

Lista 5 - Series

Davi Wentrick Feijó

2024-06-03

Considere a serie do consumo mensal de energia eletrica (ConsumoEnergiaEAgua_New.xlsx). Denotando X_t como o valor do consumo registrado no mes t e D_t como o número de dias de leitura, faça o que se pede a seguir.

```
# Leitura dos dados
df <- read_excel("ConsumoEnergiaEAgua.xlsx") %>%
  dplyr::select(-c(2,5:11))

# Renomear colunas
colnames(df) <- c('Ano', 'Energia', 'Dias', 'NA')
df <- df[, c('Ano', 'Energia', 'Dias')] # Selecionar apenas as colunas de interesse
```

1. Calcule o consumo médio diário $Y_t = \frac{x_t}{D_t}$ e explique o porquê dessa transformacao.

```
# Converter a coluna 'Ano' para o tipo Date
df$Ano <- as.Date(df$Ano, format='%Y-%m-%d')

# Calcular o Consumo Médio Diário
df$Consumo_Medio_Diario <- df$Energia / df$Dias

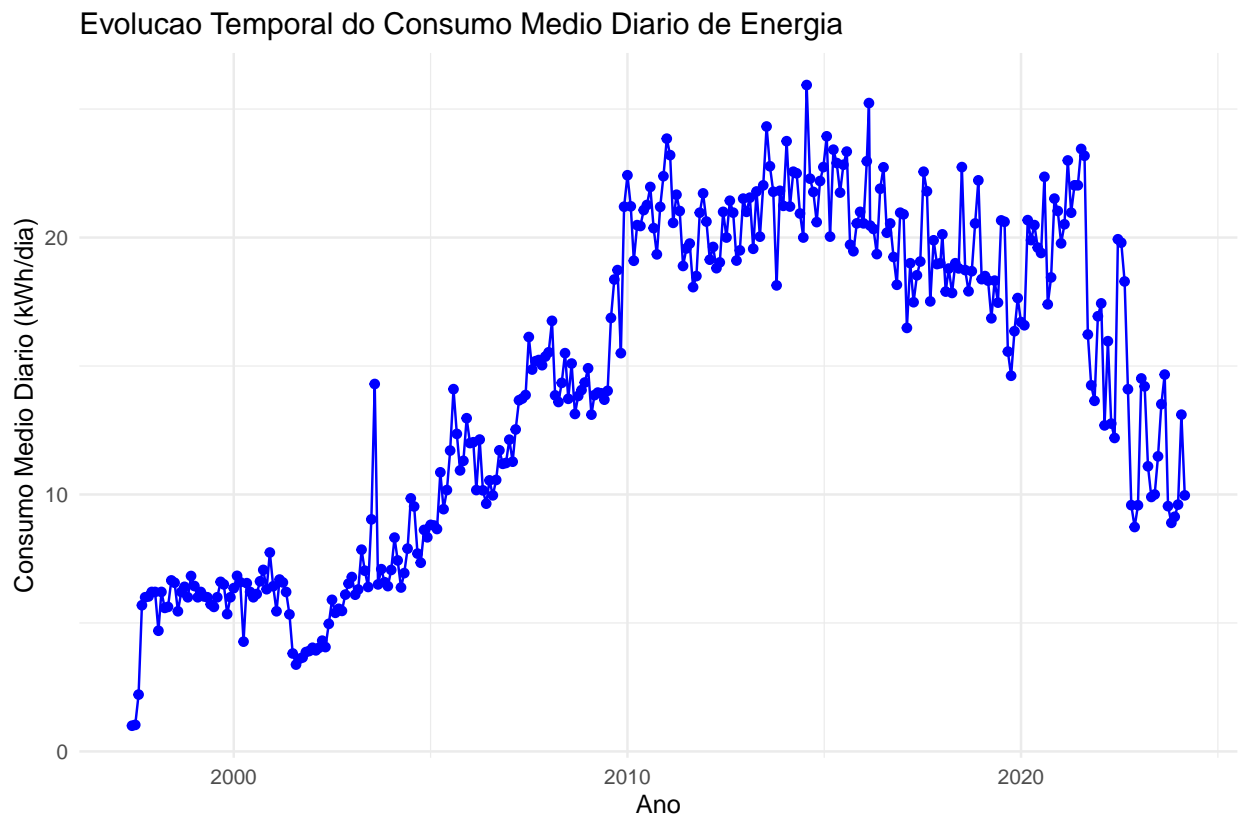
# Remover linhas com valores NA na coluna 'Consumo_Medio_Diario'
df <- df[!is.na(df$Consumo_Medio_Diario), ]
```

```
## # A tibble: 321 x 4
##   Ano      Energia  Dias Consumo_Medio_Diario
##   <date>      <dbl> <dbl>          <dbl>
## 1 1997-06-01      42   42            1
## 2 1997-07-01      31   30           1.03
## 3 1997-08-01      73   33           2.21
## 4 1997-09-01     165   29           5.69
## 5 1997-10-01     180   30            6
## 6 1997-11-01     199   33           6.03
## 7 1997-12-01     180   29           6.21
## 8 1998-01-01     180   29           6.21
## 9 1998-02-01     155   33           4.70
## 10 1998-03-01     180   29           6.21
## # i 311 more rows
```

A transformação de $Y_t = \frac{x_t}{D_t}$ normaliza o consumo de energia conforme a variação no número de dias de cada mês. Isso permite comparações justas entre meses, eliminando o efeito de diferentes durações mensais.

Dividindo o consumo total de energia pelo número de dias do mês, obtém-se uma média diária que reflete melhor o padrão de consumo. Assim, é possível identificar tendências de consumo mais claramente. Dessa forma, a transformação facilita uma análise mais precisa e comparativa entre diferentes períodos.

2. Apresente o gráfico da evolução temporal de $\{Y_t\}$, e apresente sua descrição, contemplado elementos como o tamanho da série e periodicidade dos dados.



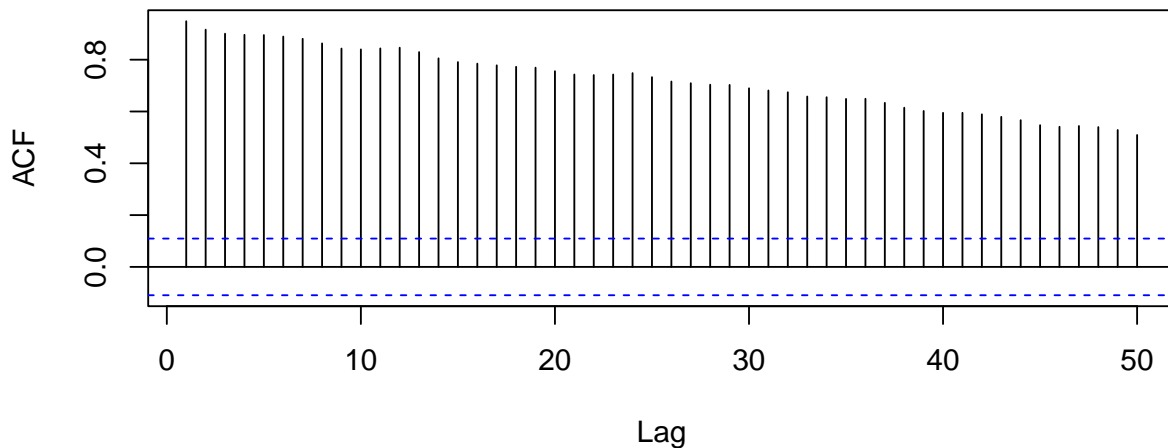
O gráfico mostra a evolução do consumo médio diário de energia de julho de 1997 a setembro de 2024, com uma tendência geral de aumento, embora com flutuações significativas. A série temporal, com 323 pontos de dados mensais, revela que o consumo começou baixo em 1997, aumentou gradualmente até 2004, subiu mais acentuadamente até 2012, e depois estabilizou com uma leve diminuição até 2020. Desde 2020, há uma queda clara no consumo, possivelmente devido a mudanças nos hábitos de consumo ou melhorias na eficiência energética. Variações sazonais são visíveis, associadas a mudanças climáticas ou eventos específicos, e picos notáveis em 2004 e 2012 indicam períodos de consumo anormalmente alto. O aumento gradual no consumo diário sugere crescimento populacional e maior uso de dispositivos elétricos, enquanto a queda pós-2020 pode refletir melhorias na eficiência energética ou impactos de crises globais, como a pandemia de COVID-19.

3. Apresente os gráficos da função de autocorrelação (FAC) e da função de autocorrelação parcial (FACP) de $\{Y_t\}$, considerando um número apropriado de defasagens (lag), incluindo a banda de 95% de confiança sob a hipótese nula de não haver autocorrelação serial. Em um parágrafo, descreva as formas da FAC e da FACP, explicando o que se pode diagnosticar/sugerir com base nelas.

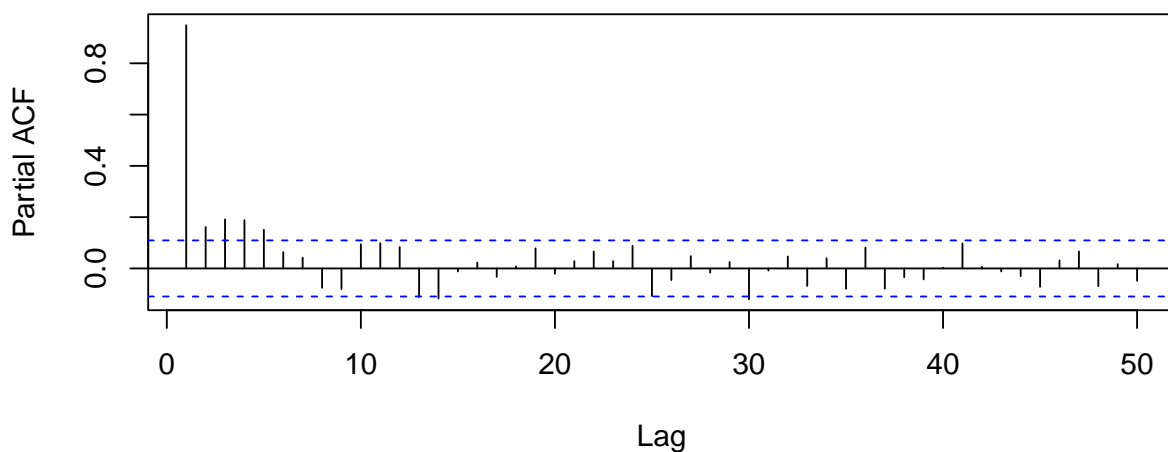
```
# Plotar a função de autocorrelação (ACF) e a função de autocorrelação parcial (PACF)
par(mfrow=c(2, 1)) # Configurar layout de 2 plots

acf(df$Consumo_Medio_Diario, lag.max = 50, main = "Funcao de Autocorrelacao (FAC)")
pacf(df$Consumo_Medio_Diario, lag.max = 50, main = "Funcao de Autocorrelacao Parcial (FACP)")
```

Funcao de Autocorrelacao (FAC)



Funcao de Autocorrelacao Parcial (FACP)



Os gráficos da Função de Autocorrelação (FAC) e Função de Autocorrelação Parcial (FACP) da série temporal

Y_t (Consumo Médio Diário), com 50 defasagens e uma banda de 95% de confiança, indicam a presença de autocorrelação significativa. A FAC mostra um decaimento lento das autocorrelações, típico de uma série não estacionária, enquanto a FACP apresenta autocorrelação significativa nas primeiras defasagens, sugerindo um modelo AR(1) ou AR(2). Para tornar a série estacionária, pode ser necessária uma transformação como a diferenciação. Após essa transformação, um modelo ARIMA com um componente AR de ordem 1 ou 2 pode ser adequado, sendo essencial a análise dos resíduos do modelo ajustado para confirmar a remoção da autocorrelação serial.

4. Aplique o teste aumentado de estacionariedade de Dickey-Fuller do pacote aTSA do R. Para a parte sazonal, faça a avaliação por meio de um modelo de regressão com funções harmônicas.

```
# Converter a série 'Consumo_Medio_Diario' para um objeto ts
y <- ts(df$Consumo_Medio_Diario, frequency=12)

# Aplicar o teste aumentado de Dickey-Fuller
adf_result <- tseries::adf.test(y, alternative = "stationary", k = 12)

## Warning in tseries::adf.test(y, alternative = "stationary", k = 12): p-value
## greater than printed p-value

print(adf_result)

##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: y
## Dickey-Fuller = 0.5756, Lag order = 12, p-value = 0.99
## alternative hypothesis: stationary
```

Agora vamos para o modelo de funções harmônicas:

```
# Criar funções harmônicas para modelagem sazonal
n <- length(y)
period <- 12
t <- 1:n

harmonics <- data.frame(
  sin1 = sin(2 * pi * t / period),
  cos1 = cos(2 * pi * t / period),
  sin2 = sin(4 * pi * t / period),
  cos2 = cos(4 * pi * t / period)
)

# Adicionar uma constante às funções harmônicas
X <- cbind(1, harmonics)

# Ajustar o modelo de regressão com funções harmônicas
harmonic_model <- lm(y ~ sin1 + cos1 + sin2 + cos2, data = harmonics)
summary(harmonic_model)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = y ~ sin1 + cos1 + sin2 + cos2, data = harmonics)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -14.0703  -6.4166   0.6628   5.8432  10.8319
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  14.327436   0.357378  40.090  <2e-16 ***
## sin1          0.007594   0.504598   0.015   0.988
## cos1          0.219941   0.506204   0.434   0.664
## sin2          0.510700   0.505395   1.010   0.313
## cos2         -0.434643   0.505371  -0.860   0.390
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 6.402 on 316 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.00617,    Adjusted R-squared:  -0.00641
## F-statistic: 0.4905 on 4 and 316 DF,  p-value: 0.7427
```

```

# Extrair os resíduos do modelo
residuals <- residuals(harmonic_model)

# Aplicar o teste aumentado de Dickey-Fuller aos resíduos
adf_result_residuals <- tseries::adf.test(residuals,k = 12)

## Warning in tseries::adf.test(residuals, k = 12): p-value greater than printed
## p-value

print(adf_result_residuals)

##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: residuals
## Dickey-Fuller = 0.47928, Lag order = 12, p-value = 0.99
## alternative hypothesis: stationary

```

O Teste Aumentado de Dickey-Fuller (ADF) indica que a série temporal original não é estacionária, e o modelo de regressão com funções harmônicas não captura bem a sazonalidade, como demonstrado pelo baixo R^2 e coeficientes estatisticamente insignificantes. Além disso, o teste ADF nos resíduos do modelo mostra que eles também não são estacionários, indicando que a sazonalidade não foi removida de forma eficaz.

5. Calcule a variacao do consumo $Z_t = Y_t - Y_{t-1}$, e explique o papel/significado dessa transformacao para a análise desses dados.

```
# Calcular a diferenca da série temporal  
y_diff <- diff(y)
```

```
# Aplicar o teste aumentado de Dickey-Fuller à série diferenciada  
adf_result_diff <- tseries::adf.test(y_diff,k=12)
```

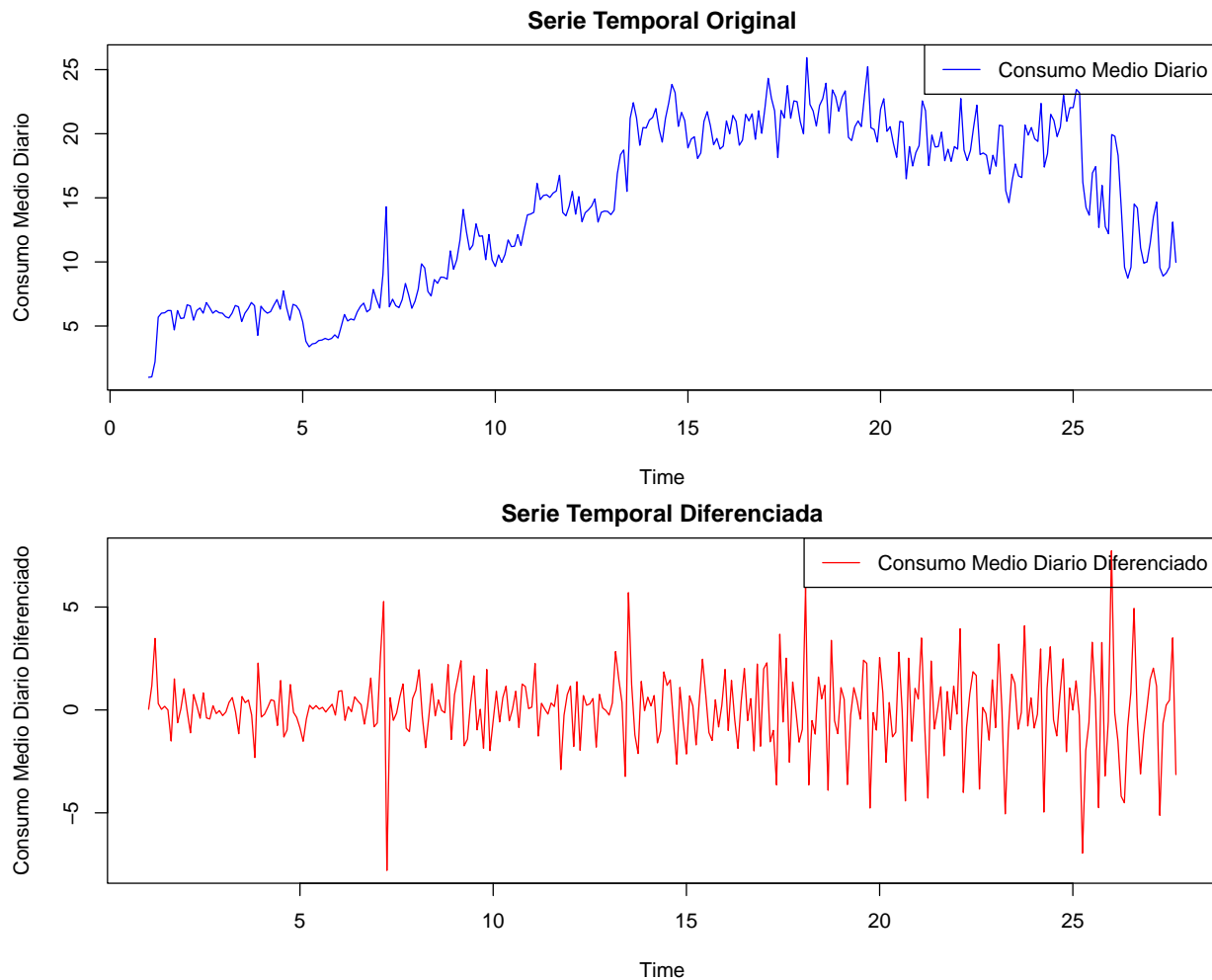
```
## Warning in tseries::adf.test(y_diff, k = 12): p-value smaller than printed  
## p-value
```

```
print(adf_result_diff)
```

```
##  
## Augmented Dickey-Fuller Test  
##  
## data: y_diff  
## Dickey-Fuller = -5.1886, Lag order = 12, p-value = 0.01  
## alternative hypothesis: stationary
```

A transformação para calcular a variação do consumo $Z_t = Y_t - Y_{t-1}$ é crucial para analisar séries temporais não estacionárias. A estatística ADF de -5.1886, sendo menor que todos os valores críticos, confirma que a série diferenciada é estacionária. A diferenciação foi eficaz, tornando a série adequada para modelos que assumem estacionaridade, como o ARIMA, que pode capturar tanto a parte autoregressiva quanto a média móvel.

6. Faça o gráfico da evolução temporal de $\{Z_t\}$, e descreva em um parágrafo o aspecto dessa figura, comparando-a com a forma observada no item 2.



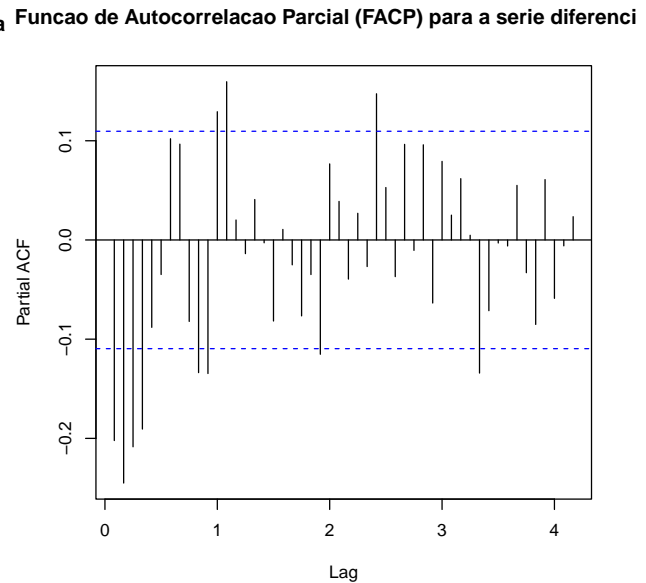
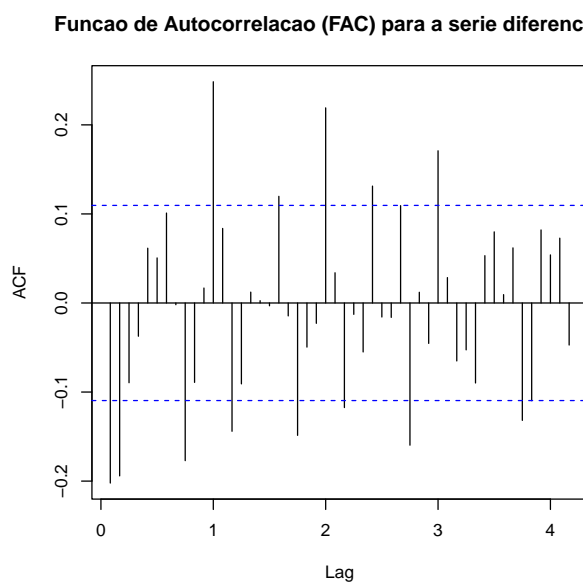
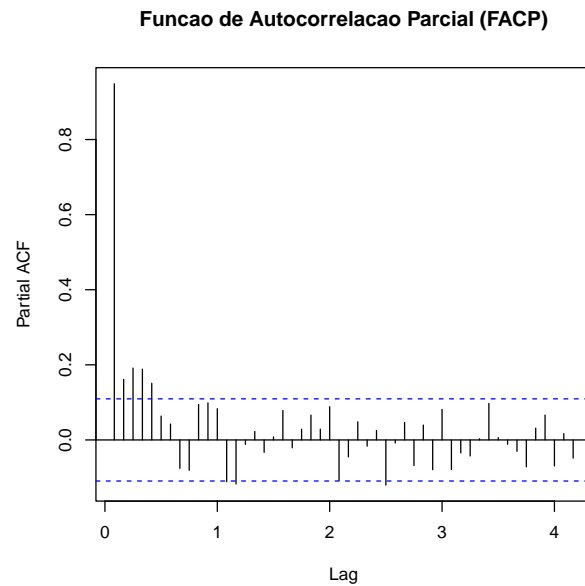
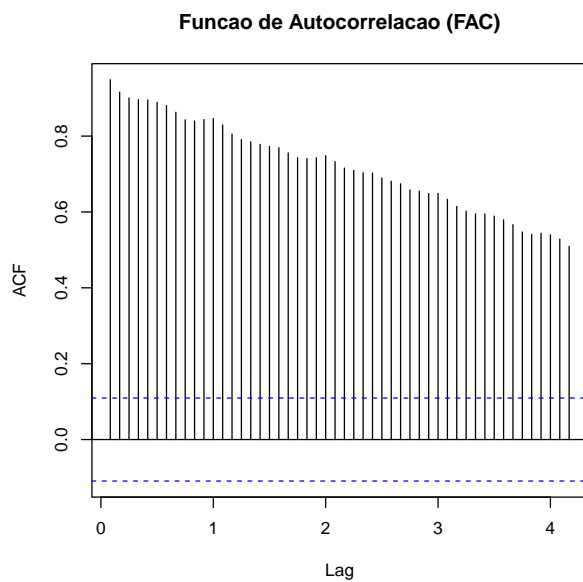
A série original exibe tendência e sazonalidade claras, com flutuações crescentes ao longo do tempo, indicando não estacionaridade. Após a diferenciação, a série mostra flutuações ao redor de uma média constante, sem tendência clara, indicando que se tornou estacionária. A série diferenciada perdeu a tendência de longo prazo e os padrões sazonais visíveis, resultando em um comportamento mais aleatório, como ruído branco. Isso confirma que a diferenciação foi bem-sucedida em remover a tendência e a sazonalidade, tornando a série adequada para modelos que assumem estacionaridade, como ARIMA.

7. Repita os passos 3 e 4, comparando os novos resultados com os anteriores.

Vamos comparar as FAC e FACP entre a serie original e a diferenciada:

```
# Plotar as funções de autocorrelação (ACF) e autocorrelação parcial (PACF)
par(mfrow=c(2, 2)) # Configurar layout do plot

acf(y, lag.max=50, main='Funcao de Autocorrelacao (FAC)')
pacf(y, lag.max=50, main='Funcao de Autocorrelacao Parcial (FACP)')
acf(y_diff, lag.max=50, main='Funcao de Autocorrelacao (FAC) para a serie diferenciada')
pacf(y_diff, lag.max=50, main='Funcao de Autocorrelacao Parcial (FACP) para a serie diferenciada')
```



ChatGPT A Função de Autocorrelação (FAC) da série original mostra um decaimento lento, sugerindo uma

tendência não estacionária, enquanto a Função de Autocorrelação Parcial (FACP) indica uma componente autoregressiva significativa. Após a diferenciação, a FAC da série diferenciada exibe um comportamento mais aleatório, com valores dentro dos limites de significância, indicando estacionaridade. A FACP da série diferenciada também mostra um comportamento aleatório, com apenas o primeiro lag significativamente diferente de zero. Isso confirma que a diferenciação removeu a tendência original, tornando a série adequada para modelagem ARIMA com pelo menos uma diferenciação.

Em seguida vamos calcular o teste por meio das funcoes harmonicas:

```
# Criar funções harmônicas para a série diferenciada
n_diff <- length(y_diff)
t_diff <- 1:n_diff

harmonics_diff <- data.frame(
  sin1 = sin(2 * pi * t_diff / period),
  cos1 = cos(2 * pi * t_diff / period),
  sin2 = sin(4 * pi * t_diff / period),
  cos2 = cos(4 * pi * t_diff / period)
)

# Adicionar uma constante às funções harmônicas
X_diff <- cbind(1, harmonics_diff)

# Ajustar o modelo de regressão com funções harmônicas para a série diferenciada
harmonic_model_diff <- lm(y_diff ~ sin1 + cos1 + sin2 + cos2, data = harmonics_diff)
summary(harmonic_model_diff)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = y_diff ~ sin1 + cos1 + sin2 + cos2, data = harmonics_diff)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -6.9707 -0.9711 -0.0136  0.9964  6.8669
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   0.02842    0.10175   0.279   0.780
## sin1         -0.08110    0.14390  -0.564   0.573
## cos1          0.06138    0.14390   0.427   0.670
## sin2          0.12033    0.14367   0.838   0.403
## cos2          0.77667    0.14411   5.389 1.39e-07 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.82 on 315 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.08767,    Adjusted R-squared:  0.07609
## F-statistic: 7.568 on 4 and 315 DF,  p-value: 7.839e-06
```

```

# Extrair os resíduos do modelo
residuals_diff <- residuals(harmonic_model_diff)

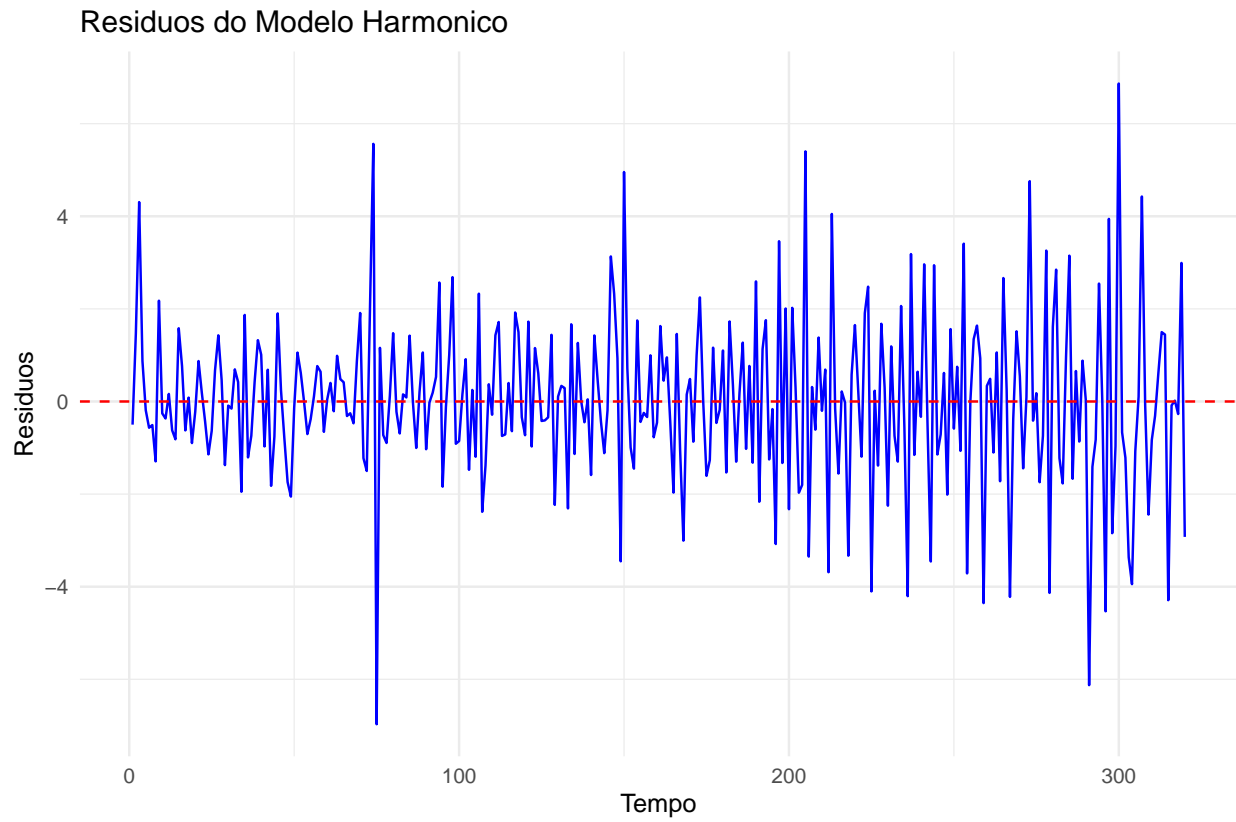
# Aplicar o teste aumentado de Dickey-Fuller aos resíduos do modelo harmônico da série diferenciada
adf_result_residuals_diff <- adf.test(residuals_diff)

```

```

## Augmented Dickey-Fuller Test
## alternative: stationary
##
## Type 1: no drift no trend
##      lag    ADF p.value
## [1,]  0 -23.4   0.01
## [2,]  1 -18.4   0.01
## [3,]  2 -15.0   0.01
## [4,]  3 -12.9   0.01
## [5,]  4 -11.0   0.01
## [6,]  5 -10.1   0.01
## Type 2: with drift no trend
##      lag    ADF p.value
## [1,]  0 -23.4   0.01
## [2,]  1 -18.4   0.01
## [3,]  2 -15.0   0.01
## [4,]  3 -12.9   0.01
## [5,]  4 -11.0   0.01
## [6,]  5 -10.0   0.01
## Type 3: with drift and trend
##      lag    ADF p.value
## [1,]  0 -23.5   0.01
## [2,]  1 -18.5   0.01
## [3,]  2 -15.1   0.01
## [4,]  3 -13.0   0.01
## [5,]  4 -11.2   0.01
## [6,]  5 -10.3   0.01
## ----
## Note: in fact, p.value = 0.01 means p.value <= 0.01

```



A análise dos resíduos de um modelo de regressão com funções harmônicas indica que a sazonalidade foi capturada adequadamente.

Considere que \hat{Y}_{t+h} representa a previsao no instante $t+h$ obtida com base nas informações disponíveis até o tempo t ; ou seja,

$$Y_1, \dots, Y_t \rightarrow \hat{Y}_{t+h}$$

Separe a massa de dados em duas partes, conforme esquema abaixo:

Treinamento (modelagem)	validacao
Y_1, \dots, Y_m	Y_{m+1}, \dots, Y_n

Utilizando os dados de treinamento:

8. Considerando o modelo $\text{SARIMA}(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$ para a série Y_t , defina um valor apropriado para a ordem sazonal s e as ordens de diferenciaciones d e D com base nos passos anteriores.

9. Defina uma malha de valores para as ordens autorregressivas p e P e de médias móveis q e Q e obtenha o valor do critério de informacao bayesiano de Schwarz (BIC) para cada combinacao $(p, d, q) \times (P, D, Q)$ por meio da funcao `sarima` do pacote `astsa`.

```
# Funcao paralelizada (7.7sec) enquanto a normal demora
# 21sec Dividir os dados em treino e validação
train <- head(df$Consumo_Medio_Diario, round(0.8 * nrow(df)))
validation <- tail(df$Consumo_Medio_Diario, nrow(df) - length(train))
full_data <- c(train, validation)

# Definir as malhas de valores para os parâmetros p, d, q,
# P, D, Q, m
p <- c(0, 1, 2)
d <- c(1)
q <- c(0, 1, 2)
P <- c(0, 1, 2)
D <- c(1)
Q <- c(0, 1, 2)
m <- c(12)

# Criar combinações de pdq e PDQm
pdq_grid <- expand.grid(p = p, d = d, q = q)
PDQm_grid <- expand.grid(P = P, D = D, Q = Q, m = m)

# Configurar paralelismo
cores <- detectCores() - 1
cl <- makeCluster(cores)
registerDoParallel(cl)

# Função para calcular o BIC para cada combinação de pdq e
# PDQm
SARIMA_grid <- function(endog, pdq_grid, PDQm_grid) {
  # Pré-alocar data frame
  model_info <- data.frame(order = character(), seasonal_order = character(),
    MAPE = numeric(), RMSE = numeric(), AIC = numeric(),
    BIC = numeric(), stringsAsFactors = FALSE)

  # Usar foreach para paralelismo
  results <- foreach(i = 1:nrow(pdq_grid), .combine = rbind,
    .packages = c("forecast")) %dopar% {
    local_model_info <- data.frame(order = character(), seasonal_order = character(),
      MAPE = numeric(), RMSE = numeric(), AIC = numeric(),
      BIC = numeric(), stringsAsFactors = FALSE)

    for (j in 1:nrow(PDQm_grid)) {
      try({
        fit <- Arima(endog, order = as.numeric(pdq_grid[i,
          1:3]), seasonal = list(order = as.numeric(PDQm_grid[j,
          1:3]), period = PDQm_grid[j, 4]))
        pred <- fitted(fit)

        MAPE <- mean(abs((endog - pred)/endog), na.rm = TRUE)
        RMSE <- sqrt(mean((endog - pred)^2, na.rm = TRUE))
        AIC <- fit$aic
      })
    }
  }
}
```

```

        BIC <- BIC(fit)

        local_model_info <- rbind(local_model_info, data.frame(order = paste(as.numeric(pdq_grid[j,
        1:3]), collapse = ","), seasonal_order = paste(as.numeric(PDQm_grid[j,
        1:4]), collapse = ","), MAPE = MAPE, RMSE = RMSE,
        AIC = AIC, BIC = BIC, stringsAsFactors = FALSE))
    }, silent = TRUE)
}

return(local_model_info)
}

return(results)
}

# Medir o tempo de execução
start_time <- Sys.time()

# Calcular os modelos SARIMA
model_info <- SARIMA_grid(train, pdq_grid, PDQm_grid)

end_time <- Sys.time()
execution_time <- end_time - start_time
print(paste("Tempo necessário:", execution_time))

```

```
## [1] "Tempo necessário: 17.6855640411377"
```

```

# Fechar cluster
stopCluster(cl)

# Obter os 10 melhores modelos com base nos critérios MAPE,
# RMSE, AIC e BIC
least_MAPE <- model_info %>%
  arrange(MAPE) %>%
  head(10)

least_RMSE <- model_info %>%
  arrange(RMSE) %>%
  head(10)

least_AIC <- model_info %>%
  arrange(AIC) %>%
  head(10)

least_BIC <- model_info %>%
  arrange(BIC) %>%
  head(10)

```

```
## [1] "Melhores modelos por MAPE:"
```

##	order	seasonal_order	MAPE	RMSE	AIC	BIC
## 1	1,1,2	2,1,1,12	0.08931063	1.427524	905.8854	930.3656
## 2	0,1,2	2,1,1,12	0.08932665	1.427894	904.0454	925.0284
## 3	2,1,1	2,1,1,12	0.08936321	1.425696	905.0752	929.5554
## 4	0,1,2	2,1,2,12	0.08938787	1.427198	905.2428	929.7230
## 5	1,1,1	2,1,1,12	0.08939643	1.428318	904.1519	925.1349
## 6	2,1,2	2,1,1,12	0.08943931	1.425015	906.7949	934.7723
## 7	1,1,2	2,1,2,12	0.08944031	1.426653	907.0351	935.0124
## 8	1,1,2	1,1,2,12	0.08944357	1.428625	905.9620	930.4422
## 9	1,1,2	0,1,1,12	0.08944543	1.428407	902.4006	919.8864
## 10	0,1,2	0,1,1,12	0.08944570	1.428848	900.5666	914.5553

```
## [1] "Melhores modelos por RMSE:"
```

##	order	seasonal_order	MAPE	RMSE	AIC	BIC
## 1	2,1,2	2,1,2,12	0.08986999	1.422732	907.6213	939.0958
## 2	2,1,1	2,1,2,12	0.08970899	1.423829	906.0019	933.9793
## 3	2,1,2	2,1,1,12	0.08943931	1.425015	906.7949	934.7723
## 4	2,1,2	0,1,1,12	0.08960846	1.425445	903.1934	924.1764
## 5	2,1,1	2,1,1,12	0.08936321	1.425696	905.0752	929.5554
## 6	2,1,2	1,1,2,12	0.08956530	1.425709	906.8309	934.8082
## 7	2,1,2	1,1,1,12	0.08958258	1.425780	904.8362	929.3164
## 8	2,1,2	0,1,2,12	0.08959984	1.425860	904.8536	929.3338
## 9	2,1,1	0,1,1,12	0.08959914	1.426291	901.5392	919.0251
## 10	2,1,1	1,1,2,12	0.08948140	1.426479	905.1212	929.6014

```
## [1] "Melhores modelos por AIC:"
```

##	order	seasonal_order	MAPE	RMSE	AIC	BIC
## 1	0,1,1	0,1,1,12	0.08985144	1.430953	899.0621	909.5536
## 2	0,1,2	0,1,1,12	0.08944570	1.428848	900.5666	914.5553
## 3	1,1,1	0,1,1,12	0.08953324	1.429262	900.6692	914.6579
## 4	0,1,1	1,1,1,12	0.08983963	1.431275	900.6765	914.6652
## 5	0,1,1	0,1,2,12	0.08985964	1.431329	900.7014	914.6901
## 6	2,1,1	0,1,1,12	0.08959914	1.426291	901.5392	919.0251
## 7	0,1,2	1,1,1,12	0.08948017	1.429216	902.1429	919.6288
## 8	0,1,2	0,1,2,12	0.08949147	1.429281	902.1713	919.6572
## 9	1,1,1	1,1,1,12	0.08955842	1.429621	902.2522	919.7380
## 10	1,1,1	0,1,2,12	0.08957067	1.429681	902.2802	919.7660

```
## [1] "Melhores modelos por BIC:"
```

##	order	seasonal_order	MAPE	RMSE	AIC	BIC
## 1	0,1,1	0,1,1,12	0.08985144	1.430953	899.0621	909.5536
## 2	0,1,2	0,1,1,12	0.08944570	1.428848	900.5666	914.5553
## 3	1,1,1	0,1,1,12	0.08953324	1.429262	900.6692	914.6579
## 4	0,1,1	1,1,1,12	0.08983963	1.431275	900.6765	914.6652
## 5	0,1,1	0,1,2,12	0.08985964	1.431329	900.7014	914.6901
## 6	2,1,0	0,1,1,12	0.09087644	1.443575	904.8032	918.7919
## 7	2,1,1	0,1,1,12	0.08959914	1.426291	901.5392	919.0251
## 8	0,1,2	1,1,1,12	0.08948017	1.429216	902.1429	919.6288
## 9	0,1,2	0,1,2,12	0.08949147	1.429281	902.1713	919.6572
## 10	1,1,1	1,1,1,12	0.08955842	1.429621	902.2522	919.7380

10. Liste os modelos com os menores BIC. Certifique-se que o melhor modelo não possua uma ordem na extremidade da malha definida no item 9. Se houver, retorne para o passo 9, ampliando a malha.

```
# Listar os modelos com os menores BIC
least_BIC <- model_info %>% arrange(BIC) %>% head(10)
```

```
## [1] "Modelos com menores BIC:"
```

##	order	seasonal_order	MAPE	RMSE	AIC	BIC
## 1	0,1,1	0,1,1,12	0.08985144	1.430953	899.0621	909.5536
## 2	0,1,2	0,1,1,12	0.08944570	1.428848	900.5666	914.5553
## 3	1,1,1	0,1,1,12	0.08953324	1.429262	900.6692	914.6579
## 4	0,1,1	1,1,1,12	0.08983963	1.431275	900.6765	914.6652
## 5	0,1,1	0,1,2,12	0.08985964	1.431329	900.7014	914.6901
## 6	2,1,0	0,1,1,12	0.09087644	1.443575	904.8032	918.7919
## 7	2,1,1	0,1,1,12	0.08959914	1.426291	901.5392	919.0251
## 8	0,1,2	1,1,1,12	0.08948017	1.429216	902.1429	919.6288
## 9	0,1,2	0,1,2,12	0.08949147	1.429281	902.1713	919.6572
## 10	1,1,1	1,1,1,12	0.08955842	1.429621	902.2522	919.7380

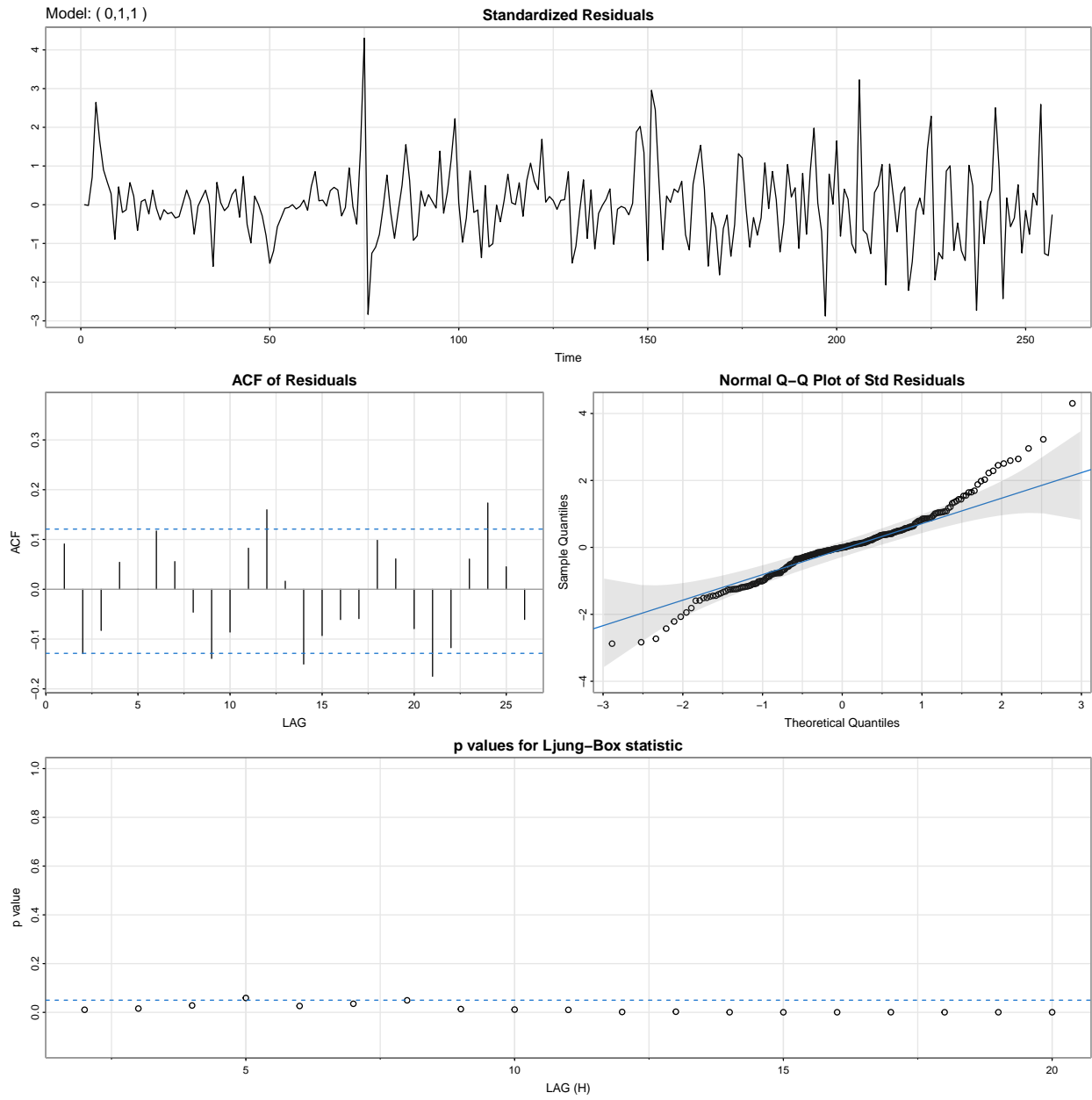
11.1 Analise as estimativas dos parâmetros por meio da função `sarima` do pacote `astsa`.

```
# Analisar as estimativas dos parâmetros do melhor modelo
# Seleciona os parâmetros do melhor modelo com base no menor BIC
best_model_params <- least_BIC[1,1]
best_model_params_seasonal = least_BIC[1,2]

order <- as.integer(unlist(strsplit(best_model_params, ",")))
best_seasonal_order <- as.integer(unlist(strsplit(best_model_params_seasonal, ",")))
seasonal_order = list(order = best_seasonal_order, period = m)

# Ajusta o modelo SARIMA com os melhores parâmetros
best_model <- sarima(train, p = order[1], d = order[2], q = order[3] , seasonal = seasonal_order)

## initial value 0.499087
## iter 2 value 0.426644
## iter 3 value 0.417404
## iter 4 value 0.406174
## iter 5 value 0.402059
## iter 6 value 0.401257
## iter 7 value 0.401168
## iter 8 value 0.401163
## iter 9 value 0.401163
## iter 10 value 0.401163
## iter 10 value 0.401163
## iter 10 value 0.401163
## final value 0.401163
## converged
## initial value 0.400774
## iter 2 value 0.400736
## iter 3 value 0.400736
## iter 4 value 0.400732
## iter 5 value 0.400732
## iter 5 value 0.400732
## iter 5 value 0.400732
## final value 0.400732
## converged
## <><><><><><><><><><><>
##
## Coefficients:
## Estimate SE t.value p.value
## ma1 -0.5672 0.0590 -9.6149 0.0000
## constant 0.0662 0.0406 1.6308 0.1042
##
## sigma^2 estimated as 2.225425 on 254 degrees of freedom
##
## AIC = 3.662779 AICc = 3.662964 BIC = 3.704324
##
```

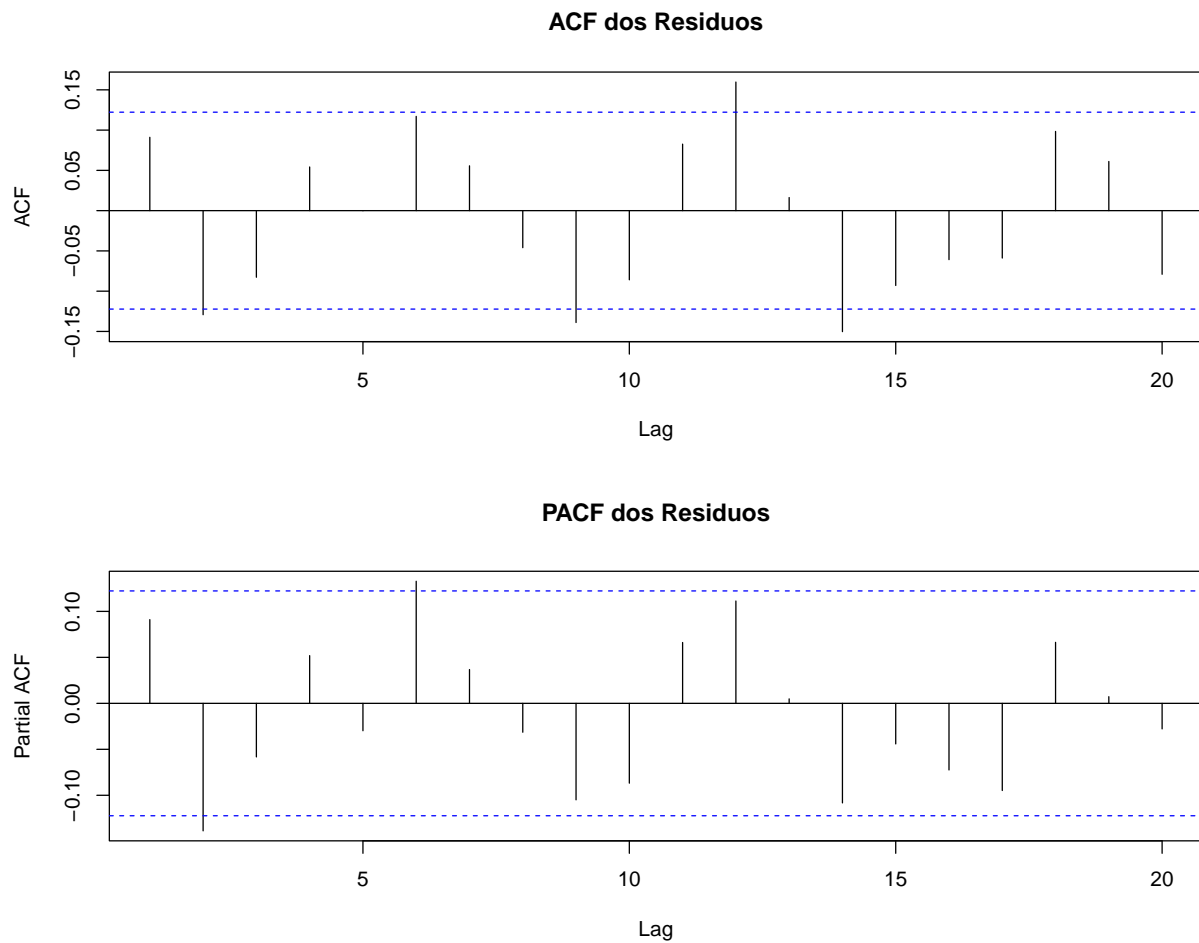


11.2 Faça os gráficos da FAC e FACP residual, e aplique o teste de LjungBox.

```
# Obtém os resíduos do melhor modelo
residuals <- residuals(best_model$fit)

# Plota a ACF e PACF dos resíduos
par(mfrow = c(2, 1))

acf(residuals, main = "ACF dos Resíduos", lag.max = 20)
pacf(residuals, main = "PACF dos Resíduos", lag.max = 20)
```



```

# Teste de Ljung-Box
ljung_box_result <- Box.test(residuals, lag = 10, type = "Ljung-Box", fitdf = length(order) - 1)

## [1] "Resultados para o décimo Lag"

##
## Box-Ljung test
##
## data: residuals
## X-squared = 21.276, df = 8, p-value = 0.006449

##
## Conclusão:
## Há evidências de autocorrelação significativa nos resíduos no lag 10 ( $p < 0.05$ ).

```

11.3 Teste a normalidade residual.

```

# Teste de Shapiro-Wilk para normalidade dos resíduos
shapiro_test <- shapiro.test(residuals)
shapiro_p_value <- shapiro_test$p.value

```

```
## Resultado do Teste de Shapiro-Wilk (p-value): 8.069737e-06
```

```
## Os resíduos não parecem ser normalmente distribuídos. Considere investigar mais.
```

11.4 Caso haja problemas em 11.1 e 11.2 , repita a análise com os próximos modelos candidatos.

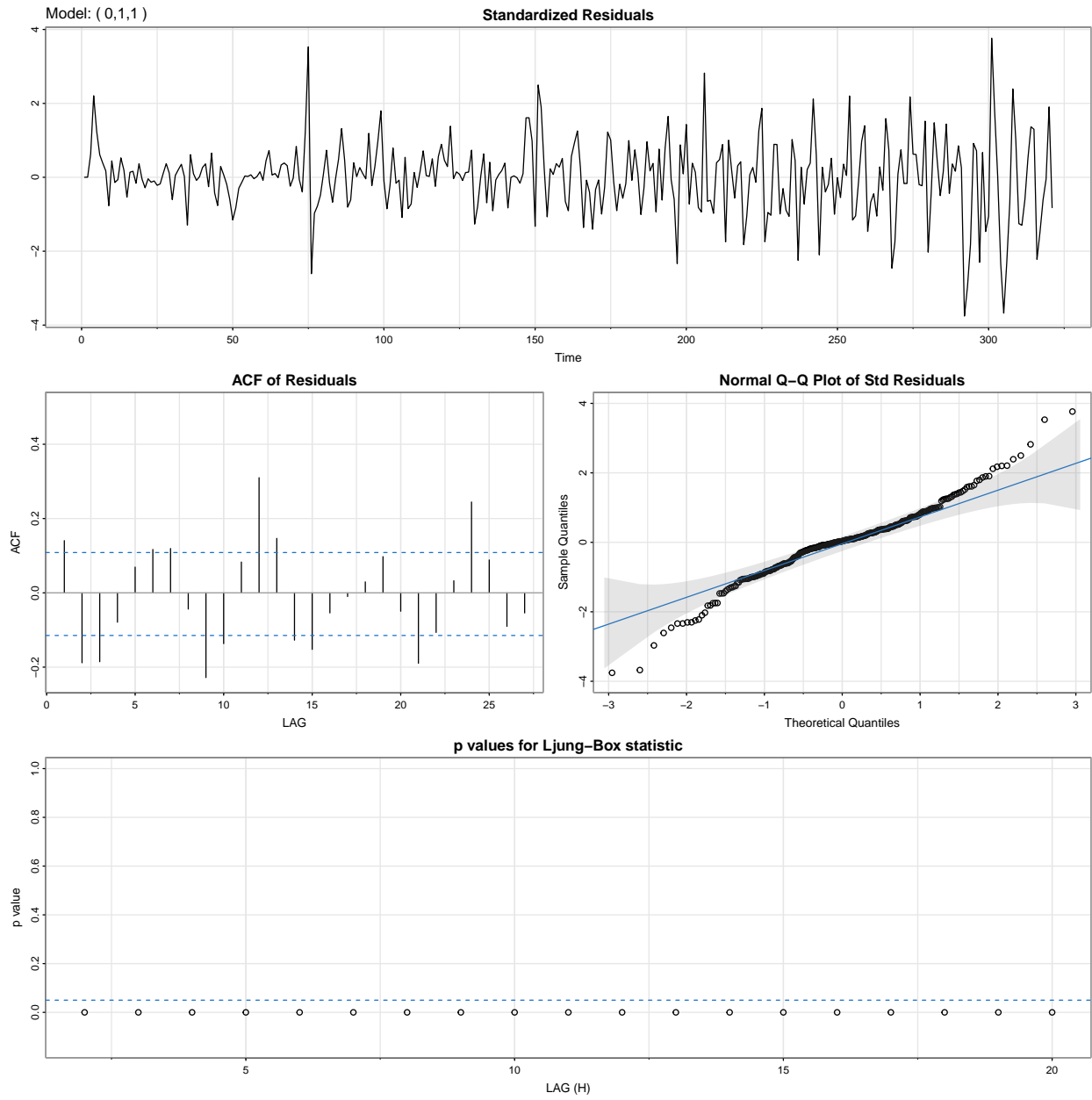
11.5 Caso não seja possível encontrar um modelo adequado, será preciso redefinir o modelo no passo 8 . Se as ordens s , d , e D estiverem corretas, então é possível que o modelo SARIMA não seja apropriado. Utilizando os dados de validação:

12. Como o método de estimacao é recursivo, a obtencao dos erros de previsao um passo à frente na massa de validacao pode ser realizada da seguinte forma:

12.1 Aplique o modelo sobre a base de dados completa, usando a funcao `sarima` do pacote `astsa`.

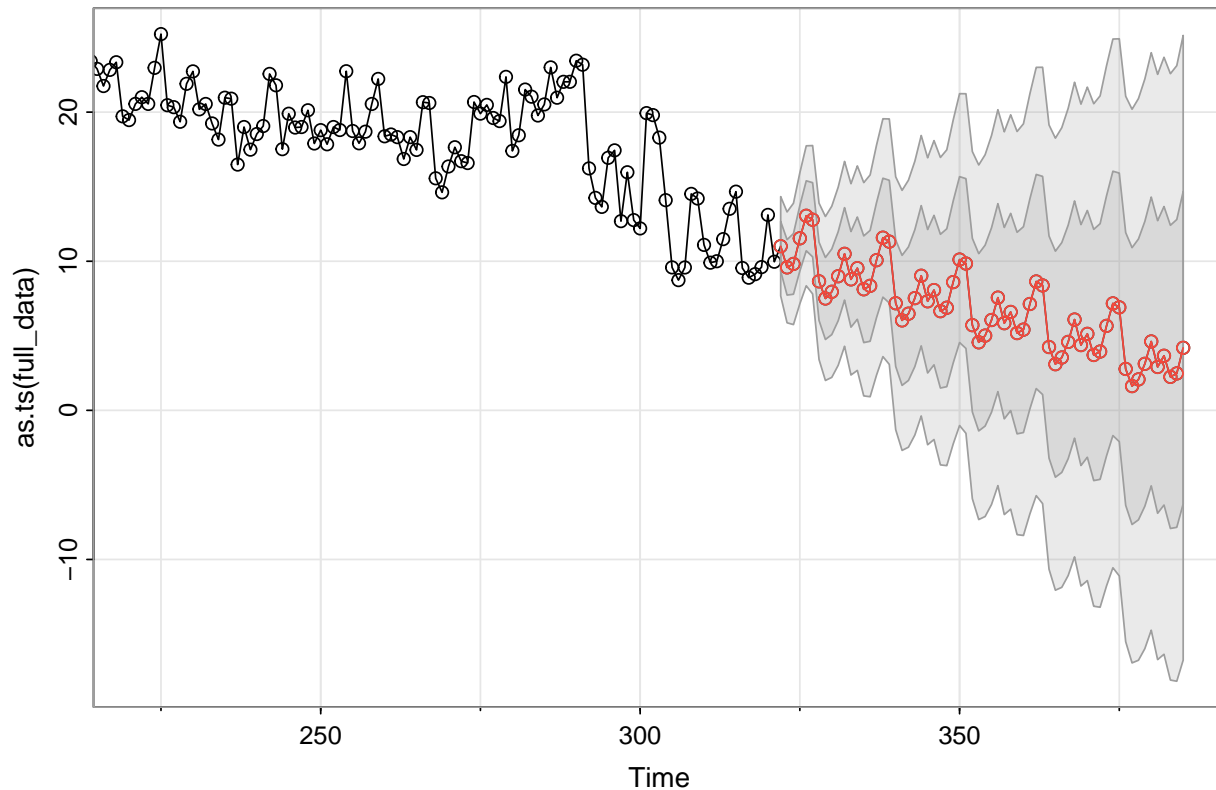
```
# Ajusta o modelo SARIMA na base de dados completa
fitted_model <- sarima(full_data, p = order[1], d = order[2], q = order[3] , seasonal = seasonal_order)

## initial value 0.636798
## iter 2 value 0.605318
## iter 3 value 0.587562
## iter 4 value 0.587434
## iter 5 value 0.587394
## iter 6 value 0.587394
## iter 6 value 0.587394
## final value 0.587394
## converged
## initial value 0.587512
## iter 2 value 0.587509
## iter 3 value 0.587509
## iter 3 value 0.587509
## iter 3 value 0.587509
## final value 0.587509
## converged
## <><><><><><><><><><><>
##
## Coefficients:
##          Estimate      SE t.value p.value
## ma1          -0.4935 0.0736 -6.7057 0.0000
## constant      0.0281 0.0511 0.5495 0.5831
##
## sigma^2 estimated as 3.235375 on 318 degrees of freedom
##
## AIC = 4.031644 AICc = 4.031763 BIC = 4.066972
##
```



12.2 Obtenha os erros de previsão um passo à frente observados na parte da validação do modelo

```
# Previsão na base de validação
forecast <- sarima.for(as.ts(full_data), n.ahead=length(validation),
                      p=order[1], d=order[2], q=order[3],
                      P=best_seasonal_order[1], D=best_seasonal_order[2], Q=best_seasonal_order[3], S=
```

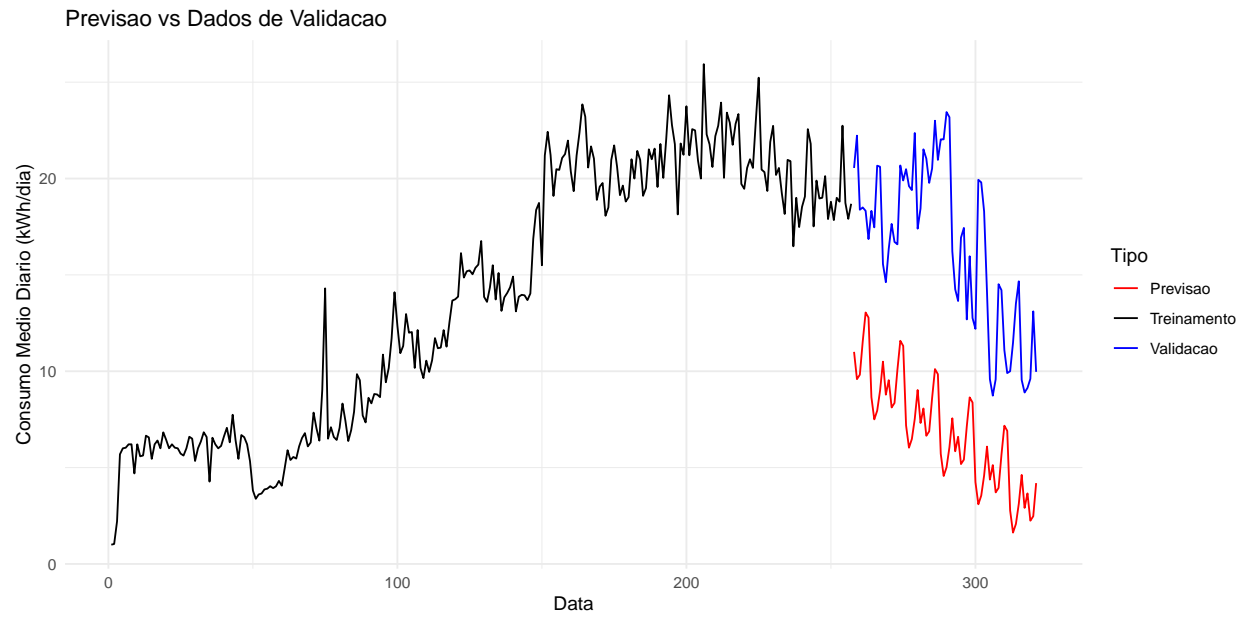


```
# Calcular os erros de previsão
mse <- mean((validation - forecast$pred)^2)
mae <- mean(abs(validation - forecast$pred))
```

```
##
## Erros de Previsão um passo à frente na massa de validação:
```

```
## MSE: 108.395056
```

```
## MAE: 9.684503
```



12.3 Calcule um índice de desempenho preditivo. Por exemplo, obtenha o MAPE (mean absolute percentage error)

```
forecast_mean <- forecast$pred

# Calcular o MAPE
mape <- mean(abs((validation - forecast_mean) / validation))
```

O MAPE (Erro Médio Percentual Absoluto) é: 0.58%

12.4 Como referência, modelos com MAPE inferiores a 10% geralmente são considerados muito bons. Entre 10% e 20% são bons modelos preditivos, e entre 20% e 50% são modelos razoáveis/aceitáveis.

```
if (mape < 10) {
  cat("Modelo muito bom.\n")
} else if (mape < 20) {
  cat("Bom modelo preditivo.\n")
} else if (mape < 50) {
  cat("Modelo razoável/aceitável.\n")
} else {
  cat("O modelo precisa ser melhorado.\n")
}
```

Modelo muito bom.

13. Utilize a função `sarima.for` do pacote `astsa` para a obtenção de previsões para os próximos 12 meses (ou outro horizonte desejado) e a banda de previsão com 95% de cobertura. Discuta sobre as limitações dessas previsões, incluindo um insight sobre como proceder se a hipótese de normalidade residual for descartada no passo 11.3.

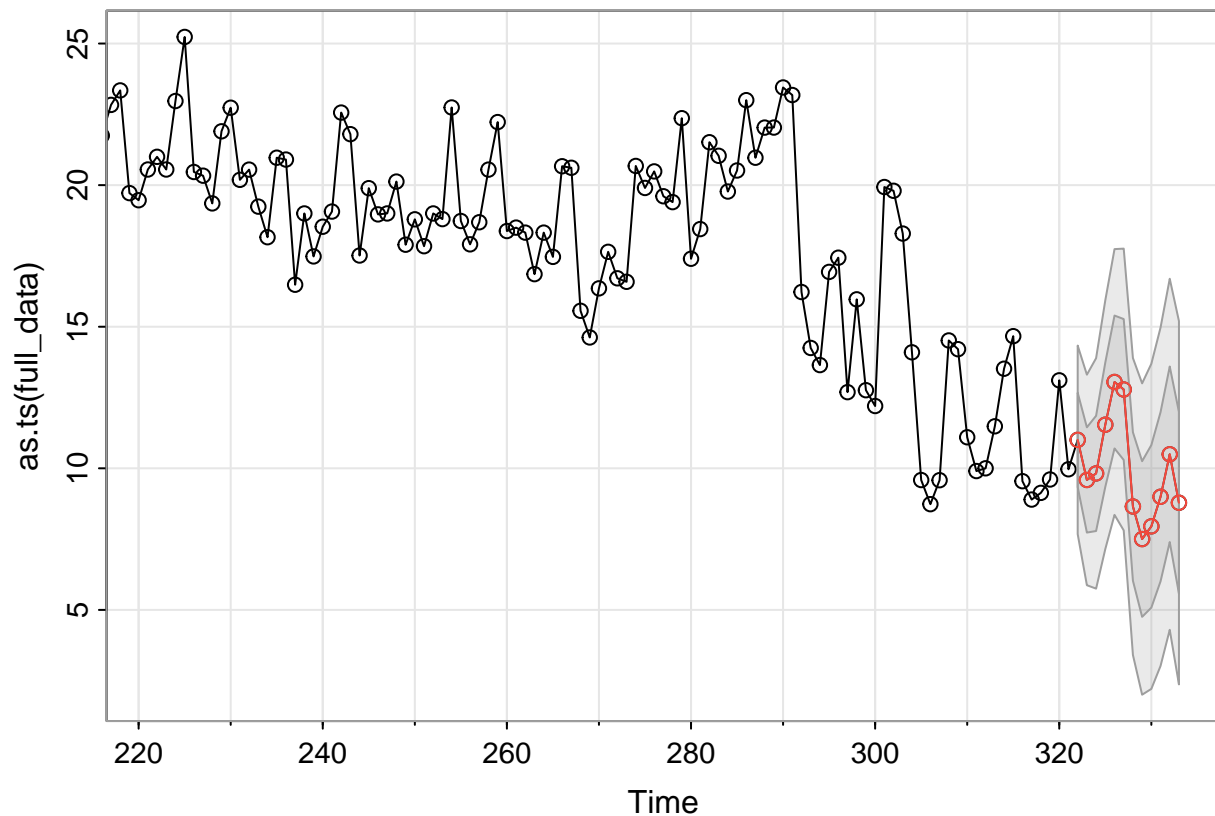
```
horizon <- 12

last_date <- tail(df$Ano,n=1)

# Extrair o último mês e ano das datas
last_month <- as.numeric(format(last_date, "%m"))
last_year <- as.numeric(format(last_date, "%Y"))

# Gerar índices de datas para os próximos 12 meses
date_index <- seq(as.Date(paste0(last_year, "-", last_month, "-01")),
                  by = "month", length.out = horizon)

# Realizar a previsão usando o modelo ajustado
forecast <- sarima.for(as.ts(full_data), n.ahead = horizon,
                       p = order[1], d = order[2], q = order[3],
                       P = best_seasonal_order[1], D = best_seasonal_order[2], Q = best_seasonal_order[3],
                       S = best_seasonal_order[4])
```



```

# Extrair valores previstos e intervalos de confiança
forecast_values <- forecast$pred
forecast_conf_int <- forecast$pred + cbind(-1.96 * forecast$se, 1.96 * forecast$se)

# Criar dataframe de previsões
forecast_df <- data.frame(
  Mes = date_index,
  Previsões = forecast_values,
  Limite_Inferior = forecast_conf_int[, 1],
  Limite_Superior = forecast_conf_int[, 2]
)

# Converter coluna de meses para o formato ano-mês
forecast_df$Mes <- format(forecast_df$Mes, "%Y-%m")

```

```

##      Mes Previsões Limite_Inferior Limite_Superior
## 1  2024-02 11.004960      7.742508      14.26741
## 2  2024-03  9.589115      5.946415      13.23181
## 3  2024-04  9.819935      5.833091      13.80678
## 4  2024-05 11.539586      7.236030      15.84314
## 5  2024-06 13.048359      8.449853      17.64686
## 6  2024-07 12.782956      7.907311      17.65860
## 7  2024-08  8.652231      3.514373      13.79009
## 8  2024-09  7.502309      2.114986      12.88963
## 9  2024-10  7.950865      2.325129      13.57660
## 10 2024-11  8.995454      3.141005      14.84990
## 11 2024-12 10.495515      4.420958      16.57007
## 12 2025-01  8.783873      2.496910      15.07084

```

14. Redija um parágrafo concluindo o estudo (inclua uma recomendação sobre como o modelo deve ser atualizado à medida que novas informações estiverem disponíveis).