# 基于仿真的单类产品组件订购最优决策

摘要：研究了只出售一种产品的经销商的最优组件订购量问题，在市场对产品需求不确定的情况下，基于经销商获利期望最大的准则，本文提出了单类产品组件订购规模的离散随机优化模型，用边际分析法证明了最优解的存在性和唯一性，给出了最优订购量的计算公式和方法。文章中使用市场需求满足率来作为模型的随机约束条件，分别讨论有随机约束条件和没有随机约束条件下的经销商的最优组件订购量，最后用实验仿真证明了本文得出的结论。

**1 引论**

随着当前市场环境的日益复杂化、动态化及不确定化，产品的生命周期普遍地缩短，一些以前看似生命周期较长的产品（如耐用消费品中的手机、电脑等电子产品），因其兼具了时尚性等特点，现在也变成了短生命周期产品。短生命周期产品往往具有产品需求不确定性高、产品生命周期短暂、价值衰退迅速、较强的产品替代效应等特性[1]。勿庸置疑，这种状况将延续到 21 世纪，使经销商面临的市场环境更为严峻。这就要求生产这些产品的经销商对不确定的市场需求能够更迅速、准确的做出响应。这些经销商的运营模式一般都是向组件制造商订购一批组件，然后组装成产品，从而获利。对于经销商来说，产品组件的订购成本高，但是当产品经过了销售期以后，对于剩下的组件只能按其残值处理，因此科学合理地订购组件，不仅能够提高经销商的利润期望，也能够帮助企业及时有效地满足顾客的服务需求，从而提高客户满意度，塑造良好的品牌形象，为企业长期发展打下良好的基础[2]。产品的最优组件订购决策得到了越来越多的学者和专家的关注。其中报童模型被很多学者应用到组件最优订购量问题的模型中[3,4]，利用报童模型主要是解决随机需求下寻求使得期望利润最大化的产品最优订购量问题，但是他们在追求利润最大化的过程中，没有考虑到市场需求的满足率。本文在将报童模型应用在经销商产品组件订购量问题中，将市场需求满足率作为约束条件来求解问题的最优解。

文章中的经销商生产的产品看作是由一般组件和特征组件组成的。在市场需求不确定的情况下，基于经销商获利期望最大的准则，提出了单类产品组件订购规模的离散随机优化模型，将不确定的市场需求满足率来作为随机约束条件，分别讨论有随机约束条件和没有随机约束条件下的经销商的最优组件订购量。对模型使用数学分析的方法，在分析问题性质的基础上设计算法，用仿真软件来得到结果，从而提出对经销商的管理有意义的建议。

**2、问题描述与数学模型**

面对随机的市场需求，经销商将订购的组件组装成产品来销售，从中获取收益。由于市场对产品的需求是随机的，那么经销商在订购组件且将其组装完产品之后，最理想的的情况就是两种组件都没有剩余且刚好满足了市场的需求。但是一般来说，在订购组件且将其组装完产品之后要么就是经销商组装成产品可以满足市场需求，但订购的组件有剩余，要么就是订购的组件虽然没有剩余，但是不能够满足市场的需求。当组件有剩余的时候，对于剩余的这部分组件，经销商一般都按其残值处理。由于残值远小于组件的订购成本，当组件订购太多一定会为经销商带来损失。当产品的组装量不能够满足市场的需求，会造成这种产品的缺货，势必会降低经销商的服务水平，这对企业维护品牌形象是不利的。考虑到上述的两种情况，经销商在订购组件的时候，一般都会设定一个最低的市场需求满足率。此外经销商出售产品的价格会影响市场的需求。

对上述的产品模型进行描述，为了方便模型的描述，让表示的是这种产品的特征组件，表示的是这种产品的一般组件。则产品模型可以使用下面的符号来表示：

 经销商订购的每单位产品中组件的花费

 市场对产品的需求是随机变量，满足的分布规律是且，其中。

 每单位产品中组件的残值

 产品的销售价格

 经销商订购的组件的订购量（决策变量）

**模型假设：**

1. 组件的成本大于组件的残值
2. 经销商出售产品是有利可图的

3、特征组件的成本比一般组件的成本高

4、特征组件的残值比一般组件的残值大

5、假设产品的市场需求服从泊松分布即，研究表明排除其他因素对市场需求的影响，当产品的销售价格为时，其中为一个定值。

**数学模型：**

下面以经销商的期望净收益最大为准则建立问题的数学模型。令表示组装产品的组件订购量分别是和以及市场对产品的需求是的一个随机采样时（仍用表示）经销商所获得的净利润。则根据市场客户对产品需求的不同情况经销商的净利润有如下几种情形：

1、当，即经销商组装的产品可以满足市场的需求。





2、当，即经销商组装的产品不能够满足市场的需求。





综合上述两种情况：

所以当组件订购量规模为时，经销商的期望净收益是：。





经销商为了保证一定的服务水平，订购的特征组件和替换组件都必须保证一定的数量，使得至少有比例为的用户的需求得到满足的概率是即具有下面的随机约束

综上所述，我们得到如下的优化问题：





将这个问题记为。下面对该问题进行求解，也就是对经销商的组件订购量进行决策，使得在满足约束条件的情况下，经销商的期望净收益最大，即确定使得取得最大值。

**3、无随机条件约束的问题的求解与分析**

下面首先在或者的情况下，对问题进行讨论，求出其最优解，这时问题就变成了非负整数集合上的无条件约束优化问题。由于是离散的，所以采用边际分析法。由的表达式可以得到以下的定理：

定理1：当有：即在取得最大值。

证明：不妨假设，则











即同样可得当时，有

由定理1得到的推论有：

推论1：当经销商的组件订购量满足时，问题就变成了著名的“报童问题”，期望净收益为。





一阶差分为：







令



则

经分析可知，经销商的期望净收益函数及一阶差分和二阶差分有以下性质。

性质1：期望净收益的一阶差分为满足

性质2：对任意的，成立，所以是关于严格单调下降的，经销商的期望净收益函数关于是“凹”的。

由性质1和性质2可得到下面的定理2。

定理2：当，经销商的最大期望净收益函数在处取得最大值，其中，且最大值为：



注1：由于是可能成立的，当它成立时，期望净收益函数值有两个最优点和。但是当经销商的订购组件量的规模是时，它满足客户需求的可能性更大。因此我们认为是唯一的最优组件订购量。当时，显然是组件订购量的唯一最优点。所以，为了经销商的期望净收益最大，最优组件订购量。

**4、随机条件约束的问题的求解**

下面就在和成立的情况下，对问题进行求解，则有下面的

引理。

引理1：设是一实的离散随机变量，是某一个整数，，则成立的充要条件是存在某一个整数，使得成立。

引理2：对于任意满足和的和，

和成立的充要条件是存在非负整数，使得成立。

引理3：设，非负整数可以通过下面的式子求得，亦可以通过随机模拟来求得。





由定理1和引理2可知，问题可以转化为如下的确定性约束的优化问题：





我们记该问题为，前面的定理2讨论可得下面的定理3.

定理3：设是问题的最优解，则；当时，有成立，当时，有。

**5、实例分析**

在实际生活中许多产品都可以看作是由特征组件和一般组件组装成的，如刚刚上市的华为P10相比P9，P10在很多方面都是沿用P9的，比如说存储组合依然为4GB+64GB、相机、电池、机身尺寸等(可以看作是一般组件)，P10 的创新之处在于采用的是华为最新版的cpu麒麟960(可以看作是特征组件)。这款CPU性能跑分完全碾压P9的cpu麒麟955，且P10使用的是全新的EMUI 5.0操作系统，国内第一家基于安卓7.0，支持智能学习，长时间使用也不卡顿。假设有这样一种产品，这种产品也是由特征组件和一般组件组成的，这种产品的市场需求服从泊松分布时，给出无随机约束时问题和有随机约束时问题的一些实例，并根据图形分析了一些参数之间的关系。当服从其他一般分布的时候，亦有类似的结果。设每单位产品的特征组件的成本为30，一般组件的成本为40，在销售末期特征组件的残值为10，一般组件的残值为15，产品的市场售价为140，参数选取参照文献[7]。带入本文的模型中即且假设在某一个地区内，这种产品的市场需求服从泊松分布即时，其中。由定理2可得时，其期望利润最大，最大利润为。

和的关系 和的关系

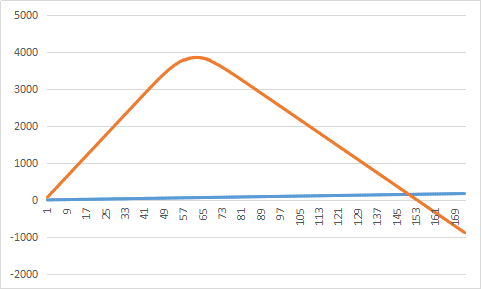


图1 和的关系 图2和的关系

在图1中从1变化到170，从上图中也可以看出，经销商在时取得最大值，此时满足市场需求的的概率是。当，时，利用定理3可得到问题的最优解是相应的经销商的期望净收益为。从上面的数据可以看出。加上随机条件约束后，由于要保证满足市场需求更高的可靠性，不仅增加订购组件的成本，相应的期望净收益还会有一定的减少。图2说明的是当满足的市场需求的概率是时，经销商的期望净收益和的关系。从图中可以看出

升高的价格和需求服从的分布应该有一个关系，价格越高，分布的期望越低？

**6、结束语**

本文提出的模型是根据实际问题提出的，具有一定的代表性，不仅可以应用于单类短周期产品的最优组件订购决策中，该模型还应具有可扩展性，如可以扩展到经销商生产两类产品（其中一种产品的性能比另一种的产品性能更高）的模型中，在解决最优组件订购量的问题中，本文得出的结论依然是有效的。文章对经销商的最优组件订购量的问题做了一些初步的探讨，此外还有一些非常有意义的问题值得研究和探讨，经销商如何用产品的价格对供给和需求进行控制，经销商在订购组件之前如何对市场的需求进行预测，使得期望净收益最大等，这些都是非常有意义、在实际中具有非常广泛的应用前景。

**参考文献：**

[1]徐福缘．大批量定制生产的理论与应用[M]．上海科学技术出版社.2008:1-4

[2]何小萍. 持续提升客户满意度应对激烈变化的市场需求[J].陕西．民营科技．2013.

[3]Yancong Zhou,Junqing Song.Inventory Decisions in a Product-Updated System with Component Substitution and Product Substitution.Discrete Dynamics in Nature and Society,vol.2013,Article ID 136074,9 pages,2013.Doi:10.1155/2013/136074.

[4]孙俊清, 李勇建, 涂菶生.人才租赁与中介中心的单类雇员规模优化问题的研究 [J] . 系统工程理论与实践, 2005, 25(8):62- 68.

[5]吴艳.一类商品销售的 newsboy 模型[D].合肥工业大学2013.4.24.

[6]王志江. 三种不同需求分布条件下报童问题期望费用的计算[J].数学的实践与认识 , 2009,39(18):1-4.

[7]Ding D,Chen J.Supply chain coordination with contracts game complementary suppliers [J].International Journal of Information Technology and Decision Making,2007,6(1):163-175.