de la vida del planeta, por instancia, la flora bacteriana conforma un miembro básico de las cadenas alimentarias en los hábitats acuáticos, asimismo en la biomasa, aportando a la renovación de nutrientes y relacionándose con una gran variedad de organismos de ahí que la localización y conteo de microorganismos bacterianos, admite deducir sobre la diversidad poblacional en una muestra analizada o bien en el área médica tratándose de la salud de un grupo poblacional. De esta manera, el tener conocimiento sobre el mundo microbiano, logra permitirnos la utilización de cultivos o de metabolitos microbianos en distintos procesos biotecnológicos, por lo que nos podemos dar cuenta de la gran relevancia que tiene el aprender a utilizar métodos de análisis numérico para encontrar soluciones aproximadas a problemas complejos de la biotecnología empleando únicamente operaciones simples de la aritmética.

Referencias APA

- Chapra, S. (2015). Numerical Methods for Engineers. United States of America: McGraw-Hill Education.
- Chapra, S. and Canale, R. (2007). Métodos numéricos para ingenieros (5a. ed.). Distrito Federal: McGraw-Hill Interamericana.
- Kaiser, G. 2020. Bacterial growth. Biology. [https://bio.libretexts.org/Bookshelves/Microbiology/Book%3A_Microbiology_\(Kaiser\)/Unit_7%3A_Microbial_Genetics_and_Microbial_Metabolism/17%3A_Bacterial_Growth_and_Energy_Production/17.1%3A_Bacterial_Growth](https://bio.libretexts.org/Bookshelves/Microbiology/Book%3A_Microbiology_(Kaiser)/Unit_7%3A_Microbial_Genetics_and_Microbial_Metabolism/17%3A_Bacterial_Growth_and_Energy_Production/17.1%3A_Bacterial_Growth)
- Maier, R. (2009). Bacterial growth. Science direct. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780123705198000031>
- Rogers, K. (2019). Growth of bacterial populations. Británica. <https://www.britannica.com/science/bacteria/The-importance-of-bacteria-to-humans>