1	Вычислите определители матриц $B=\begin{pmatrix} 3i & 1+i \\ 2 & 1-i \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
2	. Вычислите определитель матрицы $F=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -3 & 7 \\ -3 & -3 & 2 & -4 \\ 1 & 2 & -3 & 7 \end{pmatrix}$.
3	Вычислить BC и CB^T, где $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} i & -2 \\ 1 & 3i \end{pmatrix}$.
4	$B=\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, Вычислить f(B) $f(x)=-x^2+3x-6$
5	Для матрицы $C=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ и полинома $f(x)=x^3-5x^2+2x+4$ вычислить $f(C)$.
6	найти матрицу C^{-1}, где $C=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
7	Найти A^{-1}, где $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
8	Матрица S называется симметрической, если $S^T=S$. Докажите, что если A – произвольная квадратная матрица, то матрицы $A+A^T$, AA^T являются симметрическими. $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

9	Доказать, что определитель $\begin{vmatrix} z_1 & \overline{z}_1 & a \\ z_2 & \overline{z}_2 & b \\ z_3 & \overline{z}_3 & c \end{vmatrix}$, где z_1, z_2, z_3 – комплексные, а a, b, c – вещественные числа, является чисто мнимым числом. Представить z1=a1+I b1 и т.п.
10	**найдите НОД$(f(x), g(x))$, где:** а) $f(x) = x^4 - x^3 - 4x^2 + 4x + 1$, $g(x) = x^2 - x - 1$; **б)** $f(x) = x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 2$, $g(x) = x^5 - 1$; **в)** $f(x) = x^5 - x^4 + x^3 - 2x + 1$, $g(x) = x^4 - 1$.
11	Найти НОД многочленов $f(x) = 3x^6 - x^5 - 9x^4 - 14x^3 - 11x^2 - 3x - 1$ и $g(x) = 3x^5 + 8x^4 + 9x^3 + 15x^2 + 10x + 9$.

Напишите функцию `DifParametric`, возвращающую производную функции, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} \mathtt{xt} = \mathtt{x(t)} \\ \mathtt{yt} = \mathtt{y(t)} \end{cases}, \tag{1.2}$$

где `t` – параметр.

Опишем функцию следующим образом: функция `DifParametric[xt,yt,n]` для функции `y = y(x)`, заданной параметрическими уравнениями (1.2), где `t` – параметр, вычисляет ее `n`-ную производную $\frac{d^n y}{dx^n}$.

Для построения функции `DifParametric` используем рекурсию. Первую производную функции вычислим по правилу

```
ClearAll[DifParametric]
DifParametric[xt_, yt_, 1] := D[yt, t] / D[xt, t]  // Simplify
```

Далее укажем правило вычисления `n`-й производной

```
DifParametric[xt_, yt_, n_Integer?Positive] :=
D[DifParametric[xt, yt, n - 1], t] / D[xt, t]
 // FullSimplify
```

К этому правилу *Mathematica* обратится, если при вызове функции `DifParametric` в качестве третьего аргумента указать натуральное число `n > 1`.

Проверим правила, которые *Mathematica* ассоциировала с символом `DifParametric`, используем функцию `Information` (операция `?`):

```
? DifParametric
Global`DifParametric
```

$$\texttt{DifParametric[xt\_, yt\_, 1] := Simplify}\left[\frac{\partial_t \texttt{yt}}{\partial_t \texttt{xt}}\right]$$

$$\texttt{DifParametric[xt\_, yt\_, n\_Integer?Positive] :=}$$
$$\texttt{FullSimplify}\left[\frac{\partial_t \texttt{DifParametric[xt,yt,n-1]}}{\partial_t \texttt{xt}}\right]$$

Вариант своего задания выберите тот, который совпадает с последней цифрой студенческого.

Вычислите производные $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ функций, заданных параметрическими уравнениями, используйте функцию `DifParametric`. Упростите полученные производные, используя встроенные функции *Mathematica*. Результат дифференцирования проверьте вручную. Вариант задания предлагает преподаватель.

1. $\begin{cases} x = \cos^2 t, \\ y = \mathrm{tg}^2\, t. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x = e^t \cos t, \\ y = e^t \sin t. \end{cases}$

3. $\begin{cases} x = \cos t + t \sin t, \\ y = \sin t - t \cos t. \end{cases}$

4. $\begin{cases} x = \sqrt{t}, \\ y = \sqrt[3]{t-1}. \end{cases}$

5. $\begin{cases} x = e^t, \\ y = \arcsin t. \end{cases}$

6. $\begin{cases} x = \cos 2t, \\ y = 2\sec^2 t. \end{cases}$

7. $\begin{cases} x = \ln t, \\ y = \mathrm{arctg}\, t. \end{cases}$

8. $\begin{cases} x = \sqrt{t-3}, \\ y = \ln(t-2). \end{cases}$

9. $\begin{cases} x = \sqrt{t-1}, \\ y = \dfrac{1}{\sqrt{t-1}}. \end{cases}$

10. $\begin{cases} x = \dfrac{\cos t}{1+2\cos t}, \\ y = \dfrac{\sin t}{1+2\cos t}. \end{cases}$

Для функции, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x(t) = t + \ln(\cos t) \\ y(t) = t - \ln(\sin t) \end{cases},$$

вычислим первую производную. Укажем в качестве третьего параметра `DifParametric` значение `n = 1`.

```
DifParametric[
 t + Log[Cos[t]], t - Log[Sin[t]], 1]
```

$-\mathrm{Cot}[t]$

Далее вычислим вторую производную функции

```
DifParametric[
 t + Log[Cos[t]], t - Log[Sin[t]], 2]
```

$$\frac{\mathrm{Csc}[t]^2}{1 - \mathrm{Tan}[t]}$$

Mathematica представила тригонометрическое выражение в одной из возможных форм. Посредством системы справки найдем функции, которые преобразовывают тригонометрические выражения, и применим их к полученному результату.

$$\frac{\mathbf{Csc[t]^2}}{\mathbf{1 - Tan[t]}} \ \texttt{// TrigReduce}$$

$$-4 \,/\, (-2 + 2\,\mathrm{Cos}[2\,t] - \mathrm{Sec}[t]\,\mathrm{Sin}[3\,t] + 3\,\mathrm{Tan}[t])$$

или

$$\frac{\mathbf{Csc[t]^2}}{\mathbf{1 - Tan[t]}} \ \texttt{// TrigFactor}$$

$$\frac{\mathrm{Cot}[t]\,\mathrm{Csc}\left[\frac{\pi}{4} - t\right]\,\mathrm{Csc}[t]}{\sqrt{2}}$$