

## Aufgabe 5

Schreibe das gleiche Wort  $w$  auf 1-Band und 2-Band. Der Kopf steht über dem letzten Zeichen von 1- und 2-Band.

Erster Schritt:

Bewege den Kopf von 1-Band nach Links. Prüfe dabei, ob die Länge vom Wort gerade ist. Inzwischen macht 2-Band nicht.

	0	1	B
$q_0$	$q_1, 0, L$	$q_1, 1, L$	$q_2, B, R$
$q_1$	$q_0, 0, L$	$q_0, 1, L$	Reject

Zweiter Schritt:

Bewege den Kopf von 1-Band nach rechts und den Kopf von 2-Band nach links. Ist gelesene Zeichen von beiden Bändern gleich, schreibe ein Blank dann gehe weiter, ansonsten reject.

	00/11	01/10	BB
$q_2$	$q_2, BB, RL$	Reject	Accept

## Aufgabe 7

a)

Wir nehmen eine Aussage an, dass  $R$  abzählbar ist.

Aus der Vorlesung haben wir gelernt, dass  $\Sigma^*$ , die Menge der Wörter über einem endlichen Alphabet  $\Sigma$ , abzählbar ist.

D.h. die Menge von allen Wörtern, die aus  $\{a, b, c\}$  besteht, ist auch abzählbar.

Sei  $W$  die Menge von allen Wörtern von  $R$  und  $w_1, w_2, w_3, w_4, \dots$  eine Aufzählung von  $W$ .

Wir definieren eine 2-dimensionale unendliche Matrix  $(A_{i,j})_{i \in \mathbb{N}, j \in \mathbb{N}}$  mit

$$A_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{falls } w_j \in L(r_i) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Wir definieren die Menge

$$W_{diag} = \{w_i \mid i \in \mathbb{N}, A_{i,i} = 1\}$$

$\implies$  das Komplement von  $W_{diag}$ :

$$\bar{W}_{diag} = W \setminus W_{diag} = \{w_i \mid i \in \mathbb{N}, A_{i,i} = 0\}$$

$\implies \bar{W}_{diag} \in W$

Sei  $w_{l_1}, w_{l_2}, w_{l_3}, \dots$  eine Abzählung von  $\bar{W}_{diag}$  mit einem regulären Ausdruck  $r_k = (r_{m_1} + r_{m_2} + r_{m_3} + \dots)$  für  $k \in \mathbb{N}$ ,  $w_{l_1} \in L(r_{m_1})$ ,  $w_{l_2} \in L(r_{m_2})$ , usw., denn  $R$  und  $W$  beide sind abzählbar.

Somit  $\bar{W}_{diag} = \{w_{l_1}, w_{l_2}, w_{l_3}, \dots\} = L(r_{m_1}) \cup L(r_{m_2}) \cup L(r_{m_3}) \cup \dots = (r_{m_1} + r_{m_2} + r_{m_3} + \dots) = L(r_k)$ . Dazu gibt es auch ein entsprechendes Wort  $w_k$ .

Jetzt betrachten wir zwei Fälle:

- Fall 1

$$A_{k,k} = 0 \xRightarrow{Def \bar{W}_{diag}} w_k \notin \bar{W}_{diag} \implies w_k \notin L(r_k) \xRightarrow{Def A} A_{k,k} = 1$$

- Fall 2

$$A_{k,k} = 1 \xRightarrow{Def \bar{W}_{diag}} w_k \in \bar{W}_{diag} \implies w_k \in L(r_k) \xRightarrow{Def A} A_{k,k} = 0$$

Beide Fälle zeigen den Widerspruch. Somit ist R überzählbar.