Matemática Básica
Lista de Exercícios 04

Lógica de Predicados

Para os Exercícios 1 a 3, decida se é possível chegar a alguma conclusão (e, neste caso, qual) a partir das hipóteses dadas. Justifique sua resposta.

1. Todas as flores são plantas. Amores-perfeitos são plantas.

2. Algumas flores são roxas. Todas as flores roxas são pequenas.

3. Algumas flores são rosas e têm espinhos. Todas as flores com espinho cheiram mal. Toda flor que cheira mal é uma erva daninha.

4. Justifique cada passo na sequência de demonstração a seguir para a fbf

$$(\exists x)P(x) \wedge (\forall x)(P(x) \to Q(x)) \to (\exists x)Q(x)$$

   1. $(\exists x)P(x)$
   2. $(\forall x)(P(x) \to Q(x))$
   3. $P(a)$
   4. $P(a) \to Q(a)$
   5. $Q(a)$
   6. $(\exists x)Q(x)$

5. Considere a fbf

$$(\forall y)(\exists x)Q(x, y) \to (\exists x)(\forall y)Q(x, y)$$

   a. Encontre uma interpretação que mostra que essa fbf não é válida.
   b. Encontre o erro na seguinte "demonstração" dessa fbf:

1.	$(\forall y)(\exists x)Q(x, y)$	hip
2.	$(\exists x)Q(x, y)$	1, pu
3.	$Q(a, y)$	2, pe
4.	$(\forall y)Q(a, y)$	3, gu
5.	$(\exists x)(\forall y)Q(x, y)$	4, ge

Nos Exercícios 6, 7 e 8, prove que cada fbf é um argumento válido.

6. $(\forall x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x) \to (\exists x)[P(x) \wedge Q(x)]$

7. $(\forall x)(\forall y)Q(x, y) \to (\forall y)(\forall x)Q(x, y)$

8. $(\forall x)P(x) \wedge (\exists x)[P(x)]' \to (\exists x)Q(x)$

Nos Exercícios 9 a 13, prove que a fbf é válida ou encontre uma interpretação na qual ela é falsa.

9. $(\exists x)[R(x) \vee S(x)] \to (\exists x)R(x) \vee (\exists x)S(x)$

10. $(\forall x)[P(x) \to Q(x)] \to [(\forall x)P(x) \to (\forall x)Q(x)]$

11. $[(\forall x)P(x) \to (\forall x)Q(x)] \to (\forall x)[P(x) \to Q(x)]$

12. $(\forall x)P(x) \lor (\exists x)Q(x) \to (\forall x)[P(x) \lor Q(x)]$

13. $(\forall y)[Q(x, y) \to P(x)] \to [(\exists y)Q(x, y) \to P(x)]$

14. O filósofo grego Aristóteles (384-322 a.C.) foi discípulo de Platão e tutor de Alexandre o Grande. Seus estudos de lógica influenciaram filósofos por centenas de anos. Seus quatro silogismos “perfeitos” são conhecidos pelos nomes dados por doutos medievais. Para cada um deles, formule o argumento na notação da lógica de predicados e forneça uma demonstração.

    a. “Barbara”
    Todos os M são P.
    Todos os S são M.
    Portanto, todos os S são P.

    b. “Celarent”
    Nenhum M é P.
    Todos os S são M.
    Portanto, nenhum S é P.

    c. “Darii”
    Todos os M são P.
    Alguns S são M.
    Portanto, alguns S são P.

    d. “Ferio”
    Nenhum M é P.
    Alguns S são M.
    Portanto, alguns S não são P.

Usando a lógica de predicados, prove que cada argumento nos Exercícios 32 a 42 é válido. Use os símbolos predicados dados.

15. Existe um astrônomo que não é míope. Todo mundo que usa óculos é míope. Além disso, todo mundo ou usa óculos ou usa lentes de contato. Portanto, existe um astrônomo que usa lentes de contato. A(x), M(x), O(x), L(x)

16. Todo estudante de ciência da computação trabalha mais do que alguém e todo mundo que trabalha mais do que uma pessoa dorme menos do que essa pessoa. Maria é uma estudante de ciência da computação. Portanto, Maria dorme menos do que alguém. C(x), W(x, y): x trabalha mais do que y, S(x, y): x dorme menos do que y, m

17. Todo fazendeiro é proprietário de uma vaca. Nenhum dentista é proprietário de uma vaca. Portanto, nenhum dentista é fazendeiro. F(x), V(x), P(x, y), D(x)