

Aufgabe 1

L enthält genau ein Wort s . s ist entweder 0 oder 1.

Dass L entscheidbar ist, bedeutet, es gibt eine TM, die auf jeder Eingabe hält und jedes Wort aus $L(\Sigma^* \setminus L)$ akzeptiert(verwirft).

Aber wir wissen nicht, welches Wort genau in der Sprache steht(0 oder 1?). Wir können nicht so eine TM entwerfen, die eine unbekannte Sprache entscheiden kann. Deshalb ist L unentscheidbar.

Aufgabe 2

Für die unendliche Rezepte w_i und M_i definieren wir eine zweidimensionale unendliche Matrix $(A_{m,n})_{m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}}$ mit

$$A_{m,n} = \begin{cases} 1 & \text{falls } M_m \text{ } w_n \text{ akzeptiert,} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Beispiel:

	w_0	w_1	w_2	w_3	\dots
M_0	0	1	0	1	\dots
M_1	1	0	1	0	\dots
M_2	0	0	1	1	\dots
M_3	1	0	1	1	\dots
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\ddots

Die Matrix $A_{m,n}$ passt unsere Aufgabe: z.B. M_0 akzeptiert w_1 und w_3 , verwirft w_0 und w_2 . D.h. der 0-te Wichtel mag die Leckereien, die zu den 1-ten und 3-ten Rezepten gehören.

Sei $D = \{w_m \mid A_{m,m} = 0\}$,

Also können wir D als Diagonalsprache betrachten. Aus Vorlesung sind D und \overline{D} nicht rekursiv.

Somit ist das in der Aufgabe genannte Problem unentscheidbar.

Aufgabe 3

a)

Wir können eine TM M_a konstruieren, die L_1 entscheidet:

- Zuerst überprüft M_a , ob die Eingabe syntaktisch (als Gödelnummer) korrekt ist.
- Dann zähle, wie viele Zustände in der Eingabe bzw. Gödelnummer auftreten. Z.B.
 $111 \underline{0101010001000} 11 \underline{0100100010001000} 11 \underline{010001001000100} 11$
 $\underline{00010101001000} 11 \underline{000100100101000} 11 \underline{000100010100010} 111$
 M_a kann zählen, wie viele 0s es unmittelbar nach jedes 11 gibt (wie Unterstreichen zeigt). Dann kann M_a die Information auf zweitem Band speichern.
- Wenn das Zählen fertig ist, prüft, ob M_a die Anzahl von die Zuständen mehr als 24 ist. Wenn ja, akzeptiert die Eingabe, sonst verwirft.

Wenn das Endstand nicht gezählt ist, kann die Anzahl von die Zustände automatisch eins addieren.