2° Для одного и того же разб (T, ξ) с отм. т. справедливы нер-ва

$$\underline{S}(f,T) \le \sigma(f,T,\xi) = \sum_{j=1}^{N} f(\xi_j)\mu(U_j) \le \overline{S}(f,T)$$

3° При измельч разб-я верх. сумма Дарбу не увеличивается, а нижн-я не уменьшается

4° Любая из нижн-х сумм Д. не превосходит верх. сумму Д., даже если они постр. для различн. разбиений:

$$\forall T', T'' \Rightarrow \underline{S}(f,T') \le \overline{S}(f,T'')$$

Теорема 74.1 (Критерий Дарбу)

Сущ-е n-кратного интеграла по брусу от ф-ии f равнос вып. ю усл-я:

$$\lim_{\lambda(T)\to 0} \left[\overline{S}(f,T) - \underline{S}(f,T) \right] = 0$$

Если учесть, что $\overline{S}(f,T) - \underline{S}(f,T) = \sum_{j=1}^{N} (M_j - m_j)\cdot\mu(U_j) = \sum_{j=1}^{N} \omega(f, U_j)\cdot\mu(U_j)$,

где $\omega(f, U_j)$ - колебания ф-ии f на U_j, то крит. Дарбу можно сформулировать в др-х прогрессивных формах:

$$\lim_{\lambda(T)\to 0} \sum_{j=1}^{N} \omega(f, U_j)\cdot\mu(U_j) = 0 \ ;$$

$$\forall \varepsilon>0 \ \exists \delta>0 \ | \ \forall T: \ \lambda(T) < \delta \Rightarrow \sum_{j=1}^{N} \omega(f, U_j)\cdot\mu(U_j) < \varepsilon \qquad (74.1)$$

Усл. (74.1) вместе с Th Кантора о равн непр-ти можно исп-ть для док-ва след. Th