Problem 1

1.先将图像转换为灰度图像，然后重新缩放灰度值到[0, 31]，即 32 个灰度级。使用梯度滤波器对图像进行卷积，即计算相邻像素的强度差异（水平或垂直方向）。

2.统计梯度差分直方图并作图。作出直方图和对数直方图，其中对数直方图中的值为 0 的部分可以用极小值（epsilon）代替。

3.计算直方图的均值、方差和。

4.将直方图拟合为广义高斯分布 e^(−|z/σ|^γ)，并将拟合的曲线与直方图叠加在一起。找出广义高斯分布中的 γ 值。

5.对图像进行 2x2 的平均下采样（或简单的降采样），绘制下采样后的直方图和对数直方图，并将其与步骤 1 中的图像进行比较。可以重复这个下采样过程 2-3 次。

Problem 2

对一幅灰度图像做快速傅里叶变换（FFT），并分析其频率域的特征。具体步骤如下：

1.对灰度图像 I 做 FFT，得到复数矩阵 ˆI(ξ, η)，其中(ξ, η)表示水平和垂直频率。计算每个复数的幅值 A(ξ, η) = | ˆI(ξ, η)|。用极坐标表示频率 f = p ξ 2 + η 2，然后对 f 进行离散化，计算每个 f 对应的环形区域上的 A2 (f)的平均值，直到环形区域超出傅里叶图像的边界。

2.用对数坐标绘制 log A(f)和 log f 的关系图。这个图应该接近一条直线，表示图像具有 1/f 的幂律特性。将四幅图像的曲线绘制在一张图上进行比较。[提示：先检查幅度谱 log | ˆI(ξ, η)|， | ˆI(0, 0)|通常是谱中最大的分量。直流分量通常被移动到频率矩形的中心。]

3.计算 S(f0) = R Ω A2 (ξ, η)dξdη 在域 Ω(f0) = {(ξ, η) : f0 ≤ q ξ 2 + η 2 ≤ 2f0} 上的积分（离散情况下为求和）。绘制 S(f0)随 f0 的变化图，这个图应该接近一条水平线（有波动），因为 S(f0)应该在不同的 f0 上保持不变。

这个问题是要验证自然图像具有 1/f 的幂律特性，即频率越高。

Problem 3

目的是验证这种图像具有尺度不变性的性质，即不同分辨率下的图像看起来相似。它包括以下三个步骤：

1.模拟一个 1024×1024 像素的图像 I1，其中包含 N 条线段。每条线段由它的中心坐标、方向和长度决定。这些参数都是随机生成的，但要满足一定的概率分布。例如，线段的长度服从 p® ∝ 1/r3 的立方幂律分布，即长线段出现的概率比短线段小得多。另外，如果线段太长或太短，要进行截断或丢弃处理。

2.模拟两个新的图像 I2 和 I3，分别为 512×512 和 256×256 像素。它们是由 I1 下采样得到的，即将 I1 中的线段长度缩短一半或四分之一。同样，如果线段太短，要丢弃掉。

3.从每个图像中随机裁剪出两个 128×128 像素的图像块，并绘制出来。比较这六个图像块是否看起来相似。

如果模拟正确，那么这六个图像块应该看起来没有明显的差别，说明这种线段图像具有尺度不变性。