

A 欢迎来到辽宁省赛

签到

B 胜率

题意：给定一个二位小数，求出一个最小的分母，使得这个分数进行结果四舍五入后的结果是这个二维小数。

思路：枚举分母即可，复杂度 $O(10000)$ 。

C.连环爆炸

- 题意：
- 每个怪有 a_i 的血量， b_i 的自爆伤害。问最小“手动消灭”几个怪物，能消灭所有怪物。
- 思路：
- 先按 a_i 从小到大排序。然后对于第 i 个怪考虑，我们假设前 $i-1$ 个怪都已经被消灭了，那么它们带来的总伤害是 $B = \sum_{j=1}^{i-1} b_j$ ；因此我们比较 a_i 和 B 。如果 B 大，说明前 $i-1$ 个怪消灭后，第 i 个怪自然会被消灭，我们暂时定义这个怪是绿色；如果 a_i 大，那么在消灭前 $i-1$ 个怪的情况下，这个怪不会被消灭，我们定义这个怪是红色。
- 那么 a_i 从小到大排序的一群怪应该是“红绿绿绿绿绿红绿绿绿绿红绿绿绿”这样形式。我们把红色的怪存个值 $c_i = a_i - B$ 。 c_i 的意义是还需要再扣 c_i 滴血才能被消灭。于是我们可以选择若干个怪提前消灭以满足所有的红色怪的 c_i 限制。于是定义 $dp[i][j]$ ，物理意义为“从后往前当前做到第 i 个，选择了 j 个怪物”手动消灭”的最大总爆炸伤害 B^* ”。选择一个怪物“手动消灭”只会影响其自身和其前面的怪物，让其 c_i 降低 B^* 。所以转移的时候只要保证 $dp[i][j]$ 大于等于 c_i 就行。如果 dp 值小于 c_i ，则这个怪物必须“手动消灭”。

D.三角形打野

- 题意：
- 给定x轴正半轴，以及从原点出发的一条射线（在第一象限内），以及两个点（保证这两个点在给定射线与x正半轴夹角范围内，而不在x轴或给定的射线上），请你做一条直线，使得这条直线与x正半轴和给定射线组成的三角形将给定的两个点包含在内或边界上。求满足条件的三角形的最小面积。。
- 思路：
- 首先显然最优解需要至少经过一个点
- 可以用简单的几何学证明，最优解要么是将两个点连起来，要么将某一个点作为所作直线与射线和x轴的交线段的中点
- 或者使用一些复杂的三角函数与三分可解决此题

E.神-原

- 题意:
- 求 $\{1, 2, \dots, n\}$ 中删除 m 个数后完美子集最少有多少, 答案模 p
- 思路:
- 较为复杂, 见[2023辽宁省赛E-CSDN博客](https://blog.csdn.net/qq_29726917/article/details/134098080)
- https://blog.csdn.net/qq_29726917/article/details/134098080

F.隔板与水槽

- 题意：
- 给定一个数轴，数轴上有 n 个隔板，第 i 个隔板的高度为 a_i ，在数轴上的位置为 i 。定义一个水槽为两个隔板以及中间的区域，水槽的容积为两个隔板的高度中较小的值乘以两个隔板的距离。现在你需要找出三个隔板，使得其构成两个水槽（位于中间的隔板将被共用），使得两个水槽的容积和最大，求此容积和
- 思路：
- 此题弱化至 $O(n^2)$ 版本
- 枚举中间的隔板，然后向左右枚举左右隔板即可

G 树上公约数

题意：给定一个有边权的树，问长度为 k 的简单路径的边权的最大公约数的最大值。

思路：枚举最大公约数 x ，只保留图上边权是 x 倍数的边，在所得森林上求树上直径，如果直径大于等于 k ，则存在长度为 k ，边权最大公约数为 x 的简单路径。

均摊分析可知复杂度是 $O(nd(n))$ ，其中 $d(n)$ 是正整数 n 的正因子数目。

正因子数目一个比较准确的结果为 $O\left(n^{\frac{1.066}{\ln \ln n}}\right)$ 。

不了解正因子数目具体量级的同学也可以分析出正因子数目最起码是 $O(\sqrt{n})$ 的，也可以正常通过此题。

H.取石子

- 题意：
- Alice每次取 $a^2x^2 + ax + 1$ 个石子，Bob每次取 $b^2y^2 + by + 1$ 个石子，问谁先取完石子数为n的石子堆。
- 思路：
- 其实能发现Alice和Bob取的石子数一定是奇数，所以看n的奇偶性就能知道谁赢。
- n为奇，Alice赢；n为偶，Bob赢。

I.元-神

- 题意：
- 给定数组 A ，求 $F(10^{300}, A)$ 的异或和
- 思路：
- 可以观察得到，在第 i 次迭代中，实际可能产生变化的只有前 $\max(0, m-i)$ 个数
- 所以在 m 迭代后，数列就一定保持不变，即 $F(m, A) = F(10^{300}, A)$ ，所以我们要求的实际是 $F(m, A)$
- 可以发现，对于两个相邻的数 a_i 和 a_{i+1} ，如果 a_{i+1} 可以战胜 a_i ，那么所有 a_i 可以扩展到的地方也一定可以被 a_{i+1} 扩展到
- 这启示我们每次加入一个数，一直扩展直到不能扩展，再加入下一个数再次重复上述过程

I.元-神

- 但暴力做复杂度会有问题
- 解决方案是将数字相同的连续下标合成一块，用单调栈维护扩展过程，加入一个数最多只会增加一个块
- 因为总块数为 m 且只进行 m 轮，这样最终复杂度为 $O(m)$

J 齐次递推公约数

题意：给定F数列，求 $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gcd(F_i, F_j)$ 。

思路：用线性代数知识求出数列通项，然后结合数论知识可以证明 $\gcd(F_i, F_j) = F_{\gcd(i,j)}$ 。此处也可以打表发现此规律。

故可以进行莫比乌斯反演，原式可化为 $\sum_{i=1}^n \left(\frac{n}{i}\right)^2 \sum_{j|i} F_i * \mu_j$ ，其中 μ_j 为 j 的莫比乌斯函数。

直接用埃氏筛法即可 $O(n \log n)$ 通过。如果用杜教筛，Min25筛等更优秀的筛法复杂度还可以更优秀一点。

K. 稻妻扑克

- 题意：
- 扑克牌大模拟
- 思路：
- 对于所有牌的组合先枚举再求全排列
- 然后按照给定规则划分元素反应，例：3/2 2/2/1
- 最终计算得分即可

L 区间与绝对值

题意：给定序列 a ，和 m 个询问区间，求 $\sum_{i=l_k}^{r_k} \sum_{j=l_k}^{r_k} |a_i - a_j|$ 。

思路：计算出一个点对答案的贡献，会发现这个式子可以用莫队+树状数组维护，复杂度 $O(n^{1.5} \log n)$ 。

M.让二追三

- 题意：
- 给定 p ，长度为 n 的01串每一位为1的概率为 p ，否则为 $1-p$ 。问这个01串出现“00111”的期望次数。
- 思路：
- 先计算“00111”的概率为 $Q = (1-p)^2 * p^3$ ，接着直接考虑“00111”出现的位置：
- 如果出现在 $i = 1 \sim 5$ 上，因为其他位置的01分布不影响 $i = 1 \sim 5$ 的“00111”，所以其概率是 Q 。
- 如果出现在 $i = 2 \sim 6$ 上，因为其他位置的01分布不影响 $i = 2 \sim 6$ 的“00111”，所以其概率是 Q 。
- 如果出现在 $i=k \sim k+4$ 上，因为其他位置的01分布不影响 $i=k \sim k+4$ 的“00111”，所以其概率是 Q 。
- 因此，实际上总期望次数就是 $(n - 4) * Q$ 。当然 $n < 5$ 时答案输出0。

