

Aula 12 - Versao 2

Davi Wentrick Feijó

2024-05-20

Exercicio 1

Considere uma população $U = \{1, 2, 3\}$ que apresenta os seguintes parâmetros populacionais:

$$D = \begin{pmatrix} F_i \\ T_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 30 & 18 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Vamos calcular nosso B_0

```
renda <- c(12, 30, 18)
ntrab = c(1,3,2)
N = length(renda)
n = 2
```

Para esta população temos:

- $\mu_T = 2$

```
mean(ntrab)
```

```
## [1] 2
```

- $\mu_F = 20$

```
mean(renda)
```

```
## [1] 20
```

- $\sum_{i=1}^3 F_i T_i = 138$

```
sum(renda*ntrab)
```

```
## [1] 138
```

- $\sum_{i=1}^3 F_i^2 = 1.368$

```
sum(renda^2)
```

```
## [1] 1368
```

- $\sum_{i=1}^3 T_i^2 = 14$

```
sum(ntrab^2)
```

```
## [1] 14
```

Com isso podemos partir para o calculo do B_0

$$B_0 = \frac{\sum_{i=1}^N F_i T_i - N \bar{T} \bar{F}}{\sum_{i=1}^N T_i^2 - N \bar{T}^2} = \frac{18}{2} = 9$$

```
B0 = (sum(renda*ntrab) - N*mean(renda)*mean(ntrab))/(sum(ntrab^2)-N*mean(ntrab)^2)
```

```
## [1] 9
```

Em seguida vamos calcular nossos parametros amostrais com $n = 2$ (ou seja pegando 2 amostra de cada vez):

```
mut = mean(ntrab)
resultsF = c()
resultsD <- c()
resultsT <- c()
amostra <- c(1,1,1, 2, 1, 3, 2, 1,2,2,2, 3, 3, 1, 3, 2,3,3)
t= 0
for (i in seq(1, length(amostra)/2)) {
  d_bar <- mean(c(renda[amostra[i+t]],renda[amostra[i+t+1]]))
  t_bar <- mean(c(ntrab[amostra[i+t]],ntrab[amostra[i+t+1]]))
  f_reg = d_bar+B0*(mean(ntrab) - t_bar)

  resultsF = append(resultsF, f_reg)
  resultsD <- append(resultsD, d_bar)
  resultsT <- append(resultsT, t_bar)
  t=t+1
}
```

- $d_bar = \text{Média } F_i = \bar{f}$

```
print(resultsD)
```

```
## [1] 12 21 15 21 30 24 15 24 18
```

- $t_bar = \text{Média } T_i = \bar{t}$

```
print(resultsT)
```

```
## [1] 1.0 2.0 1.5 2.0 3.0 2.5 1.5 2.5 2.0
```

- $f_reg = \text{Media do estimador tipo regressao} = \bar{f}_{reg}$

```
print(resultsF)
```

```
## [1] 21.0 21.0 19.5 21.0 21.0 19.5 19.5 19.5 18.0
```

s	11	12	13	21	22	23	31	32	33
$P(s)$	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9
\bar{f}	12	21	15	21	30	24	15	24	18
\bar{t}	1	2	1,5	2	3	2,5	1,5	2,5	2
\bar{f}_{Reg}	21,0	21,0	19,5	21,0	21,0	19,5	19,5	19,5	18,0

Agora podemos ir calcular $Var[\bar{f}_{Reg}]$

Para isso vamos usar a funcao `var()` do R, porem ela sempre calcula a variancia amostral (no caso dividindo sempre por $n - 1$) para isso temos que fazer uma correcao e multiplicar por $(N - 1)/N$ para cancela o $n - 1$ e assim dividir por N

- $\sigma_F^2 = 56$

```
sigma2f = var(renda)*(N - 1) / N
```

```
## [1] 56
```

- $\sigma_T^2 = 2/3$

```
sigma2t = var(ntrab)*(N - 1) / N
```

```
## [1] 0.6666667
```

- $\sigma_{FT}^2 = 6$

```
sigma2ft = var(ntrab,renda)*(N - 1) / N
```

```
## [1] 6
```

Agora pode partir para o calculo da $Var[\bar{f}_{Reg}]$

$$Var[\bar{f}_{Reg}] = \frac{1}{n} (\sigma_F^2 - 2b_0\sigma_{FT}^2 + b_0^2\sigma_T^2) = 1$$

```
varF_reg = 1/n * (sigma2f - 2*B0*sigma2ft+B0^2*sigma2t )
```

```
## [1] 1
```

```

#D - Renda Var e Esp

espD = sum(resultsD * 1/9) #Esperanca
esp_quadD = sum((resultsD^2) * 1/9)

varD = esp_quadD - espD^2 #Variancia

#T - numero de trab Var e Esp

espT = sum(resultsT * 1/9) #Esperanca
esp_quadT = sum((resultsT^2) * 1/9)

varT = esp_quadT - espT^2 #Variancia

#T - regressao entre renda e numero de trabalhadores Var e Esp

espF = sum(resultsF * 1/9) #Esperanca
esp_quadF = sum((resultsF^2) * 1/9)

varF = esp_quadF - espF^2 #Variancia

## [1] "Esperanca da Renda media: 20"

## [1] "Variancia da Renda media: 28"

## [1] "Esperanca do estimador tipo regressao: 20"

## [1] "Variancia do estimador tipo regressao: 1"

```