データ処理入門

関 健志 from Werktisch
2024年2月1日版

数学と仲良くなる

我々が接する機会の多いバイオメカニクスを初めとして、自然科学から発展した分野（いわゆる理科）では数学でその理論を記述します。つまり数学は自然科学の言語と言えます。書いたり話したり？するのは難しいかもしれませんが、先人が伝えていることを理解できるに越したことはありません。

一方で数学と聞くと、あるいは数式を見ると、ちょっと苦手、とか、眠くなるなんてことがあるかもしれません。あるいは数式のアルファベットを見ると何それ？など。 学生時代のただ公式を覚えて、問題に適した公式を使って計算する、ここに「理解する」という過程は省かれていることが多く、苦痛が伴ったことと思います。

実際に我々に必要な数学の知識はそれほど難しくも多くもありません。考えようによってはパズルみたいなものなので、気軽に接してみてはいかがでしょうか。

ウォーミングアップ

みなさんは1から10までの合計を計算するとき、どうやって計算しますか？答えを暗記している方もいるかもしれません。式で表すと次のようになります。

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$$

1足す2は3、3足す3は6、...のように順に計算すれば、できない人はまずいないと思います。しかし、これは時間がかかって大変ですね。すこし工夫するともっと時短できます。

$$
\begin{array}{rrrrrrrrrrrrrrrrrrrrr}
 & 1 & + & 2 & + & 3 & + & 4 & + & 5 & + & 6 & + & 7 & + & 8 & + & 9 & + & 10 \\
+) & 10 & + & 9 & + & 8 & + & 7 & + & 6 & + & 5 & + & 4 & + & 3 & + & 2 & + & 1 \\
\hline
 & 11 & + & 11 & + & 11 & + & 11 & + & 11 & + & 11 & + & 11 & + & 11 & + & 11 & + & 11
\end{array}
$$

$$11 \times 10 \div 2 = 55$$

あるいは

$$
\begin{array}{rrrrrrrrrrr}
 & 1 & + & 2 & + & 3 & + & 4 & + & 5 \\
+) & 10 & + & 9 & + & 8 & + & 7 & + & 6 \\
\hline
 & 11 & + & 11 & + & 11 & + & 11 & + & 11
\end{array}
$$

$$11 \times 5 = 55$$

このように単純に足し算を繰り返すよりも、ちょっと工夫して式を変えて考えてみると簡単に暗算できるレベルになります。 これから学ぶ数学表現は中学高校で習うものがほとんどです。嫌な思い出をお持ちの方もいると思いますが、計算はコンピュータがしてくれるので安心しましょう。それよりも「ある計算」をするときに「どこに注目すべきか」を考えてみましょう。

長方形の面積の計算式を考える

長方形の面積はどのように計算するでしょうか。

$$\text{面積} = \text{縦の長さ} \times \text{横の長さ}$$

この式はもちろん長方形の計算の方法を示しています。別の見方をすると、面積と各辺の長さの**関係を表している**といえます。縦の長さか横の長さ、あるいはその両方が増えると面積は増え、長さが減ると面積も減ることを表しています。

視点を変えて見てみましょう。面積が重要で一定である必要がある場合、上の式は例えば、縦の長さが何らかの理由で長くしなければならないとき、面積は一定である必要があるので、横の長さを短くする必要があります。同様に縦の長さが何らかの理由で短くしなければならないとき、横の長さを長くする必要があります。

今度は縦の長さが一定である必要があるときを考えてみましょう。今度は横の長さが長くなったり短くなったりします。縦の長さどれくらいかはわかりませんが、仮に1だとするとかけ算なので無視することができます。そうすると実質的には、横の長さと面積は同じものになります。つまり、横の長さの変化が、そのまま面積の変化になります。

この場合を式を変形して考えてみましょう。両辺を横の長さで割って、両辺を入れ替えます。 まず、最初に割り算と分数の関係について。分数と割り算は同じです。

$$a \div b = \frac{a}{b}$$

割り算の記号を$/$（スラッシュ）で置き換えると

$$a/b = \frac{a}{b}$$

感覚的に$/$を水平にすると分数になります。`/`はコンピュータプログラムでは割り算の記号です。本題に戻りましょう。

$$縦の長さ = \frac{面積}{横の長さ}$$

縦の長さが一定ならば、分数の分母か分子のどちらかが変わった場合、もう片方も同じように変化しなければなりません。 例えば、どちらかが2倍になった場合、

$$縦の長さ = \frac{面積}{横の長さ} \times \frac{2}{2}$$

明白ですね。どちらかが半分になった場合も同じです。

$$縦の長さ = \frac{面積}{横の長さ} \times \frac{0.5}{0.5}$$

あるいは

$$縦の長さ = \frac{面積}{横の長さ} \times \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{面積}{横の長さ} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{1}$$

この辺にしておきましょう。さて、縦の長さが一定として見てきましたが、純粋にこの式、

$$縦の長さ = \frac{面積}{横の長さ}$$

を観察すると、分母（横の長さ）が大きくなると結果（縦の長さ）が小さくなり、分子（面積）が大きくなると結果が大きくなるというのも見逃してはいけません。分数あるいは割り算の本質です。

さて、長方形の面積を見てきましたが、これがあるグラフだったらどうでしょうか。横の長さは時間、縦の長さは筋電位だとします。筋電位（縦の長さ）が時間とともに一定というのは、なかなかあり得ないしれませんが、理想的に一定の筋活動があったと考えましょう。縦の長さが一定ということは、筋活動が常に一定、言い換えれば（実際はそうではないかもしれませんが）筋出力が一定ということになります。その筋出力をどれだけ時間を掛けて持続するか、運動の内容によってもちろんかわりますが、時間が変わると言うことは面積が変わるということなので、筋がした全体の仕事（必要な運動）が変わったと言えます。逆に面積が一定（必要な運動が決まっている）で、時間を掛けるか、筋出力を増やすか、いろいろな方法があって、この面積の計算を表す式から、それを想像することができます。数学的には面積と積分値は同義なので物理的なことは積分値の項で述べますが、比較的簡単な式でいろいろなことがわかります。

これはもちろん、筋電図に限らず面積で表される如何なる情報も同じことがいえます。中学高校の数学・物理でいえば、速度・時間・移動距離の関係や質量・加速度・力の関係、バイオメカニクスでいえば、関節モーメント・関節モーメントによるパワー・関節運動の角速度の関係などなど、たくさんあります。

数式を**読む**時のポイント

- どこかが変わったとき、他がどう変わるか
- どこかが一定（それが必要）のとき、他がどうかわるか

- 記号、定義、定理、関数と一般化
- 単位、接頭辞
- 真値、誤差、有効数字
- 時刻と時間

アナログ信号とデジタル信号