

中国农业大学

2021~2022 学年秋季学期

高等数学 C 上 课程考试试题 A 卷

题号	一	二	三	四	总分
得分					

(注意: 本试卷共有四道大题, 满分 100 分, 考试时间 100 分钟)

一、填空题, 每题 3 分, 满分 30 分

1. $y = e^x \cos x$ 在 $x_0 = 0$ 处的切线方程 ().

2. $y = \arcsin \sqrt{1-4x^2}$ 的微分为 ().

3. $y = \tan^2 x$ 的原函数为 ().

4. 平面 $2x + y - az + 1 = 0$ 与直线 $x - 1 = \frac{y}{2} = z - 3$ 平行, $a =$ ().

5. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2 + \cos 2x} dx =$ ().

6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{n^2 - i^2}} =$ ().

7. $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}} =$ ().

8. $y = xe^x$ 的拐点为 ().

9. 曲面 $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} - \frac{z}{4} = 1$ 名称是 ().

10. 曲线 $y = \frac{x^2}{x-1}$ 的斜渐近线方程为 ().

二、选择题, 每题 3 分, 满分 24 分

11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{x^3 - 3x^2} - \sqrt{x^2 + 4x} \right) =$ ()

A) -7

B) 7

C) 3

D) -3

考生诚信承诺

1. 本人清楚学校关于考试管理、考场规则、考试作弊处理的规定，并严格遵照执行。
2. 本人承诺在考试过程中没有作弊行为，所做试卷的内容真实可信。

学院：_____ 班级：_____ 学号：_____ 姓名：_____

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} t e^t \sin t dt}{x^6 e^{-2x}} = (\quad)$

- A) 1 B) 1/3 C) 1/6 D) -1/6

13. $\begin{cases} y = \cos 2t \\ x = \cos t \end{cases}, \frac{d^2 y}{dx^2} = (\quad)$

- A) $-\sin t$ B) $\frac{\cos 2x \sin x - \sin 2x \cos x}{\sin^2 x}$ C) 2 D) 4

14. $x \rightarrow 1$ 时, $\sin(\ln x)$ 与 $x-1$ 是 () 无穷小

- A) 等价 B) 同阶不等价 C) 高阶 D) 低阶

15. $\int_0^{+\infty} \frac{x}{2+x^4} dx = (\quad)$

- A) $+\infty$ B) $\sqrt{2}\pi/2$ C) $\sqrt{2}\pi/4$ D) $\sqrt{2}\pi/8$

16. $y = f(\ln x)$, $y'' = (\quad)$

- A) $\frac{f'(\ln x)}{x}$ B) $\frac{f''(\ln x)}{x^2}$ C) $\frac{f''(\ln x)}{x^2} - \frac{f'(\ln x)}{x^2}$ D) $\frac{xf''(\ln x) - f'(\ln x)}{x^2}$

17. $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2}} = (\quad)$

- A) $+\infty$ B) $\pi/4$ C) $\pi/2$ D) π

18. 已知 $f'(\cos^2 x) = \sin^2 x$, $f(0) = 0$, $f(x) =$ 满足 $y|_{x=0} = 1$ 的解

- A) $\frac{x}{2} - \frac{\cos 2x}{2}$ B) $x - \frac{x^3}{3}$ C) $x - \frac{x^2}{2}$ D) $x + \frac{x^2}{2}$

三、证明题，满分 10 分

19. 求证: $\ln x > 2 \frac{x-1}{x+1}, (x > 1)$.

20. 求证: $x^5 + 2x = 1$ 在 $(0, 1)$ 内有唯一实根.

四、计算题, 每题 6 分, 满分 36 分

21. 求 $f(x) = \int_0^x e^t \sin t dt$ 的麦克劳林展开式到 x^4 项.

22. $f(x)$ 的一个原函数为 $2xe^{x^2}$, 求 $\int xf'(2x)dx$.

23. 求过 $M(2, 4, 0)$ 且与直线 $\begin{cases} x + 2z - 1 = 0 \\ y - 3z - 2 = 0 \end{cases}$ 平行的直线方程.

24. 设 $y = a^x - ax, a > 1$, (1) 讨论函数性质 (单调区间、凹凸区间、极值、拐点); (2) a 为何值时驻点 $x_0 = x(a)$ 取最小值?

25. 已知抛物线 $y = x^2, x \geq 0$, (1) 求 $x = a$ 处的切线方程; (2) 切线与曲线、 X 轴围成的图形面积为 $1/12$, 求 a ; (3) 求上述图形绕 X 轴旋转一周的旋转体体积.

26. $\int_e^{e^{\frac{\pi}{2}}} \frac{\cos(\ln x)}{1+x} dx$