Contents

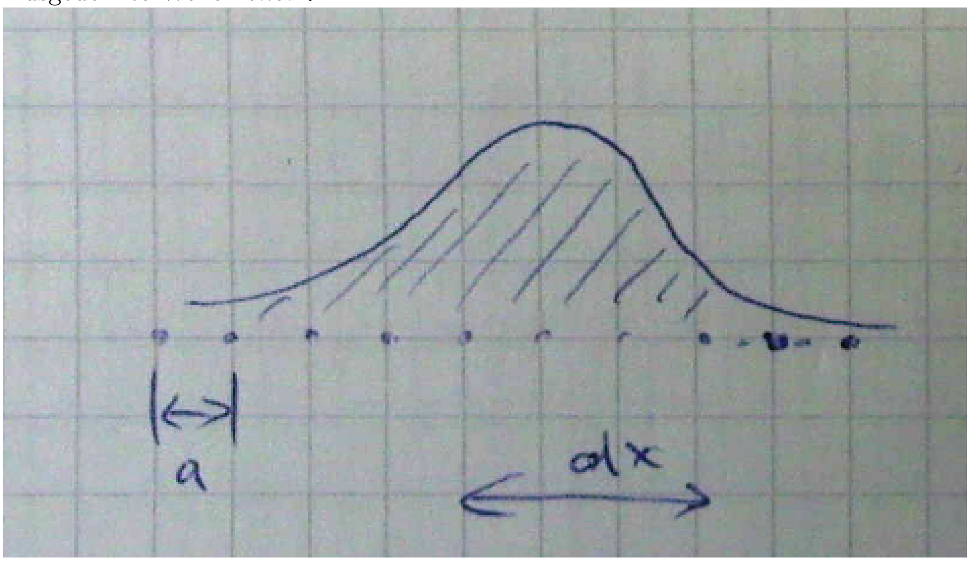
Chapter 10

Elektronische Transporteigenschaften

Bewegung der e^--nen, effektive Masse.

10.1 Elektronien als Wellenpakete

Ausgedehnte Wellen $\delta k \delta r > 1$



$$\psi(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{k}} g(\vec{k}) \cdot e^{i(\vec{k}\vec{r} - \frac{\hbar k^2}{2m} t}$$

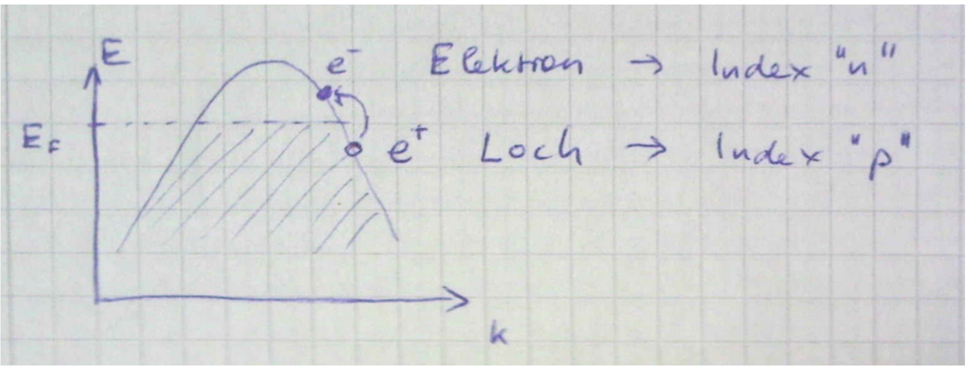
mit $r = \frac{pt}{2m}$
Koeffizienten $g(\vec{k})$ sind innerhalb δk 'gaußförmig' verteilt. Das entspricht einer semiklassischen Näherung.

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \equiv \vec{v}(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\vec{k}} E(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E(\vec{k})}{\partial \vec{k}}$$

mit $E(\vec{k})$ Energie vom Wellenpaket. z.B. für freie e^--nen $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$; $v_g = \frac{\hbar k}{m}$ Gruppengeschwindikeit.
Semiklassische Bewegungsgleichung:

$$\hbar \frac{\partial \vec{k}}{\partial t} = \vec{F} = -\vec{e}\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) - \vec{v}(\vec{k}) \times \vec{B}(\vec{r}, t)$$

$\vec{\mathcal{E}}$ Elektrisches Feld; $\vec{B}$ magnetisches Feld; $E(\vec{k}) = E(-\vec{k})$

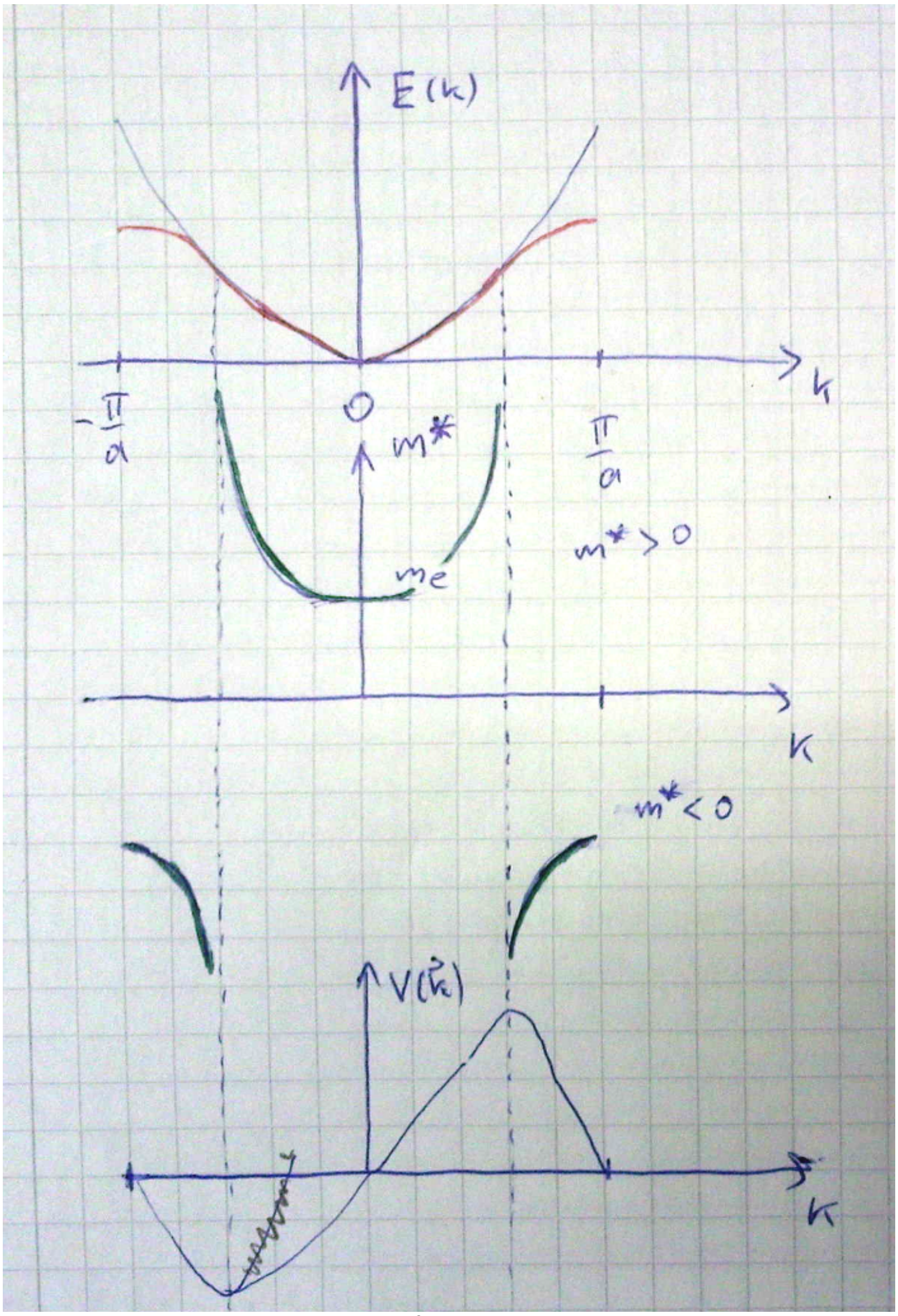


$E_p(\vec{k}) = -E_n(\vec{k})$; $\sum \vec{k} = 0$; $\vec{k}_p = -\vec{k}_n$
Gruppengeschwindigkeit: $\frac{\partial \vec{v}}{\vec{t}}(\frac{1}{\hbar}\frac{\partial E(\vec{k})}{\partial \vec{k}}) = \frac{\partial}{\partial \vec{k}}(\frac{1}{\hbar}\frac{\partial E(\vec{k})}{\partial \vec{k}})\frac{d\vec{k}}{dt} = \frac{1}{\hbar^2}\vec{F}\frac{\partial^2 E(\vec{k}}{\partial \vec{k}\partial \vec{k}}$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{1}{\hbar}\sum_j \frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial k_i \partial_j} F_j$$

Tensor der effektive Masse $[m*] \equiv \overline{\overline{m}}^*$
mit

$$\left(\frac{1}{m^*}\right)_{ij} = \frac{1}{\hbar^2}\frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial k_i \partial k_j}$$



1D: m^* ist klalare Größe $m^*(k) = \frac{\hbar^2}{[\frac{d^2E(k)}{dk^2}]}$
Bloch-oszillationen: $\hbar\frac{dk}{dt} = F = -e\mathcal{E}$
Periode dieser Bloch Oszillationen:

$$T \propto \frac{\delta k}{|dk/dt|} \propto \frac{2\pi/a}{e\mathcal{E}/\hbar}$$

10.2 Ladungstransport: Elektronen und Löcher

$$\left[\frac{1}{m^*}\right]_p = \frac{1}{\hbar^2}\left[\frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial\vec{k}\partial\vec{k}}\right]_p = \frac{1}{\hbar^2}\left[\frac{-\partial^2 E(\vec{k})}{(-\partial\vec{k})(-\partial\vec{k}}\right]_p = -\left[\frac{1}{m^*}\right]_n$$

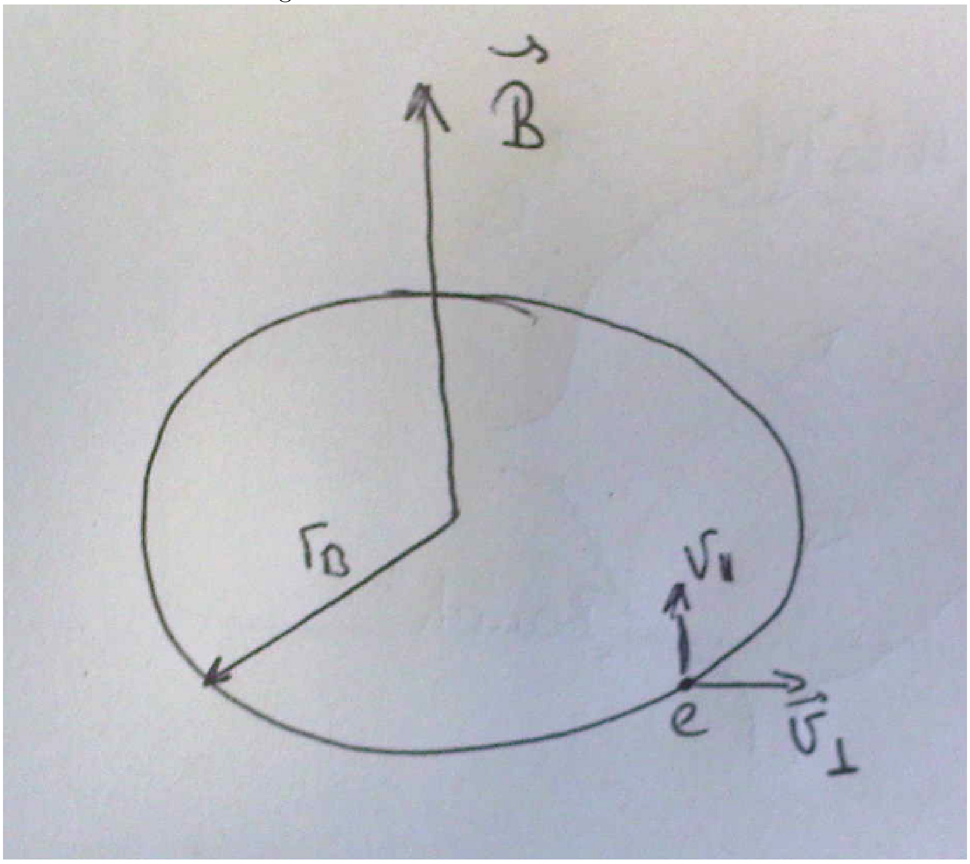
Bewegungsgleichungen:

$$\hbar\frac{\partial\vec{k}_n}{\partial t} = -e(\vec{\mathcal{E}} + \vec{v}_n \times \vec{B})$$

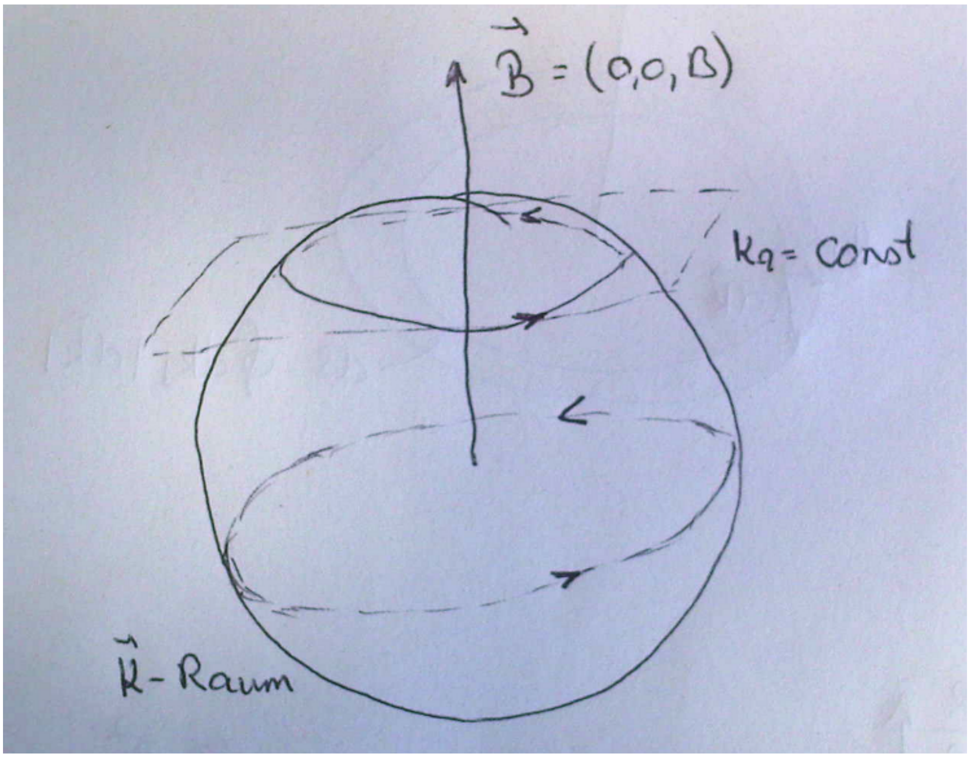
$$\hbar\frac{\partial\vec{k}_p}{\partial t} = +e(\vec{\mathcal{E}} + \vec{v}_p \times \vec{B})$$

10.3 Elektronen im Magnetfeld

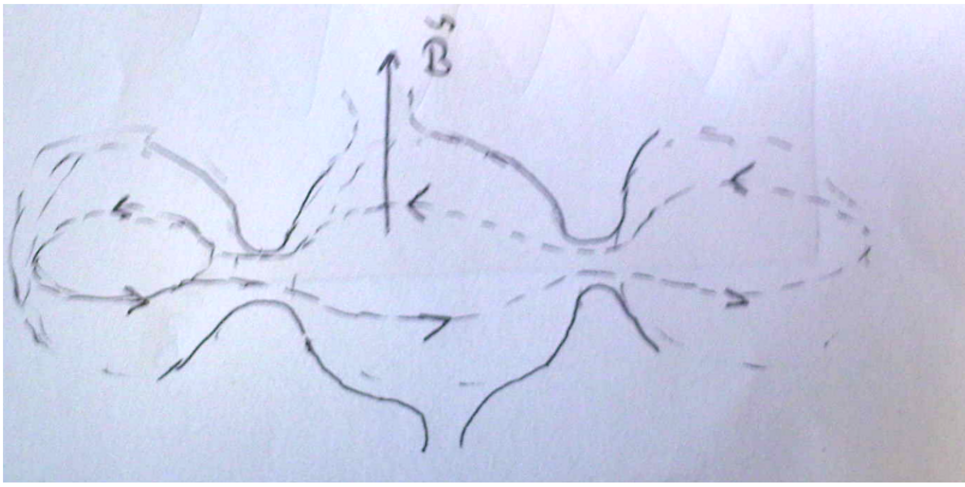
Semiklassische Näherung für Bloch Elektronen



Im realen Raum: $\tau_B = \frac{mv_\perp}{eB}$ Umlauffrequenz ist Zyklotronfrequenz: $\omega_c = \frac{eB}{m}$ Im $\vec{k}$-Raum mit $\vec{v} = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial E}{\partial \vec{k}}$, und $\hbar\frac{\partial\vec{k}}{\partial t} = \vec{F}$ durch $E = const$, $\Rightarrow \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\partial E}{\partial \vec{k}} \cdot \frac{\partial \vec{k}}{\partial t} = \hbar\vec{v}(-\frac{e}{\hbar}\vec{v} \times \vec{B}) = 0$
durch $k_n = const$, $\Rightarrow \frac{\partial(\vec{k}\cdot\vec{B}}{\partial t} = \frac{\partial\vec{k}}{\partial t}\cdot\vec{B} + \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\vec{k} = 0$
Im $\vec{k}$-Raum Umlaufbahn eines Elektron ist eine Schnittlinie von eine Fläche konstanter Energie ($\equiv$ Fermi-Fläche $T << T_F$ und eine Ebene $\perp\vec{B}$ ($\vec{k}_{||} = const.$)



a) 'geschlossene' Fermi-Fläche

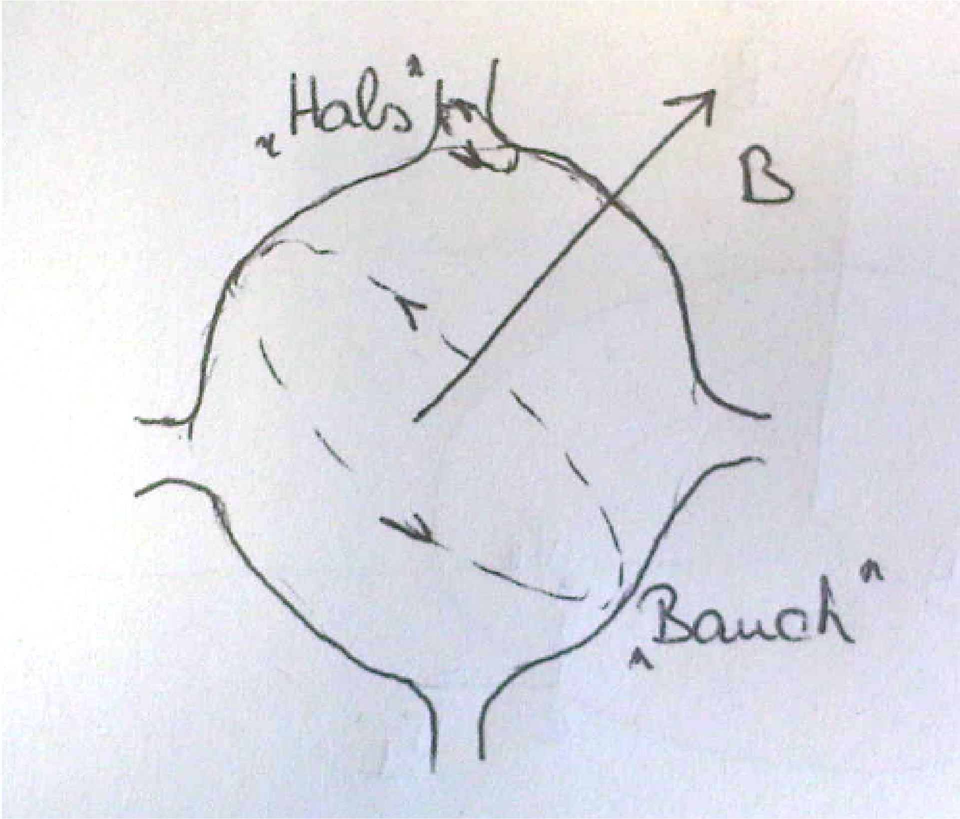


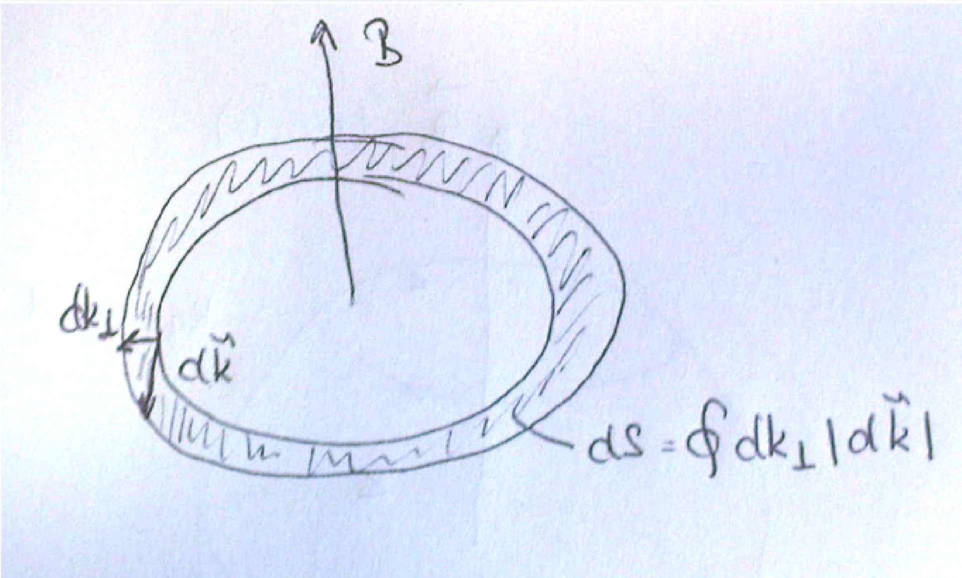
b) 'Offene' Fermi-Fläche (z.B. Cu,Au)

Bewegungsrichtung: $\frac{\partial \vec{k}}{\partial t} = -\frac{e}{\hbar}\vec{v} \times \vec{B} = -\frac{e}{\hbar^2}\frac{\partial E}{\partial \vec{k}} \times \vec{B}$
Die Zeit T_c die ein Elektron für einen Bahnumlauf benötigt:

$$d\vec{k} = -\frac{e}{\hbar^2}\left[\nabla_k E(\vec{)} \times \vec{B}\right] dt \qquad d\vec{k} \perp \vec{\nabla}_k E$$

$$T_c = \oint dt = \oint \frac{|d\vec{k}|}{|dE/dk_\perp|}\frac{\hbar^2}{eB} = \frac{\hbar^2}{eB}\oint \frac{dk_\perp}{\partial E} \cdot |d\vec{k}| = \frac{\hbar^2}{eB}\frac{dS}{dE}$$





$$dS = \oint dk_\perp |dk|$$

für freien e^--nen: $\omega_c = \frac{eB}{m}$; $T_c = \frac{2\pi m}{eB}$; $\frac{dS}{\partial E} = \frac{2\pi m}{\hbar^2}$: Bloch Elektronen $\boxed{m \equiv m_c}$

10.4 Experimentelle Methoden zur Bestimmung der Fermi-Flächen

1) de-Haas-van-Alphen-Oszillationen (Magnetisierung)
2) Schubnikov-de-Haas-Oszillationen (Wiederstand)
3) Zyklotronresonanz: Gantmacher-Effekt

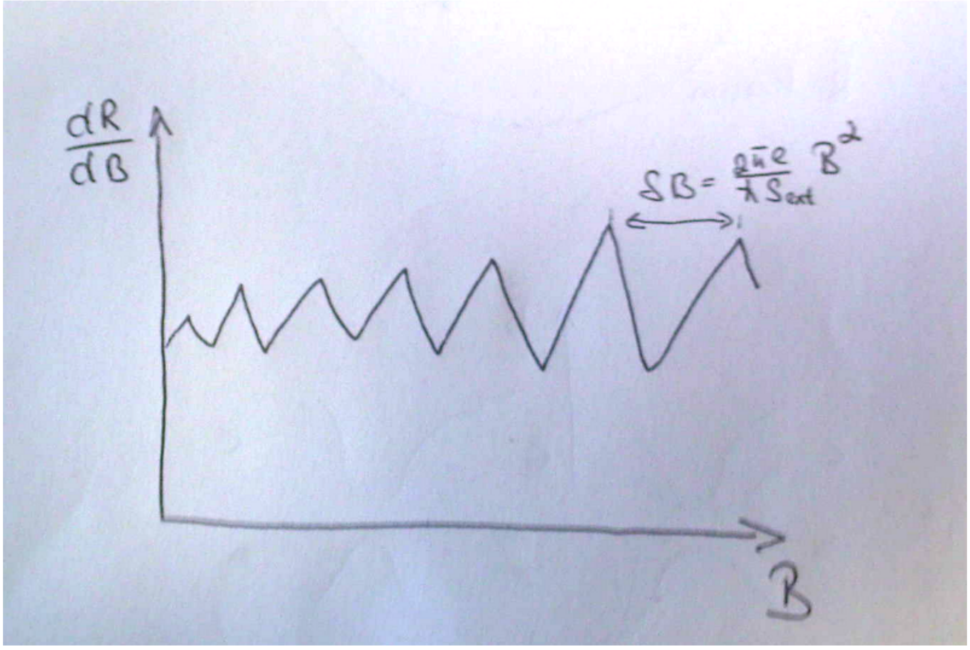
Landau-Niveaus: Quantisierung der Elektonbahnen im Magnetfel (1930)

$$\frac{1}{2m}(-i\hbar\nabla + e\vec{A})^2\psi = E\psi$$

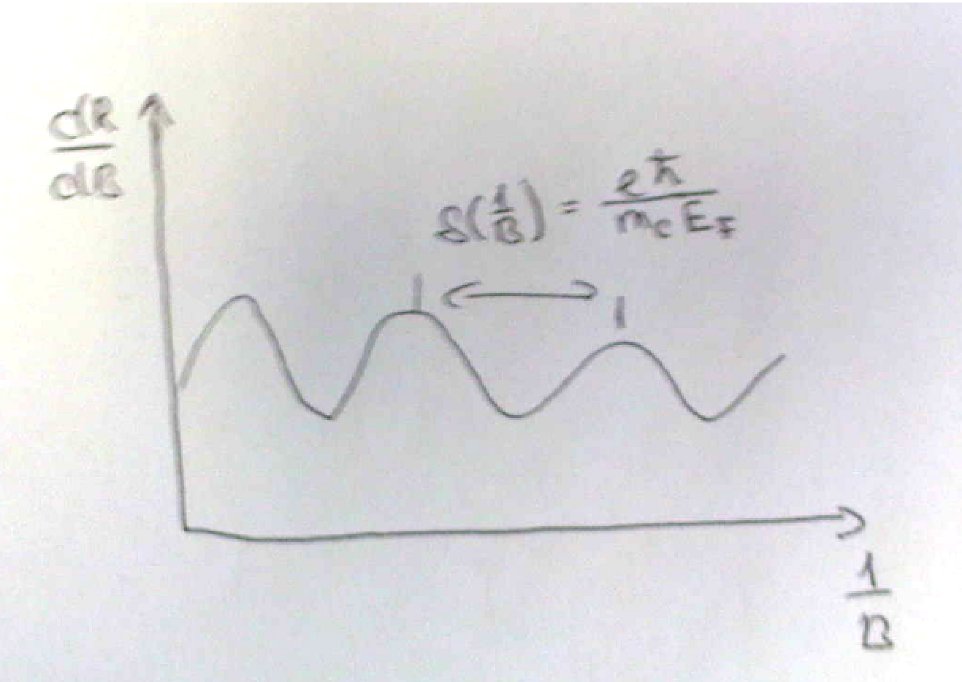
Coulomb-Eichung $\vec{A} = (0, xB, 0)$ Landau-Eichung $\vec{A} = (-yB, 0, 0)$ oder $-\frac{yB}{y}, \frac{xB}{2}, 0$
Eigenwerte: $E = E_l + E(k_z) = (l + \frac{1}{2})\hbar\omega_c + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}$ mit l als Quantenzahl
Landau-Röhren (Zilinderoberflächen im $\vec{k}$-Raum): $\frac{\hbar^2(k_x^2+k_y^2}{2m}$

$$\sqrt{k_x^2 + k_y^2} = \left[\frac{2m}{\hbar}(l + \frac{1}{2})\omega_c\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{2eB}{\hbar}(l + \frac{1}{2}\right]^{\frac{1}{2}}; \Rightarrow r_l = \left[(l + \frac{1}{2})\frac{2\hbar}{eB}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$k \Leftrightarrow r$ Faktor $\frac{\hbar}{eB}$



$$\delta B = \frac{2\pi e}{\hbar S_e xt} B^2$$



$$\delta \frac{1}{B} = \frac{e\hbar}{m_c E_F}$$