

Matemática Básica

Lista de Exercícios 03

Quantificadores, Predicados e Validade

- Determine o valor lógico de cada uma das fbfs a seguir com a interpretação de que o conjunto universo é o conjunto dos inteiros, $A(x)$ é " $x < 5$ " e $B(x)$ é " $x < 7$ ".
 - $(\exists x)A(x)$
 - $(\exists x)[A(x) \wedge B(x)]$
 - $(\forall x)[A(x) \rightarrow B(x)]$
 - $(\forall x)[B(x) \rightarrow A(x)]$
- Determine o valor lógico de cada uma das fbfs a seguir com a interpretação de que o conjunto universo é o conjunto dos números reais.
 - $(\forall x)(\exists y)(x = y^2)$
 - $(\forall x)(\forall y)(x = y^2)$
 - $(\exists x)(\forall y)(x = y^2)$
 - $(\exists x)(\exists y)(x = y^2)$
- Forneça o valor lógico de cada uma das fbfs com a interpretação de que o domínio é o conjunto de todas as pessoas, $M(x, y)$ é " x é mãe de y ", $F(x)$ é " x é do sexo feminino" e $M(x)$ é " x é do sexo masculino".
 - $(\forall x)(\exists y)(M(y, x))$
 - $(\exists x)(\forall y)(M(x, y))$
 - $(\forall x)(\forall y)(M(x, y) \rightarrow M(y))$
 - $(\exists x)(\exists y)(M(x, y) \wedge M(y))$
 - $(\exists x)(\forall y)(M(x, y) \rightarrow F(y))$
- Explique por que cada uma das expressões a seguir está escrita de forma incorreta.
 - $(\exists)(Q(x) \wedge P(x))$
 - $(\forall y)(Q(y) P(y))$
 - $(\forall x)(\forall y)Q(x) \rightarrow P(y)$
- Diga quais das sentenças a seguir são equivalentes à frase "Todos os círculos são redondos."
 - Se for redondo, será um círculo.
 - Ser redondo é uma propriedade necessária de círculos.
 - Uma coisa que não é redonda não pode ser um círculo.
 - Algumas coisas redondas são círculos
- Usando os símbolos predicados indicados e quantificadores apropriados, escreva cada frase em português como uma fbf predicada. (O conjunto universo é o mundo inteiro.)

$B(x)$: x é uma bola.
 $R(x)$: x é redondo(a).
 $S(x)$: x é uma bola de futebol.

 - Todas as bolas são redondas.
 - Nem todas as bolas são bolas de futebol.
 - Todas as bolas de futebol são redondas.
 - Algumas bolas não são redondas.
 - Algumas bolas são redondas, mas as bolas de futebol não são.
 - Toda bola redonda é uma bola de futebol.
 - Só bolas de futebol são bolas redondas.
 - Se as bolas de futebol forem redondas, então todas as bolas serão redondas.
- Usando os símbolos predicados indicados e quantificadores apropriados, escreva cada frase em português como uma fbf predicada. (O conjunto universo é o mundo inteiro.)

$A(x)$: x é um animal
 $U(x)$: x é um urso
 $F(x)$: x está faminto

$L(x)$: x é um lobo

- a. Ursos são animais.
- b. Nenhum lobo é um urso.
- c. Só ursos estão famintos.
- d. Se os lobos estiverem famintos, os ursos também estarão.
- e. Alguns animais são ursos famintos.
- f. Os ursos estão famintos, mas alguns lobos não estão.
- g. Se os lobos e os ursos estiverem famintos, então todos os animais também estarão.
- h. Alguns lobos estão famintos, mas nem todos os animais estão famintos.

8. Usando os símbolos predicados indicados e quantificadores apropriados, escreva cada frase em português como uma fbf predicada. (O conjunto universo é o mundo inteiro.)

$L(x)$: x é um leão

$R(x)$: x ruge

$P(x)$: x é um predador

$Z(x)$: x é uma zebra

$C(x, y)$: x come y

- a. Todos os leões são predadores.
- b. Alguns leões rugem.
- c. Só leões rugem.
- d. Alguns leões comem todas as zebras.
- e. Todos os leões comem todas as zebras.

9. Usando os símbolos predicados indicados e quantificadores apropriados, escreva cada frase em português como uma fbf predicada. (O conjunto universo é o mundo inteiro.)

$C(x)$: x é uma criança

$B(x)$: x é um brinquedo

$L(x)$: x é um legume

$Q(x, y)$: x quer y

- a. Toda criança quer brinquedos.
- b. Só crianças querem brinquedos.
- c. Alguma criança quer só brinquedos.
- d. Nenhuma criança quer legumes.

10. Usando os símbolos predicados indicados e quantificadores apropriados, escreva cada frase em português como uma fbf predicada. (O conjunto universo é o mundo inteiro.)

$C(x)$: x é um Corvette

$F(x)$: x é uma Ferrari

$P(x)$: x é um Porsche

$D(x, y)$: x anda mais devagar do que y

- a. Nada é ao mesmo tempo um Corvette e uma Ferrari.
- b. Alguns Porsches andam mais devagar apenas do que Ferraris.
- c. Apenas Corvettes andam mais devagar do que Porsches.
- d. Todas as Ferraris andam mais devagar do que algum Corvette.
- e. Alguns Porsches não andam mais devagar do que algum Corvette.
- f. Se existir algum Corvette que ande mais devagar do que uma Ferrari, então todos os Corvettes andarão mais devagar do que todas as Ferraris.

11. Dê versões em português para as fbfs a seguir, em que:

$M(x)$: x é um homem

$W(x)$: x é uma mulher

i : Ivan

p : Pedro

$W(x, y)$: x trabalha para y

- a. $(\exists x)(W(x) \wedge (\forall y)(M(y) \rightarrow [W(x, y)]'))$
- b. $(\forall x)[M(x) \rightarrow (\exists y)(W(y) \wedge W(x, y))]$
- c. $(\forall x)[M(x) \rightarrow (\forall y)(W(x, y) \rightarrow W(y))]$
- d. $(\forall x)(\forall y)(M(x) \wedge W(y, x) \rightarrow W(y))$
- e. $W(i, p) \wedge (\forall x)[W(p, x) \rightarrow (W(x))']$
- f. $(\forall x)[W(x, i) \rightarrow (W(x))']$

12. São dadas três formas de negação para cada uma das proposições a seguir. Qual delas está correta?

- a. Ninguém é perfeito.
 - 1. Todo mundo é imperfeito.
 - 2. Todo mundo é perfeito.
 - 3. Alguém é perfeito.
- b. Todos os nadadores são altos.
 - 1. Algum nadador não é alto.
 - 2. Não existem nadadores altos.
 - 3. Todo nadador é baixo.
- c. Todo planeta é frio e sem vida.
 - 1. Nenhum planeta é frio e sem vida.
 - 2. Algum planeta não é frio e não é sem vida.
 - 3. Algum planeta não é frio ou não é sem vida.
- d. Nenhum urso está faminto.
 - 1. Só ursos estão famintos.
 - 2. Todos os ursos estão famintos.
 - 3. Existe um urso faminto.

13. Negue cada uma das proposições a seguir.

- a. Alguma criança tem medo de todos os palhaços.
- b. Algumas crianças têm medo apenas de palhaços.
- c. Nenhum palhaço tem medo de qualquer criança.

14. Para cada fbf a seguir, decida se ela é válida ou não. Justifique sua resposta.

- a. $(\exists x)A(x) \leftrightarrow ((\forall x)[A(x)]')'$
- b. $(\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x) \rightarrow (\forall x)[P(x) \vee Q(x)]$

15. Para cada fbf a seguir, decida se ela é válida ou não. Justifique sua resposta.

- a. $(\forall x)A(x) \rightarrow ((\exists x)[A(x)]')'$
- b. $(\forall x)[P(x) \rightarrow Q(x)] \wedge (\exists x)[P(x) \vee Q(x)] \rightarrow (\exists x)[P(x) \wedge Q(x)]$
- c. $(\forall x)[P(x) \vee Q(x)] \rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists y)Q(y)$