

Contents

10 Elektronische Transporteigenschaften	2
10.1 Elektronen als Wellenpakete	2
10.2 Ladungstransport: Elektronen und Löcher	4
10.3 Elektronen im Magnetfeld	5
10.4 Experimentelle Methoden zur Bestimmung der Fermi-Flächen	7

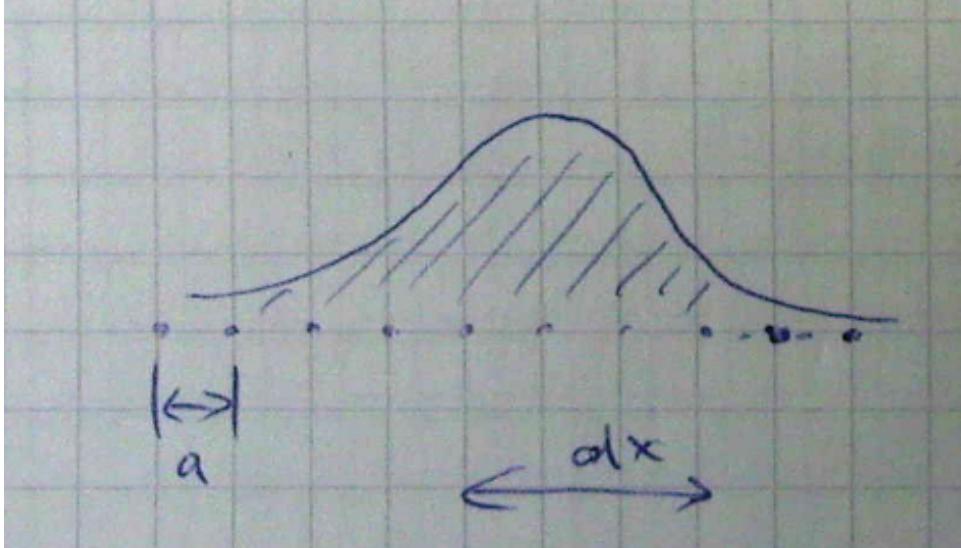
Chapter 10

Elektronische Transporteigenschaften

Bewegung der e^- -nen, effektive Masse.

10.1 Elektronien als Wellenpakete

Ausgedehnte Wellen $\delta k \delta r > 1$



$$\psi(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{k}} g(\vec{k}) \cdot e^{i(\vec{k}\vec{r} - \frac{\hbar k^2}{2m}t)}$$

mit $r = \frac{pt}{2m}$

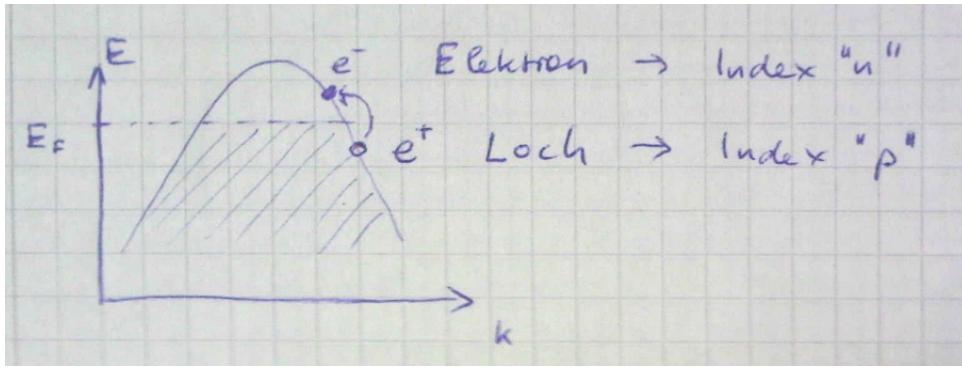
Koeffizienten $g(\vec{k})$ sind innerhalb δk 'gaußförmig' verteilt. Das entspricht einer semiklassischen Näherung.

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \equiv \vec{v}(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\vec{k}} E(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E(\vec{k})}{\partial \vec{k}}$$

mit $E(\vec{k})$ Energie vom Wellenpaket. z.B. für freie e^- -nen $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$; $v_g = \frac{\hbar k}{m}$ Gruppengeschwindigkeit.
Semiklassische Bewegungsgleichung:

$$\hbar \frac{\partial \vec{k}}{\partial t} = \vec{F} = -e\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) - \vec{v}(\vec{k}) \times \vec{B}(\vec{r}, t)$$

$\vec{\mathcal{E}}$ Elektrisches Feld; \vec{B} magnetisches Feld; $E(\vec{k}) = E(-\vec{k})$



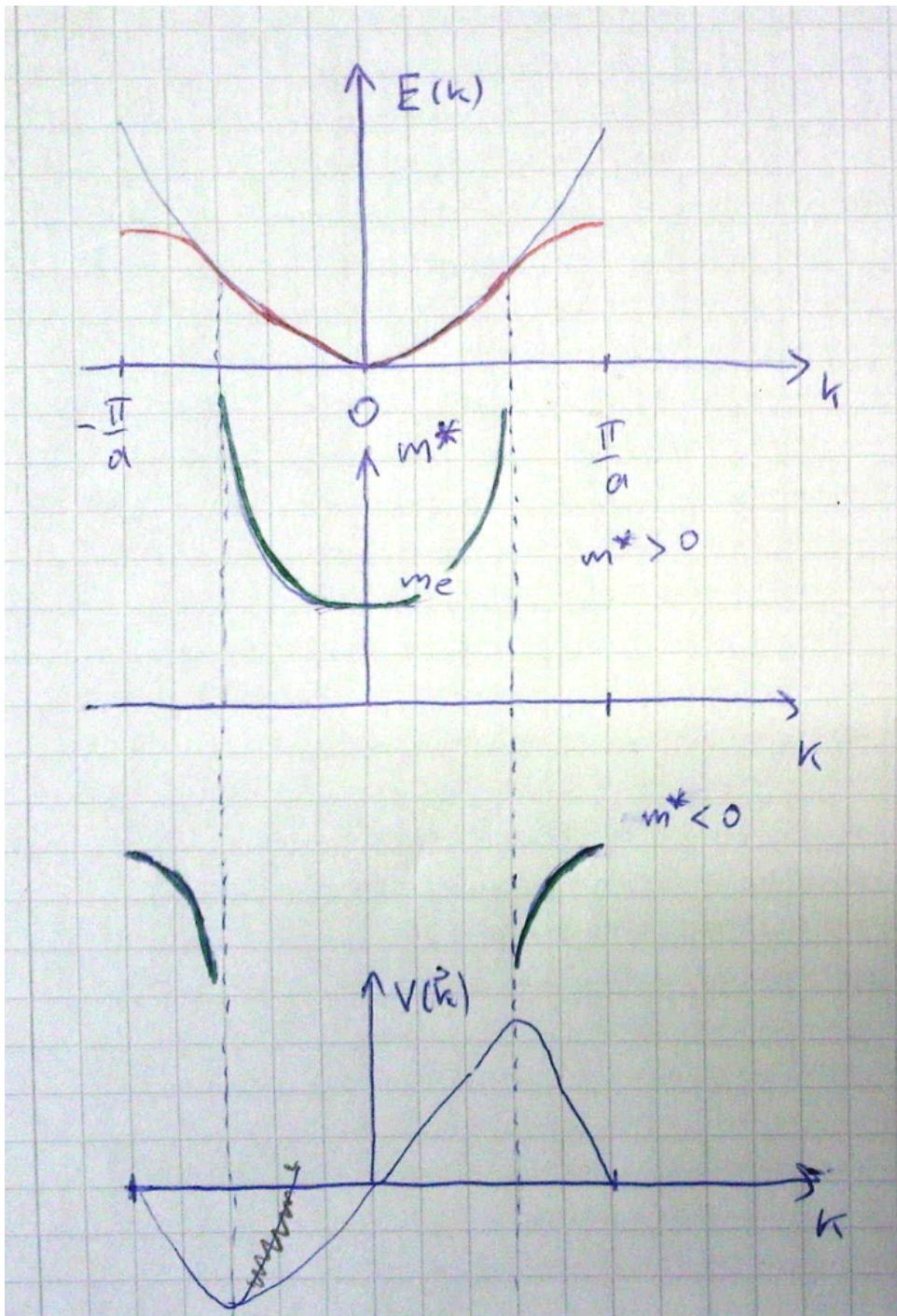
$$E_p(\vec{k}) = -E_n(\vec{k}); \sum \vec{k} = 0; \vec{k}_p = -\vec{k}_n$$

$$\text{Gruppengeschwindigkeit: } \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \left(\frac{1}{\hbar} \frac{\partial E(\vec{k})}{\partial \vec{k}} \right) = \frac{\partial}{\partial \vec{k}} \left(\frac{1}{\hbar} \frac{\partial E(\vec{k})}{\partial \vec{k}} \right) \frac{d\vec{k}}{dt} = \frac{1}{\hbar^2} \vec{F} \frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial \vec{k} \partial \vec{k}}$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{1}{\hbar} \sum_j \frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial k_i \partial j} F_j$$

Tensor der effektive Masse [m^*] $\equiv \bar{\bar{m}}^*$
mit

$$\left(\frac{1}{m^*} \right)_{ij} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial k_i \partial k_j}$$



$$1D: m^* \text{ ist klapare Größe } m^*(k) = \frac{\hbar^2}{\left[\frac{d^2 E(k)}{dk^2} \right]}$$

$$\text{Bloch-oscillationen: } \hbar \frac{dk}{dt} = F = -e\mathcal{E}$$

Periode dieser Bloch Oszillationen:

$$T \propto \frac{\delta k}{|dk/dt|} \propto \frac{2\pi/a}{e\mathcal{E}/\hbar}$$

10.2 Ladungstransport: Elektronen und Löcher

$$\left[\frac{1}{m^*} \right]_p = \frac{1}{\hbar^2} \left[\frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial \vec{k} \partial \vec{k}} \right]_p = \frac{1}{\hbar^2} \left[\frac{-\partial^2 E(\vec{k})}{(-\partial \vec{k})(-\partial \vec{k})} \right]_p = - \left[\frac{1}{m^*} \right]_n$$

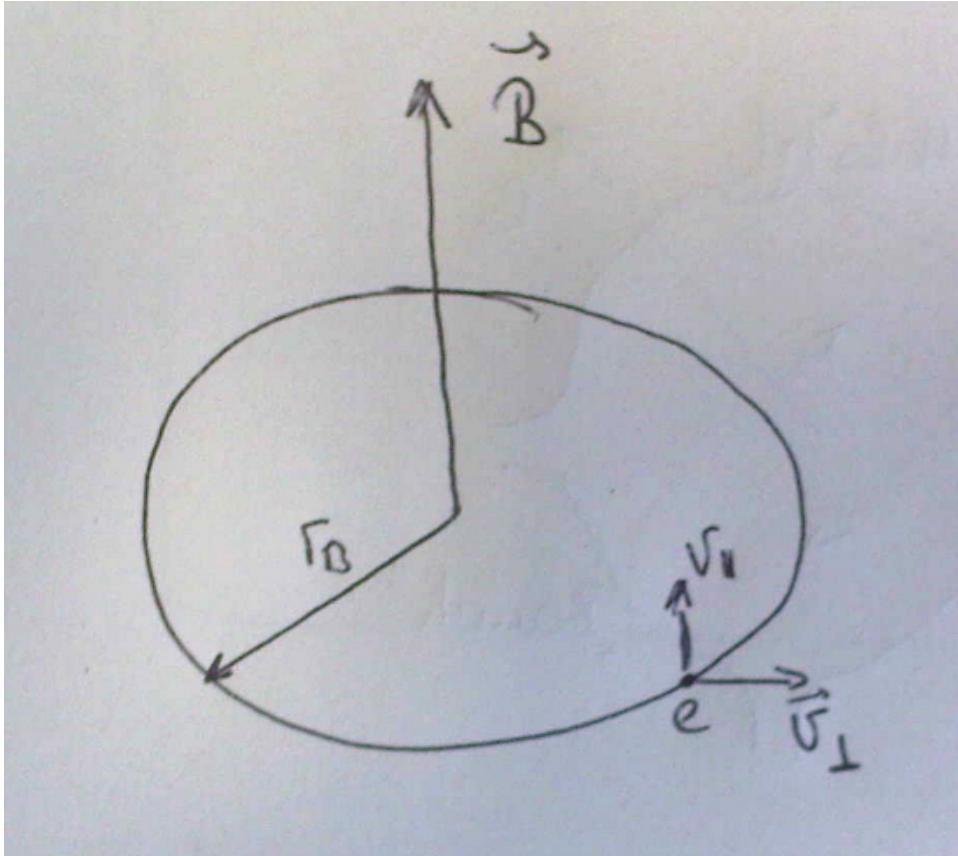
Bewegungsgleichungen:

$$\hbar \frac{\partial \vec{k}_n}{\partial t} = -e(\vec{\mathcal{E}} + \vec{v}_n \times \vec{B})$$

$$\hbar \frac{\partial \vec{k}_p}{\partial t} = +e(\vec{\mathcal{E}} + \vec{v}_p \times \vec{B})$$

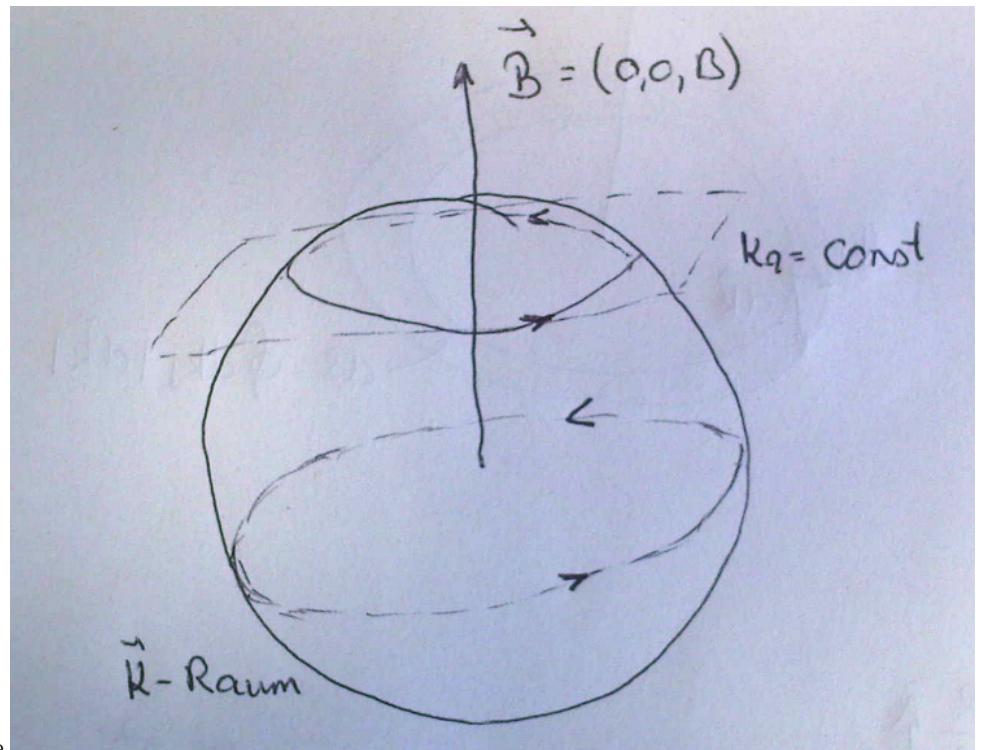
10.3 Elektronen im Magnetfeld

Semiklassische Näherung für Bloch Elektronen

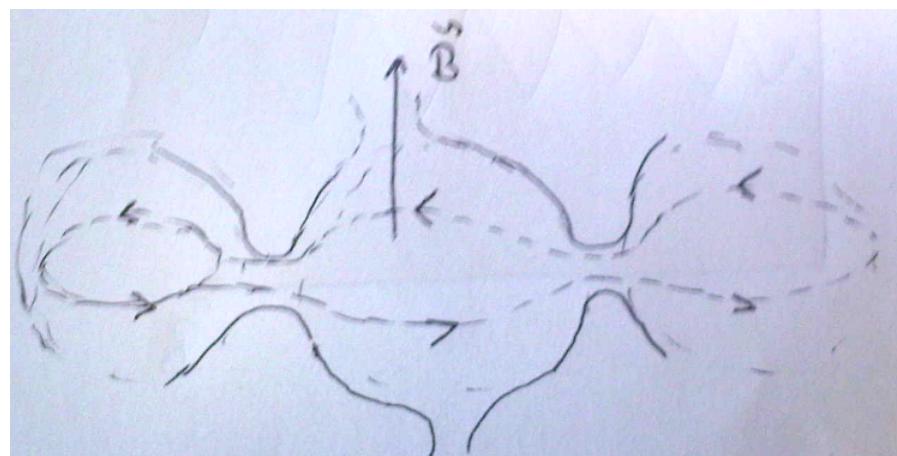


Im realen Raum: $\tau_B = \frac{mv_{\perp}}{eB}$ Umlauffrequenz ist Zyklotronfrequenz: $\omega_c = \frac{eB}{m}$ Im \vec{k} -Raum mit $\vec{v} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial \vec{k}}$, und $\hbar \frac{\partial \vec{k}}{\partial t} = \vec{F}$ durch $E = const$, $\Rightarrow \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\partial E}{\partial \vec{k}} \cdot \frac{\partial \vec{k}}{\partial t} = \hbar \vec{v} (-\frac{e}{\hbar} \vec{v} \times \vec{B}) = 0$
durch $k_n = const$, $\Rightarrow \frac{\partial (\vec{k} \cdot \vec{B})}{\partial t} = \frac{\partial \vec{k}}{\partial t} \cdot \vec{B} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{k} = 0$

Im \vec{k} -Raum Umlaufbahn eines Elektron ist eine Schnittlinie von einer Fläche konstanter Energie (\equiv Fermi-Fläche $T \ll T_F$ und eine Ebene $\perp \vec{B}$ ($\vec{k}_{||} = const.$))



a) 'geschlossene' Fermi-Fläche



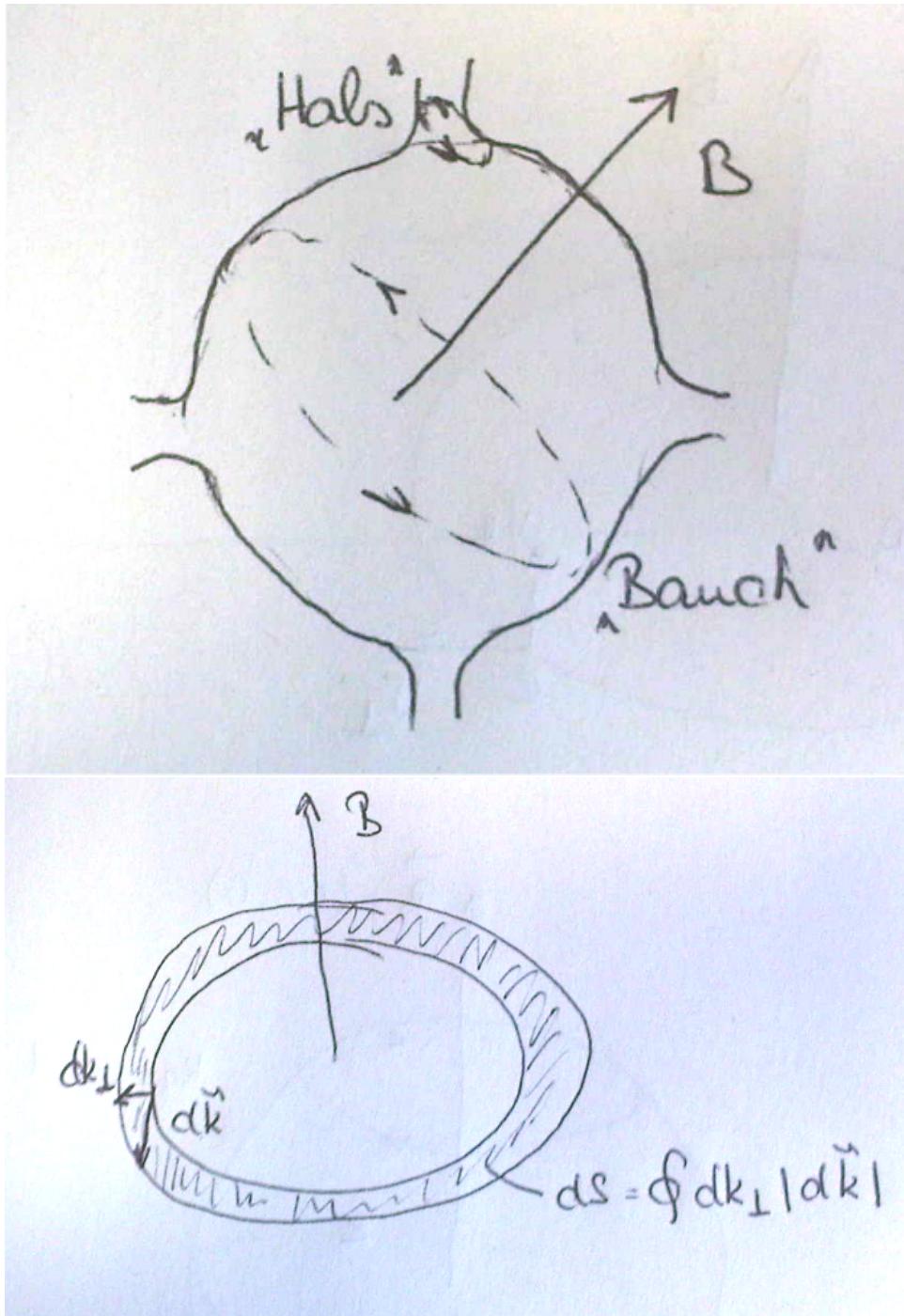
b) 'Offene' Fermi-Fläche (z.B. Cu, Au)

$$\text{Bewegungsrichtung: } \frac{\partial \vec{k}}{\partial t} = -\frac{e}{\hbar} \vec{v} \times \vec{B} = -\frac{e}{\hbar^2} \frac{\partial E}{\partial \vec{k}} \times \vec{B}$$

Die Zeit T_c die ein Elektron für einen Bahnumlauf benötigt:

$$d\vec{k} = -\frac{e}{\hbar^2} [\nabla_k E(\vec{k}) \times \vec{B}] dt \quad d\vec{k} \perp \nabla_k E$$

$$T_c = \oint dt = \oint \frac{|d\vec{k}|}{|dE/dk_\perp|} \frac{\hbar^2}{eB} = \frac{\hbar^2}{eB} \oint \frac{dk_\perp}{\partial E} \cdot |d\vec{k}| = \frac{\hbar^2}{eB} \frac{dS}{dE}$$



$$dS = \oint dk_{\perp} |dk|$$

für freien e^- -nen: $\omega_c = \frac{eB}{m}$; $T_c = \frac{2\pi m}{eB}$; $\frac{dS}{\partial E} = \frac{2\pi m}{\hbar^2}$: Bloch Elektronen $m \equiv m_c$

10.4 Experimentelle Methoden zur Bestimmung der Fermi-Flächen

- 1) de-Haas-van-Alphen-Oszillationen (Magnetisierung)
- 2) Schubnikov-de-Haas-Oszillationen (Widerstand)
- 3) Zyklotronresonanz: Gantmacher-Effekt

Landau-Niveaus: Quantisierung der Elektronbahnen im Magnetfeld (1930)

$$\frac{1}{2m}(-i\hbar\nabla + e\vec{A})^2\psi = E\psi$$

Coulomb-Eichung $\vec{A} = (0, xB, 0)$ Landau-Eichung $\vec{A} = (-yB, 0, 0)$ oder $-\frac{yB}{\gamma}, \frac{xB}{2}, 0$

Eigenwerte: $E = E_l + E(k_z) = (l + \frac{1}{2})\hbar\omega_c + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}$ mit l als Quantenzahl

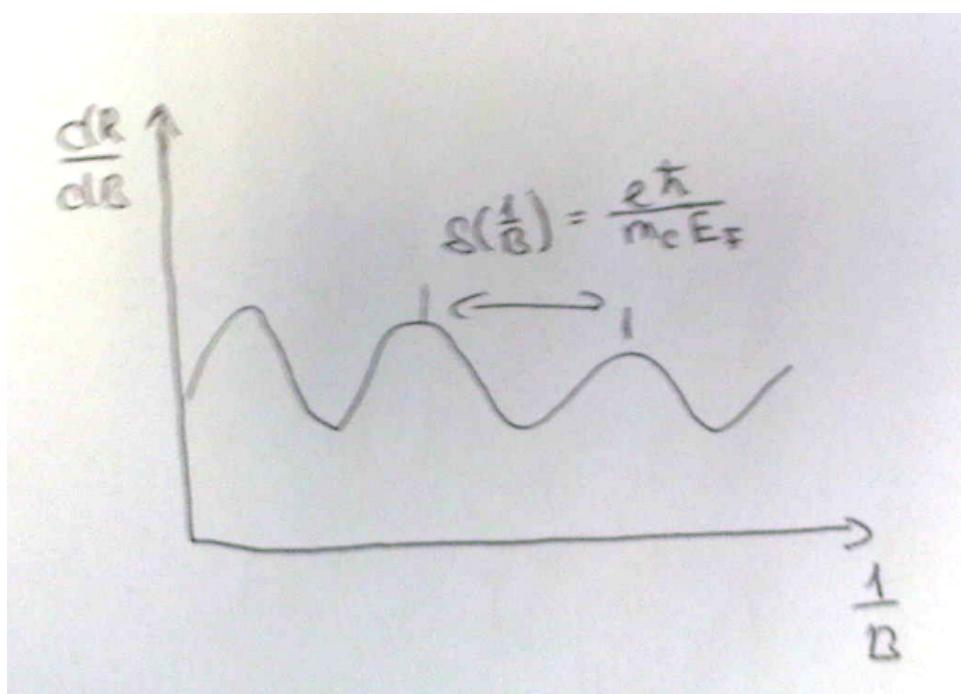
Landau-Röhren (Zylinderoberflächen im \vec{k} -Raum): $\frac{\hbar^2(k_x^2+k_y^2)}{2m}$

$$\sqrt{k_x^2 + k_y^2} = \left[\frac{2m}{\hbar} (l + \frac{1}{2}) \omega_c \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{2eB}{\hbar} (l + \frac{1}{2}) \right]^{\frac{1}{2}} ; \Rightarrow r_l = \left[(l + \frac{1}{2}) \frac{2\hbar}{eB} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$k \Leftrightarrow r$ Faktor $\frac{\hbar}{eB}$



$$\delta B = \frac{2\pi e}{\hbar S_{ext}} B^2$$



$$\delta \frac{1}{B} = \frac{e\hbar}{m_c E_F}$$