

文章编号: 1000-6788(2008)09-0073-09

人才租赁中介中心两类雇员的单阶段人力计划 以及替代策略优越性的研究

孙俊清^{1, 2, 3}, 李勇建⁴, 涂莽生³

(1 天津理工大学 计算机科学与技术学院, 天津 300191; 2 天津市智能计算及软件新技术重点实验室, 天津 300191;
3 南开大学 信息学院, 天津 300071; 4 南开大学 商学院, 天津 300071)

摘要: 对人才租赁问题中人才租赁与中介中心的内部雇员规模问题进行了研究, 考虑的租赁中心从事两类雇员的租赁与中介业务, 即不但出租中心的内部雇员, 而且为外部临时雇员提供中介服务. 两类雇员中一类具有复合技能, 能够替代另一类雇员进行工作. 企业的雇员需求和中心外部所能够提供的临时雇员都是不确定的. 基于获利期望值最大准则, 提出了替代策略下的人才租赁中介中心的两类雇员规模的离散随机优化数学模型, 用边际分析法证明了最优解的存在性和最优解的必要条件, 并提出了求最优解的搜索算法. 通过理论分析和仿真数据实例的计算结果可以看出, 中心采用替代策略在满足客户需求和提高中心的收益方面具有明显的优越性.

关键词: 人力资源计划; 人才租赁; 替代策略; 最优化

中图分类号: O231 **文献标志码:** A

On single-period manpower planning with two types of the employees in the talent leasing center and the substitution strategy

SUN Jun-qing^{1, 2, 3}, LI Yong-jian⁴, TU Beng-sheng³

(1. School of Computer Science and Technology, Tianjin University of Technology, Tianjin 300191, China; 2 Tianjin Key Laboratory of Intelligence Computing and Novel Software Technology, Tianjin 300191, China; 3 School of informational Science, Nankai University, Tianjin 300071, China; 4 School of Business Nankai University, Tianjin 300071, China)

Abstract: In this paper a manpower planning problem for a talent leasing center is studied. The center considered is engaged in the workforce leasing service with its own employees and agent service for those outside the center. Two types of employees are considered with substitution. The high-ranked employees have the mixed skill. They can not only do their own job, but also substitute for the other type of employees to work. Both the number of employees required by the firms and that of employees available in the talent market outside the center are uncertain. Firstly, based on the criteria of maximizing profit, a mathematical model on the employee sizes in the talent leasing center is proposed through the discrete stochastic optimization. Then the existence of the optimal solution is proved by the marginal analysis. Next the advantage of the substitution strategy is also addressed and the necessary condition of the optimal solution is presented. Finally the algorithms searching the optimal solution are proposed. The theoretic analysis and the results of simulated numerical examples reveal that the substitution strategy makes the center more efficiently satisfy the employee demand of the firms and get more revenue.

Key words: manpower planning; talent leasing; substitution strategy; optimization

1 引论

在当今的经济生活中, 生产力的发展、企业的工作效率和经济效益主要是由人力资源决定的, “人力资

收稿日期: 2007-03-14
资助项目: 国家自然科学基金(60074018); 中国博士后科学研究基金(200604000688); 天津市高校科技发展基金(2006BA20)

作者简介: 孙俊清(1964—), 男(汉), 江苏盐城人, 博士后, 教授, 主要研究方向为系统建模、供应链与现代物流优化和算法设计; 李勇建, 男, 博士后, 教授, 主要研究方向为物流与供应链的优化、人力资源优化、DEDS; 涂莽生, 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为调度理论、CIMS 和随机优化.

Copyright © 2008, Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

源”是“第一资源”已经得到公认,所以人力资源计划变得愈来愈重要.人才租赁这种新的人力资源配置模式早在 20 世纪 70 年代就已经在欧美出现,随着全球市场的竞争加剧,越来越多的专家学者和企业经营管理人员认识到柔性雇员队伍的重要性.过去一直是全职雇员(full-time worker)承担的工作,也越来越多地被租赁来的临时雇员(contingent worker)所从事^[1,2],尤其近年来,为了节省企业在人才招聘、培训和管理等方面的人事成本,许多国家把人力资源商品化,人才租赁的用工模式逐渐流行起来^[3].

许多专家学者认为,人才租赁将是传统 HRM 适时做出调整,适应新的竞争环境的一个方向,是未来企业人力资源管理的趋势^[4~6].所以人才租赁问题的研究,已渐渐成为国内外专家学者,企业经营管理人员关注的热点之一.然而,目前国内外关于人才租赁问题的研究还基本停留在定性分析上,定量研究很少,不过也有一些研究人员做了有益的工作.Milner J M 和 Pinker E J 讨论了在劳动力市场上供租赁的一类临时雇员的能力不确定的条件下用工企业和外部雇员代理机构(external labor supply agency)的关系,研究了企业如何确定全职雇员(full-time worker)的规模,如何向外部雇员代理机构预定协议雇员(contract worker)和外部雇员代理机构如何提供协议雇员,以及外部雇员代理机构与用工企业在协议雇员的规模上如何进行协调使得系统的收益最大^[7],孙俊清等则以人才租赁与中介中心为关注对象,研究了在企业雇员需求和租赁中心外部人力市场所能提供的雇员数不确定的条件下,人才租赁中介中心单类雇员规模的优化问题^[8].此外,孙俊清还研究了在企业雇员需求和租赁中心外部人力市场所能提供的雇员数不确定的条件下,人才租赁中介中心雇员规模的最优控制问题以及中心与用工企业之间关于租赁价格和租赁的雇员人数的协调问题^[9].

本文以文献[8]为基础,研究了人才租赁中介中心两类雇员规模的优化问题,考虑了人才租赁中介中心进行两类雇员的租赁与中介业务,其中一类雇员具有复合技能,能够替代另一类雇员进行工作.在用工企业的雇员需求和外部临时雇员对租赁中介中心的供给都不确定的情况下,基于获利期望最大准则,提出了替代策略下的人才租赁中介中心中两类雇员规模的离散随机优化数学模型,用边际分析法证明了最优解的存在性,给出了最优解的必要条件,提出了求最优解的搜索算法,并分析了替代策略的优越性.

2 问题的提出和模型的建立

考虑一种被称之为人才租赁中介中心(简称为中心)的人才服务企业,它出租自己所拥有的雇员给用工企业,从中获取收益,并负责支付雇员的薪金、福利等.此外中心还对用工企业提供如下的服务:中心在内部雇员不能满足需求的情况下,根据用工企业所需人才的标准,通过查询自己的人才库中所记录的外部人才,搜索符合条件的外部临时雇员并派往用人单位工作.中心充当一个中介角色,从中获取中介费用.但企业对中心所提出的雇员人数需求和外部能够提供给中心的外部临时雇员的人数都是不确定的.一般来说,这样的人才服务企业,其雇员种类并不是单一的,通常有高级的、具有复合技能的雇员和那些一般的雇员,其中高级雇员能够替代一般的雇员进行工作.那么,为了控制中心的成本,获取更大的收益,一个现实的问题就是怎样控制和优化租赁中心的这两种雇员规模.对此,将上述情况用数学的语言描述成如下的数学问题:

中心从事两类雇员,即雇员 1 和雇员 2 的租赁与中介工作.雇员 1 和雇员 2 的人数分别是 x 和 y .雇员 1 能够从事工作 job-1,雇员 2 具有复合技能,不但能从事工作 job-2,还能代替雇员 1 从事工作 job-1.这两类雇员每单位时段的工资等费用是 α_1 和 α_2 ,租赁与中介中心在一个单位时段每出租一名雇员 1 或雇员 2 从事工作 job-1 所获得的收益是 β_1 ,每出租一名雇员 2 从事工作 job-2 所获得的收益是 β_2 ,若中心的内部雇员因为规模的限制而不能满足外部企业的需求,租赁企业可以从外部寻找雇员来满足需求,在这样的租赁形式中租赁中心每寻找一名雇员 1 从事工作 job-1 获得的收益是 γ_1 ,寻找到一名雇员 2 从事工作 job-1 或 job-2 获得的收益分别是 γ_2 和 γ_3 ,若租赁中心因不能满足需求,在经济上亦有一定的损失,假设每当客户需求一名雇员 1 或雇员 2 而不能得到满足,因此中心受到的惩罚性的损失费用分别是 μ_1 和 μ_2 .不失一般性,这些参数满足如下的不等式:

$$\alpha_1 < \alpha_2, \beta_1 < \beta_2, \beta_1 - \alpha_1 < \beta_2 - \alpha_2, \gamma_1 < \beta_1 - \alpha_1, \gamma_3 < \beta_2 - \alpha_2, \mu_1 < \mu_2, \gamma_2 < \gamma_1 < \gamma_3.$$

租赁与中介中心所服务的企业每单位时段的工作 $job-1$ 和 $job-2$ 对雇员的需求分别是相互独立的随机变量 D_1 和 D_2 , D_1 和 D_2 的分布律分别是 $\Pr(D_1=k)=p_1(k)$, $\Pr(D_2=l)=p_2(l)$, 且 $p_1(k)>0$, $p_2(l)>0$. 其中 $k, l=0, 1, 2, \dots$. 每一时段租赁与中介中心外部人才市场所可能提供的雇员 1 和雇员 2 的人数分别是相互独立的随机变量 V_1 和 V_2 , V_1 和 V_2 的分布律分别是 $\Pr(V_1=s)=q_1(s)$, $\Pr(V_2=t)=q_2(t)$, 在这种情况下, 租赁中介中心采用的策略是优先使用内部雇员, 在内部雇员不能满足需求时, 用外部临时雇员满足用工企业的雇员需求; 若雇员 1 的人数不足而雇员 2 有剩余, 中心用雇员 2 替代雇员 1 进行工作. 现在对中心内部的雇员 1 和雇员 2 的规模 x 和规模 y 进行决策, 使得租赁中介中心的期望净收益最大.

设 $f(x, y, D_1, D_2, V_1, V_2)$ 表示中心的雇员 1 和雇员 2 的规模分别是 x 和 y , 而中心所服务企业的雇员 1 和雇员 2 的需求分别是 D_1 和 D_2 的一个随机采样时 (仍然用 D_1 和 D_2 表示), 中心所获得的净收益. 由分析可知, 有下列关系式.

当 $D_1 \leq x, D_2 < y$ 时, 或者当 $D_1 > x, D_2 < y$ 且 $D_1 - x \leq y - D_2$ 时, 中心所获得的净收益是:

$$f(x, y, D_1, D_2, V_1, V_2) = \beta_1 D_1 + \beta_2 D_2 - \alpha_1 x - \alpha_2 y, \quad (1)$$

当 $D_1 > x, D_2 < y$ 且 $D_1 - x > y - D_2$, 但 $D_1 - x \leq y - D_2 + V_1$ 时, 中心所获得的净收益是:

$$\begin{aligned} f(x, y, D_1, D_2, V_1, V_2) &= \beta_1 x + \beta_2 D_2 + \beta_1 (y - D_2) + \gamma_1 (D_1 + D_2 - x - y) - \alpha_1 x - \alpha_2 y \\ &= \beta_1 (x + y - D_2) + \beta_2 D_2 + \gamma_1 (D_1 + D_2 - x - y) - \alpha_1 x - \alpha_2 y, \end{aligned} \quad (2)$$

当 $D_1 > x, D_2 < y$ 且 $D_1 - x > y - D_2 + V_1$, 但 $D_1 + D_2 - x - y - V_1 \leq V_2$ 时, 中心所获得的净收益是:

$$\begin{aligned} f(x, y, D_1, D_2, V_1, V_2) &= \beta_1 x + \beta_2 D_2 + \beta_1 (y - D_2) + \gamma_1 V_1 + \gamma_2 (D_1 + D_2 - x - y - V_1) - \alpha_1 x - \alpha_2 y \\ &= \beta_1 (x + y - D_2) + \beta_2 D_2 + \gamma_1 V_1 + \gamma_2 (D_1 + D_2 - x - y - V_1) - \alpha_1 x - \alpha_2 y, \end{aligned} \quad (3)$$

当 $D_1 > x, D_2 < y$ 且 $D_1 - x > y - D_2 + V_1 + V_2$ 时, 中心所获得的净收益是:

$$\begin{aligned} f(x, y, D_1, D_2, V_1, V_2) &= \beta_1 x + \beta_2 D_2 + \beta_1 (y - D_2) + \gamma_1 V_1 + \gamma_2 V_2 \\ &\quad - \mu_1 (D_1 + D_2 - x - y - V_1 - V_2) - \alpha_1 x - \alpha_2 y \\ &= \beta_1 (x + y - D_2) + \beta_2 D_2 + \gamma_1 V_1 + \gamma_2 V_2 - \mu_1 (D_1 + D_2 - x - y - V_1 - V_2) - \alpha_1 x - \alpha_2 y, \end{aligned} \quad (4)$$

当 $D_1 > x, D_2 \geq y$ 且 $D_1 \leq x + V_1, D_2 < y + V_2$ 时, 中心所获得的净收益是:

$$f(x, y, D_1, D_2, V_1, V_2) = \beta_1 x + \beta_2 y + \gamma_1 (D_1 - x) + \gamma_3 (D_2 - y) - \alpha_1 x - \alpha_2 y, \quad (5)$$

当 $D_1 > x, D_2 \geq y$ 且 $D_1 > x + V_1, D_1 + D_2 \leq x + y + V_1 + V_2, D_2 < y + V_2$ 时, 中心所获得的净收益是:

$$f(x, y, D_1, D_2, V_1, V_2) = \beta_1 x + \beta_2 y + \gamma_1 V_1 + \gamma_2 (D_1 - x - V_1) + \gamma_3 (D_2 - y) - \alpha_1 x - \alpha_2 y, \quad (6)$$

当 $D_1 > x, D_2 \geq y$ 且 $D_1 > x + V_1, D_2 < y + V_2$ 但 $D_1 + D_2 > x + y + V_1 + V_2$ 时, 中心所获得的净收益是:

$$\begin{aligned} f(x, y, D_1, D_2, V_1, V_2) &= \beta_1 x + \beta_2 y + \gamma_1 V_1 + \gamma_2 (y + V_2 - D_2) + \gamma_3 (D_2 - y) - \alpha_1 x - \alpha_2 y \\ &\quad - \mu_1 (D_1 + D_2 - x - y - V_1 - V_2) - \alpha_1 x - \alpha_2 y, \end{aligned} \quad (7)$$

当 $D_1 > x, D_2 \geq y$ 且 $D_1 \leq x + V_1, D_2 \geq x + V_2$ 时, 中心所获得的净收益是:

$$f(x, y, D_1, D_2, V_1, V_2) = \beta_1 x + \beta_2 y + \gamma_1 (D_1 - x) + \gamma_3 V_2 - \mu_2 (D_2 - y - V_2) - \alpha_1 x - \alpha_2 y, \quad (8)$$

当 $D_1 > x, D_2 \geq y$ 且 $D_1 > x + V_1, D_2 \geq y + V_2$ 时, 中心所获得的净收益是:

$$\begin{aligned} f(x, y, D_1, D_2, V_1, V_2) &= \beta_1 x + \beta_2 y + \gamma_1 V_1 + \gamma_3 V_2 - \mu_1 (D_1 - x - V_2) \\ &\quad - \mu_2 (D_2 - y - V_2) - \alpha_1 x - \alpha_2 y, \end{aligned} \quad (9)$$

当 $D_1 \leq x, D_2 \geq y$ 且 $D_2 < y + V_2$ 时, 中心所获得的净收益是:

$$f(x, y, D_1, D_2, V_1, V_2) = \beta_1 D_1 + \beta_2 y + \gamma_3 (D_2 - y) - \alpha_1 x - \alpha_2 y, \quad (10)$$

当 $D_1 \leq x, D_2 \geq y$ 且 $D_2 \geq y + V_2$ 时, 中心所获得的净收益是:

$$f(x, y, D_1, D_2, V_1, V_2) = \beta_1 D_1 + \beta_2 y + \gamma_3 V_2 - \mu_2 (D_2 - y - V_2) - \alpha_1 x - \alpha_2 y \quad (11)$$

综合起来, 中心的净收益可由如下表达式表示:

$$\begin{aligned}
f(x, y, D_1, D_2, V_1, V_2) = & \beta_1 \min\{D_1, x + (y - D_2)^+\} + \beta_2 \min\{D_2, y\} \\
& + \gamma_1 \min\{V_1, (D_1 - x - (y - D_2)^+)^+\} + \gamma_3 \min\{V_2, (D_2 - y)^+\} \\
& + \gamma_2 \min\{(V_2 - (D_2 - y)^+)^+, (D_1 - x - (y - D_2)^+ - V_1)^+\} \\
& - \mu_1 [D_1 - x - (y - D_2)^+ - V_1 - (V_2 - (D_2 - y)^+)^+]^+ \\
& - \mu_2 (D_2 - y - V_2)^+ - \alpha_1 x - \alpha_2 y
\end{aligned} \quad (12)$$

所以, 当中心的雇员 1 和雇员 2 的规模分别是 x 和 y 时, 中心的期望净收益是:

$$J = J(x, y) = E[f(x, y, D_1, D_2, V_1, V_2)] \quad (13)$$

中心为了保证一定的服务水平, 雇员 1 和雇员 2 必须保持一定的规模, 使得至少分别有比例为 θ_1 和 θ_2 的工作 job-1 和 job-2 对雇员的需求得到满足的概率必须至少分别是 η_1 和 η_2 , 其中 $0 < \theta_i \leq 1, 0 \leq \eta_i < 1, i = 1, 2$. 即有下面的随机约束: $\Pr(x + (y - D_2)^+ + V_1 + (V_2 - (D_2 - y)^+)^+ \geq \theta_1 D_1) \geq \eta_1, \Pr(y + V_2 \geq \theta_2 D_2) \geq \eta_2$. 综上所述, 我们得如下的非负整数集合上的优化问题:

$$\max_{(x, y)} J(x, y) = \max_{(x, y)} E[f(x, y, D_1, D_2, V_1, V_2)] \quad (14)$$

$$\text{s. t. } \Pr(x + (y - D_2)^+ + V_1 + (V_2 - (D_2 - y)^+)^+ \geq \theta_1 D_1) \geq \eta_1 \quad (15)$$

$$\Pr(y + V_2 \geq \theta_2 D_2) \geq \eta_2 \quad (16)$$

$$x, y \geq 0$$

该问题记为 SOTLAP(2). 我们的目的是对该问题进行求解, 也就是对租赁与中介中心的雇员 1 和雇员 2 的规模 x 和 y 进行决策, 使得 x 和 y 满足约束条件, 且 $J = J(x, y) = E[f(x, y, D_1, D_2, V_1, V_2)]$ 取得最大值.

3 无随机约束条件问题的求解与分析

为了讨论方便, 首先假定 $\Pr(V_1 = S) = 1, \Pr(V_2 = T) = 1$, 其中 $S \geq 0, T \geq 0$, 即中心外部所可能提供的临时雇员 1 和雇员 2 的人数是确定的, 分别是 S 和 T .

当中心内部的雇员 1 和雇员 2 的规模分别是 x 和 y , 得中心采用替代策略时的期望净收益是:

$$R = R(x, y, S, T) = E[f(x, y, D_1, D_2, S, T)] = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} f(x, y, k, l, S, T) p_1(k) p_2(l). \quad (17)$$

当中心不考虑采用替代策略, 即雇员 2 只从事工作 job-2 不替代雇员 1 从事工作 job-1 时, 租赁中心的期望净收益是:

$$\begin{aligned}
U = U(x, y, S, T) = & \sum_{k=0}^x \beta_1 k p_1(k) + \sum_{k=x+1}^{x+S} [\beta_1 x + \gamma_1 (k - x)] p_1(k) \\
& + \sum_{k=x+S+1}^{\infty} [\beta_1 x + \gamma_1 S - \mu_1 (k - x - S)] p_1(k) - \alpha_1 x \\
& + \sum_{l=0}^y \beta_2 l p_2(l) + \sum_{l=y+1}^{y+T} [\beta_2 y + \gamma_3 (l - y)] p_2(y) \\
& + \sum_{l=y+T+1}^{\infty} [\beta_2 y + \gamma_3 T - \mu_2 (l - y - T)] p_2(l) - \alpha_2 y.
\end{aligned} \quad (18)$$

下面讨论中心外部所可能提供的雇员 1 和雇员 2 的人数是随机的情况下, 中心的期望净收益函数的性质. 不失一般性, 可令: $\Pr(V_1 = s) = q_1(s) > 0, \Pr(V_2 = t) = q_2(t) > 0$. 对于任意非负整数 s 和 t 成立. 这时, 当中心的雇员 1 和雇员 2 的规模分别是 x 和 y 时, 采用替代策略时, 中心期望净收益是:

$$J = J(x, y) = \sum_{t=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} R(x, y, s, t) q_1(s) q_2(t), \quad (19)$$

不采用替代策略时, 中心期望净收益是:

$$H = H(x, y) = \sum_{t=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} U(x, y, s, t) q_1(s) q_2(t). \quad (20)$$

我们首先讨论中心采用替代策略的优越性. 显然可得下面的定理 1.

定理 1 对于任意非负整数 x 和 y , 有: $J(x, y) > H(x, y)$ 和 $\Pr(D_1 + D_2 \leq x + y + V_1 + V_2, D_2 \leq y + V_2) > \Pr(D_1 \leq x + V_1, D_2 \leq y + V_2)$ 成立.

定理 1 证明见文献[9]. 该定理说明在雇员 2 满足工作 job-2 且有剩余、而雇员 1 不能满足工作 job-1 的需求时, 采用雇员 2 替代雇员 1 从事工作 job-1 的策略, 可以使得中心不但期望净收益有所增加, 其满足需求的可靠性亦有一定的提高, 改善了租赁中心在满足需求方面的服务水平.

现在我们要对租赁中心的雇员 1 雇员 2 的规模 x 和 y 进行决策, 使得租赁中心的期望收益最大. 即确定 x 和 y , 使得 $J = J(x, y) = E[f(x, y, D_1, D_2, V_1, V_2)]$ 取得最大值. 由于 $J = J(x, y)$ 的定义域是离散的, 故采用边际分析法进行讨论. 首先给出最优解的存在性.

性质 1 存在非负整数 X 和 Y , 使得当 $x = X, y = Y$ 时, $J = J(x, y) = E[f(x, y, D_1, D_2, V_1, V_2)]$ 取得最大值.

性质 1 证明见文献[9].
下面讨论中心期望净收益函数 $J = J(x, y)$ 取得最大值时雇员 1 和雇员 2 规模 X 和 Y 的取值范围.

令 x^* 和 y^* 分别是租赁中介中心雇员 1 和雇员 2 的无随机约束的单类雇员规模优化问题 SOTLAP(1)
 $W = W^{(1)}(x) = E[\beta_1 \min\{x, D\} + \gamma_1 \min\{V_1, (D_1 - x)^+\} - \mu_1 (D_1 - x - V_1)^+] - \alpha_1 x$
和 $W = W^{(2)}(y) = E[\beta_1 \min\{y, D_2\} + \gamma_3 \min\{V_2, (D_2 - y)^+\} - \mu_2 (D_2 - y - V_2)^+] - \alpha_2 y$
的最优解, 其计算方法见文献[9] 中算法 2.1.

所以, 当中心不采用替代策略时, 即仅用雇员 1 从事工作 job-1, 雇员 2 从事工作 job-2, 租赁中心的期望净收益的最大值是:

$$H(x^*, y^*) = \sum_{t=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} U(x^*, y^*, s, t) q_1(s) q_2(t).$$

定理 2 设 X 和 Y 分别是租赁中心采用替代策略的情况下期望收益取得最大值时雇员 1 和雇员 2 的规模, 则必然有: $X + Y \leq C$, 其中 $C = \lfloor \frac{\beta_1 E[D_1] + \beta_2 E[D_2] - H(x^*, y^*)}{\alpha_1} \rfloor$;

定理 2 证明见文献[9]. 我们还规定 (X, Y) 不但要使得中心的期望净收益函数达到最大值, 还要在这个基础上使得尽最大可能满足用工企业的雇员需求.

下面讨论期望净收益函数 $J = J(x, y) = E[f(x, y, D_1, D_2, V_1, V_2)]$ 的性质, 并推导出计算 X 和 Y 的算法. 当中心雇员 2 的人数 y 固定时, 其期望净收益关于 x 的一阶差分 and 二阶差分分别是:

$$\Delta_x J(x, y) = J(x + 1, y) - J(x, y) = \sum_{t=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} \Delta_x R(x, y, s, t) q_1(s) q_2(t), \tag{22}$$

$$\Delta_{xx}^2 J(x, y) = \Delta_x J(x + 1, y) - \Delta_x J(x, y) = \sum_{t=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} \Delta_{xx}^2 R(x, y, s, t) q_1(s) q_2(t). \tag{23}$$

通过分析可得如下的性质 2 和性质 3, 由性质 2 和性质 3 可推出定理 3.

性质 2 当租赁中介中心的雇员 2 的规模 y 固定时, 期望净收益函数关于 x 的一阶差分 $\Delta_x J(x, y) = J(x + 1, y) - J(x, y)$ 满足: $\lim_{x \rightarrow \infty} \Delta_x J(x, y) = -\alpha_1$.

性质 2 的证明见文献[9].
性质 3 当租赁中介中心的雇员 2 的数目 y 固定时, 则下面的结论成立:

- 1) 对于任意 $x \geq 0$, 期望净收益函数关于 x 的二阶差分 $\Delta_{xx}^2 J(x, y) = \Delta_x J(x + 1, y) - \Delta_x J(x, y) < 0$ 成立;
- 2) $\Delta_x J(x, y)$ 关于 x 是严格单调递减的, $J(x, y)$ 关于 x 是“凹”函数.

性质 3 证明见文献[9].

定理 3 当 y 固定时, 令: $x^*(y) = \min_{x \geq 0} \{x: \Delta_x J(x, y) < 0\}$, 则当 $x = x^*(y)$ 时, 租赁与中介中心的期望净收益 $J(x, y)$ 取得雇员 2 的人数是 y 时的局部最大值.

定理 3 证明见文献[9]. $x^*(y)$ 的计算方法类似于文献[9] 中的算法 2.1.

定理 4 $x^*(y)$ 关于 y 是单调不减的, 且 $x^*(y) \geq x^*(y+1) \geq x^*(y) - 1$.

定理 4 证明见文献[9].

定理 4 说明若中心雇员 2 的规模固定于较小的 y 时, 其期望净收益取得局部最大值时雇员 1 的规模 x 较大; 反之, 若中心雇员 2 的固定于较大的规模 y 时, 中心的期望净收益取得局部最大值时雇员 1 的规模 x 则较小. 由定理 4 还可知, 若已知 $x^*(y)$ 要求出 $x^*(y+1)$ 的值, 仅需要在 $x^*(y)$ 和 $x^*(y) - 1$ 二者中确定即可. 通过进一步的分析, 由定理 4 显然可得下面的定理 5.

定理 5 采用替代策略的情况下期望净收益取得最大值时雇员 1 和雇员 2 的规模 X 和 Y 必然有: $\Delta J(X-1, Y) \geq 0$, $\Delta J(X, Y) < 0$, $x^*(Y) = X$, $X \leq x^*$, $Y \geq y^*$.

定理 5 证明略.

由前面的定理 2、定理 4、定理 5、性质 2 和性质 3, 可以得到如下求雇员 1 的规模 X 和雇员 2 的规模 Y 以及租赁中心最大期望净收益 J_{\max} 的搜索算法 1.

算法 1.

- 1) 利用文献[9] 中算法 2.1 计算 x^* 和 y^* , 计算 $H(x^*, y^*)$;
- 2) 计算 $E[D_1]$, $E[D_2]$ 和 $C = \left\lfloor \frac{\beta_1 E[D_1] + \beta_2 E[D_2] - H(x^*, y^*)}{\alpha_1} \right\rfloor$;
- 3) 令 $y = y^*$, $u = 0$, $v = x^*$;
- 4) 令 $x = \left\lfloor \frac{u+v}{2} \right\rfloor$, 判别 $x = u$ 是否成立, 若成立, 转到步骤 6; 否则, 转到下一步骤 5;
- 5) 计算 $\Delta J(x, y)$, 判别 $\Delta J(x, y) \geq 0$ 是否成立, 若成立, 令 $u = x$, 转到步骤 4; 否则, 令 $v = x$, 转到步骤 4;
- 6) 令 $x^*(y) = v$, $X = v$, $Y = y$, $J_{\max} = J(X, Y)$;
- 7) 判别 $x^*(y) + y \leq C$ 是否成立, 若成立, 令 $x = x^*(y)$, $y \leftarrow y + 1$, 转到步骤 8; 否则, 转到步骤 10.
- 8) 计算 $\Delta J(x-1, y)$, 判别 $\Delta J(x-1, y) < 0$ 是否成立, 若成立, 令 $x^*(y) = x - 1$; 否则, 令 $x^*(y) = x$.
- 9) 计算 $J(x^*(y), y)$, 判别 $J(x^*(y), y) \geq J_{\max}$ 是否成立, 若成立, 则令 $X = x^*(y)$, $Y = y$, $J_{\max} = J(X, Y)$, 转到步骤 7; 否则, 直接转到步骤 7.
- 10) 输出 J_{\max} , X 和 Y , 结束.

4 随机约束条件下问题的求解

下面在 $0 < \theta_i \leq 1$ 和 $0 < \eta < 1$ 都成立的情况下, 对问题 SOTLAP(2) 进行求解和分析, 其中 $i = 1, 2$. 经分析可得下面的引理和定理.

引理 1 $\Pr(y + V_2 \geq \theta_2 D_2) \geq \eta_2$ 成立的充要条件是存在非负整数 d_2 , 使得 $y \geq d_2$ 成立; 对于任意 $y \geq d_2$, $\Pr(x + (y - D_2)^+ + V_1 + (V_2 - (D_2 - y)^+)^+ \geq \theta_1 D_1) \geq \eta_1$ 成立的充要条件是存在非负的整数 $d_1(y)$, 使得 $x \geq d_1(y)$ 成立.

显然,

$$d_2 = \min_{y \geq 0} \{y: \Pr(y + V_2 \geq \theta_2 D_2) \geq \eta_2\} = \min_{y \geq 0} \left\{ y: \sum_{t=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{K(y, t)} p_2(l) q_2(t) \geq \eta_2, K(y, t) = \left\lfloor \frac{y+t}{\theta_2} \right\rfloor \right\}$$

对于任意 $y \geq d_2$, $d_1(y) = \min_{x \geq 0} \{x: \Pr(x + (y - D_2)^+ + V_1 + (V_2 - (D_2 - y)^+)^+ \geq \theta_1 D_1) \geq \eta_1\}$.

定理 6 $d_1(y) \geq d_1(y+1) \geq d_1(y) - 1$.

定理 6 证明见文献[9].

由定理 6 可知, 若已知 $d_1(y)$ 要求 $d_1(y+1)$, 只需判别 $\Pr(d_1(y) - 1 + (y+1 - D_2)^+ + V_1 + (V_2 - (D_2 - (y+1 - D_2)^+)^+)^+ \geq \theta_1 D_1) \geq \eta_1$.

$-y-1)^+)^+ \geq \theta_1 D_1 \geq \eta_1$ 是否成立, 若成立, 则有: $d_1(y+1)=d_1(y)-1$, 否则有: $d_1(y+1)=d_1(y)$.

由引理 1 可知, 问题 SOTLAP(2) 有下面的等价形式:

$$\begin{aligned} \max_{(x,y)} J(x,y) &= E[f(x,y,D_1,D_2,V_1,V_2)] \\ \text{s.t. } x &\geq d_1(y), y \geq d_2 \end{aligned}$$

记之为问题 DOTLAP(2).

下面令 (X^*, Y^*) 是问题 SOTLAP(2) 的最优解, x^{**} 和 y^{**} 分别是有随机约束单类雇员优化问题 SOTLAP(1) 的最优解, 即分别是下面的问题:

$$\begin{aligned} \max G^{(1)}(x) &= E[\beta_1 \min\{D_1, x\} + \gamma_1 \min\{V_1, (D_1 - x)^+\} - \mu_1 (D_1 - x - V_1)^+] - \alpha_1 x \\ \text{s.t. } \Pr(x + V_1 \geq \theta_1 D_1) &\geq \eta_1 \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

和:

$$\begin{aligned} \max G^{(2)}(y) &= E[\beta_2 \min\{D_2, y\} - \gamma_3 \min\{V_2, (D_2 - y)^+\} - \mu_2 (D_2 - y - V_2)^+] - \alpha_2 y \\ \text{s.t. } \Pr(y + V_2 \geq \theta_2 D_2) &\geq \eta_2 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$

的最优解, 其计算方法见文献[9] 中算法 2.2. 显然, (x^{**}, y^{**}) 是问题 SOTLAP(2) 的可行解. 类似于定理 2 和定理 3 有如下的定理 7 和定理 8.

定理 7 $X^* + Y^* \leq \lfloor \frac{\beta_1 E[D_1] + \beta_2 E[D_2] - G^{(1)}(x^{**}) - G^{(2)}(y^{**})}{\alpha_1} \rfloor$

定理 7 的证明见文献[9].

定理 8 当 $y \geq d_2$ 且固定时, 令: $x^{**}(y) = \min_{x \geq d_1(y)} \{x: \Delta_x J(x,y) < 0\}$, 则 $(x^{**}(y), y)$ 是问题 SOTLAP

(2) 在雇员 2 的人数是 y 时的局部最优解, 即租赁中心的期望收益 $J(x^{**}(y), y)$ 取得雇员 2 的人数是 y 时的局部最大值.

定理 8 的证明类似于定理 3 的证明, 略. $x^{**}(y)$ 的计算方法类似于文献[9] 中的算法 2.2.

由定理 4 和定理 6 可得如下的定理 9.

定理 9 $x^{**}(y)$ 关于 y 是单调不增的, 且 $x^{**}(y) \geq x^{**}(y+1) \geq x^{**}(y)-1$.

定理 9 的证明见文献[9].

类似于定理 5 有如下的定理 10.

定理 10 $X^* = x^{**}(Y^*), X^* \leq x^{**}, Y^* \geq y^{**}$.

定理 10 的证明见文献[9].

由上述的结论, 可以得到如下求雇员 1 的规模 X^* 和雇员 2 的规模 Y^* 以及租赁中介中心最大期望净收益 J_{\max}^* 的搜索算法 2.

算法 2.

- 1) 利用文献[9] 中的算法 2.2 计算 x^{**} 和 y^{**} , 利用本文中的算法 1 计算 X 和 Y , 计算 d_2 和 $C = \lfloor \frac{\beta_1 E[D_1] + \beta_2 E[D_2] - G^{(1)}(x^{**}) - G^{(2)}(y^{**})}{\alpha_1} \rfloor$, 并且对满足 $y^{**} \leq y \leq C$ 的所有的 y , 计算 $d_1(y)$.
- 2) 判别 $Y \geq d_2$ 和 $X \geq d_1(Y)$ 是否都成立, 若都成立, 令: $X^* \leftarrow X, Y^* \leftarrow Y, J_{\max}^* \leftarrow J(X, Y)$, 转到步骤 8; 否则, 转到下一步骤 3.
- 3) 令 $y \leftarrow y^{**}$: $x^*(y) = \min_{x \geq 0} \{x: \Delta_x J(x,y) < 0\}$, 判别 $x^*(y) \geq d_1(y)$ 是否成立, 若成立, 令: $x \leftarrow x^*(y), J_{\max}^* \leftarrow J(x, y), X^* \leftarrow x, Y^* \leftarrow y$; 否则, 令: $x \leftarrow d_1(y), J_{\max}^* \leftarrow J(x, y), X^* \leftarrow x, Y^* \leftarrow y$.
- 4) 令: $x \leftarrow x-1, y \leftarrow y+1$.
- 5) 判别 $x \geq 0$ 和 $x+y \leq C$ 是否都成立, 若都成立, 转到下一步骤 6, 否则, 转到步骤 8.
- 6) 判别 $x \geq d_1(y)$ 和 $\Delta_x J(x, y) < 0$ 是否都成立, 若都成立, 直接转到下一步骤 7; 否则, 令: $x \leftarrow x+1$,

转到下一步骤 7.

7) 判别 $J(x, y) \geq J_{\max}^*$ 是否成立, 若成立, 令: $J_{\max}^* \leftarrow J(x, y)$, $X^* \leftarrow x$, $Y^* \leftarrow y$, 转到步骤 4; 否则, 直接转到步骤 4.

8) 输出 J_{\max}^* , X^* 和 Y^* , 结束.

5 仿真数据实例分析

下面我们就 D_1 、 D_2 和 V_1 、 V_2 都服从 Poisson 分布时给出一个仿真实例, 并利用其数据的计算结果, 分析采用替代策略的优越性.

令: $\alpha_1 = 60$, $\beta_1 = 100$, $\mu_1 = 10$, $\alpha_2 = 80$, $\beta_2 = 130$, $\mu_2 = 20$, $\gamma_1 = 20$, $\gamma_2 = 15$, $\gamma_3 = 30$, $D_1 \sim P(\lambda_{1d})$, $D_2 \sim P(\lambda_{2d})$, $V_1 \sim P(\lambda_{1s})$, $V_2 \sim P(\lambda_{2s})$, 其中 $\lambda_{1d} = 50$, $\lambda_{2d} = 60$, $\lambda_{1s} = 8$, $\lambda_{2s} = 12$. 当问题在无随机约束条件时, 若中心不考虑用雇员 2 替代雇员 1, 则中心的雇员 1 和雇员 2 的规模的最优解分别是: $x^* = 47$, $y^* = 57$, 最大期望净收益是: $H = H(x^*, y^*) = 4447.2$, 而付给雇员的工资成本是 $\text{cost} = 7380$. 若中心采用替代策略, 即考虑用雇员 2 替代雇员 1 时, 则中心的雇员 1 和雇员 2 的规模的最优解分别是: $X = 43$, $Y = 59$, 最大期望净收益是: $J = J(X, Y) = 4629.2$, 而付给雇员的工资成本是 $\text{COS } T = 7300$. 由此可见, 若采用替代策略, 中心的工资成本降低了 1.08%, 而最大期望净收益却增加了 4.09%. 在满足需求的可靠性方面, 中心不采用替代策略时, 其最优解满足用工企业对雇员 1、雇员 2 的需求和整个所有需求的概率分别是:

$$\Pr(x^* + V_1 \geq D_1) = 0.7674, \Pr(y^* + V_2 \geq D_2) = 0.868, \Pr(x^* + V_1 \geq D_1, y^* + V_2 \geq D_2) = 0.6662.$$

而采用替代策略时, 其最优解满足用工客户对雇员 1、雇员 2 的需求和整个所有需求的概率分别是:

$$\Pr(X + V_1 + (Y + V_2 - D_2)^+ \geq D_1) = 0.8828, \Pr(Y + V_2 \geq D_2) = 0.9108,$$

$$\Pr(X + V_1 + Y + V_2 \geq D_1 + D_2, Y + V_2 \geq D_2) = 0.8307.$$

由此可以看出, 中心采用替代策略在满足客户需求方面具有明显的优越性, 显著地提高了中心满足需求的概率, 进一步改善了满足需求的可靠性. 对于有随机约束的问题, 当 $\theta_1 = \theta_2 = 1$, $\eta_1 = \eta_2 = 0.95$ 时, 若中心不考虑用雇员 2 替代雇员 1, 则中心的雇员 1 和雇员 2 的规模的最优解分别是: $x^{**} = 55$, $y^{**} = 62$, 最大期望净收益是: $H = H(x^{**}, y^{**}) = 4222.7$, 而付给雇员的工资成本是 $\text{COST} = 8260$. 若中心采用替代策略, 即考虑用雇员 2 替代雇员 1 时, 则中心的雇员 1 和雇员 2 的规模的最优解分别是: $X^* = 46$, $Y^* = 62$, 最大期望净收益是: $J_{\max}^* = J(X^*, Y^*) = 4577.5$, 付给雇员的工资成本是 $\text{COST} = 7720$. 由此可见, 若采用替代策略, 中心的工资成本降低了 6.53%, 而最大期望净收益却增加了 8.4%. 由此可以看出, 在满足客户需求可能性相同的情况下, 采用替代策略中心不但降低了成本, 还增加了收益.

6 结论与展望

本文提出了替代策略下的人才租赁与中介中心中两类雇员规模的离散随机优化数学模型(有随机约束条件和无约束条件), 用边际分析法证明了最优解的存在性, 给出了最优解的必要条件, 提出了求最优解的搜索算法, 通过理论分析和仿真数据实例说明了替代策略的优越性. 本文所提出的模型是根据实际问题提出的, 具有一定的代表性, 它不仅应用于人力资源计划中的租赁与中介中心的雇员规模问题, 该模型亦适用于贵重的、可重用的、生命周期长的产品租赁问题. 同时, 贵重的、可重用产品的逆向物流中的库存优化问题的研究, 亦可借鉴此模型.

人才租赁与中介问题在实际中是有广泛应用和非常有意义的问题. 本文和文献[8]对人才租赁问题中的定量分析问题做了一些初步探讨, 讨论了随机稳态的单类和两类雇员的租赁与中介的问题. 此外, 还有一些非常有意义的问题值得研究和探讨, 如讨论企业租赁雇员的时间长度是随机多阶段的, 租赁中心如何对内部雇员的规模进行控制和决策, 使得中心的收益最大. 中心如何用价格对供给和需求进行控制, 如何在中心和企业之间进行合作和协调, 使得系统的收益最大等. 这些都是非常有意义、在实际中具有广泛应用前景的问题, 值得研究工作者进行进一步的深入讨论.

参考文献:

- [1] Clinton A. Flexible Labor: Restructuring the American Work Force[R] . Monthly Labor Rev, 1997, 8: 3—17.
- [2] Christensen K. Contingent Work Arrangements in Family-sensitive Corporations[R] . Technical Report(1995), Center on Work and Family, Boston University, Boston, MA.
- [3] Pinker E J. Models of flexible workforce management in uncertain environments[D] . PhD Thesis(1996), MIT, Cambridge, MA.
- [4] 刘淑娟. 人才租赁市场要素与发展思路[J] . 人力资源, 2002, 4: 18—20.
Liu S J. The key factors and developing trend in the employee leasing market[J] . Human Resources, 2002, 4: 18—20.
- [5] 钟孟光. 人才租赁: 改善人力资源管理职能的有效手段[J] . 人力资源, 2002, 4: 35—37.
Zhong M G. A good method of improving human resource management: Employee leasing[J] . Human Resources, 2002, 4: 35—37.
- [6] 朱雪理. 人才租赁: 一种新型的人力资源管理模式[J] . 江苏商论, 2003, 5: 75—76.
Zhu X L. A new mode of human resource management: Employee leasing[J] . Jiangsu Commerce, 2003, 5: 75—76.
- [7] Milner J M, Pinker E J. Contingent labor contracting under demand and supply uncertainty[J] . Management Science, 2001, 47(8): 1046—1062.
- [8] 孙俊清, 李勇建, 涂萃生. 人才租赁与中介中心单类雇员规模优化问题的研究[J] . 系统工程理论与实践, 2005, 25(8): 62—68.
Sun J Q, Li Y J, Tu F S. Research on optimization of size of one-type of the employees in the talent leasing center[J] . Systems Engineering — Theory & Practice, 2005, 25(8): 62—68.
- [9] 孙俊清. 人才租赁系统的优化与控制问题的研究[D] . 南开大学博士论文, 2004.
Sun J Q. Research on the optimization and control on employee leasing system[D] . PhD thesis(2004. 12), Nankai University.
- [10] 孙俊清, 李勇建, 涂萃生. 两种工作三类雇员的人力资源计划问题的模型及其最优控制[J] . 南开大学学报(自然科学版), 2005, 4: 78—85.
Sun J Q, Li Y J, Tu F S. Modeling for manpower planning with two types of jobs and three types of employees and its optimal control[J] . Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Nankaiensis, 2005, 4: 78—85.
- [11] 林泽炎. 新型用人方式——人才租赁[J] . 中外企业文化, 2003, 6: 54—57.
Lin Z Y. A new mode of using employees: Employee leasing[J] . Chinese & Foreign Corporate Culture, 2003, 6: 54—57.

(上接第66页)

- [7] Balasubramanian S. Mail versus mall: A strategic analysis of competition between direct marketers and conventional retailers[J] . Marketing Science, 1998, 17(3): 181—195.
- [8] Chiang W K, Chajed D, Hess J D. Direct marketing, indirect profits: A strategic analysis of dual-channel supply-chain design[J] . Management Science, 2003, 49(1): 1—20.
- [9] Xing Pan, Venkatesh Shankar, Brian T. Ratchford. Price Competition Between Pure Play vs. Bricks-and-Clicks e-Tailers: Analytical Model and Empirical Analysis[R] . Working paper, University of Maryland, 2002.
- [10] 陈云, 王浣尘, 沈惠璋. 电子商务零售商与传统零售商的价格竞争研究[J] . 系统工程理论与实践, 2006, 26(1): 35—41.
Chen Y, Wang H C, Shen H Z. Study on the price competition between E-commerce retailer and conventional retailers[J] . Systems Engineering — Theory & Practice, 2006, 26(1): 35—41.
- [11] Webb, Kevin L. Managing channels of distribution in the age of electronic commerce[J] . Industrial Marketing Management, 2002, 31(3): 95—102.
- [12] Coughlan A T, Anderson E, Stem L W, et al. Marketing Channels[R] . Upper Saddle River, New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 2001.
- [13] Alba J, Lynch J, Weitz B A, et al. Interactive home shopping: Consumer, retailer, and manufacturer incentives to participate in electronic marketplaces[J] . Journal of Marketing, 1997, 61(6): 38—53.
- [14] Cattani K D, Gilland W G, Swaminathan J M. Coordinating traditional and internet supply chains[C] //D. Simchi-Levi, D. Wu and M. Shen, eds. Supply chain analysis in the ebusiness era. Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, 2004.
- [15] 张维迎. 博弈论与信息经济学[M] . 上海: 上海三联出版社, 1996.
Zhang W Y. Games and Information Economics[M] . Shanghai: Shanghai Sanlian Press, 1996.
- [16] Fernando Bernstein, Song J S, Zheng X N. Free Riding in a Multi-Channel Supply Chain[R] . Working Paper, Duke University, 2005.