

## Aufgabe 4

a)

$L = \{ \langle M \rangle w \mid M \text{ erreicht bei Eingabe } w \text{ mindestens einmal den Zustand } q \}$

Eingabe:  $w$ , TM  $M$ , forderte Zustand  $q$ ,  $|Q| \cdot |\Gamma| \cdot \max\{|w|, 1\}$

Um zu entscheiden, ob  $M$  auf  $w$  den Zustand  $q$  erreicht, simuliere  $M$  auf  $w$ . Auf der zweiten Band schreiben wir erreichte Konfigurationen.

Dann gibt es folgende Fälle:

1.  $q$  wird erreicht in  $|Q| \cdot |\Gamma| \cdot \max\{|w|, 1\}$  vielen Schritten.  $\implies$  Akzeptieren.
2.  $M$  terminiert und  $q$  wird nie erreicht.  $\implies$  Verwerfen.
3.  $M$  terminiert nicht und  $q$  wird in  $|Q| \cdot |\Gamma| \cdot \max\{|w|, 1\}$  vielen Schritten nie erreicht.  $\implies$  Verwerfen. (D.h. eine Konfiguration wird doppelt besucht.)

b)

$L_b = \{ \langle M \rangle w \mid M \text{ schreibt bei Eingabe } w \text{ jemals ein } \# \}$

c)

$L_c = \{ \langle M \rangle w \mid \text{wenn } M \text{ bei leeren Eingabewort gestartet wird, schreibt } M \text{ jemals einen } a \}$

c)

## Aufgabe 5

a)

$S = \{ f_M \mid \forall w \in \{0, 1\}^* : f_M(w) = \perp \}$

Dann ist:

$L(S) = \{ \langle M \rangle \mid \text{berechnet eine Funktion aus } S \}$   
 $= \{ \langle M \rangle \mid M \text{ hält auf keinen Wörtern} \}$

$S \neq \emptyset$ :  $f_{M_\perp} \in S$ ,  $M_\perp$  geht immer in Endlosschleife.

$S \neq R$ :  $f_{M_w} \in R \setminus S$ ,  $M_w$  hält auf  $w$  und ist entscheidbar.

Nach Satz von Rice ist  $L_1$  nicht rekursiv.

b)

$S = \{ f_M \mid \forall w, w' \in \{0, 1\}^* : f_M(w) = w', |w'| < c \}$

Dann ist:

$L(S) = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ berechnet eine Funktion aus } S \}$   
 $= \{ \langle M \rangle \mid \text{die Länge aller ausgegebenen Wörter von } M \text{ ist beschränkt bei } c \}$

$S \neq \emptyset$ :  $f_{M_w} \in S$ ,  $M_w$  hält immer auf jeder Eingabe und die Ausgabe ist leer.

$S \neq R$ :  $f_{M_w} \in R \setminus S$ ,  $M_w$  hält auf  $w$  mit  $|f_w| \geq c$ .

Nach Satz von Rice ist  $L_2$  nicht rekursiv.