

Aufgabe 5

Schreibe das gleiche Wort w auf 1-Band und 2-Band. Der Kopf steht über dem letzten Zeichen von 1- und 2-Band.

Erster Schritt:

Bewege den Kopf von 1-Band nach Links. Prüfe dabei, ob die Länge vom Wort gerade ist. Inzwischen macht 2-Band nicht.

	0	1	B
q_0	$q_1, 0, L$	$q_1, 1, L$	q_2, B, R
q_1	$q_0, 0, L$	$q_0, 1, L$	Reject

Zweiter Schritt:

Bewege den Kopf von 1-Band nach rechts und den Kopf von 2-Band nach links. Ist gelesene Zeichen von beiden Bändern gleich, schreibe ein Blank dann gehe weiter, ansonsten reject.

	00/11	01/10	BB
q_2	q_2, BB, RL	Reject	Accept

Zeitbedarf: $t(w) = \Theta(|w|)$

Platz: $s(w) = \Theta(|w|)$

Aufgabe 7

a)

Wir nehmen eine Aussage an, dass R abzählbar ist.

Aus der Vorlesung haben wir gelernt, dass Σ^* , die Menge der Wörter über einem endlichen Alphabet Σ , abzählbar ist.

D.h. die Menge von allen Wörtern, die aus $\{a, b, c\}$ besteht, ist auch abzählbar.

Sei W die Menge von allen Wörtern von R und $w_1, w_2, w_3, w_4, \dots$ eine Aufzählung von W .

Wir definieren eine 2-dimensionale unendliche Matrix $(A_{i,j})_{i \in \mathbb{N}, j \in \mathbb{N}}$ mit

$$A_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{falls } w_j \in L(r_i) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Wir definieren die Menge

$$W_{diag} = \{w_i \mid i \in \mathbb{N}, A_{i,i} = 1\}$$

\implies das Komplement von W_{diag} :

$$\bar{W}_{diag} = W \setminus W_{diag} = \{w_i \mid i \in \mathbb{N}, A_{i,i} = 0\}$$

$\implies \bar{W}_{diag} \in W$

Sei $w_{l_1}, w_{l_2}, w_{l_3}, \dots$ eine Abzählung von \bar{W}_{diag} mit einem regulären Ausdruck $r_k = (r_{m_1} + r_{m_2} + r_{m_3} + \dots)$ für $k \in \mathbb{N}$, $w_{l_1} \in L(r_{m_1})$, $w_{l_2} \in L(r_{m_2})$, usw., denn R und W beide sind abzählbar.

Somit $\bar{W}_{diag} = \{w_{l_1}, w_{l_2}, w_{l_3}, \dots\} = L(r_{m_1}) \cup L(r_{m_2}) \cup L(r_{m_3}) \cup \dots = (r_{m_1} + r_{m_2} + r_{m_3} + \dots) = L(r_k)$. Dazu gibt es auch ein entsprechendes Wort w_k .

Jetzt betrachten wir zwei Fälle:

- Fall 1

$$A_{k,k} = 0 \xRightarrow{Def \bar{W}_{diag}} w_k \notin \bar{W}_{diag} \implies w_k \notin L(r_k) \xRightarrow{Def A} A_{k,k} = 1$$

- Fall 2

$$A_{k,k} = 1 \xRightarrow{Def \bar{W}_{diag}} w_k \in \bar{W}_{diag} \implies w_k \in L(r_k) \xRightarrow{Def A} A_{k,k} = 0$$

Beide Fälle zeigen den Widerspruch. Somit ist R überzählbar.