**Вопросы к экзамену по курсу «Дифференциальные уравнения»**

**Глава 1. ДУ -го порядка. Методы понижения порядка.**

1. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Основные понятия, связанные с ними: решение, задача Коши, общее и частное решение. Пример: . Поставить задачу Коши и решить ее.
2. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, метод решения. Пример ДУ с разделяющимися переменными с решением.
3. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка, метод решения. Пример однородного ДУ с решением.
4. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка, метод интегрирующего множителя, пример с решением.
5. Определение дифференциального уравнения в полных дифференциалах. Критерий принадлежности к ДУ в полных дифференциалах. Метод решения, пример с решением.
6. Интегрирующий множитель. Формула для его нахождения. Случаи  и . Пример: , найти интегрирующий множитель.
7. Дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной. Метод введения параметра. Пример: , решить ДУ методом введения параметра.
8. Дифференциальные уравнения Клеро и Лагранжа. Пример уравнения Клеро с его решением.
9. Особое решение. Дискриминантная кривая. Пример:, найти особое решение.
10. Теорема Пикара существования и единственности решения задачи Коши ДУ первого порядка, разрешенного относительно производной. Формулировка, схема доказательства.
11. Метод последовательных приближений. Пример: . Найти 2 первых приближения решения этой задачи Коши.
12. Дифференциальные уравнения высших порядков, разрешенные относительно производной. Основные понятия, связанные с ними: решение, задача Коши, общее и частное решение. Пример: . Поставить задачу Коши и решить ее.
13. Дифференциальное уравнение вида . Пример: , решить ДУ.
14. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Дифференциальные уравнения вида  и  Пример:, решить ДУ.
15. Дифференциальные уравнения  однородные относительно  и ее производных. Пример: . Понизить его порядок.

**Глава 2. Линейные ДУ - го порядка**

1. Линейная зависимость и независимость функций. Вронскиан. Необходимое условие линейной независимости функций. Пример: , найти их вронскиан и показать, что они линейно независимы.
2. Однородное линейное ДУ - го порядка. Фундаментальная система решений. Теорема о структуре общего решения.
3. Неоднородное линейное ДУ - го порядка. Теорема о структуре общего решения.
4. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа) решения неоднородного линейного ДУ - го порядка. Пример: , найти его решение методом Лагранжа.
5. Однородное линейное ДУ - го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Случай попарно разных действительных корней характеристического уравнения. Пример: , найти его решение.
6. Однородное линейное ДУ - го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Случай кратных корней характеристического уравнения. Пример: , найти его решение.
7. Однородное линейное ДУ - го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Случай комплексных корней характеристического уравнения. Пример: , найти его решение.
8. Неоднородное линейное ДУ - го порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Метод неопределенных коэффициентов нахождения частного решения. Пример: , найти его частное решение.

**Глава 3. Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка**

1. Системы дифференциальных уравнений первого порядка. Основные понятия, связанные с ними: решение, задача Коши, общее и частное решение. Пример: . Поставить задачу Коши и решить ее.
2. Однородная системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка. Фундаментальная система решений. Теорема о структуре общего решения.
3. Неоднородная системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема о структуре общего решения.
4. Однородная линейная система ДУ с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Случай попарно разных действительных корней характеристического уравнения. Пример: , найти ее решение.
5. Однородная линейная система ДУ с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Случай комплексных корней характеристического уравнения. Пример: , найти ее решение.
6. Матричный способ решения однородной линейной системы ДУ с постоянными коэффициентами. Пример: , найти ее решение.
7. Однородная линейная система ДУ с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Случай кратных корней характеристического уравнения. Пример: , найти ее решение.
8. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа) решения неоднородной линейной системы ДУ. Пример: ,  найти ее решение методом Лагранжа.
9. Неоднородная линейная система ДУ с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Метод неопределенных коэффициентов нахождения частного решения. Пример: , , найти его частное решение.

**Глава 4. Автономные системы ДУ на плоскости. Устойчивость по Ляпунову.**

1. Автономные системы ДУ на плоскости. Траектории. Фазовый портрет. Особые точки.
2. Устойчивость по Ляпунову. Классификация особых точек линейных автономных системы ДУ на плоскости. Пример: . Найти особую точку, определить ее тип и устойчивость. Построить фазовый портрет.
3. Теорема о линейном приближении. Пример:. Определить тип и устойчивость нулевого решения.