Matrices: tipos, conceptos y operaciones

Matemáticas Empresariales

CONTENIDO

Objetivos

En este tema se estudiará:

- Qué es una matriz de orden mxn.
- Qué son las matrices cuadradas.
- Qué es una matriz de identidad.
- Cómo se realiza la suma de matrices.
- Cómo se calcula el producto de un número real por una matriz.
- Cómo se calcula el producto de matrices.

Introducción

Las matrices, aunque inicialmente puedan parecer elementos desconocidos e innecesarios, son una herramienta fundamental para expresar y discutir problemas que surgen en la vida real. En los negocios a menudo es necesario calcular y combinar ciertos costes y cantidades de productos ¿dónde está la conexión con la economía? Las matrices sirven para representar simples procesos y flujos de producción, basándose en el hecho de que la economía adquiere mucha importancia en la comprensión de los estudiantes en los procesos de producción simple y flujos de producción, y que los estudiantes ya han adquirido un sentido sobre la industria.

Por ejemplo, la matriz cuadrada es la base de muchos otros tipos de matrices como la matriz identidad, la matriz triangular, la matriz inversa y la matriz simétrica. Además, también es la base para operaciones complejas como la descomposición de Cholesky o la descomposición LU, ambas muy utilizadas en finanzas. La utilización de matrices en econometría facilita muchos los cálculos cuando las regresiones lineales son regresiones lineales múltiples, en estos casos, todas las variables y coeficientes pueden expresarse en forma matricial y ayudan en la comprensión del estudio.

Las matrices también son representaciones que sintetizan algunos de los factores, parámetros o características más relevantes para seleccionar el tipo de estrategia más apropiada en función de los objetivos perseguidos, las circunstancias del entorn, los recursos y capacidades de la empresa. Las matrices combinan factores internos del negocio con otros externos del negocio o concernientes al sector o industria en el cual opera. Sin embargo, se debe conocer que las matrices son solo herramientas de diagnóstico y nunca hay que considerarlas criterios de decisión, permiten elaborar pronósticos orientativos.

Entre las ventajas de emplear las matrices en el análisis estratégico destaca la simplicidad de su uso, que la descomposición por negocios permite fijar estrategias diferenciadas, que el proceso de construcción fuerza a la reflexión, y que el carácter sintético y visual de las matrices hace que puedan ser fácilmente comprendidas.

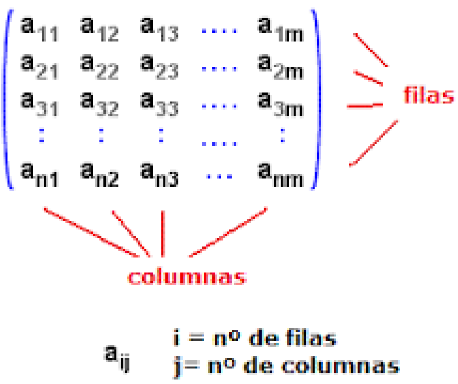

Figura 1. Columnas y filas.

Definiciones básicas

Matriz de orden mxn

El orden de una matriz A depende del número de renglones y columnas que posea. En general, se denota como *m* al número de renglones y como *n* al número de columnas de una matriz, así se decide que una matriz es de orden mxn, porque tiene *m* renglones y *n* columnas. A los renglones también se les suele llamar filas o hileras, por tanto, se define matriz del tipo mxn a un conjunto de *m n* números dispuestos en *m* filas y *n* columnas como, por ejemplo, los de la siguiente imagen. *(figura 1)*

Se denomina orden, tipo o dimensión de una matriz, al tamaño mxn. Continuando con la definición de matriz de orden mxn, se puede afirmar que se define una matriz A de orden m x n, a una reunión de m x n elementos colocados en *m* filas y *n* columnas.

Cada elemento que forma la matriz A se denota como a_{ij} donde *i* corresponde a la fila del elemento y *j* a la columna. Por tanto, abreviadamente se escribirá A= (a_{ij}). Con i= 1,2,...,m, j= 1,2,...,n.

Los subíndices indican la posición del elemento dentro de la matriz. El primero denota la fila (i) y el segundo la columna (j), por ejemplo, el elemento a_{25} será el elemento de la fila 2 y columna 25. Otra notación utiliza paréntesis, por ejemplo, una matriz de orden (m,n) tiene *m* renglones y *n* columnas, ambas notaciones indican en primer lugar el número de renglones de la matriz y, después, el número de columnas.

A partir de la anterior definición, surge la definición de un tipo de matriz, la matriz traspuesta de A, la cual, denotada con At es la matriz obtenida a partir de cambiar las filas de A por columnas. Por otra parte, se denomina matriz columna a la matriz que tiene m x 1 elementos, es decir, es una matriz que solo tiene una columna, lo que implica que n=1 y por tanto, es de orden m x 1 (A∈R^{mx1}). Por consiguiente, la matriz columna se define por su propiedad de tener los números o propiedades organizadas verticalmente.

A diferencia de la anterior, se denomina matriz fila, a la matriz de 1 x m elementos, es decir, que solo tiene 1 fila, lo que implica que m=1 y por tanto, es de orden 1 x n ($A \epsilon R^{1xn}$). Por consiguiente, la matriz fila se define por su propiedad de tener los números o propiedades organizadas horizontalmente.

Finalmente, destacar que la matriz nula se caracteriza por tener los números o propiedades dadas en ceros, es decir, es aquella matriz cuyos elementos son todos 0.

Matrices cuadradas

Una matriz cuadrada, es aquella que tiene el mismo número de filas que de columnas, es decir, m=n. En estos casos, se dice que la matriz cuadrada, es de orden n, y no n x n. Por tanto, todos sus componentes en filas y en columnas son las mimas, llegando a tener un orden cuadrado. Los elementos aij con i=j, o sea a_{ii} forman la denominada diagonal principal de la matriz cuadrada, y los elementos a_{ij} con i + j = n + l forman la diagonal secundario o contradiagonal.

Se pueden crear infinitas combinaciones de matrices cuadradas siempre y cuando se respeta la restricción de que el número de columnas y filas tiene que ser el mismo. Como ya se sabe una matriz cuadrada el número de filas (n) es igual al número de columnas (m), matemáticamente se dice que n=m. Partiendo de esta igualdad, basta con indicar el número de filas (n) que tiene la matriz. Debido a que, sabiendo el número de filas (n) también se sabe el número de columnas (m), dado que n=m,e l orden indica el número de filas (n) y columnas (m) que tiene una matriz. En el caso de que digan que una matriz cuadrada es de orden n, querrá decir que esta matriz tiene n filas y n columnas dado que n=m y m=n.

Además de la visión analítica, desde la visión geométrica, una matriz cuadrada también se parecerá a un cuadrado, por tanto, como regla mnemotécnica para el estudio, se pueden distinguir una matriz cuadrada de otros tipos de matrices, por presentar visualmente la forma de un cuadrado. Es importante saber que aquellas matrices que visualmente conformen la figura de un rectángulo, no se corresponden a matrices cuadradas, por ejemplo: *(figura 2)*

Como se puede observar en la imagen, la matriz A conforma visualmente la forma geométrica de un cuadrado, por tanto, es una matriz cuadrada, sin embargo, la matriz B conforma visualmente la forma geométrica de un rectángulo, por tanto, no es una matriz cuadrada.

$$A_{2x2} = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} a & b \\ c & d \end{matrix}} \end{pmatrix} \qquad B_{3x2} = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{matrix}} \end{pmatrix} \qquad C_{2x3} = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} a & b & c \\ d & e & f \end{matrix}} \end{pmatrix}$$

Figura 2. Matrices cuadradas.

Matriz identidad

Una matriz identidad o unidad de orden n, es una matriz cuadrada donde todos sus elementos son ceros (0), menos los elementos de la diagonal principal que son unos (1), es decir, una matriz identidad solo tiene unos (1) en la diagonal principal y todos los demás elementos de la matriz con ceros (0). Además, la matriz identidad se reconoce por tener visualmente forma geométrica de cuadrado, dado que es una matriz cuadrada. Por tanto, se define la matriz identidad I como una matriz cuadrada que cumple la propiedad de ser el elemento neutro del producto de matrices, es decir, que el producto de cualquier matriz por la matriz identidad, siempre que ese producto esté definido, no tiene ningún efecto.

Nota aclaratoria: la diagonal principal de una matriz cuadrada, es una línea recta imaginaria con pendiente negativa que empieza por el extremo superior izquierdo y acaba en el extremo inferior derecho de la matriz. Es decir, la diagonal principal es una línea recta con pendiente que se puede trazar encima de la matriz desde el primer elemento hasta el último. Dado que la diagonal principal no viene dada por la matriz se dice que es imaginaria, entonces, para obtener la línea diagonal se deberá dibujar física o mentalmente encima de la matriz. En la matriz identidad los elementos de la diagonal principal son 1, y los elementos fuera de la diagonal principal son 0.

Se pueden crear infinitas combinaciones de matrices unidad siempre y cuando se respete la condición de ser una matriz cuadrada: tener el mismo número de filas (n) y de columnas (m). Las matrices unidad, cuentan con una propiedad particular, conocida como el efecto neutro de la multiplicación de una constante con el número uno (1). Pensando en la matriz identidad como si fuera el número uno (1). Cuando se multiplica por uno (1), cualquier otro número queda el mismo número (neutralidad). La matriz identidad participa en tantas ocasiones como el número uno (1) participa en álgebra, por ejemplo, cuando se multiplica una matriz cualquiera con su matriz inversa, se obtendrá la matriz unidad.

$$Z_{nxm} + X_{nxm} + \cdots + N_{nxm} = \begin{pmatrix} z_{11} + x_{11} + \cdots + n_{11} & \cdots & z_{1m} + x_{1m} + \cdots + n_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1} + x_{n1} + \cdots + n_{n1} & \cdots & z_{nm} + x_{nm} + \cdots + n_{nm} \end{pmatrix}$$

Figura 3. Suma de matrices.

$$Z_{2x2} + X_{2x2} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11} + x_{11} & z_{12} + x_{12} \\ z_{21} + x_{21} & z_{22} + x_{22} \end{pmatrix}$$

Figura 4. Resolución.

$$Z_{3x3} + X_{3x3} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11} + x_{11} & z_{12} + x_{12} & z_{13} + x_{13} \\ z_{21} + x_{21} & z_{22} + x_{22} & z_{23} + x_{23} \\ z_{31} + x_{31} & z_{32} + x_{32} & z_{33} + x_{33} \end{pmatrix}$$

Figura 5. Suma de matrices cuadradas.

Operaciones con matrices

Suma de matrices

La suma de matrices es una operación lineal que consiste en unificar los elementos de dos o más matrices que coincidan en posición dentro de sus respectivas matrices y que estas tengan el mismo orden, es decir, el sumatorio de una o más matrices es la unión de los elementos que tengan la misma posición dentro de las matrices y que estas tengan el mismo orden. La fórmula para realizar una suma de múltiples matrices del mismo orden es la siguiente: *(figura 3)*

El procedimiento para realizar la suma de matrices es el siguiente:

1. Se debe comprobar el orden de las matrices, de manera que si el orden de las matrices es el mismo, entonces se pueden sumar las matrices. Por el contrario, si el orden de las matrices es distinto, entonces se pueden sumar las matrices.
2. Tras comprobar el orden de las matrices es el mismo, se deben sumar los elementos que tienen la misma posición dentro de sus respectivas matrices. Cabe a destacar que el sumatorio de matrices, comparte las mismas características que cuando se suman números y variables en álgebra, con la diferencia de que aquí se tiene "coordenadas".

   Es decir, se tendrán en cuenta la posición del elemento dentro de cada matriz, la posición de cada elemento se denota con subíndices, de manera que se podrá realizar la suma de elementos con la misma posición en sus respectivas matrices, es decir, se podrán sumar cuando tengan los mismos subíndices.

Para poder realizar la suma de matrices se ha de tener en cuenta las propiedades de la suma de matrices, para poder explicar dichas propiedades, se plantean tres matrices cualesquiera, X, Z, Y. A continuación, se definen las propiedades de la suma de matrices:

- Propiedad asociativa: afirma que es equivalente primero sumar dos matrices y luego otra matriz al resultado anterior. De manera que; Z + (X + Y) = (Z + X) + Y.
- Propiedad conmutativa: afirma que el orden del sumatorio no es relevante. De manera que; Z + X + Y = X + Y + Z.
- Propiedad de elemento neutro: afirma que dada una matriz cero O del mismo orden que Z, X, Y, tal que: X + O = O + X = X. El efecto neutro se produce cuando se suma la matriz objetivo con una matriz cero. El resultado es la misma matriz.

Por ejemplo, sean A= (a_{ij}) y B = (b_{ij}) dos matrices de orden mxn. Se define la matriz suma de A y B como la matriz de orden mxn dada por: A + B = $(a_{ij} + b_{ij})$. La suma de matrices, así definida, es una operación interna en el conjunto de las matrices de oren mxn, $M_{m,n}$, verificándose además las siguientes propiedades: asociativa, conmutativa y de elemento neutro (la matriz O).

Por tanto, el conjunto $M_{m,n}$ con + es un grupo aditivo, otro ejemplo más concreto, el sumatorio de dos matrices cuadradas de orden 2, resuelto en la siguiente imagen: *(figura 4)*

Seguidamente, se emplea otro ejemplo para mostrar cómo se realiza una suma de matrices cuadradas de orden 3. *(figura 5)*

Producto de un número real por una matriz

El Producto de un Número Real por una Matriz (también Producto de un escalar por una Matriz o Multiplicación de un escalar por una matriz) es otra matriz que resulta de multiplicar cada elemento de la matriz por el número: sea la matriz.

- $A_{mxn} = (a_{ij})$ y k un número real $k \in R \rightarrow k \cdot A_{mxn} = (k \cdot a_{ij})$

Se debe tener en cuenta que la matriz resultante del producto por un escalar es otra matriz de la misma dimensión, es decir, tiene el mismo número de filas (m) y de columnas (n):

- $k \cdot A_{mxn} = B_{mxn}$, donde $(b_{ij}) = (k \cdot a_{ij})$

La operación de multiplicar un escalar por una matriz presenta las siguientes propiedades:

- Propiedad asociativa: sea $A \in M_{mxn}$ una matriz de m por n entradas y a, b ∈ R números reales. Por tanto:
  - $a \cdot (b \cdot A) = (a \cdot b) \cdot A$
- Propiedad distributiva respecto a la suma de matrices: sean A, B ∈ M_{mxn} dos matrices de m por n entradas y a ∈ R un número real. Por tanto:
  - $a \cdot (A + B) = a \cdot A + a \cdot B$
- Propiedad distributiva respecto a la suma de escalares: sea $A \in M_{mxn}$ una matriz de m por n entradas y a, b ∈ R números reales. Por tanto:
  - $(a + b) \cdot A = a \cdot A + b \cdot A$
- Propiedad elemento neutro: sea $A \in M_{mxn}$ una matriz m por n entradas. Por tanto:
  - $1 \cdot A = A$

De esta manera, se define el producto de la matriz A = (aij) por el número real k así: k.A = (ka_{ij}). En consecuencia, el conjunto de las matrices mxn con las operaciones suma y producto por escalares es un espacio vectorial. Algunos ejemplos de la multiplicación de una matriz por un escalar: *(figura 6)*

Producto de matrices

Para poder calcular el producto de matrices A · B se requiere que el número de columnas de A sea el mismo que el número de filas de B, en ocasiones ni siquiera se puede considerar el producto B · A. Esto implica que el producto de matrices requiere de una condición previa muy restrictiva: si A y B son dos matrices, podrán multiplicarse solo en el caso de que el número de columnas de la primera matriz coincida con el número de filas de la segunda. Se dice en este caso que A y B son multiplicables.

El resultado es una matriz que tiene tantas filas como la primera y tantas columnas como la segunda, así, si C es la matriz producto A·B, el elemento c_{ij} se obtiene de la siguiente manera:

1. Se selecciona la fila i de la primera matriz y la columna j de la segunda.
2. Se multiplica el primer elemento de la fila por el primer elemento de la columna seleccionadas, se hace lo mismo con el segundo, tercero, ..., hasta el último elemento de la fila y columna seleccionadas.
3. Finalmente, se suman todos los productos realizados, el resultado de esta suma es el elemento buscado.

Por tanto, dadas dos matrices A y B de dimensiones m×n y n×p, respectivamente, se define su producto A·B como la matriz de dimensión m×p, tal que el elemento de la posición fila i y columna j es el resultado del producto de los vectores fila i de A y columna j de B. Matemáticamente, si las matrices son:

- $A=(a_{i,j})_{1\le i\le m}^{}$ $\quad B=(b_{i,j})_{1\le i\le n}^{n}$ $\;_{1\le i\le p}$

Entonces el producto A·B es: $\quad A\cdot B:=(m_{i,j})_{1\le i\le m}$

- Sindo mi,j: $= \sum_{K=1}^{n} a_{i,k} \quad b_{k,j}$

$$k = 5 \qquad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow k \cdot A = \begin{pmatrix} 5x3 & 5x2 \\ 5x0 & 5x\text{-}1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 10 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$$

$$k = 2 \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow k \cdot A = \begin{pmatrix} 2x1 & 2x4 & 2x6 \\ 2x0 & 2x2 & 2x5 \\ 2x0 & 2x0 & 2x3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 12 \\ 0 & 4 & 10 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

Figura 6. Multiplicación de una matriz.

Consideraciones para tener en cuenta y **propiedades**:

- Para poder efectuar el producto de matrices A·B, el número de columnas de A y el número de filas de B tiene que ser el mismo, como ya se ha indicado anteriormente.
- El producto de matrices **no** es necesariamente **conmutativo**, es decir, **no siempre se cumple** A·B=B·A. De hecho, si las matrices A y B no son cuadradas, alguno de los dos productos no se puede calcular.
- El producto de matrices es **asociativo**, es decir, A·(B·C)=(A·B)·C
- El producto de matrices es **distributivo** respecto de la suma, es decir, A·(B+C)=A·B+A·C
- El producto tiene **elemento neutro**, In, que es la identidad de dimensión que corresponda y es el elemento neutro por derecha e izquierda (si la matriz es cuadrada, sino, el neutro por derecha e izquierda tiene distinta dimensión). Es decir, A·In=Im·A siendo m×n la dimensión de A. En otras palabras, La matriz identidad I (de dimensión adecuada) es el **neutro del producto** matricial, Es decir, para toda matriz A, I·A=A y A·I=A.
- Si el producto de dos matrices es 0, **no** significa que necesariamente una de las dos matrices sea la matriz nula (matriz de ceros).
- Para algunas matrices cuadradas, A, existe una matriz llamada **inversa**, $A^{-1,}$ tal que los productos $A{\cdot}A^{-1}$ y $A^{-1}{\cdot}A$ son iguales a la matriz identidad.
- El producto de matrices diagonales es diagonal y el producto de matrices triangulares es triangular.

Para entender la teoría anteriormente explicad, se propone el siguiente ejemplo, un producto de matrices (fila por columna): *(figura 7)*

La fila de la matriz A tiene 3 elementos (3 columnas) y la columna de la matriz B también tiene 3 elementos (3 filas). El resultado de la multiplicación A·B es la suma del primer elemento de A por el primero de B más el segundo elemento de A por el segundo de B más el tercer elemento de A por el tercero de B: *(figura 8)*

Nota: es necesario escribir el resultado entre paréntesis, porque es una matriz de dimensión 1x1, no un escalar. Es importante observar que el **número de columnas** de A tiene que coincidir con el **número de filas** de B.

Completands lo aprendido con un segundo ejemplo, en el cual se multiplicará una matriz de dos filas por una matriz columna: *(figura 9)*

$$\begin{array}{ccc} \begin{pmatrix}1 & -2 & 3\end{pmatrix} & \cdot & \begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix} \\ \boldsymbol{A} & \cdot & \boldsymbol{B} \end{array}$$

Figura 7.

$$\begin{aligned} &\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix} = \\ &= (1\cdot 4 - 2\cdot 5 + 3\cdot 6) = \\ &= (4 - 10 + 18) = \\ &= (12) \end{aligned}$$

Figura 8. Resolución.

$$\begin{array}{ccc} \begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix} & \cdot & \begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix} \\ \boldsymbol{A} & \cdot & \boldsymbol{B} \end{array}$$

Figura 9. Multiplicación de una matriz.

$$\begin{aligned} &\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix} = \\ &=\begin{pmatrix}1\cdot 4 - 2\cdot 5 + 3\cdot 6\\ 1\cdot 4 + 0\cdot 5 - 1\cdot 6\end{pmatrix} = \\ &=\begin{pmatrix}12\\ -2\end{pmatrix} \end{aligned}$$

Figura 10. Resultado.

El resultado del producto es una matriz columna con dos filas, En la primera fila se tiene el resultado de la primera fila de A por la columna de B y, en la segunda, la segunda fila de A por la columna de B, tal y como se muestra en la imagen. *(figura 10)*

Finalmente, a modo general,esi A es una matriz de dimensión mxn y B es de dimensión nxr, entonces el producto A·B es una matriz de dimensión mxr Yque el número de filas de B tiene que ser igual al número de columnas de A. La matriz A·B tiene en la fila i y columna j el resultado de multiplicar la fila i de A por la columna j de B.

Resumen

Las matrices sirven para representar simples procesos de producción y flujos de producción, asándose en el hecho de que la economía adquiere mucha importancia en la comprensión de los estudiantes en los procesos de producción simple y flujos de producción, y que los estudiantes ya han adquirido un sentido sobre la industria.

La utilización de matrices en econometría facilita muchos los cálculos cuando las regresiones lineales son regresiones lineales múltiples, En estos casos, todas las variables y coeficientes pueden expresarse en forma matricial y ayudan en la comprensión del estudio. Las matrices también son representaciones que sintetizan algunos de los factores, parámetros o características más relevantes para seleccionar el tipo de estrategia más apropiada en función de los objetivos perseguidos, las circunstancias del entorno y los recursos y capacidades de la empresa.

El orden de una matriz A depende del número de renglones y columnas que posea, En general, se denota como m al número de renglones y como n al número de columnas de una matriz, así, se dice que una matriz es de orden mxn, porque tiene m renglones y n columnas. A los renglones también se les suele llamar filas o hileras.

Otro concepto destacable de este,tema es el de matriz cuadrada, Una matriz cuadrada, es aquella que tiene el mismo número de filas que de columnas, es decir, m=n. En estos casos, se dice que la matriz cuadrada, es de orden n, y no n x n. Por tanto, todos sus componentes en filas y en columnas son las mimas, llegando a tener un orden cuadrado. Los elementos aij con i=j, o sea a_{ii} forman la denominada diagonal principal de la matriz cuadrada, Y los elementos a_{ij} con i + j = n + l forman la diagonal secundario o contradiagonal.

A su vez, una matriz identidad o unidad de orden n, es una matriz cuadrada donde todos sus elementos son ceros (0), menos los elementos de la diagonal principal que son unos (1). Es decir, una matriz identidad solo tiene unos (1) en la diagonal principal y todos los demás elementos de la matriz con ceros (0). Además, la matriz identidad se reconoce por tener visualmente forma geométrica de cuadrado, dado que es una matriz cuadrada.

En lo que respecta a las operaciones con matrices, la suma de matrices es una operación lineal que consiste en unificar los elementos de dos o más matrices que coincidan en posición dentro de sus respectivas matrices y que estas tengan el mismo orden, Es decir, el sumatorio de una o más matrices es la unión de los elementos que tengan la misma posición dentro de las matrices y que estas tengan el mismo orden.

Otra operación destacable, es el producto de un número real por una matriz, el cual, es la aplicación que asocia a cada par formado por un número real y una matriz, otra matriz cuyos elementos se obtienen multiplicando el número real por todos los elementos de la matriz. Finalmente, se debs saber que para poder calcular el producto de matrices A · B, se requiere el número de columnas de A sea el mismo que el número de filas de B, en ocasiones ni siquiera se pueden considerar el producto B · A, Esto implica qu, el producto de matrices requiere de una condición previa muy restrictiva: si A y B son dos matrices, podrán multiplicarse sólo en el caso de que el número de columnas de la primera matriz coincida con el número de filas de la segunda. Se dice en este caso que A y B son multiplicables.

Bibliografía

1. Ceballos, J. (2016). Alta precisión relativa en problemas de álgebra lineal numérica en matrices con estructurn. Recuperado de:: http://hdl.handle.net/10016/17986
2. Vásquez, L. (2014). Innovación matemática en el estudio de matrices en la educación básica regular peruana aplicando criterios de idoneidad. Pontificia Universidad Católica del Perú. Recuperado de: http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/5497
3. Calvo, n. (2004). Introducción a las matemáticas empresariales en la U.C.M. Rect@ Revista electrónica de comunicaciones y trabajos de ASEPUMA. 2004;Actas_12(1):13.
4. Seijas, J. (2008)., Sarmiento Escalona A. La Vision que tienen del Calculo los Diplomados en Empresariales: Un Test Final. Rect@ Revista electrónica de comunicaciones y trabajos de ASEPUMA. 2008;Actas_16(1):601.
5. González-– Vilas L„ Ortí, F. y Sáez, J. (2020). Matemáticas Empresariales I. Material didáctico de soporte. Recuperado de:: http://hdl.handle.net/2445/9262
6. Nieto, M. y Alcaide, C. (1977). Matemáticas empresariales. Madrid: Universidad Nacional de Educación a Distancia; 1977.
7. Guzmán, A. (2006). Matemáticas financieras para toma de decisiones empresariales. Juan Carlos Martínez Coll; 2006. 307 p.
8. CamachE, M., GómeD, D., Fernández, P., Vázquez, MJ, Maserl, I. y Zapata, A. (2003). Técnicas de escalados multidimensionales aplicadas al fracaso del alumno en la asignatura de matemáticas empresariales. Rect@ Revista electrónica de comunicaciones y trabajos de ASEPUMA. 2003;Actas_11(1):35.