Ansatz für den Hamiltonoperator

$$H = c\sum_{i=1}^{3}\alpha_i p_i + \beta mc^2 \quad \text{mit} \quad H^2 = E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$$

Daraus folgen folgende Eigenschaften für α_i und β

$$\alpha_i^2 = \beta^2 = \mathbb{1} \quad \{\alpha_i, \beta\} = 0 \quad \{\alpha_i, \alpha_j\} = 2\delta_{ij}$$

Damit ergibt sich die **Dirac-Gleichung** in <u>kanonischer</u> Form

$$c\left(\vec{\alpha}\cdot\frac{\hbar}{i}\vec{\nabla} + \beta mc\right)\psi(x) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(x) \quad \alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} \mathbb{1}_2 & 0 \\ 0 & \mathbb{1}_2 \end{pmatrix}$$

Die Dirac-Gleichung in <u>kovarianter</u> Form

$$\left(i\gamma^\mu\partial_\mu - \frac{mc}{\hbar}\right)\psi = 0$$

$$\gamma^0 = \beta \quad \gamma^i = \beta\alpha_i \quad \{\gamma^i, \gamma^j\} = -2\delta_{ij} \quad \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$$