

Previsão de Demanda de Bicicletas

Comparação entre TBATS, Regressão Harmônica e Regressão Dinâmica

Davi Wentrick Feijó

2025-12-09

Contents

1	Introdução	2
2	Metodologia	3
2.1	Especificação e Ajuste dos Modelos	3
2.2	Modelos Selecionados	4
3	Resultados	5
3.1	Análise de Resíduos	5
3.2	Análise Gráfica	6
4	Discussão	9
5	Conclusão	10

1 Introdução

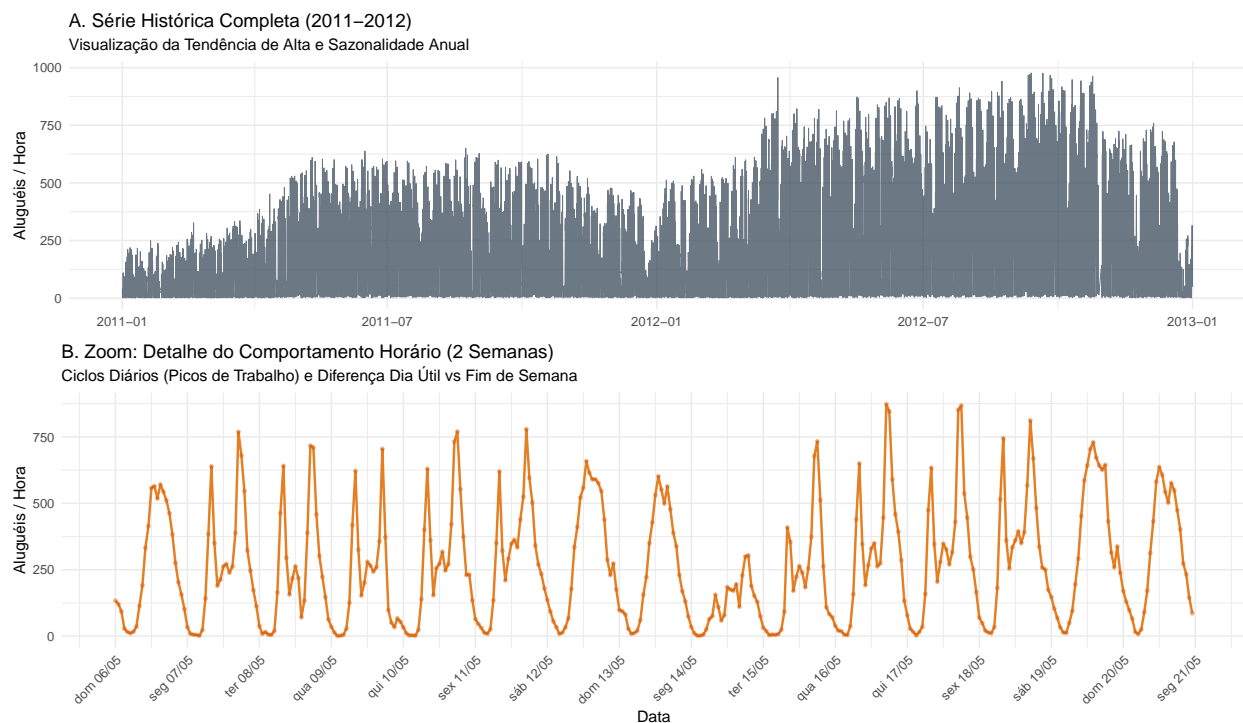
Este trabalho avalia métodos de previsão para séries temporais de alta frequência caracterizadas por múltiplas sazonalidades. O estudo utiliza o conjunto de dados do sistema *Capital Bikeshare* (Washington, D.C.), obtido via UCI Machine Learning Repository.

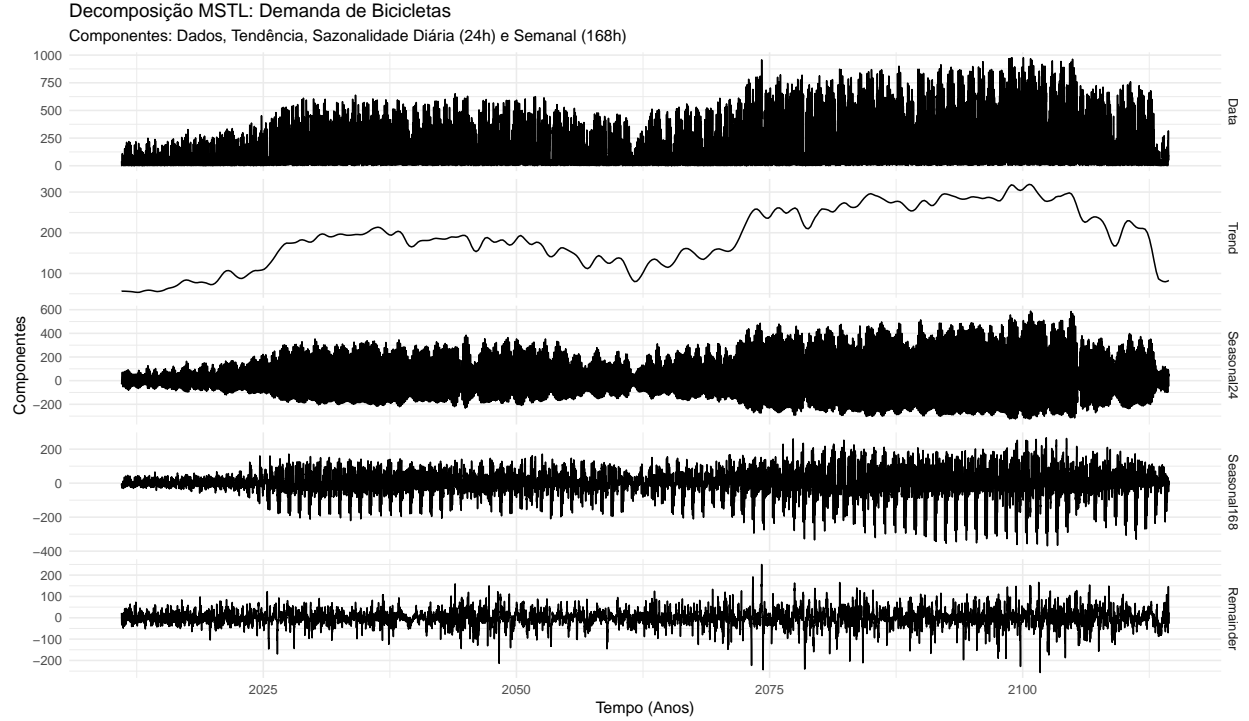
A base de dados compreende registros horários de aluguel de bicicletas entre os anos de 2011 e 2012, totalizando 17.379 observações. A escolha deste dataset fundamenta-se em três características críticas para a modelagem:

- **Alta Frequência e Múltipla Sazonalidade:** A série apresenta ciclos sobrepostos bem definidos: um ciclo diário (período 24) e um ciclo semanal (período 168), exigindo métodos capazes de lidar com sazonalidade complexa.
- **Influência Exógena:** A demanda é fortemente correlacionada com variáveis climáticas disponíveis no banco de dados (temperatura, umidade e velocidade do vento), permitindo testar modelos de Regressão Dinâmica.
- **Não-linearidade e Ruído:** A presença de feriados e eventos atípicos desafia a robustez dos modelos tradicionais.

Para capturar essas dinâmicas, comparam-se três abordagens metodológicas:

1. **TBATS:** Modelo de espaço de estados para sazonalidade complexa.
2. **Regressão Harmônica:** Modelagem determinística dos ciclos via termos de Fourier.
3. **Regressão Dinâmica:** Extensão do modelo harmônico com inclusão de covariáveis climáticas.





A modelagem da sazonalidade foi restringida em função das características da série temporal: sua alta frequência (dados horários) e sua curta extensão histórica (apenas dois anos). A inclusão de ciclos de longo prazo, como sazonalidade mensal ou anual, impôs dificuldades computacionais e de estimação aos modelos, resultando em instabilidade, especialmente para o TBATS. Dessa forma, optou-se por focar exclusivamente nos ciclos de alta frequência: o **diário** (24h) e o **semanal** (168h). Esta escolha parsimoniosa resultou em um desempenho preditivo significativamente melhor e em um diagnóstico de resíduos mais eficaz, com os componentes de erro apresentando uma aparência mais próxima de um processo aleatório. Adicionalmente, a análise de decomposição revelou que o volume total de demanda possui uma tendência crescente ao longo do tempo, o que se manifesta como um aumento na amplitude das próprias sazonalidades diárias e semanais.

2 Metodologia

A estratégia de validação adotada foi a divisão temporal da amostra (*Holdout Validation*), respeitando a ordem cronológica dos dados para evitar o viés de antecipação (*look-ahead bias*). A série foi particionada em dois subconjuntos complementares:

- **Conjunto de Treino** ($N_{treino} = N - 672$): Composto pelas observações iniciais, utilizado para a estimação dos parâmetros dos modelos e seleção de hiperparâmetros.
- **Conjunto de Teste** ($h = 672$ horas): Correspondente às últimas 4 semanas (28 dias) da série. Este conjunto foi mantido isolado durante o treinamento e utilizado estritamente para mensurar a acurácia das previsões fora da amostra (*out-of-sample*).

2.1 Especificação e Ajuste dos Modelos

Foram avaliadas três abordagens de modelagem para séries com múltipla sazonalidade. A seleção de ordens e parâmetros seguiu os critérios abaixo:

2.1.1 Modelo TBATS

O modelo TBATS foi ajustado utilizando o algoritmo automático proposto por De Livera et al. (2011), que seleciona a melhor combinação de componentes baseado na minimização do critério de informação AIC. O ajuste incluiu a otimização automática do parâmetro de transformação de Box-Cox (λ) para estabilização da variância e a modelagem dos erros via processo ARMA(p, q).

2.1.2 Regressão Harmônica e Dinâmica

Para os modelos baseados em regressão (Harmônica e Dinâmica), a sazonalidade determinística foi modelada através da decomposição em Séries de Fourier, dada pela equação:

$$S_t = \sum_{j=1}^{K_1} \left[\alpha_j \sin\left(\frac{2\pi jt}{24}\right) + \beta_j \cos\left(\frac{2\pi jt}{24}\right) \right] + \sum_{i=1}^{K_2} \left[\gamma_i \sin\left(\frac{2\pi it}{168}\right) + \delta_i \cos\left(\frac{2\pi it}{168}\right) \right]$$

A complexidade dos ciclos foi definida pelos hiperparâmetros $K_1 = 10$ (ciclo diário) e $K_2 = 5$ (ciclo semanal), escolhidos para capturar o perfil de demanda sem incorrer em *overfitting*.

A estrutura de autocorrelação residual (η_t) foi modelada via SARIMA, cujas ordens (p, d, q) foram selecionadas automaticamente pelo algoritmo de Hyndman-Khandakar (*auto.arima*), utilizando busca *stepwise* para minimizar o AICc. No caso da Regressão Dinâmica, as variáveis exógenas defasadas (temperatura, umidade e vento) foram adicionadas como regressores lineares à equação principal.

2.2 Modelos Selecionados

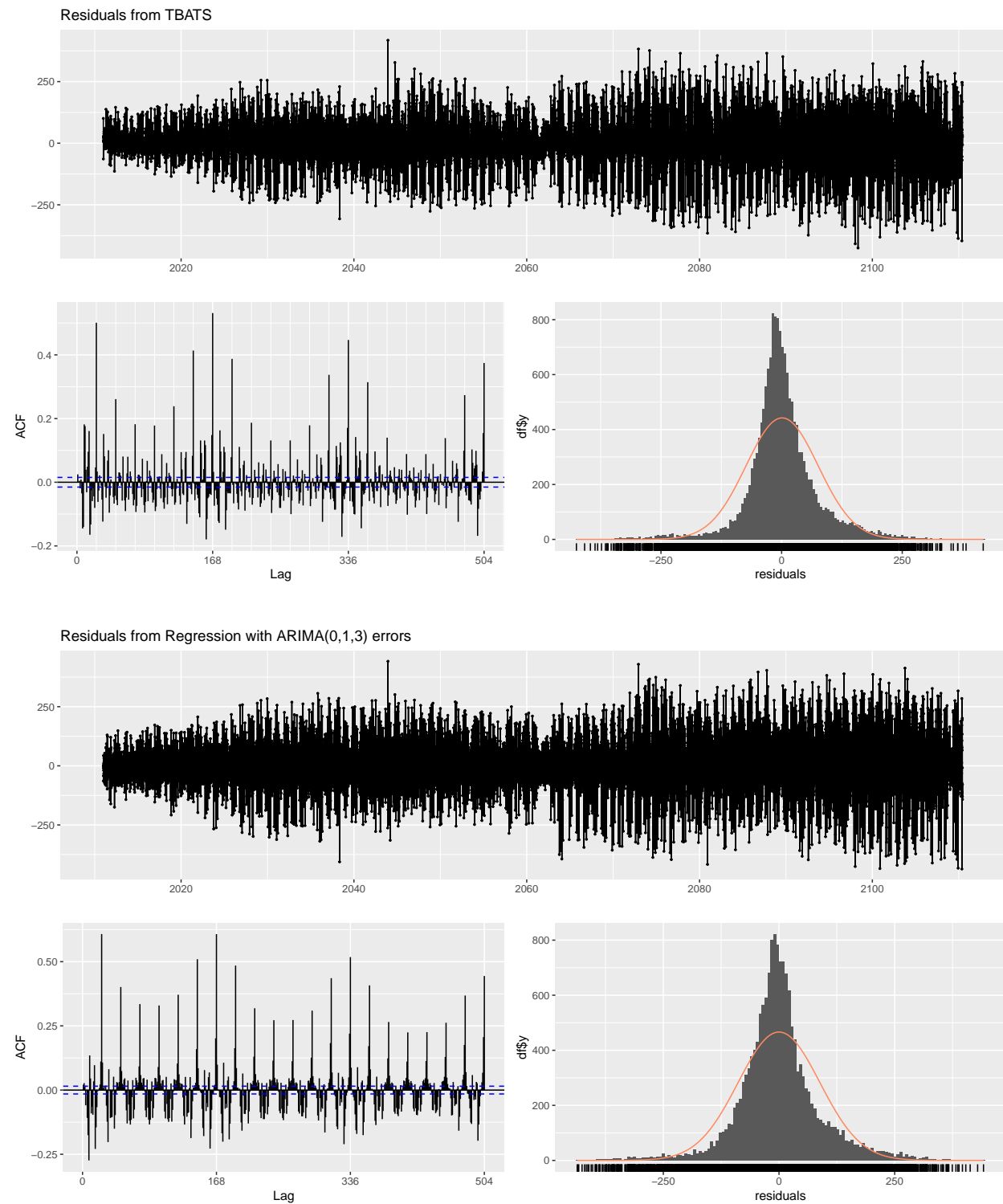
Table 1: Resumo da Especificação e Ajuste dos Modelos (Base de Treino)

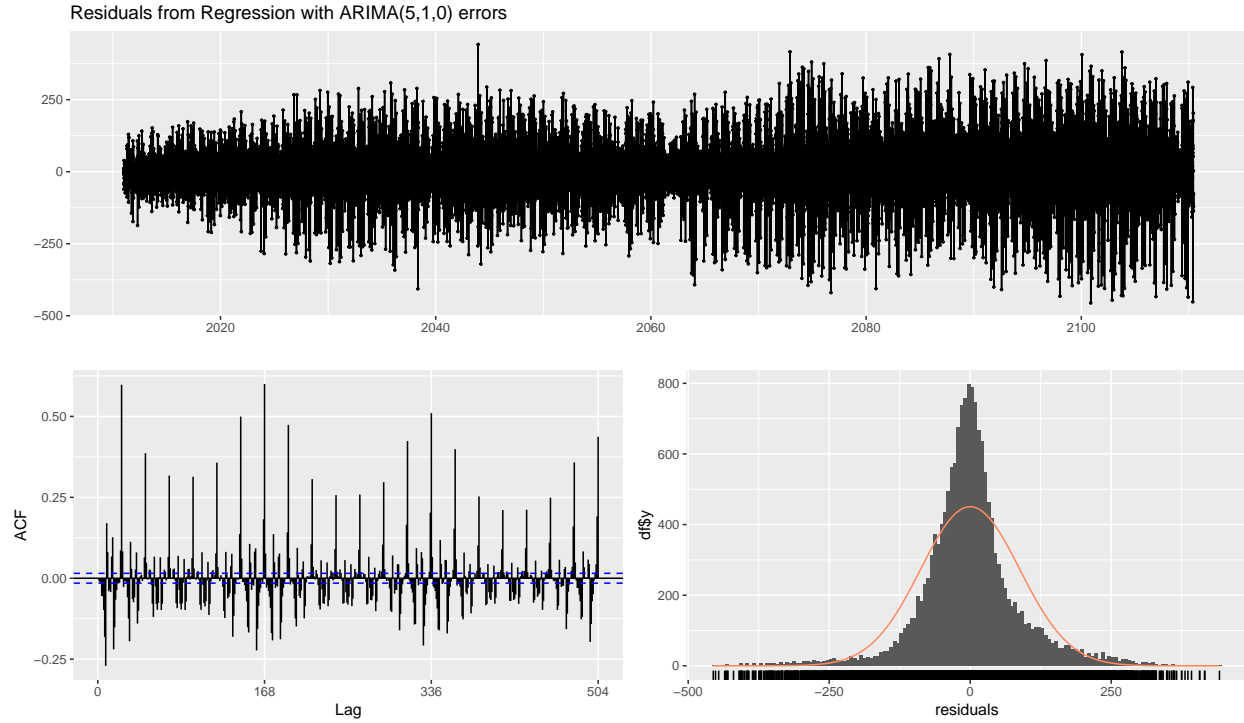
Característica	1. TBATS	2. Reg. Harmônica	3. Reg. Dinâmica
Estrutura	ARMA(5,5)	ARIMA(0,1,3)	ARIMA(5,1,0)
Sazonalidade	Fourier $K = \langle 6, 5 \rangle$	Fourier $K = \langle 10, 5 \rangle$	Fourier $K = \langle 10, 5 \rangle$
AIC	306674.7	197276.4	197068.3
<i>Erros no Conjunto de Treinamento</i>			
RMSE	74.72	88.56	88.00
MAE	50.19	60.27	59.89

A escolha dos modelos foi motivada pela necessidade de comparar metodologias distintas na abordagem de séries com **múltipla sazonalidade** (diária e semanal). O **TBATS** foi selecionado como o principal *benchmark* de espaço de estados, por sua capacidade de seleção automática e robusta dos componentes do modelo. A **Regressão Harmônica** serviu como *benchmark* de regressão, utilizando termos de Fourier ($K = 10$ para 24h e $K = 5$ para 168h) para modelar os ciclos determinísticos. Por fim, a **Regressão Dinâmica** foi incluída como a abordagem aprimorada, cujo objetivo central é testar o ganho de acurácia obtido ao incorporar variáveis exógenas (climáticas) como regressores, buscando superar as limitações dos modelos puramente temporais. Vale notar que, para o ajuste do modelo TBATS, a transformação de Box-Cox foi intencionalmente desativada (`use.box.cox = FALSE`). Observou-se que a aplicação automática da transformação resultava em problemas a previsão, levando à explosão dos intervalos de confiança, o que comprometia a robustez do modelo na fase de avaliação.

3 Resultados

3.1 Análise de Resíduos





A análise dos resíduos, através dos gráficos de autocorrelação (ACF) e do histograma, indica que os modelos ajustados **não atenderam integralmente os pressupostos estatísticos clássicos**. A presença de correlação residual remanescente e o desvio da normalidade são resultados claros nos gráficos.

Table 2: Resultados dos Testes de Diagnóstico de Resíduos

Modelo	Ljung-Box		Jarque-Bera	
	Estat. (X^2)	P-valor	Estat.	P-valor
1. TBATS	7662.0	< 0.01	10336.0	< 0.01
2. Reg. Harmônica	10038.0	< 0.01	8062.3	< 0.01
3. Reg. Dinâmica	10439.0	< 0.01	7865.2	< 0.01

Nota: P-valores muito baixos e limitamos a 0.01.

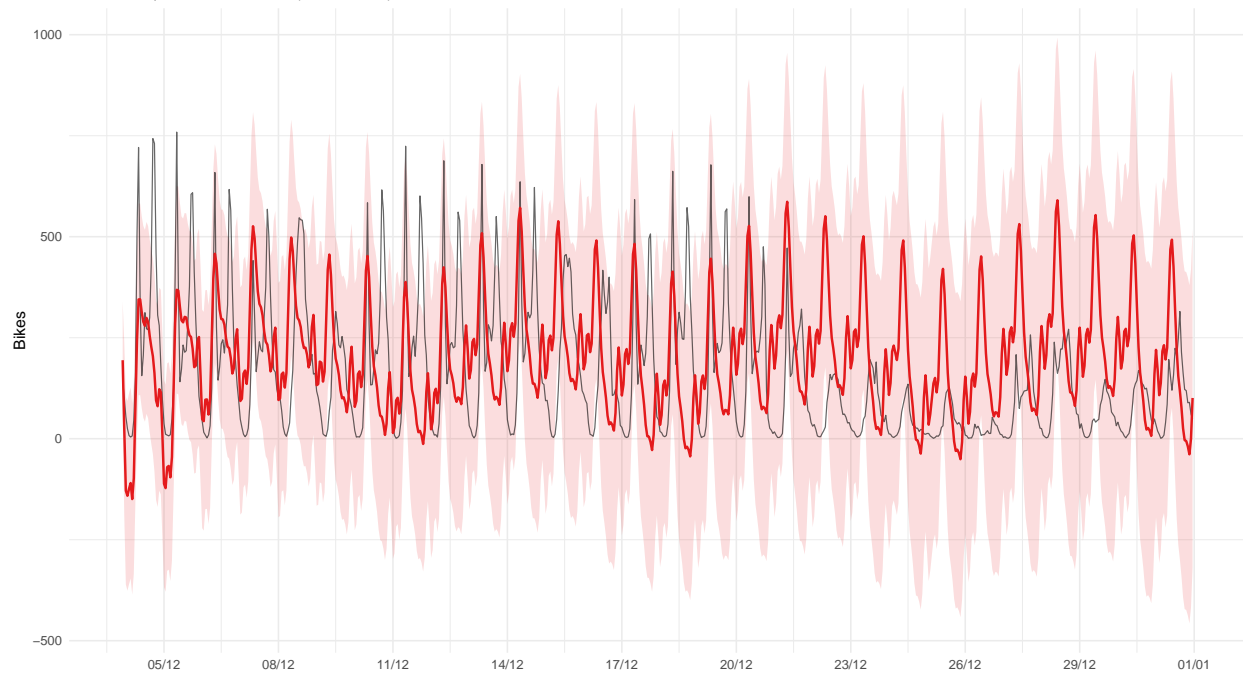
Os resultados dos testes estatísticos de diagnóstico, apresentados na tabela, reforçam o que foi visualmente observado nos gráficos dos resíduos. A rejeição categórica das hipóteses nulas (p-valor < 0.01 para todos os modelos) nos testes de Ljung-Box e Jarque-Bera confirma que os modelos não atenderam aos pressupostos clássicos de **independência** (presença de autocorrelação residual) e **normalidade** dos erros.

3.2 Análise Gráfica

As Figuras abaixo comparam as previsões geradas pelos modelos com os dados reais observados no período de teste.

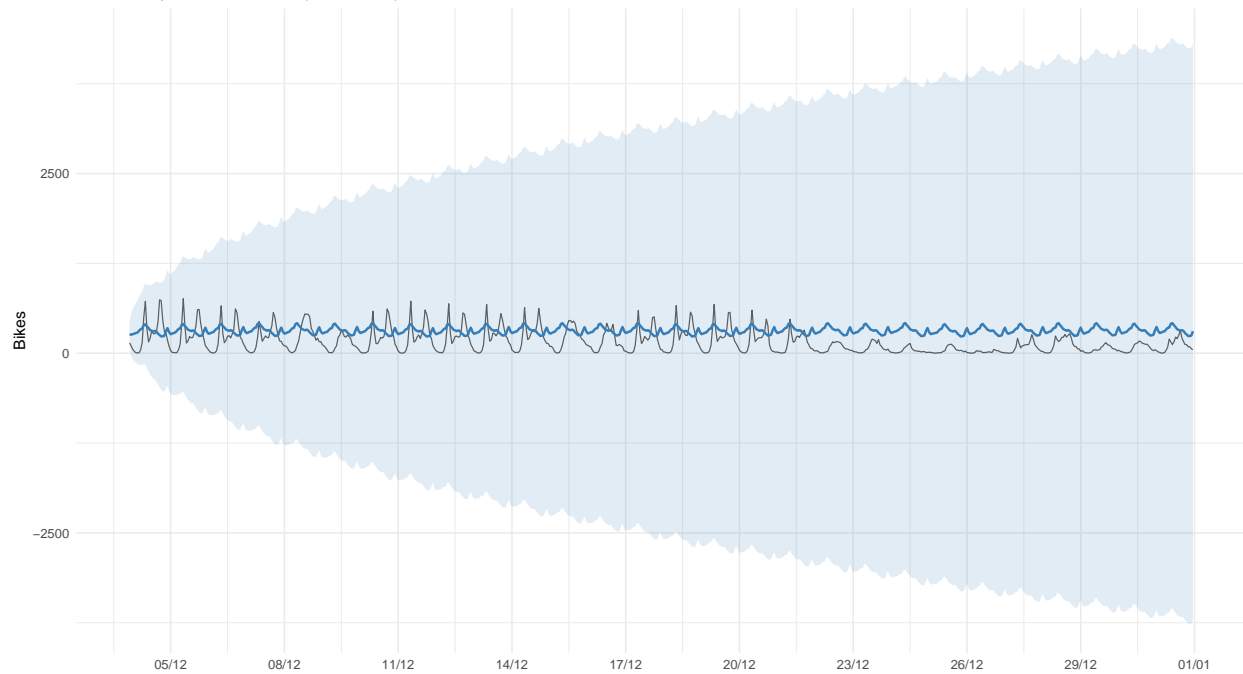
Modelo: 1. TBATS

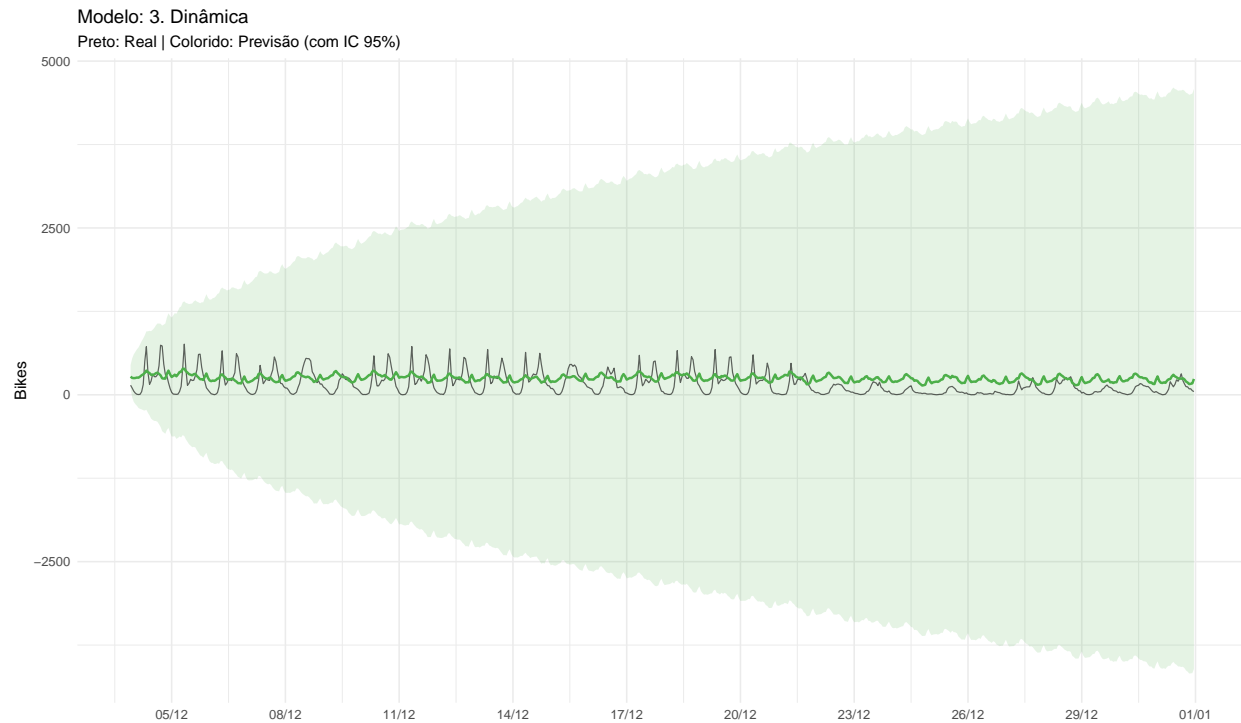
Preto: Real | Colorido: Previsão (com IC 95%)



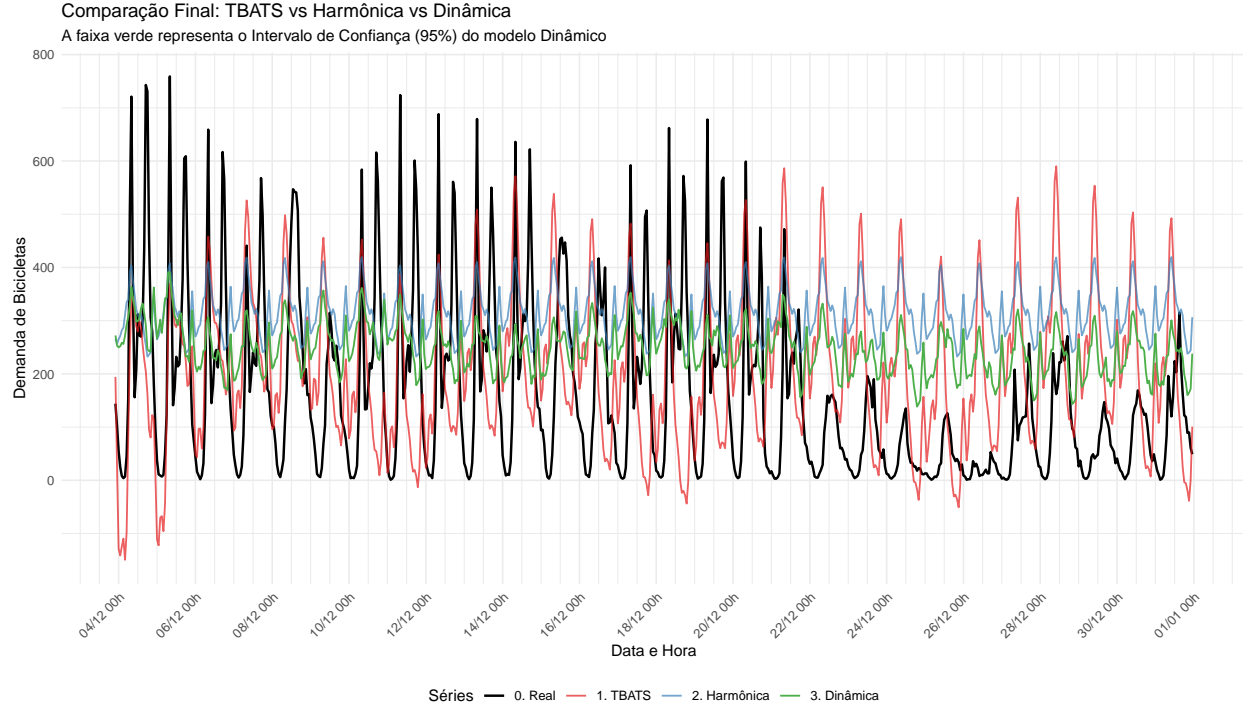
Modelo: 2. Harmônica

Preto: Real | Colorido: Previsão (com IC 95%)





A análise visual das previsões individuais revela uma diferença no comportamento dos modelos. O modelo **TBATS** demonstra uma maior precisão local aos dados, ajustando-se com eficácia e acompanhando de perto a alta amplitude dos picos diários de aluguel. Em contraste, os modelos de **Regressão** (Harmônica e Dinâmica) tendem a apresentar uma trajetória mais suavizada, oscilando de forma mais leve em torno de um valor médio local. Esta diferença manifesta-se criticamente nos Intervalos de Confiança (IC): o TBATS exibe um IC notavelmente constante e de menor largura, refletindo uma suposição de variância do erro homogênea (*homocedasticidade*). Por outro lado, os modelos de Regressão demonstram um crescimento acentuado e contínuo de seus ICs ao longo do horizonte preditivo, culminando em valores extremamente amplos e com pouca utilidade prática para a aplicação, sugerindo uma sensibilidade maior à incerteza acumulada.



A Tabela apresenta as métricas de erro calculadas sobre a base de teste.

Table 3: Métricas de Desempenho Preditivo no Conjunto de Teste ($h = 504$ horas)

Modelo	RMSE	MAE
1. TBATS	204.8780	164.6549
2. Reg. Harmônica (Só Fourier)	226.5879	203.1621
3. Dinâmica (Fourier + Clima)	178.6454	154.5670

Nota: O modelo de Regressão Dinâmica apresentou os menores erros pontuais (RMSE e MAE) na previsão fora da amostra.

4 Discussão

A análise comparativa do desempenho preditivo revela uma hierarquia clara entre as abordagens testadas. O Modelo de **Regressão Dinâmica** (Fourier + Clima) apresentou o melhor desempenho global, atingindo o menor RMSE (178.65) e MAE (154.57). Em contraste, o modelo TBATS, embora robusto para capturar a sazonalidade complexa, obteve um erro superior (RMSE 204.88), enquanto a Regressão Harmônica simples apresentou o pior desempenho (RMSE 226.59). Vale notar que nas métricas de ajuste do modelo sobre os dados de treino o TBATS foi o que teve o melhor ajuste seguido pela **Regressão Dinâmica**.

Observando os gráficos, os modelos baseados em regressão (Harmônica e Dinâmica) tenderam a apresentar uma trajetória mais suave, seguindo uma média menos volátil. Essa característica provou ser mais robusta em séries de alta frequência e elevada variabilidade, resultando em erros médios (*RMSE* e *MAE*) consistentemente menores no conjunto de teste. Em contraste, o **TBATS** demonstrou ser mais eficiente na captura da amplitude dos picos de demanda nas primeiras duas semanas de previsão. Contudo, essa alta eficiência na aderência aos dados passados limitou sua capacidade de generalização em eventos não modelados. O desempenho do TBATS deteriorou-se sensivelmente ao aproximar-se de datas determinísticas do calendário, como Natal e Ano Novo, onde o modelo sofreu por não conseguir incorporar o impacto desses eventos atípicos. Acredita-se que, devido à curta extensão da série (apenas dois anos), o TBATS não conseguiu estimar

o componente de sazonalidade anual ou o efeito de feriados fixos, uma limitação que poderia ser superada com um histórico de dados mais longo.

Vale ressaltar que os testes de diagnóstico (Ljung-Box e Jarque-Bera) indicaram a presença de autocorrelação residual e não-normalidade em todos os modelos. Esse comportamento é esperado em séries de alta frequência e demanda.

5 Conclusão

Este trabalho avaliou a eficácia de diferentes estratégias de modelagem para a previsão de demanda horária de bicicletas compartilhadas. Concluiu-se que a abordagem híbrida, combinando a modelagem determinística da sazonalidade (termos de Fourier) com regressores climáticos (Regressão Dinâmica), é superior aos modelos TBATS e Regressão Harmônica no conjunto de teste. Contudo, a análise revelou um *trade-off* importante: o TBATS obteve o melhor ajuste aos dados de treinamento (*in-sample*), mas falhou na generalização (*out-of-sample*), sendo especialmente vulnerável em datas fixas de calendário como Natal e Ano Novo. Essa limitação é atribuída à curta extensão da série histórica, que impediu a incorporação robusta da sazonalidade anual. Por fim, embora as métricas pontuais favoreçam o Modelo Dinâmico, notou-se que os intervalos de confiança (IC) dos modelos de regressão se expandiram acentuadamente ao final do horizonte de previsão, ao passo que o IC do TBATS permaneceu constante e menor, um fator de estabilidade relevante para a tomada de decisão que as métricas pontuais não refletem. Conclui-se, portanto, que é fundamental a inclusão de variáveis explícitas de calendário ou sazonalidade anual em análises futuras, para garantir a precisão do ajuste em períodos especiais.

Referências

- 1. Modelos TBATS e BATS (De Livera, Hyndman, Cleveland):** DE LIVERA, A. M., HYNDMAN, R. J., & CLEVELAND, W. S. Forecasting time series with complex seasonal patterns using exponential smoothing. *Journal of the American Statistical Association*, 106(496), 1513–1527, 2011.
- 2. Modelos ARIMA e Séries de Fourier (Hyndman, Athanasopoulos):** HYNDMAN, R. J., & ATHANASOPOULOS, G. *Forecasting: Principles and Practice* (3rd ed.). OTexts, 2021. Disponível em: <https://otexts.com/fpp3/>.
- 3. Testes de Diagnóstico (Ljung-Box e Jarque-Bera):** LJUNG, G. M., & BOX, G. E. P. On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models. *Biometrika*, 65(2), 297–303, 1978.
- 4. Software R:** R CORE TEAM. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2024. Disponível em: <https://www.R-project.org/>.
- 5. Pacote forecast (Hyndman):** HYNDMAN, R. J., et al. *forecast: Forecasting functions for time series and linear models*. R package version 8.22, 2024. Disponível em: <https://pkg.robjhyndman.com/forecast/>.
- 6. Fonte dos Dados (Bike Sharing Dataset):** FANAEE-TABAR, I., & LASTRA, L. M. (2013). *Bike Sharing Dataset*. UCI Machine Learning Repository. Disponível em: <https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/bike+sharing+dataset>.