Exercicio Aula 11 e 12 Delineamento

Davi Wentrick Feijó

2023-05-06

Exercicio 1:

Uma qumica deseja testar o efeito de quatro agentes na resistencia de um determinado tipo de tecido. Porque pode haver variabilidade de um rolo de tecido para outro, a qumica decide usar um delineamento de blocos casualizados. Sendo que, os rolos de tecido serao considerados como blocos. Ela seleciona cinco rolos e aplica todos os quatro produtos qumicos em ordem aleatoria para cada rolo. Na Tabela 1 estao os resultados das resistencias resultante.

```
produtos = c(1,2,3,4)
rolo_1 = c(73,73,75,73)
rolo_2 = c(68,67,68,71)
rolo_3 = c(74,75,78,75)
rolo_4 = c(71,72,73,75)
rolo_5 = c(67,70,68,69)

dados = data.frame(produtos,rolo_1,rolo_2,rolo_3,rolo_4,rolo_5)
kable(dados)
```

produtos	rolo_1	rolo_2	rolo_3	rolo_4	rolo_5
1	73	68	74	71	67
2	73	67	75	72	70
3	75	68	78	73	68
4	73	71	75	75	69

Para trabalhar com os dados precisamos formatar eles de forma que fiquem na forma long por meio da funcao pivot_longer()

```
#padronizando o data frame para analise

dados_long = dados %>%
  pivot_longer(cols = c(rolo_1,rolo_2,rolo_3,rolo_4,rolo_5), values_to = "values", names_to = "blocos")
  mutate(produtos = as.factor(produtos))

kable(dados_long)
```

produtos	blocos	values
1	rolo_1	73
1	rolo_2	68
1	rolo_3	74
1	rolo_4	71
1	rolo_5	67
2	rolo_1	73
2	rolo_2	67
2	rolo_3	75
2	rolo_4	72
2	rolo_5	70
3	rolo_1	75
3	rolo_2	68
3	rolo_3	78
3	rolo_4	73
3	rolo_5	68
4	rolo_1	73
4	rolo_2	71
4	rolo_3	75
4	rolo_4	75
4	rolo_5	69

1.1) O modelo considerado e as hipoteses de interesse

1.2) A tabela de análise de variancia e suas conclusoes Para realizar a tabela da ANOVA é necessario calcular a soma de quadrados, graus de liberdade, quadrados medios para o tratamento, bloco e residuo. Alem do valor F e p-valor do teste anova e do teste para blocos.

A soma de quadrados do modelo que iremos utilizar (com blocos) pode ser escrito como:

$$\text{SQTotal} = \text{SQTratamento} + \text{SQBloco} + \text{SQResiduo}$$

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2 = b\sum_{i=1}^{a}(Y_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 + a\sum_{j=1}^{b}(Y_{.j} - \bar{Y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(Y_{ij} - Y_{.j} - Y_{i.} - \bar{Y}_{..})^2$$

$$\text{SQTotal} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2$$

$$\text{SQTratamento} = b\sum_{i=1}^{a}(Y_{i.} - \bar{Y}_{..})^2$$

$$\text{SQBloco} = a\sum_{j=1}^{b}(Y_{.j} - \bar{Y}_{..})^2$$

$$\text{SQResiduo} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(Y_{ij} - Y_{.j} - Y_{i.} - \bar{Y}_{..})^2$$

Aqui vamos definir nosso a e b que sao a quantiade de tratamentos e de blocos respectivamente

```
# quantidade de blocos e tratamentos
t = length(unique(dados_long$produtos)) #tratamentos
b = length(unique(dados_long$blocos)) #blocos
```

Em seguida podemos calcular a media geral e as somas de quadrados

```
#soma de quadrados
media_total <- mean(dados_long$values)

ssqtot = sum((dados_long$values - media_total)^2)
ssqtrat   = sum((tapply(dados_long$values,dados_long$produtos,mean) - media_total)^2) * b
ssqblocos = sum((tapply(dados_long$values,dados_long$blocos,mean) - media_total)^2) * t
ssqres = ssqtot-ssqtrat-ssqblocos
```

Para calcular os quadrados médios do total, tratamento e residuos podemos seguir as seguinte formulas:

$$\text{QMTratamento} = \frac{\text{SQTratamento}}{a-1} = \frac{b\sum_{i=1}^{a}(Y_{i.} - \bar{Y_{..}})^2}{a-1} = \frac{b\sum_{i=1}^{a}\tau^2}{a-1}$$

$$\text{QMBloco} = \frac{\text{SQBloco}}{b-1} = \frac{a\sum_{j=1}^{b}(Y_{.j} - \bar{Y_{..}})^2}{b-1} = \frac{b\sum_{i=1}^{a}\beta^2}{a-1}$$

$$\text{QMResiduo} = \frac{\text{SQResiduo}}{(a-1)(b-1)} = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(Y_{ij} - Y_{.j} - Y_{i.} - \bar{Y_{..}})^2}{(a-1)(b-1)} = \frac{b\sum_{i=1}^{a}\epsilon^2}{(a-1)(b-1)}$$

Calculando os graus de liberdade dos blocos, tratamentos, e o total!

```
#graus de liberdade
glb = (b-1)
glt = (t-1)
glr = glb*glt
gltot = (b*t)-1
```

Agora podemos encontrar os quadrados médios

```
#quadrados medios
qmtrat = ssqtrat/glt
qmbloco = ssqblocos/glb
qmres = ssqres/glr
```

Sendo assim, para testar a igualdade das medias de tratamento, a estatıstica de teste e definida por:

$$F_0 = \frac{\text{QMTratamento}}{\text{QMResiduo}} \sim F_{a-1,(a-1)(b-1)}$$

E possıvel seguir a mesma ideia da estatıstica de teste para efeito de bloco. Entao, tem-se que:

$$F_0 = \frac{\text{QMBloco}}{\text{QMResiduo}} \sim F_{b-1,(a-1)(b-1)}$$

```
# valor F observado
f_obs = qmtrat/qmres
f_obs_blocos = qmbloco/qmres
```

```
#valor critico de 5%
alfa = 0.05
f_crit = qf(alfa,glt,glr)
f_crit_bloco = qf(alfa,glb,glr)
```

```
#p-valor observado
f_value = round(pf(f_obs,glt,glr,lower.tail = FALSE),3)
f_value_blocos = round(pf(f_obs_blocos,glb,glr,lower.tail = FALSE),7)
```

```r
# Tabela da ANOVA
anova_table <- data.frame(Fonte_de_variacao = c("Produto", "Rolo de tecido", "Residuos", "Total"),
                          GL = c(glt, glb, glr, gltot),
                          SS = c(ssqtrat, ssqblocos, ssqres, ssqtot),
                          MQ = c(round(qmtrat,2), round(qmbloco,2), round(qmres,2), ''),
                          F = c(round(f_obs,3),round(f_obs_blocos,3),'',''),
                          Pf = c(f_value, f_value_blocos, "", ''),
                          stringsAsFactors = FALSE)
rownames(anova_table) <- NULL

anova_table
```

```
##   Fonte_de_variacao GL     SS    MQ      F       Pf
## 1           Produto  3  12.95  4.32  2.376    0.121
## 2    Rolo de tecido  4 157.00 39.25 21.606 2.06e-05
## 3          Residuos 12  21.80  1.82
## 4             Total 19 191.75
```