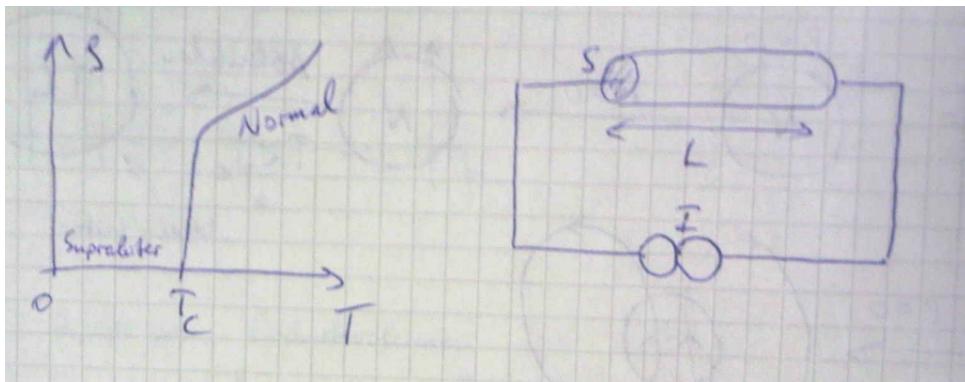


Contents

13 Supraleitung	2
13.1 London-Gleichungen (Postulate)	4
13.1.1 Zwei Flüssigkeiten-Modell	4
13.2 Flußquantisierung	5
13.3 Theorie der Supraleitung	5
13.3.1 Supraleiter 2.Art	8

Chapter 13

Supraleitung



$$U = RI = \rho \frac{L}{S} I$$

$$\rho|_{Cu, T=4,2K} \approx 10^{-9} \Omega m$$

für $\rho < 10^{-24} \Omega cm$

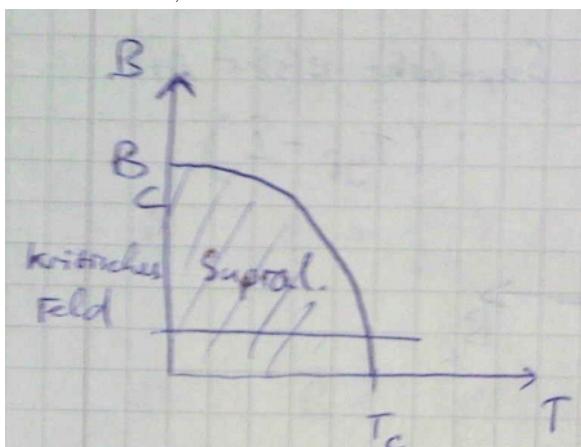
1911 Kamerlingh-Onnes

Hg: $T_c \approx 4K$

$$N_z \rightarrow 77K$$

$$H_z \rightarrow 20K$$

$$^4He \rightarrow 4,2K$$



Al 1,2K

Im 3,4K

Sn 3,7K

Pb 7,2K

Nb 9,2K

— —

NbN 15K

Nb_3Ge 24K

1986 $YBaCu_3O_7$ 92

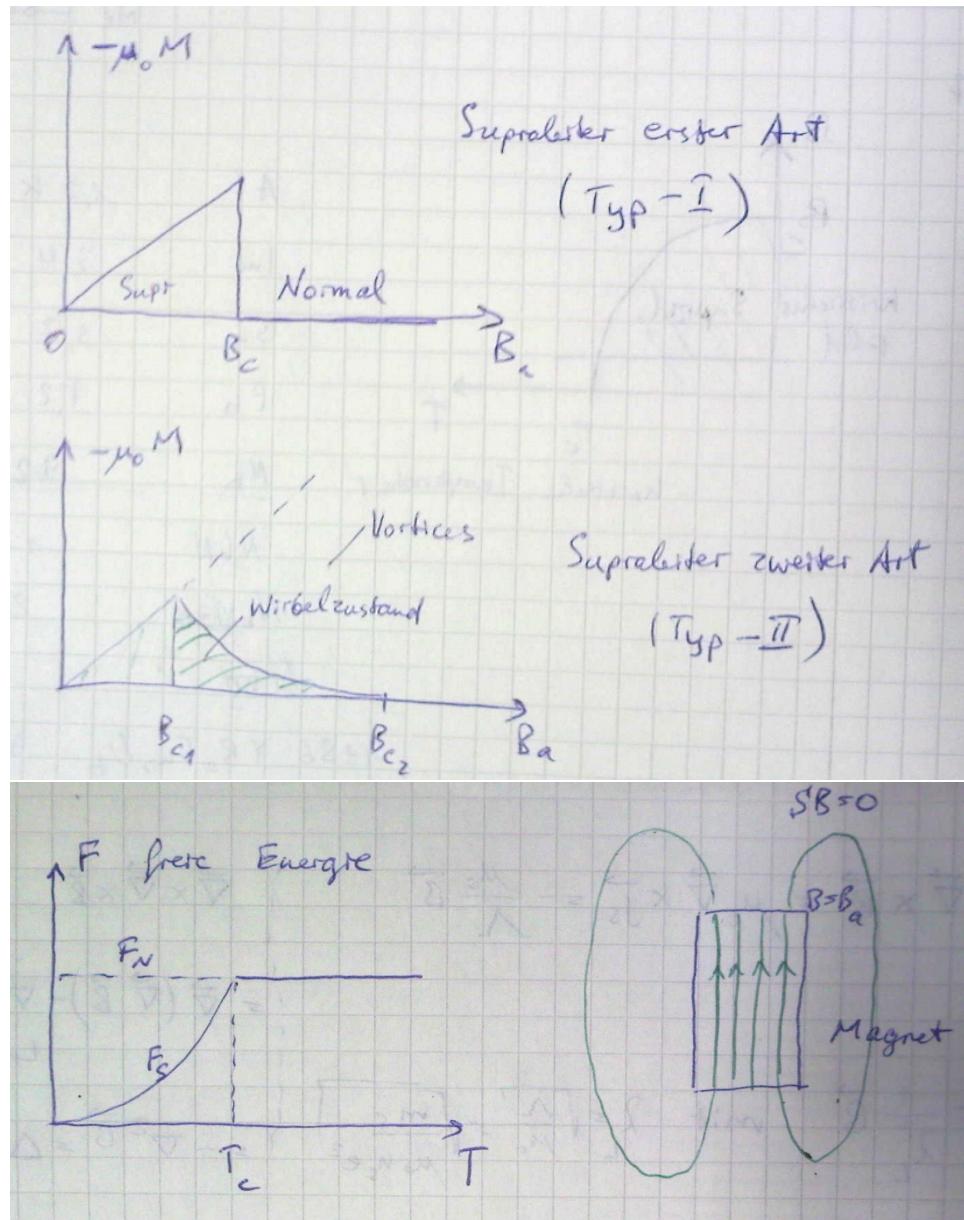
$$Tl_2Sr_2Ca_2Cu_3O_8 \rightarrow 120K$$

Supraleiter ist kein 'idealer' Leiter \rightarrow Meissner-Effekt

	$T > T_c$	$T > T_c$	
Idealer Leiter			
Supraleiter			
$B = 0$	$B \neq 0$	$B = 0$	

Bild 11.3: „Ideal Leiter“ und Supraleiter im Magnetfeld. Das Magnetfeld wird oberhalb der Sprungtemperatur angelegt und dringt in beide Proben ein. Beim Unterschreiten von T_c bleibt das Magnetfeld im „ideal Leiter“ gefangen, während es aus dem Supraleiter verdrängt wird. Nach dem Abschalten des Felds stellen sich zwei unterschiedliche Endzustände ein.

Quelle: Festkörperphysik (Hunklinger)



Arbeit pro Einheitsvolumen der Probe

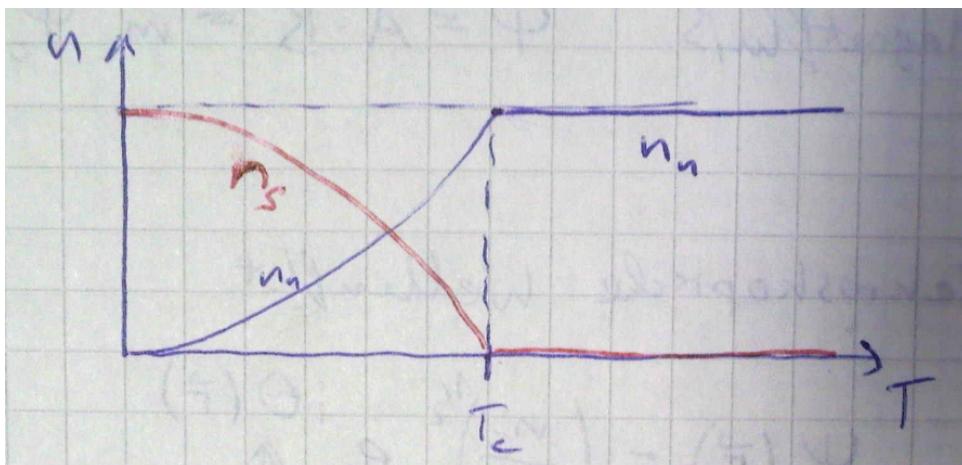
$$W = - \int_0^{B_a} \vec{M} \cdot d\vec{B}_a = \int_0^{B_a} dF_s = \frac{B_a}{\mu_0} dB_a$$

$$F_S(B_a) - F_S(0) = \frac{B_a^2}{2\mu_0}$$

13.1 London-Gleichungen (Postulate)

- 1) $\vec{E} = \frac{\partial}{\partial t}(\Lambda \vec{j}_S)$ mit $\Lambda = \frac{m_s}{n_s e^2}$
- 2) $\vec{B} = -\text{rot}(\Lambda \vec{j}_S)$

13.1 Zwei Flüssigkeiten-Modell

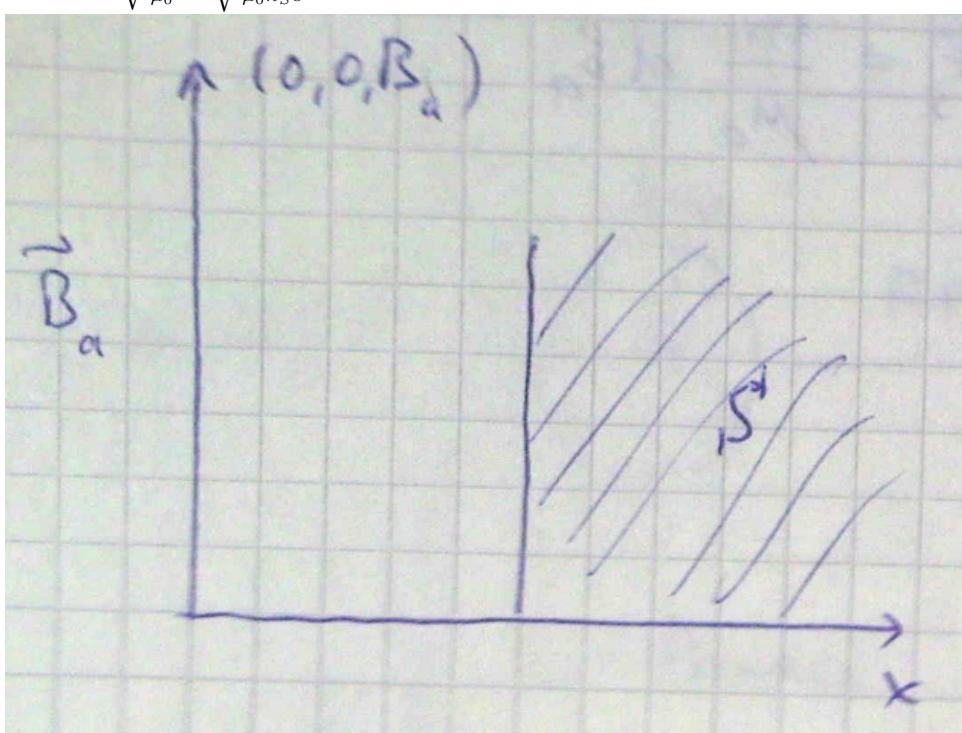


$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{\nabla} \times \vec{j}_S = -\frac{\mu_0}{\Lambda} \vec{B}$$

mit $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \underbrace{\vec{\nabla}^2 \vec{B}}_{\text{Laplace}} = -\vec{\nabla}^2 \vec{B} = \Delta \vec{B}$

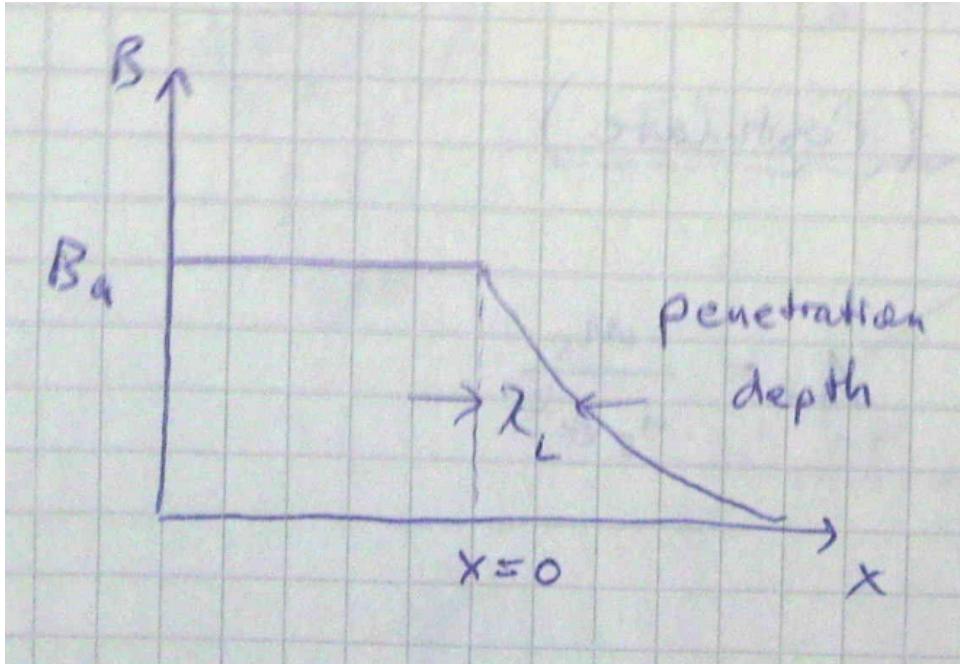
$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{\lambda_L^2} \vec{B}$$

mit $\lambda_L = \sqrt{\frac{\Lambda}{\mu_0}} = \sqrt{\frac{m_s}{\mu_0 n_s e^2}}$ als Londonsche eindringtiefe



$$\frac{d^2B}{dx^2} = \frac{1}{\lambda_L^2} B$$

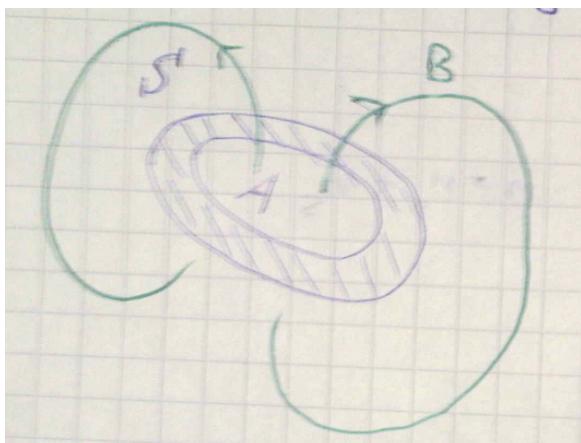
$$B(x) = B_0 e^{-\frac{x}{\lambda_L}}$$



Für $B(0) = B_a$, $B(\infty) = 0$ ergibt sich für $x > 0$:

$$B(x) = B_a e^{-\frac{x}{\lambda_L}}$$

13.2 Flußquantisierung



Magnetfluß $\Phi = AB = m\Phi_0$, $\Phi_0 = \frac{\hbar}{2e} = 2,7 \cdot 10^{-15} V \cdot s \equiv [Wb]$
Makroskopische Wellenfunktion

$$\Psi(\vec{r}) \sqrt{\frac{n_S}{2}} e^{i\Theta(\vec{r})}$$

Elektronen verhalten sich wie Bosonen-Teilchen

13.3 Theorie der Supraleitung

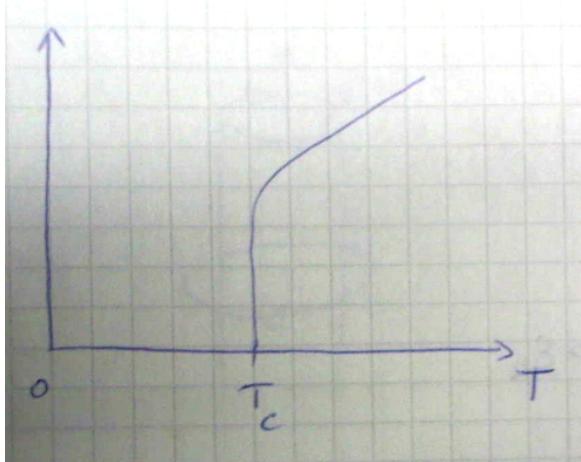
- 1) 'makroskopische' Theorie GL = Ginszburg-Landau (1956)

2) mikroskopische Theorie → BSC=Bardeen -Cooper-Schrieffer (1957)

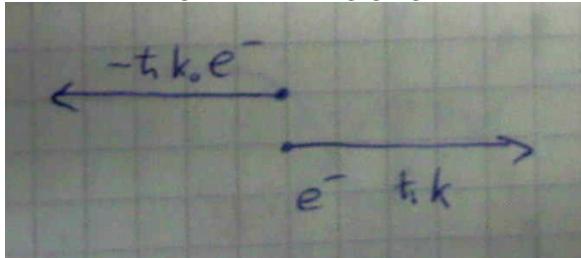
Messung des Isotopeneffekt

$$T_C \cdot \sqrt{M} = \text{const}$$

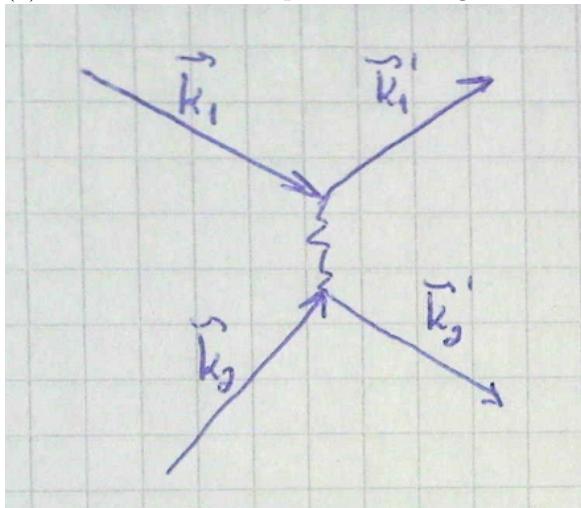
mit M Masse der Atome und ist proportional zu $T_C \propto \omega_D$ der Debye-Frequenz.



Wechselwirkung von zwei entgegengesetzten Teilchen, den sogenannten Cooper Paaren:



(1) 'Kielwasser' → eine positive Ladungswolke → anziehen (2)

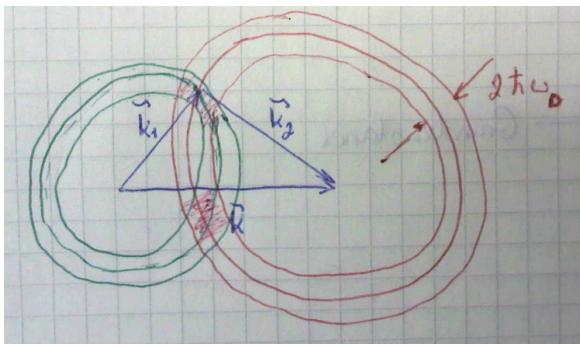


Die Elektronen \vec{k}_1 und \vec{k}_2 tauschen virtuelle phononen (\vec{q}) aus

$$\vec{k}'_1 = \vec{k}_1 - \vec{q}; \quad \vec{k}'_2 = \vec{k}_2 - \vec{q}; \quad \vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}'_1 + \vec{k}'_2$$

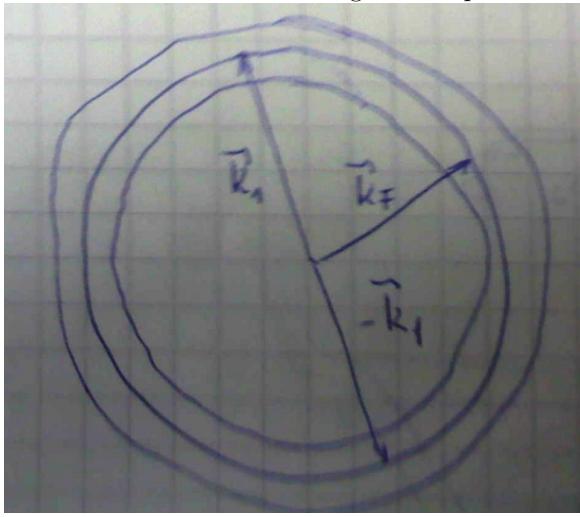
Die Elektronen WW wird durch ein Matrixelement beschrieben:

$$V_{kk'} = \begin{cases} -V, & |E_k - E_F| \leq \hbar\omega_D \text{ und } |E'_k - E_F| \leq \hbar\omega_D \\ 0, & \text{falls nicht der Fall} \end{cases}$$



$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{K}$$

Im \vec{k} -Raum \rightarrow eine Kugelschale mit der Dicke $\frac{\Delta k}{k_F} \approx \frac{2\hbar\omega_D}{E_F}$. Phononenauustausch mit größtmöglicher Wahrscheinlichkeit für $\vec{K} = 0$. Entstehung der Cooper-Paare.



Zweiteilchen- Wellenfunktion

$$\Psi = A e^{i\vec{k}_1 \vec{r}_1} \cdot e^{i\vec{k}_2 \vec{r}_2}$$

mit $\vec{k}_1 = \vec{k} = -\vec{k}_2$ und $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$

$$\Psi = \sum_k A_k e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

BCS- Grundzustand:

$$E_{\Sigma} = \underbrace{\sum_{\text{kinetische Energie}} 2\epsilon_k v_k^2}_{\text{Streuung } \rightarrow (k', -k')}$$

$$\text{mit } \epsilon_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}, \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} = E_F$$

v_k^2 = die Wahrscheinlichkeit dass der Zustand $(\vec{k}, -\vec{k})$ besetzt ist

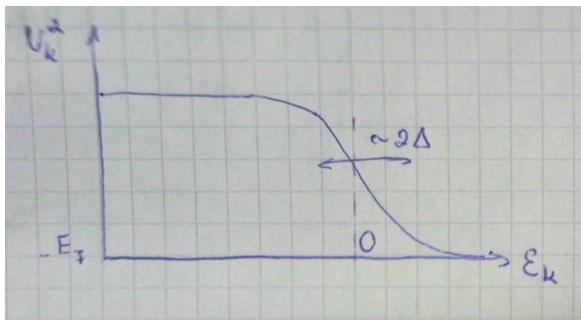
u_k^2 = die Wahrscheinlichkeit dass der Zustand $(\vec{k}, -\vec{k})$ nicht besetzt (leer) ist

minimiere die Gesamtenergie E_{Σ}

$$v_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\epsilon_k}{\sqrt{\epsilon_k^2 + \Delta^2}} \right)$$

Energielücke $\Delta|_{T=0} \approx 1,76 k_B T_C$

$$\Delta = V \sum_k v_k u_k$$



Kondensationsenergie

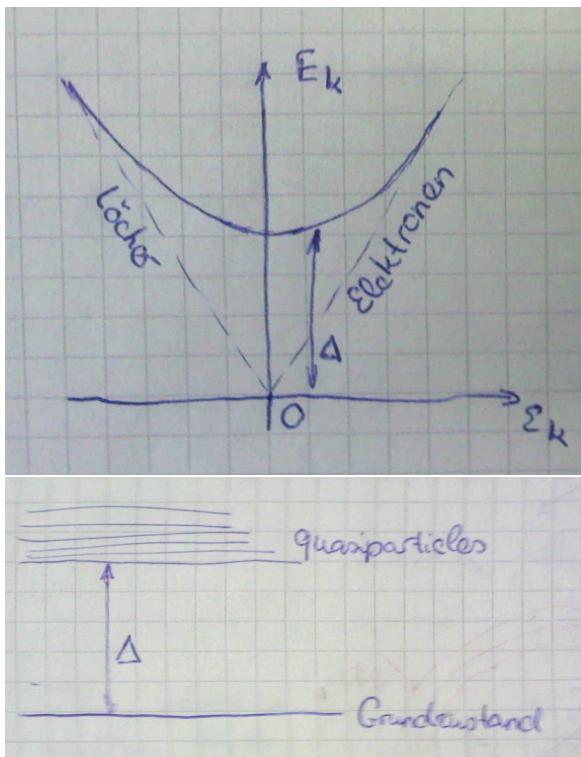
$$W = -\frac{1}{2}D(E_F)\Delta^2$$

Quasiteilchen = ungepaarte Elektronen und Löcher. Energie:

$$E_k = \sqrt{\epsilon_k^2 + \Delta^2}$$

für Normalleiter:

$$E_k = \epsilon_k = \frac{\hbar k^2}{2m}$$



Kohärenzlänge:

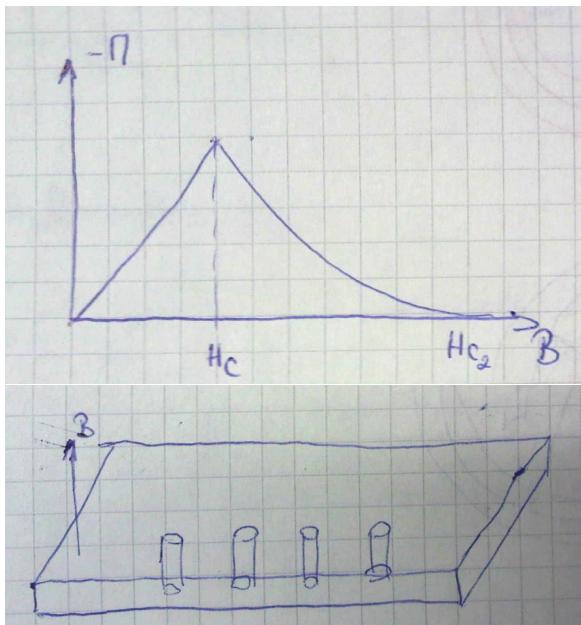
$$\xi_0 \approx \Delta x \approx \frac{\hbar}{p} \approx \frac{1}{\Delta k}$$

$$\Delta k \approx \frac{2\Delta \cdot k_F}{E_F} \approx \frac{2\Delta \cdot 2m}{\hbar^2 k_F} = \frac{4\Delta}{\hbar^2 v_F}$$

$$\xi_0 \approx 10 \text{ bis } 100 \text{ nm}$$

13.3 Supraleiter 2. Art

→ Flusschläuche = Flusswirbel = Vortices



$\lambda_L \gg \xi_0 \rightarrow$ Supraleiter 2. Art

$\lambda_L < \xi_0 \rightarrow$ Supraleiter 1. Art

Theoretische Arbeit von Abrikosov vorschlagt dass die Vortizes eine quadratische Struktur annehmen. Experiment von Essmann + Träuble (1967) ergab eine Hexagonale ('ähnlich' quadratisch) Struktur.

