

Matemática Básica

Lista de Exercícios 01

Proposições, Representações simbólicas e Tautologias

- Qual é o valor lógico de cada uma das proposições a seguir?
 - 8 é par ou 6 é ímpar.
 - 8 é par e 6 é ímpar.
 - 8 é ímpar ou 6 é ímpar.
 - 8 é ímpar e 6 é ímpar.
 - Se 8 for ímpar, então 6 será ímpar.
 - Se 8 for par, então 6 será ímpar.
 - Se 8 for ímpar, então 6 será par.
 - Se 8 for ímpar e 6 for par, então $8 < 6$.
- Dados os valores lógicos A falsa, B verdadeira e C verdadeira, qual é o valor lógico de cada uma das fbfs a seguir?
 - $A \rightarrow (B \vee C)$
 - $(A \vee B) \rightarrow C$
 - $C \rightarrow (A' \wedge B')$
 - $A \vee (B' \rightarrow C)$
- Escreva cada uma das afirmações a seguir na forma “se A, então B”.
 - A vitória do candidato Lu na eleição será uma condição suficiente para aumentar o IPTU.
 - O usuário só clicará em Pausa se mudar o nível do jogo.
 - As componentes estão em falta, logo o preço aumenta.
 - Cabelo sadio é uma condição necessária para um xampu bom.
- São dadas diversas formas de negação para cada uma das proposições a seguir. Quais estão corretas?
 - A caixa está selada ou o leite está azedo.
 - O leite não está azedo ou a caixa não está selada.
 - A caixa não está selada e também o leite não está azedo.
 - Se a caixa não estiver selada, então o leite estará azedo.
 - As flores só irão desabrochar se chover.
 - As flores irão desabrochar, mas não choverá.
 - As flores não irão desabrochar e não choverá.
 - As flores não irão desabrochar, ou senão não choverá.
 - Se você construir isso, eles virão.
 - Se você construir isso, eles não virão.
 - Você não vai construir isso, mas eles virão.
 - Você vai construir isso, mas eles não virão.
- Escreva a negação de cada uma das afirmações a seguir.
 - O processador é rápido, mas a impressora é lenta.
 - O processador é rápido ou a impressora é lenta.
 - Se o processador for rápido, então a impressora será lenta.
 - Ou o processador é rápido e a impressora é lenta, ou então o arquivo está danificado.
 - Se o arquivo não estiver danificado e o processador for rápido, então a impressora será lenta.
 - A impressora só é lenta se o arquivo estiver danificado.
- Usando as letras indicadas para as proposições componentes, escreva as afirmações compostas a seguir em notação simbólica.
 - A: o trator vence; B: o caminhão vence; C: a corrida será excitante.
Se o trator ou o caminhão vencer, a corrida será excitante.
 - A: nevou; B: choveu; C: ontem estava nublado.
Ontem estava nublado, mas não nevou nem choveu.
 - A: os coalas serão salvos; B: mudanças climáticas forem discutidas; C: os níveis dos oceanos subirão.
Os coalas só serão salvos se as mudanças climáticas forem discutidas; além disso, não discutir as mudanças climáticas fará com que os níveis dos oceanos subam.
 - A: a economia da cidade irá melhorar; B: um bom sistema escolar.
A economia da cidade irá melhorar desde que haja um bom sistema escolar.
 - A: a economia da cidade irá melhorar; B: um bom sistema escolar.

Um bom sistema escolar é uma condição necessária para que a economia da cidade melhore.

7. Sejam A, B, C e D as seguintes proposições:

A: O bandido é francês.

B: O herói é americano.

C: A heroína é inglesa.

D: O filme é bom.

Escreva em notação simbólica as proposições compostas a seguir.

- O herói é americano e o filme é bom.
- Embora o bandido seja francês, o filme é bom.
- Se o filme for bom, então o herói é americano ou a heroína é inglesa.
- O herói não é americano, mas o bandido é francês.
- Uma heroína inglesa é uma condição necessária para o filme ser bom.

8. Use A, B e C como no Exercício 7 para escrever as seguintes proposições compostas em português

- $B \rightarrow A'$
- $B \wedge C \wedge D'$
- $B \rightarrow (C \vee A)$
- $(A \vee C) \rightarrow B'$
- $A \leftrightarrow (B \vee C)$
- $D' \rightarrow (A \vee C)'$
- $(C \rightarrow D) \wedge (A \rightarrow B')$

9. Escreva cada uma das proposições compostas a seguir em notação simbólica usando as letras de proposição P, U, N para denotar as componentes.

- Ter muitos peixes disponíveis é uma condição suficiente para ursos ficarem felizes.
- Ursos só ficarão felizes se tiverem muitos peixes disponíveis.
- Os ursos estarem infelizes significa que não há muitos peixes disponíveis e também que há muita neve.
- Os ursos estarem infelizes é uma condição necessária para muita neve.
- Há muita neve se e somente se não há muitos peixes disponíveis.

10. Construa tabelas-verdade para as fbfs a seguir. Note quaisquer tautologias ou contradições.

- $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
- $A \wedge B \leftrightarrow B' \vee A'$
- $(A \vee B') \wedge (A \wedge B)'$
- $[(A \vee B) \wedge C'] \rightarrow A' \vee C$
- $A' \rightarrow (B \vee C')$

11. Construa tabelas-verdade para verificar que as fbfs a seguir são tautologias. Note que as tautologias nos itens b, e, f e g produzem equivalências do tipo $(A')' \leftrightarrow A$.

- $A \vee A'$
- $(A')' \leftrightarrow A$
- $A \wedge B \rightarrow B$
- $A \rightarrow A \vee B$
- $(A \vee B)' \leftrightarrow A' \wedge B'$ (lei de De Morgan)
- $(A \wedge B)' \leftrightarrow A' \vee B'$ (lei de De Morgan)
- $A \vee A \leftrightarrow A$

12. Prove as tautologias a seguir, começando com a expressão à esquerda do símbolo do bicondicional e encontrando uma série de fbfs equivalentes que convertem a expressão à esquerda na expressão à direita. Você pode usar qualquer das equivalências do Exercício 11.

- $(A \wedge B') \wedge C \leftrightarrow (A \wedge C) \wedge B'$
- $(A \vee B) \wedge (A \vee B') \leftrightarrow A$
- $A \vee (B \wedge A') \leftrightarrow A \vee B$

13. Seja P a proposição $A \rightarrow B$. Para cada uma das fbfs relacionadas a seguir, prove que P é equivalente a ela ou prove que P não é equivalente a ela.

- A recíproca de P, $B \rightarrow A$.
- A inversa de P, $A' \rightarrow B'$.
- A contrapositiva de P, $B' \rightarrow A'$.

14. Verifique que $A \rightarrow B$ é equivalente a $A' \vee B$.

15. Prove que $A \oplus B \leftrightarrow (A \leftrightarrow B)'$ é uma tautologia.

16. Toda proposição composta é equivalente a uma que usa apenas os conectivos de conjunção e negação. Para verificar isso, basta encontrar fbfs equivalentes a $A \vee B$ e a $A \rightarrow B$ usando apenas \wedge e $'$. Essas novas proposições podem substituir, respectivamente, quaisquer ocorrências de $A \vee B$ e de $A \rightarrow B$. (O conectivo \leftrightarrow foi definido em termos de outros conectivos, logo já sabemos que pode ser substituído por uma proposição usando esses outros conectivos.). Por exemplo, as fbfs equivalentes de $A \vee B$ e a $A \rightarrow B$ usando apenas \wedge e $'$ são:
1. $A \vee B$ é equivalente a $(A' \wedge B')'$.
 2. $A \rightarrow B$ é equivalente a $(A \wedge B')'$.

Com base no enunciado mostre que qualquer fbf composta é equivalente a uma fbf usando apenas os conectivos \vee e $'$.