# 基于仿真的单类产品组件订购最优决策

摘要：研究了只出售一种产品的经销商的最优组件订购量问题，在市场对产品需求不确定的情况下，以经销商获利期望最大为目标，本文提出了单类产品组件订购规模的离散随机优化模型，用边际分析法证明了最优解的存在性和唯一性，给出了最优订购量的计算公式和方法。文章中使用市场需求满足率来作为模型的随机约束条件，分别讨论有随机约束条件和没有随机约束条件下的经销商的最优组件订购量，最后用仿真数据实例的计算实验验证了本文的结论。

**1 引论**

随着当前市场环境的日益复杂化、动态化及不确定化，产品的生命周期普遍地缩短，一些以前生命周期较长的产品（如耐用消费品中的手机、电脑等电子产品），因其兼具了时尚性等特点，现在也变成了短生命周期产品。短生命周期产品往往具有产品需求不确定性高、产品生命周期短暂、价值衰退迅速、较强的产品替代效应等特性[1]。勿庸置疑，这种状况将延续可预见的相当长的一段时期，这使得市场环境更为严峻，要求生产和经营这些产品的经销商对不确定的市场需求能够更迅速、准确的做出响应。

这些经销商的运营模式一般都是向组件制造商订购一批组件，然后组装成产品，向市场出售，从而获利。对于经销商来说，产品组件的订购成本高，但是当产品经过了销售期以后，对于剩下的组件只能按其残值处理，因此科学合理地订购组件，不仅能够提高经销商的利润期望，也能够帮助企业及时有效地满足顾客的服务需求，从而提高客户满意度，塑造良好的品牌形象，为企业长期发展打下良好的基础[2]。短生命周期产品的最优组件订购决策得到了越来越多的学者和专家的关注。关于短生命周期产品订货策略的研究，最典型的就是报童模型。

它解决了面向随机顾客需求的单种短生命周期产品的单周期订货问题[3-4]。然而上述文献都是对产品订购量问题进行研究。本文在文献1的基础上对短生命周期产品的组件订购量问题进行研究，且将市场需求满足率作为约束条件来求解问题的最优解。

文章中的经销商生产的产品看作是由一般组件和特征组件组成的。在市场需求不确定的情况下，以经销商获利期望最大为目标，提出了单类产品组件订购规模的离散随机优化模型，将不确定的市场需求满足率来作为随机约束条件，分别讨论有随机约束条件和没有随机约束条件下的经销商的最优组件订购量，对模型使用数学分析的方法，在分析问题性质的基础上设计算法，用仿真软件来得到结果，从而提出对经销商的管理有意义的建议。

**2、问题描述与数学模型**

**2.1 问题的描述和数学符号说明**

面对随机的市场需求，经销商向组件制造商订购一批组件，将这些组件组装成短生命周期产品向市场出售，从而获利。这批组件包括特征组件和一般组件，它们的单位订购成本分别为和，订购量分别为和。经销商将这些组件组装成产品以价格向市场销售，市场对产品的需求是随机变量，满足的分布律是且，其中。经销商出售产品一定是有利可图的，即。由于市场对产品的需求是随机的，那么经销商在订购组件且将其组装完产品之后，最理想的的情况就是两种组件都没有剩余且刚好满足了市场的需求。但是一般来说，在订购组件且将其组装成产品之后，会遇到如下的两种情况：1、产品可以满足市场需求，但订购的组件有剩余；2、订购的组件虽然没有剩余，但是不能够满足市场的需求。当组件有剩余的时候，对于剩余的这部分组件，经销商一般都按其残值处理。

特征组件和一般组件的单位残值分别为和。不失一般性，组件的残值都会小于其成本即因此，当组件订购太多一定会为经销商带来损失。当产品的组装量不能够满足市场的需求，会造成这种产品的缺货，势必会降低经销商的服务水平，这对企业维护品牌形象是不利的。考虑到上述的两种情况，经销商在订购组件的时候，一般都会设定一个最低的市场需求的满足率作为约束条件。经销商的目的是对产品组件的订购量进行决策，使得期望净收益最大。

**2.2 数学模型：**

下面以经销商的期望净收益最大为目标建立问题的数学模型。令表示组装产品的组件订购量分别是和以及市场对产品的需求是的一个随机采样时（仍用表示）经销商所获得的净利润。则根据市场客户对产品需求的不同情况经销商的净利润有如下几种情形：

1、当，即经销商组装的产品可以满足市场的需求。





2、当，即经销商组装的产品不能够满足市场的需求。





综合上述两种情况：

，且当组件订购量规模为时，经销商的期望净收益是：。





经销商为了保证一定的服务水平，订购的特征组件和一般组件都必须保证一定的数量，使得至少有比例为的用户的需求得到满足的概率是即具有下面的随机约束

综上所述，我们得到如下的优化问题：



将这个问题记为。下面对该问题进行求解，也就是对经销商的组件订购量进行决策，使得在满足约束条件的情况下，经销商的期望净收益最大，即确定使得取得最大值。

**3、无随机条件约束的问题的求解与分析**

下面首先在或者的情况下，对问题进行讨论，求出其最优解，这时问题就变成了非负整数集合上的无条件约束优化问题。由于是离散的，所以采用边际分析法。由的表达式可以得到以下的定理：

定理1：当，且时，有：。

证明：不妨假设，则











即同样可得当时，有

由定理1得到的推论有：

推论1：若在处取得最大值，则必有成立，即的最优解，必满足，其中是函数的最大值点，其中：





所以

一阶差分为：







令



则

经分析可知，经销商的期望净收益函数及一阶差分和二阶差分有以下性质。

性质1：期望净收益的一阶差分为满足

性质2：对任意的，成立，所以是关于严格单调下降的，经销商的期望净收益函数关于是“凹”的。

由性质1和性质2可得到下面的定理2。

定理2：当，经销商的最大期望净收益函数在处取得最大值，其中，且最大值为：



注1：由于是可能成立的，当它成立时，期望净收益函数值有两个最优点和。但是当经销商的订购组件量的规模是时，它满足客户需求的可能性更大。因此我们认为是唯一的最优组件订购量。当时，显然是组件订购量的唯一最优点。所以，为了经销商的期望净收益最大，最优组件订购量。

**4、随机条件约束的问题的求解**

下面就在和成立的情况下，对问题进行求解，则有下面的

引理。

引理1：设是一实的离散随机变量，是某一个整数，，则成立的充要条件是存在某一个整数，使得成立。

引理2：对于任意满足和的和，

和成立的充要条件是存在非负整数，使得成立。

引理3：设，非负整数可以通过下面的式子求得，亦可以通过随机模拟来求得。





由定理1和引理2可知，问题可以转化为如下的确定性约束的优化问题：





我们记该问题为，前面的定理2讨论可得下面的定理3.

定理3：设是问题的最优解，则；当时，有成立，当时，有。

**5、实例分析**

在实际生活中许多产品都可以看作是由特征组件和一般组件组装成的，如刚刚上市的华为P10，P10相比P9，P10在很多方面都是沿用P9的，比如说存储组合依然为4GB+64GB、相机、电池、机身尺寸等(可以看作是一般组件)，P10 的创新之处在于采用的是华为最新版的cpu麒麟960(可以看作是特征组件)。这款CPU性能跑分要比P9的cpu麒麟955高很多，且P10使用的是全新的EMUI 5.0操作系统，国内第一家基于安卓7.0，支持智能学习，长时间使用也不卡顿。在现实生活中，有很多产品的结构都和他们类似。假设某经销商生产的产品有新产品和老产品，他们都是由各自的特征组件和一般组件组成的，且市场需求都服从泊松分布时，下面我们设定一些产品的参数并利用论文中的定理，给出两种产品在无随机约束时问题和有随机约束时问题的一些实例，并根据图形分析了这些参数之间的关系。当产品的市场需求服从其他一般分布的时候，亦有类似的结果。两种产品的参数选取如下表所示，参数选取参照文献[7]。

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 产品种类 | 特征组件 | 一般组件 | 特征组件的残值 | 一般组件的残值 | 产品销售价格 |
| 新产品 | 600 | 400 | 120 | 80 | 3000 |
| 老产品 | 500 | 300 | 100 | 60 | 2500 |

产品的参数列表

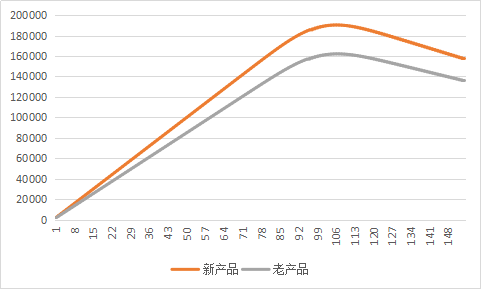
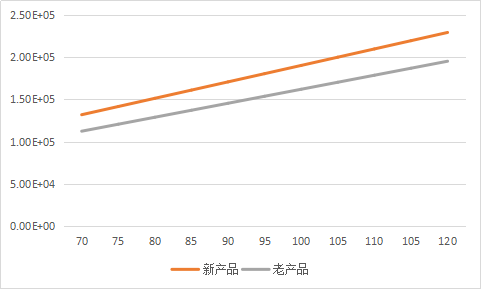
 

图1 图2

最优组件订购量和经销商的最大利润都可以由定理2得到。假设新产品在某一地区的市场需求期望为100，由定理2可以得到经销商的新产品最优组件订购量为105，所获得的最大净收益为190392.6，当=0.9,=0.9时，问题的最优解=109，所获得的最大净收益为 189880.5从上面的比较可以看出,加上随机约束条件后,由于要保证满足客户需求更高的可靠性,就要增加产品的组件订购量,相应的期望净收益就会有一定的减少.

图1的横轴表示的是新产品和老产品的市场需求的期望仍为100时，经销商的新产品和老产品的组件订购量，纵轴表示的是当前组件订购量能够为经销商带来的最大利润期望。从图1中可以看出当新产品和老产品的市场需求期都为100的时候，在订购相同组件的时候，新产品能够为经销商带来更大的利润期望。如果经销商的资金不足以订购产品的最优组件量，经销商应该把相对多的资金用来订购新产品的组件。图2的横轴表示的是市场对新产品和老产品的需求期望，纵轴表示的是新产品和老产品能够给经销商带来的最大利润期望。从图2中可以看出市场需求服从分布的期望从70-120的过程中，经销商的新产品和老产品最大期望利润的变化过程。从过程中可以看出随着产品市场需求的数学期望的增加，经销商的最大期望利润也在增加，且近似于线性关系。所以当市场对产品的需求每增加一个时，经销商为了利益的最大化，必然多订购一组件从而获利。随着产品的市场需求的增加，新产品的利润期望的增长速度要比老产品的利润期望的增长速度要快，因此在新产品推出市场的过程中，经销商应该对新产品进行更大力度的推广，从而扩大新产品的市场需求。

**6、结束语**

本文提出的模型是根据实际问题提出的，具有一定的代表性，不仅可以应用于单类短周期产品的最优组件订购决策中，该模型还应具有可扩展性，如可以扩展到经销商生产两类产品（其中一种产品的性能比另一种的产品性能更高）的模型中，在解决最优组件订购量的问题中，本文得出的结论依然是有效的。文章对经销商的最优组件订购量的问题做了一些初步的探讨，此外还有一些非常有意义的问题值得研究和探讨，经销商如何用产品的价格对供给和需求进行控制，经销商在订购组件之前如何对市场的需求进行预测，使得期望净收益最大等，这些都是非常有意义、在实际中具有非常广泛的应用前景。

**参考文献：**

[1]徐福缘．大批量定制生产的理论与应用[M]．上海科学技术出版社.2008:1-4

[2]何小萍. 持续提升客户满意度应对激烈变化的市场需求[J].陕西．民营科技．2013.

[3]Yancong Zhou,Junqing Song.Inventory Decisions in a Product-Updated System with Component Substitution and Product Substitution.Discrete Dynamics in Nature and Society,vol.2013,Article ID 136074,9 pages,2013.Doi:10.1155/2013/136074.

[4]孙俊清, 李勇建, 涂菶生.人才租赁与中介中心的单类雇员规模优化问题的研究 [J] . 系统工程理论与实践, 2005, 25(8):62- 68.

[5]吴艳.一类商品销售的 newsboy 模型[D].合肥工业大学2013.4.24.

[6]王志江. 三种不同需求分布条件下报童问题期望费用的计算[J].数学的实践与认识 , 2009,39(18):1-4.

[7]Ding D,Chen J.Supply chain coordination with contracts game complementary suppliers [J].International Journal of Information Technology and Decision Making,2007,6(1):163-175.

[8]Petruzzi,Dada．Pricing and the newsvendor problem：A review with extensions[J]．Operations Research，Mar／Apr 1999，47(2):Pg．183一194．