Clebsch-Gordan-Koeffizienten

Beispiel

Addition Zweier Drehimpulse anhand eines einfachen Beispiels von Teilchen mit Spin $\frac{1}{2}$.

$$|S,M\rangle = \sum_{m_1}\sum_{m_2}\langle s_i, s_2; m_1, m_2|S,M\rangle|s_1,s_2;m_1,m_2\rangle$$

$$|1,-1\rangle = \underbrace{\langle \frac{1}{2}\frac{1}{2};-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}|11\rangle}_{=1}|\frac{1}{2}\frac{1}{2};-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\rangle \equiv |--\rangle$$

$$|1,0\rangle = \underbrace{\langle \frac{1}{2}\frac{1}{2};\frac{1}{2}-\frac{1}{2}|10\rangle}_{\frac{1}{\sqrt{2}}}|\frac{1}{2}\frac{1}{2};\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\rangle + \underbrace{\langle \frac{1}{2}\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\frac{1}{2}|10\rangle}_{\frac{1}{\sqrt{2}}}|\frac{1}{2}\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|+-\rangle + |-+\rangle)$$

$$|1,1\rangle == \underbrace{\langle \frac{1}{2}\frac{1}{2};\frac{1}{2}\frac{1}{2}|11\rangle}_{=1}|\frac{1}{2}\frac{1}{2};\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle \equiv |++\rangle$$

$$|0,0\rangle = \underbrace{\langle \frac{1}{2}\frac{1}{2};\frac{1}{2}-\frac{1}{2}|00\rangle}_{\frac{1}{\sqrt{2}}}|\frac{1}{2}\frac{1}{2};\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\rangle + \underbrace{\langle \frac{1}{2}\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\frac{1}{2}|00\rangle}_{-\frac{1}{\sqrt{2}}}|\frac{1}{2}\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|+-\rangle - |-+\rangle)$$

Referenzen

- Claude Cohen-Tannoudji Quantenmechanik Band 2
- Zettili Quanten Mehanics
- Rollnik Quantentheorie 2