

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \iint_{\Delta} [x(u, v); y(u, v)] \cdot |J(u, v)| du dv \quad (77.5)$$

▲ Оказывается ▲

(Рассмотрим общий случай) справедливы:

Теорема 77.3 Пусть Δ и D открытые подмножества \mathbb{R}^n и отображение:

$$\vec{x} = \varphi(\vec{t}) = \begin{cases} x_1 = \varphi_1(t_1, \dots, t_n) \\ x_2 = \varphi_2(t_1, \dots, t_n) \\ \vdots \\ x_n = \varphi_n(t_1, \dots, t_n) \end{cases} : \Delta \rightarrow D$$

есть диффеоморфизм, т.е. выполняются

1. все функции $\varphi_k(t_1, \dots, t_n)$ имеют в Δ непрерывные частные производные по всем переменным

2. якобиан $\vec{x} = \varphi(\vec{t})$ почти всюду отличен от 0 на Δ

$$J(t_1, \dots, t_n)$$

тогда для любой на Δ функции $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ справедлива формула

$$\int_D f(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n = \int_{\Delta} [f(x_1(t_1, \dots, t_n), \dots, x_n(t_1, \dots, t_n)) \cdot |J(t_1, \dots, t_n)|] dt_1 \dots dt_n$$

▲ Основано на методе мат. индукции ▲

§78. Примеры преобразований криволинейных координат

78.1. Переход к полярным координатам