

# Contents

<b>11 Halbleiter</b>	<b>2</b>
11.1 Niedrigdimensionale Elektronensysteme . . . . .	3
11.2 Niedrigdimensionale elektronensysteme: 0D; 2D . . . . .	6
11.2.1 Coulomb-Blockade . . . . .	8
11.3 Quanten-Hall-Effekt in 2DEG . . . . .	9

# Chapter 11

## Halbleiter

### Charakteristika:

- Metallischen Glanz aber kein Metall
- Negativer Temperatur Koeffizient  $\rho \uparrow \quad T \downarrow$
- Photoleitfähigkeit
- Eigenschaften können von Verunreinigungen empfindlich abhängen

Materialien: 4.hauptgruppe: Si,Se, Ga,Teller, P, B, Verbindungen III-V: GaAs, InSb II-VI: ZnS,CdS IV-IV: SiC  
Elektrischer Widerstand

Metall  $\rho = 10^{-7}$  bis  $10^{-8} \Omega m$  isolator  $\rho > 10^{12} \Omega m$  Halbleiter  $\rho = 10^{-4}$  bis  $10^7 \Omega m \exists$  Bandlücke, kleiner als bei Isolatoren bei  $T=0$  Halbleiter sind Isolatoren  $T > 0$  Wahrscheinlichkeit für eine Termische Anregung  $E_g > 0, 1\dots 2 eV \quad E \propto e^{-\frac{E_g}{2kT}}$

Intrinsische Halbleiter: Eigenschaften werden durch Thermische anregung bestimmt Extrinsische Halbleiter: Eigenschaften werden durch Dotierung von Fremdatomen bestimmt

### 1) Intrinsische HL

- a) Bandlücke und optische Abstände Indirekter Übergang Impuls wird durch Phonon gewährleistet; Kristallimpulserhaltung Übergang hängt von Phononenspektrum ab und daher von der Temperatur abhängig. Photon: große Energie, kleiner Impuls; Phonon: kleine Energie, großer Impuls

#### Direkter Übergang

schwache Temperaturabhängigkeit (vgl  $1500 nm \approx 0,8 eV$ )

- b) Effektive Massen von Elektronen und Löchern

Bandkrümmung in der Nähe des Übergangs;; Parabolische Näherung:

$$E_n = E_L + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

mit n=Elektronen und p=Löcher. Elektronen im Leitungsband im

Transversal	Longitudinal
$\frac{m_t^*}{m_e} = 0,19$	$\frac{m_l^*}{m_e} = 0,19$
$\frac{m_t^*}{m_e} = 0,082$	$\frac{m_l^*}{m_e} = 1,57$

Transversal	Longitudinal
Löcher im Valenzband	Si $0,16mc$ $0,49mc$
leicht	Loch      schweres Loch

Transversal	Longitudinal
$GaAs$ Löcher	$\frac{m_t^*}{m_e} = 0,12$ $\frac{m_l^*}{m_e} = 0,61$
leicht	schwer
leicht	schweres Loch

- c) Metall-Halbleiter Übergang

Austrittsarbeit  $\phi$  zum Vakuum. Die Austrittsarbeit bestimmt die el. Eigenschaft.

n-Dotiert:  $\phi_{HL} > \phi_{ME}$  ohmscher Kontakt  $\phi_{HL} < \phi_{ME}$  blokierender Kontakt (Schottky-Kontakt). An der Grenzfläche entsteht eine Hochohmige Verarmungszone. Elektronen fließen ins Metall

p-Dotiert: genau andersherum

## 2) Dotierte HL

- a) Spezifischer Widerstand hängt von der Konzentration der Verunreinigung ab.
- b) Donatoren: liefern zusätzliche Elektronen ins Leitungsband: P, As, Sb; haben eine höhere Valenz  
Akzeptoren: liefern zusätzliche Löcher in Valenzband. niedrigere Valenz als das Wirtsmaterial: B, Al, Ga, In

Modell: Donator verhält sich wie ein positiv geladenes Ion mit zusätzlichen Elektronen. Bohr-Radius somit größer als beim H-Atom; Bindungsenergie  $\approx 10\text{meV}$

## 3) Inhomogene HL

- a) p-n Übergang
  - Angleichung des chem. Potentials ( $E_F$ )
  - Verarmung freier Ladungsträger im Bereich des Übergangs durch Rekombination mit Ladungsträgern von anderer Art.
  - geladenen Störstellen bleiben zurück, es entwickelt sich eine Raumladungszone

## b) Schottky-Motell

Kastenförmiger Verlauf der Raumladungs-Zone;  $V(x)$  = Potentialverlauf, in y, z  $\propto$  ausgedehnt Poisson Gl:

$$\Delta V(x) = \frac{-\rho(x)}{\epsilon_0}$$

selbstkonsistenzproblem:  $\rho(x)$  hängt von  $V(x)$  und umgekehrt ab. Iterativ  $\rho(x) \rightarrow V(x) \rightarrow \rho(x)$

Dicke der Raumladungszone  $eV_D \simeq E_g \approx 1\text{eV}$ ,  $n = 10^{10}$  bis  $10^{24}$ ;  $d = 1\mu\text{m}$  bis  $10\text{nm}$ ; vergl. Atom-Atom  $\epsilon \approx 10^{10} \frac{\text{V}}{\text{m}}$

## c) Ströme in Gleichgewicht

Diffusionsstrom. Elektronen aus dem n-HL rekombinieren mit Löchern p-HL  $\Rightarrow$  Ladungs

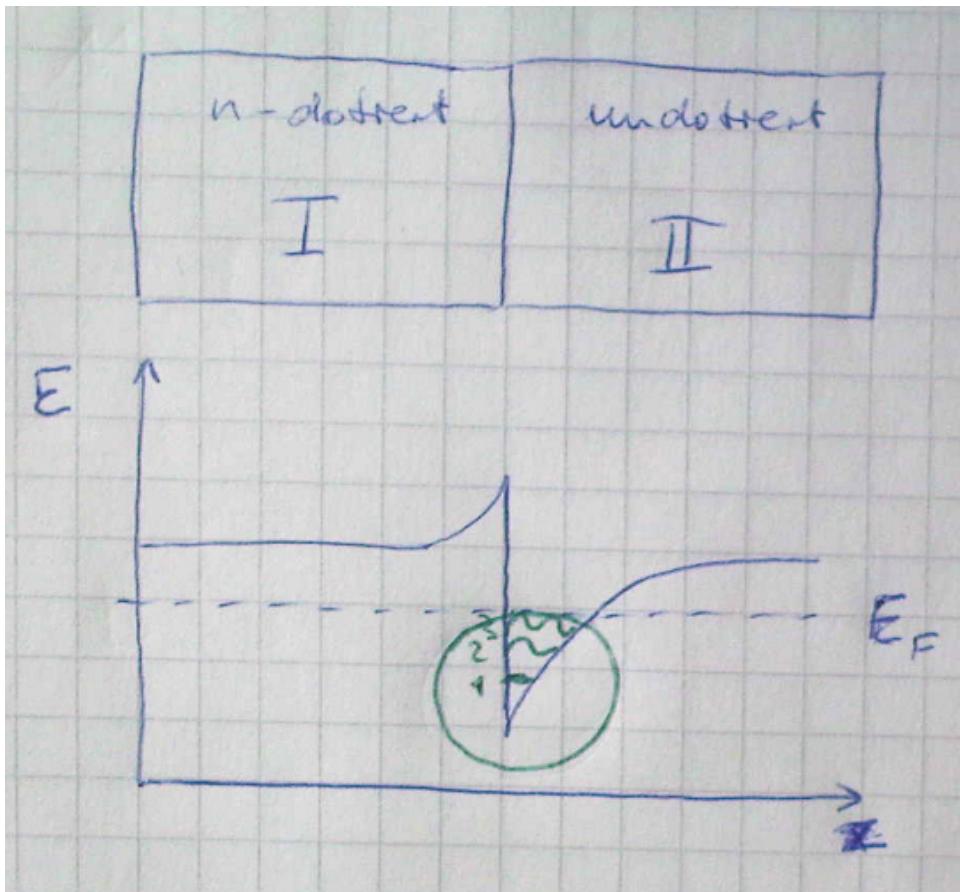
Feldstrom: Elektronen aus dem p-HL (Minoritätsladungsträger) werden durch das E-Feild in n-HL  
Im Gleichgewicht heben sie sich auf.

Ph Übergang unter Spannung

- $E_F + eU$  muss ausgeglichen sein
- Durchlassrichtung U rec die Potentialdifferenz
- Sperrichtung Pot-Diff vergrößert
- Diode Durchlassrichtung große Leitfähigkeit; Sperrichtung kleine Leitfähigkeit

## 11.1 Niedrigdimensionale Elektronensysteme

z.B. Halbleiter- Heterostrukturen



'Modulation-doped heterostructure' (engl)

z.B. 3D Metalle:  $\frac{1}{k_F} \approx 1A$  2DEG  $\equiv$  '2-dimensionales elektron gas'

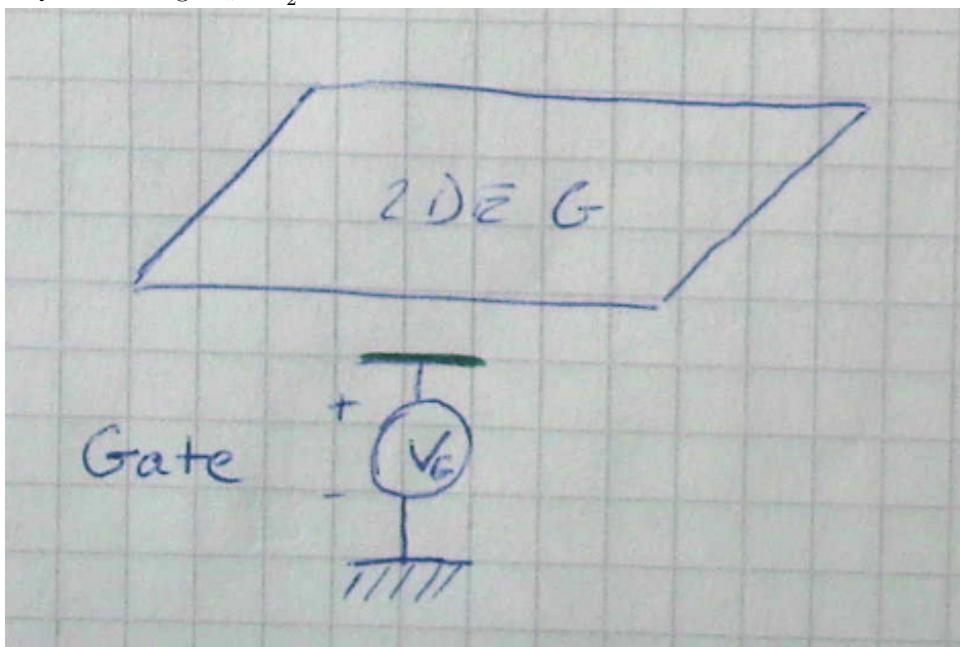
$$\frac{1}{k_F} \approx 2\pi n)^{-\frac{1}{2}}$$

mit  $n \approx 3,5 \cdot 10^{15} m^{-2} \Rightarrow \frac{1}{k} \approx 100A$

!Die Gitterkonstante I und II möglichst wenig unterscheiden. z.B. AlGaAs/GaAs:

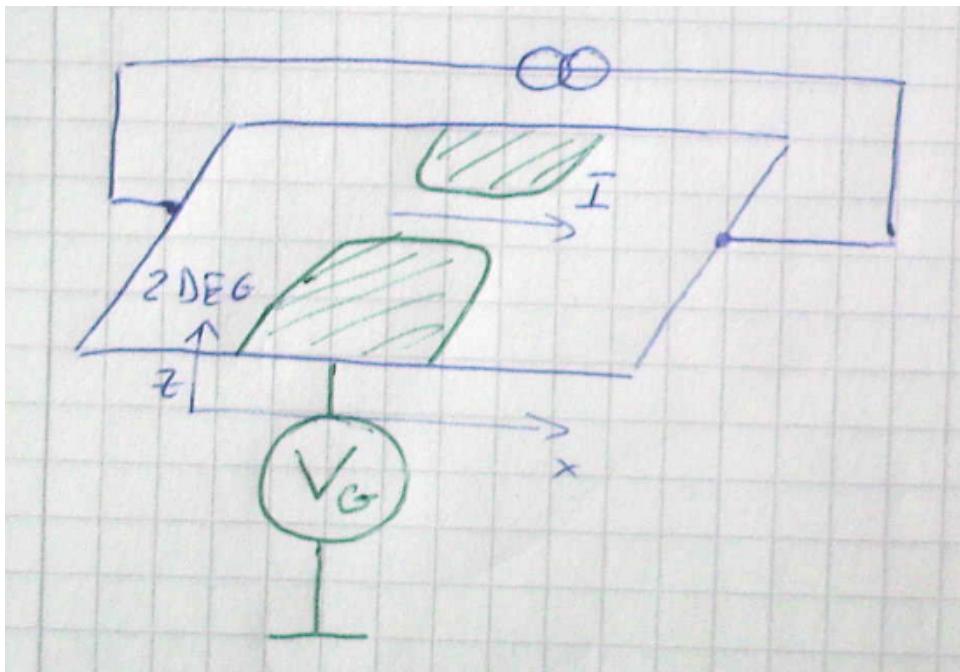
'mobility' [ $\mu$ ] (engl) Beweglichkeit:  $u = \frac{|\vec{v}|}{\epsilon} = \frac{e\tau_D}{m^*} \rightarrow$  bis zu  $10^7 \frac{cm^2}{Vs}$

z-Quantisierung:  $L_z \approx \frac{\lambda_F}{2} \approx 100A$



$E_F$  turnalbe by Gate

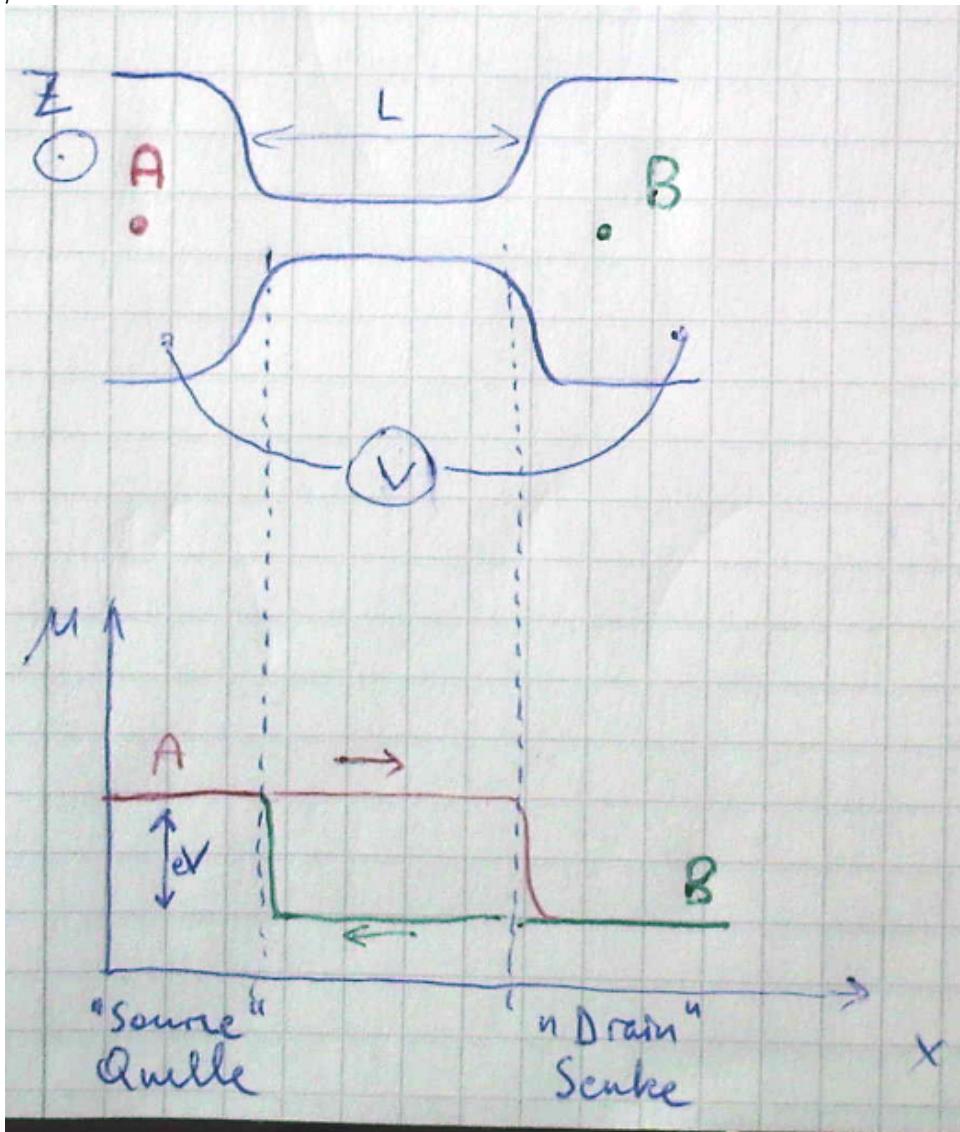
1D system: 1D Kanal  $\rightarrow$  Quantisierung in y-Richtung



'Ballistic quantum wire' → 1D Leiter

Im Draht treten keine Streuprozesse auf und die Bewegung der e-nen erfolgt ballistisch (ohne Streung ohne WW).

$\mu$ -Elektrochemisches Potential:



$$\Delta\mu = eV$$

Strom :

$$I = ne\langle v \rangle \quad (11.1)$$

$$= \frac{1}{L} \sum_k ev_k \quad (11.2)$$

$$= \frac{1}{L} \int_0^\infty \rho_k^{1D} ev_k \left[ f(E + \frac{eV}{2}) - f(E - \frac{eV}{2}) \right] dk \quad (11.3)$$

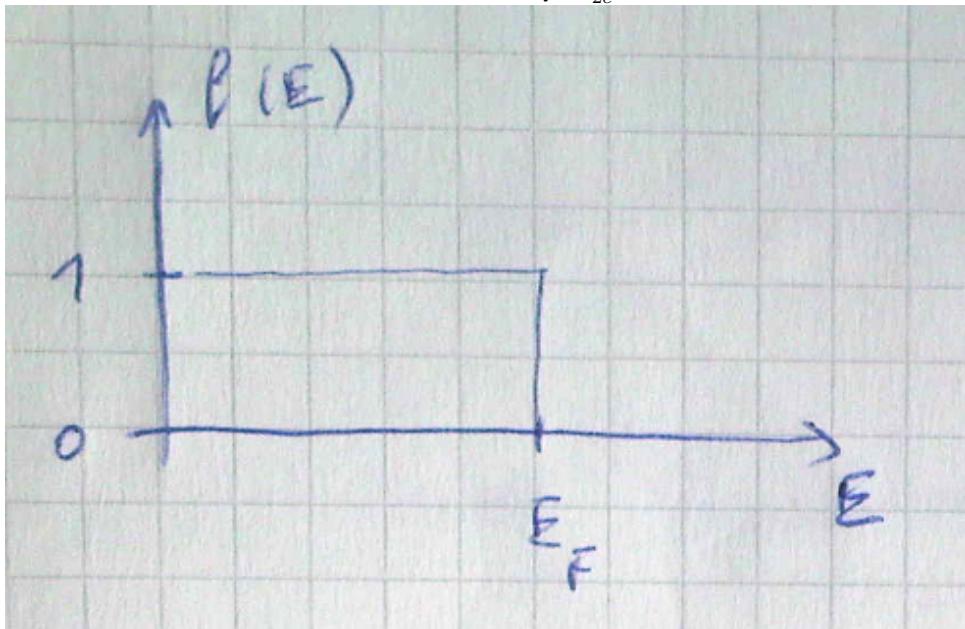
$$= \int_0^\infty \frac{e}{\pi \hbar} \frac{1}{\partial k} \frac{\partial E}{\partial k} dk \cdot eV \quad (11.4)$$

$$= \frac{2e^2}{h} V \quad (11.5)$$

mit  $\rho_k^{1D} = \frac{2L}{2\pi}$ ;  $v(k) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E(k)}{\partial k}$   
'conductance quantization'

$$\frac{I}{V} \Big|_{1 \text{ Kanal}} = \frac{2e^2}{h}$$

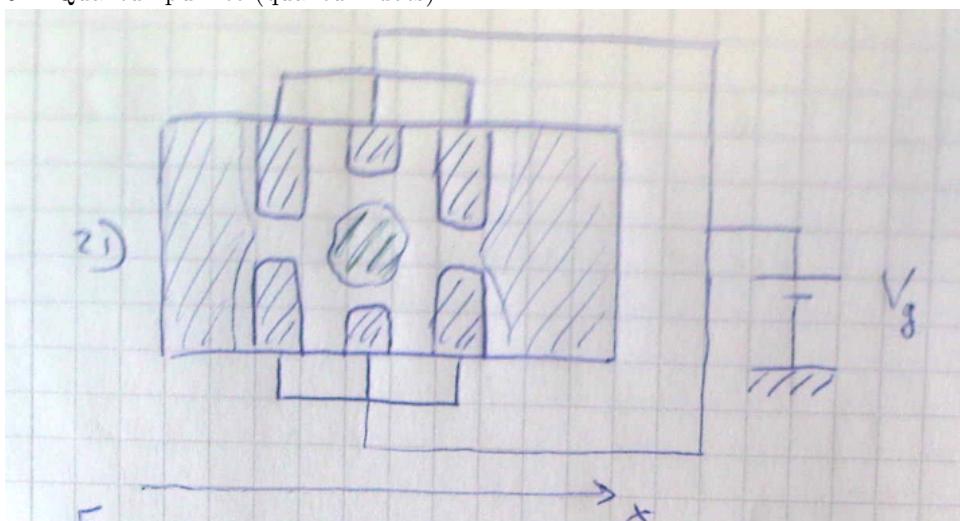
Leitwertsquantum; Widerstandsquantum:  $R_Q = \frac{h}{2e^2} = 12,906 \text{ k}\Omega$

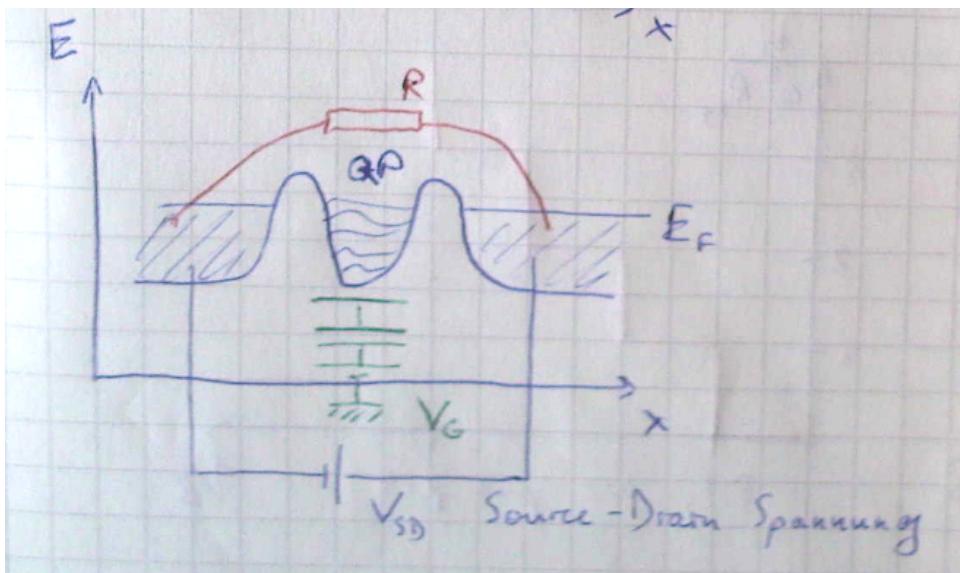


für eine Spinrichtung:  $R_Q^\uparrow = R_Q^\downarrow = 25,812 \text{ k}\Omega$

## 11.2 Niedrigdimensionale elektronensysteme: 0D; 2D

0D: Quantumpunkte (quantum dots)



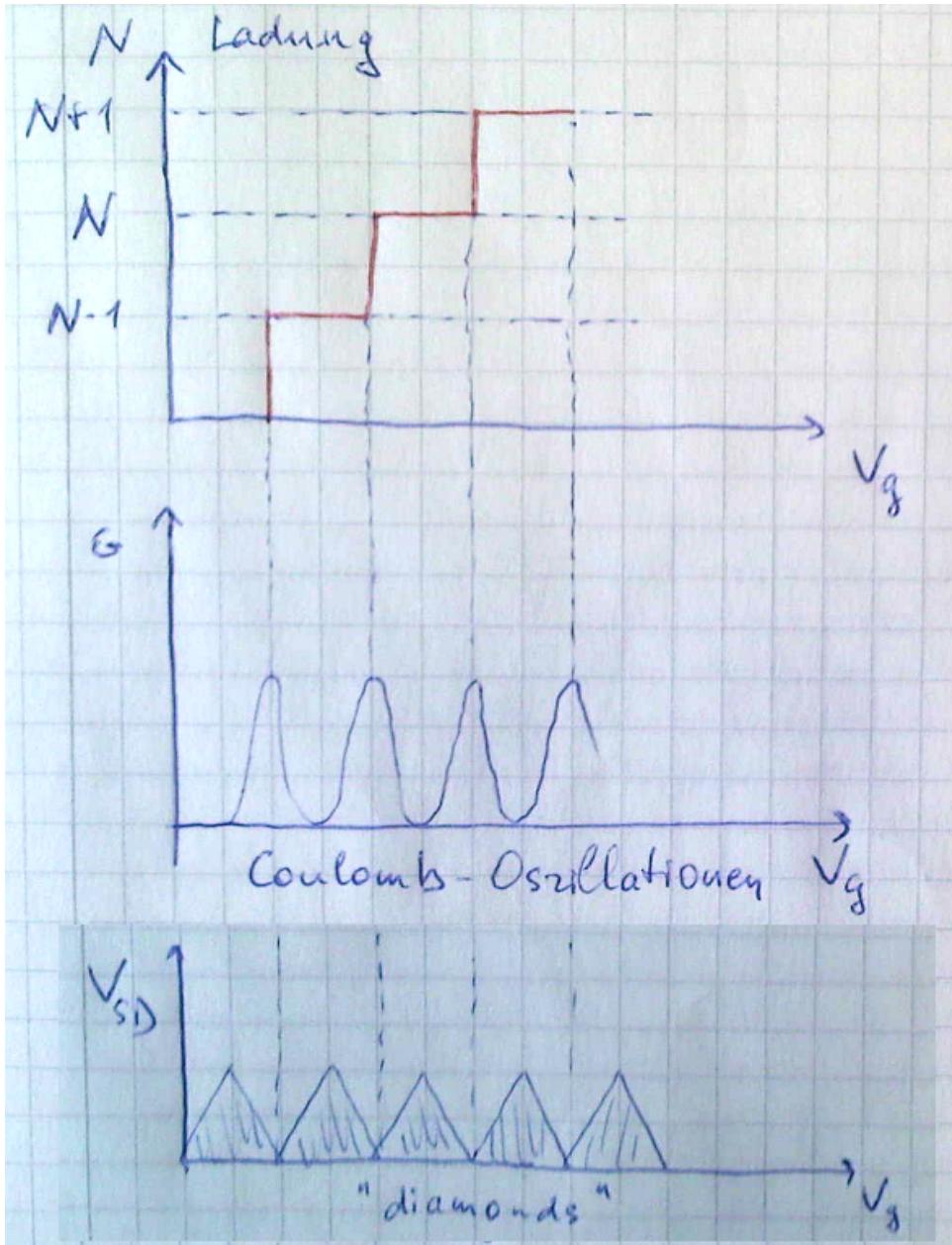


Die elektrostatische Energie:  $E(N)$ ,  $N$  ist die Zahl der e-nen auf dem Quantenpunkt (QP).

$$E(N) = \frac{(Ne)^2}{2C} - \phi Ne$$

mit  $\phi \propto V_g$  ist das elektrostatisches Potential  $C \propto C_g$ ,  $E(N)$  umso größer ist, je kleiner der QP und somit  $C$  ist.  
 Ladeenergie:  $E(N+1) = E(N); (2N+1)e^2 = 2C_g e V_g; V_g = \frac{e}{C_g}(N + \frac{1}{2})$

## 11.2 Coulomb-Blockade



Die Energie  $\frac{e^2}{2C} = E_C$  muss bei der Gate-Spannung  $V_g = \frac{eN}{C_g}$  aufgebracht werden, wenn 1e hinzugefügt (oder entfernt) werden soll.

Wenn Source und drain sind gekoppelt mit dem Widerstand R  $\rightarrow$  Zeitskale  $\delta t \approx RC$

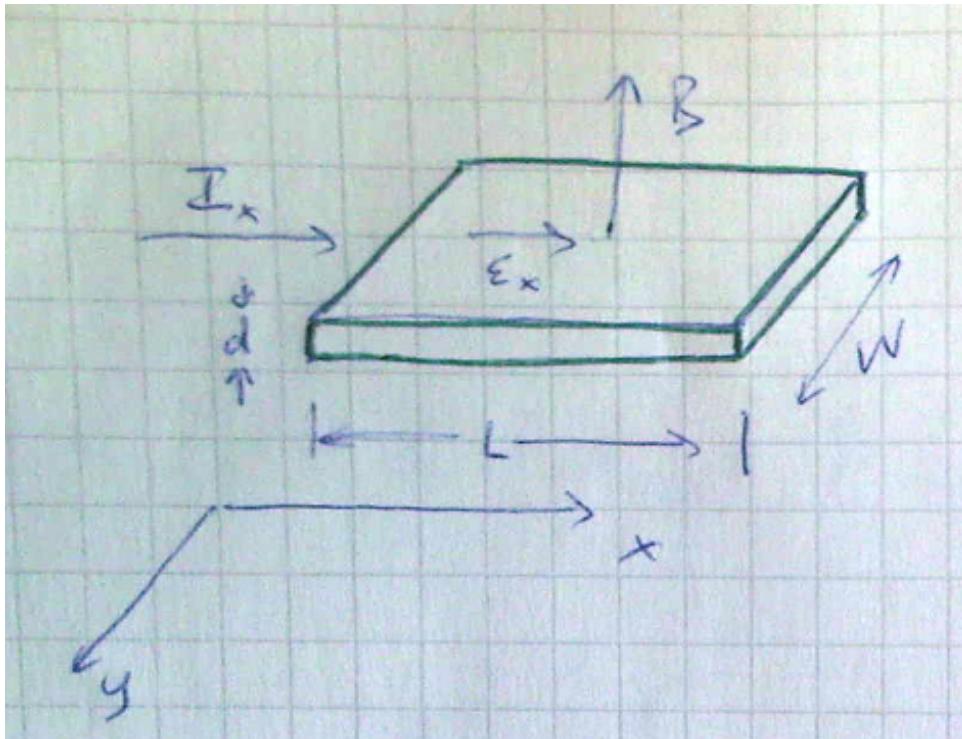
$$\delta E = \frac{h}{\delta t} \simeq \frac{h}{RC} = \underbrace{\frac{e^2}{c}}_{\propto E_C} \frac{h}{e^2} \frac{1}{R} = E_C \frac{R_Q}{R}$$

$$R_Q^\uparrow = \frac{h}{e^2} = 25812 \Omega$$

$\rightarrow$  Fluktuationen den Coulomb-Ladeeffekt ausschmieren. Bedingungen für die Beobachtung:

- $R \gg R_Q \frac{h}{e^2}$
- $\frac{e^2}{C} \gg k_B T$

### 11.3 Quanten-Hall-Effekt in 2DEG



$$m\dot{\vec{v}} = -e(\vec{\mathcal{E}} + \vec{v} \times \vec{B}) - \frac{mv}{\tau}$$

$$v_x = -\frac{e\tau}{m}(\mathcal{E}_x + v_y B)$$

$$v_y = -\frac{e\tau}{m}(\mathcal{E}_y + v_x B)$$

$$\rightarrow v_y = \begin{pmatrix} \mathcal{E}_x \\ \mathcal{E}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \end{pmatrix}$$

für isotrope Materialien  $\rho_{xx} = \rho_{yy} = \frac{m}{ne^2\tau}$ ;  $\rho_{xy} = \rho_{yx} = \frac{B}{ne}$   
 Mit  $j_y = 0$ ,  $\rightarrow$  es folgt  $\mathcal{E}_y = -\frac{e\tau}{m}B\mathcal{E}_x = -\frac{1}{ne}Bj_x = R_H B j_x$ ; Hall Konstante:  $R_H = -\frac{1}{ne}$ ; Quanten-Hall-E.  
 Hall-Widerstand  $R_y = |\frac{\rho_{xy}}{d}|$   $R_x = |\frac{\rho_{xx}}{d}|$   
 Entartungsgrad für jedes Landau-Niveau:

$$g_l = \frac{LW}{(2\pi)^2} (S_{l+1} - S_l)$$

mit  $S$  als Querschnittsfläche von Landaurohren in der periodischen Bedingung

$$S_l = (l + \frac{1}{2}) \frac{2\pi e B}{\hbar}$$

$$E_l = (l + \frac{1}{2}) \hbar \omega_E + \frac{\hbar^2 k_{||}^2}{2m}$$

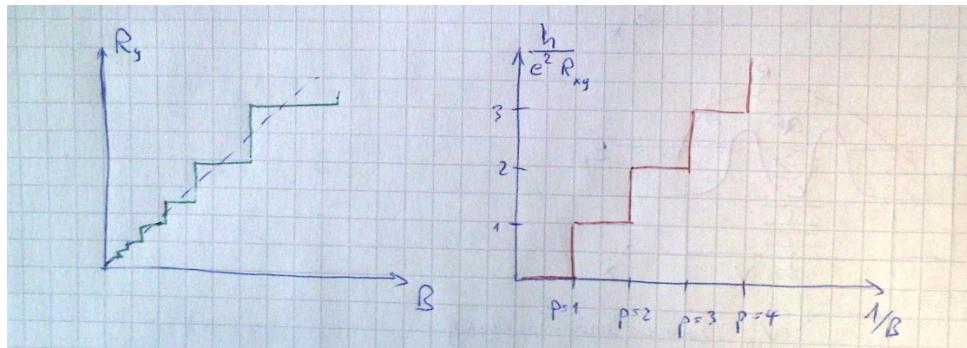
$$g_l = \frac{e}{\hbar} LW B$$

N Elektronen verteilt auf p voll besetzten Landau Niveaus:  $N = nLWd$

$$N = p \cdot g_l$$

$$D(E)|_{2D} = \frac{m}{\pi \hbar^2} = const$$

$$R_y = \rho_{xy}/d = \frac{\rho_{xy}}{ned} = \frac{BLW\emptyset}{Ne\emptyset} = \frac{LWB}{pe^2LWB} = \frac{1}{p} \frac{h}{e^2} = \frac{R_Q}{p}$$



v.Klitzing entdeckt 1980, Nobel Preis 1985