Analiza danych ankietowych

Sprawozdanie 3

Weronika Jaszkiewicz Weronika Pyrtak

Contents

Część I oraz II

Zadanie 1

Funkcja *p_wartosc_warunkowy_test_symetrii()* realizuje warunkowy test symetrii dla tabeli 2×2. Test opiera się na liczbie niesymetrycznych par, których suma traktowana jest jako próba w rozkładzie dwumianowym z prawdopodobieństwem sukcesu 0.5 (hipoteza symetrii).

P-wartość obliczana jest jako dwustronne prawdopodobieństwo uzyskania wyniku co najmniej tak ekstremalnego jak zaobserwowany.

```
p_wartosc_warunkowy_test_symetrii<- function(tabela){
  n1 <- tabela[1,2]
  n2 <- tabela[2,1]
  n <- n1 + n2
```

```r
p <- 0

if(n1 < n/2){
  for (i in 1:n1) {
  p <- p + choose(n, i) * (0.5)^i * (0.5)^(n - i)
  }
}else if(n1 > n/2){
  for (i in n1:n) {
  p <- p + choose(n, i) * (0.5)^i * (0.5)^(n - i)
  }
}else{
    p <- 1
}
  return(list(p_value = p))
}
```

Zadanie 2

Dane dotyączce reakcji na lek po godzinie od jego przyjęcia dla dwóch różnych leków przeciwbólowych stosowanych w migrenie zostały przedstawione w poniższej tabeli.

Dla tych danych przeprowadzono test McNemara (z poprawką na ciągłość) oraz test warunkowy, miały one na celu zweryfikowanie hipotezy, że leki są jednakowo skuczene. Przyjmowany poziom istotności: $\alpha = 0.05$.

Table 1: Reakcja na lek A vs lek B

	Negatywna	Pozytywna
Negatywna	1	5
Pozytywna	2	4

Test McNemara z poprawka na ciagłość

```
##
##  McNemar's Chi-squared test with continuity correction
##
## data:  tabela_zad_2
## McNemar's chi-squared = 0.57143, df = 1, p-value = 0.4497
```

Wynik test wskazuje na brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej. Oznacza to, że brak istotnych statystycznie różnic pomiędzy skutecznością leku A i leku B, zatem można uznać, że leki A i B są jednakowo skuteczne w tej próbie.

Test warunkowy

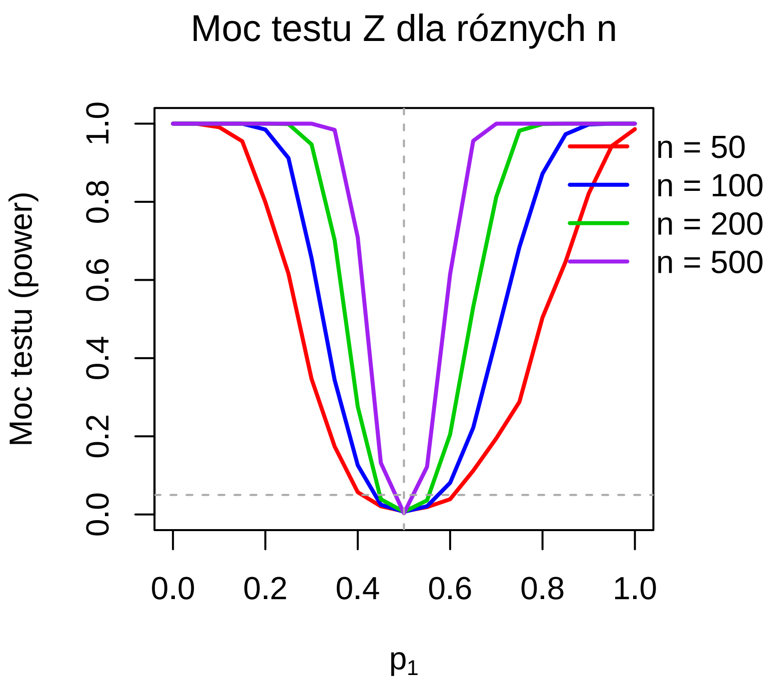
```
## $p_value
```

```
## [1] 0.2265625
```

P-wartość uzyskana w warunkowym teście symetrii jest znacznie większa od poziomu istotności. Oznacza to, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, czyli nie ma statystycznie istotnych różnic w skuteczności między lekiem A i lekiem B.

Zadanie 3

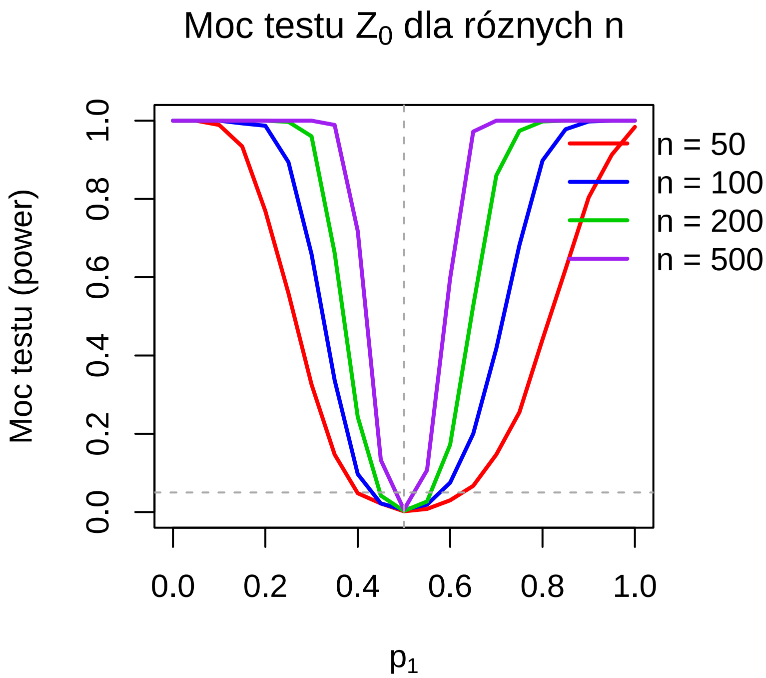
W celu porównania mocy testu Z oraz testu Z_0 przeprowadzono symulacje rozważając różne długości próby: $n = (50, 100, 200, 500)$.



Na wykresie przedstawiono estymowaną moc testu Z przy hipotezie zerowej $H_0 : p_1 = 0.5$. Krzywe mocy są symetryczne względem wartości $p_1 = 0.5$, co potwierdza, że test działa zgodnie z założeniem testowania dwustronnego.

Moc testu$Z$ wzrasta wraz z oddalaniem się wartości $p_1 = 0.5$. Oznacza to, że im większe jest rzeczywiste odchylenie od hipotezy zerowej, tym większa jest szansa na jej odrzucenie.

Z wykresu wynika również, że test Z staje się bardziej czuły wraz ze wzrostem liczności próby. Dla większych wartości moc testu szybciej rośnie i osiąga wartości bliskie 1. To wskazuje, że test jest bardziej skuteczny przy większych próbach.



Na wykresie przedstawiono estymowaną moc testu Z_0 przy hipotezie zerowej $H_0 : p_1 = 0.5$. Widać wyraźną symetrię względem $p_1 = 0.5$, co jets zgodne z założeniem testowania dwustronnego.

Można zauważyć, że moc testu rośnie wraz z oddalaniem się od od $p_1 = 0.5$. – im większa różnica między wartością rzeczywistą a wartością podaną w hipotezie zerowej, tym większa szansa na jej odrzucenie.

Dodatkowo, dla większych prób test Z_0 jest bardziej czuły – moc rośnie szybciej i szybciej zbliża się do wartości 1. Oznacza to, że test łatwiej wykrywa niewielkie różnice przy większej liczbie obserwacji.

Na podstawie symulacji stwierdzono, że testy Z i Z_0 wykazują bardzo podobne właściwości – moc obu testów rośnie wraz z licznością próby oraz oddalaniem się $p_1 = 0.5$. Oba testy są symetryczne względem $p_1 = 0.5$, co jest zgodne z założeniem testowania dwustronnego. Nie zaobserwowano istotnych różnic w mocy między testami, co sugeruje, że w analizowanych warunkach są równoważne pod względem skuteczności.

Zadanie 4

Celem badania było zweryfikowanie hipotezy, że zadowolenie ze szkoleń w pierwszym badanym okresie i w drugim badanym okresie pierwszego badania odpowiada modelowi symetrii.

Table 2: Tabela zadowolenia: pomiar 1 vs pomiar 2

	NIE	TAK
NIE	74	20

	NIE	TAK
TAK	8	98

```
##
##  McNemar's Chi-squared test with continuity correction
##
## data:  tabela_czy_zadow
## McNemar's chi-squared = 4.3214, df = 1, p-value = 0.03764
```

Na podstawie wyniku testu McNemara (z poprawka na ciagłość) odrzucamy hipotezę zerową ($p - value = 0.03764 < \alpha = 0.05$). Zatem możemy stwierdzić, że poziom zadowolenia ze szkoleń uległ istotnej statystycznie zmianie między pierwszym a drugim okresem badania.

Zadanie 5

Na podstawie danych przedstawionych w poniższej tableli sprawdzono, czy odpowiedzi w pierwszym badanym okresie i w drugim okresie odpowiadają modelowi symetrii. W tym celu przeprowadzono dwa testy:

Table 3: Tabela reakcji

	-2	-1	0	1	2
-2	10	2	1	1	0
-1	0	15	1	1	0
0	1	1	32	6	0
1	0	0	1	96	3
2	1	1	0	1	26

Test Bowkera

```
##
##  McNemar's Chi-squared test
##
## data:  tabela
## McNemar's chi-squared = NaN, df = 10, p-value = NA
```

Wynik testu Bowkera daje spodziewany wynik $p - value = NA$. Jest on spowodowany tym, że w liczniku statystyki testowej obliczamy $n_{ij} + n_{ji}$, co powoduje dzielenie przez 0.

Test IW

```
## $statistic
## [1] 13.32669
##
## $p_value
## [1] 0.2059752
```

W teście IW p-wartość przekracza standardowy poziom istotności ($\alpha = 0.05$), co zonacza, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej.Zatem test IW również nie wykazuje istotnych różnic między ocenami podejścia firmy w dwóch okresach.

W związku z tym, także na podstawie tego testu można stwierdzić, że ocena podejścia firmy do umożliwiania wdrażania wiedzy nie uległa istotnej zmianie.

Część III

Zadanie 6

W pewnym badaniu porównywano skuteczność dwóch metod leczenia: Leczenie A to nowa procedura, a Leczenie B to stara procedura.

Przeanalizowano wyniki dla całej grupy pacjentów oraz wyniki w podgrupach ze względu na dodatkową zmienną i odpowiedziono na pytanie, czy dla danych występuje paradoks Simpsona.

```
## Leczenie A Leczenie B
##      0.529      0.801
```

```
## Leczenie A Leczenie B
##      0.144      0.053
```

```
## Leczenie A Leczenie B
##      0.971      0.956
```

```
##        Tabela  Chi2 DF p_value
## 1  Cała grupa 35.36  1  0.0000
## 2 Z chorobami  1.47  1  0.2248
## 3  Bez chorób  0.09  1  0.7675
```

Analiza skuteczności metod leczenia

Dla całej grupy pacjentów skuteczność leczenia wynosi:

$$\text{Leczenie A:} \quad \frac{117}{117+104} \approx 0{,}529$$
$$\text{Leczenie B:} \quad \frac{177}{177+44} \approx 0{,}801$$

Dla pacjentów z chorobami współistniejącymi:

$$\text{Leczenie A:} \quad \frac{17}{17+101} \approx 0{,}144$$
$$\text{Leczenie B:} \quad \frac{2}{2+36} \approx 0{,}053$$

Dla pacjentów bez chorób współistniejących:

$$\text{Leczenie A:} \quad \frac{100}{100+3} \approx 0{,}971$$
$$\text{Leczenie B:} \quad \frac{175}{175+8} \approx 0{,}956$$

Wniosek

Tabela	Statystyka χ^2	DF	p-value
Cała grupa	47.06	1	<0.0001
Z chorobami	1.19	1	0.2755
Bez chorób	0.18	1	0.6699

Table 4: Wyniki testów χ^2 niezależności dla skuteczności leczenia

W każdej podgrupie leczenie A okazuje się skuteczniejsze niż leczenie B. Jednakże w całej populacji obserwujemy odwrotny wniosek — leczenie B ma wyższą skuteczność.

Jest to klasyczny przykład paradoksu Simpsona, w którym agregacja danych zaciemnia rzeczywiste zależności występujące w podgrupach.

Dla całej grupy różnica skuteczności między Leczeniem A i B jest statystycznie istotna ($p < 0.0001$).

W podgrupach nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy niezależności – brak istotnych różnic w skuteczności między metodami. To potwierdza występowanie paradoksu Simpsona – agregacja danych prowadzi do innych wniosków niż analiza w podgrupach.

Zadanie 7

Dla danych z listy 1, przyjmując za zmienną 1 - zmienną CZY_KIER, za zmienną 2 – zmienną PYT_2 i za zmienną 3 – zmienną STAŻ, przedstawiono interpretacje nastepujacych modeli log-liniowych: [13], [13], [123], [123], [1213] oraz [123].

```
# Zakładamy, że dane masz w ramce danych `dane`
# zmienne: CZY_KIER, PYT_2, STAZ
# Wczytanie danych
dane <- read.csv("ankieta.csv", sep = ";", fileEncoding = "Latin2")
colnames(dane) <- c('DZIAŁ','STAZ','CZY_KIER', 'PYT_1', 'PYT_2', 'PYT_3', 'PLEC', 'WIEK'

# Tabela kontyngencji 3D
tablica <- xtabs(~ CZY_KIER + PYT_2 + STAZ, data = dane)

# powinno zwrócić: "CZY_KIER" "PYT_2" "STAZ"
library(MASS)
```

```r
# Lista nazw i formuł modeli log-liniowych
model_names <- c("[1 3]", "[13]", "[1 2 3]", "[12 3]", "[12 13]", "[1 23]")
formulas <- list(
  ~ CZY_KIER + STAZ,
  ~ CZY_KIER + STAZ + CZY_KIER:STAZ,
  ~ CZY_KIER * PYT_2 * STAZ,
  ~ CZY_KIER * PYT_2 + STAZ,
  ~ CZY_KIER * PYT_2 + CZY_KIER * STAZ,
  ~ CZY_KIER + PYT_2 * STAZ + CZY_KIER:STAZ
)

# Dopasowanie modeli i zapis wyników
results <- data.frame(Model = model_names, Deviance = NA, DF = NA, p_value = NA)

for (i in seq_along(formulas)) {
  fit <- loglm(formulas[[i]], data = tablica)
  results$Deviance[i] <- round(fit$deviance, 2)
  results$DF[i] <- fit$df
  results$p_value[i] <- round(pchisq(fit$deviance, df = fit$df, lower.tail = FALSE), 4)
}

results
```

Model	Deviance	DF	p-value
[1 3]	203.07	20	0.0000
[13]	183.98	18	0.0000
[1 2 3]	0.00	0	1.0000
[12 3]	33.91	14	0.0021
[12 13]	14.82	12	0.2512
[1 23]	4.88	9	0.8446

Table 5: Dopasowanie modeli log-liniowych: wartość statystyki deviance, liczba stopni swobody i wartość p.

Na podstawie analizy modeli log-liniowych można stwierdzić, że najlepszym dopasowaniem do danych charakteryzuje się model [123], który uwzględnia zależność pomiędzy zmiennymi PYT_2 i STAZ oraz ich wspólny wpływ na CZY_KIER.

Model ten ma wysoką wartość p-value $(0,8446)$, co oznacza brak podstaw do jego odrzucenia, a jednocześnie jest prostszy niż model pełny [123]. Modele [13] i [13] należy odrzucić ze względu na istotnie słabe dopasowanie ($p < 0,001$).

Zadanie 8

Przyjmując model log-liniowy [123] oraz [1223]dla zmiennych opisanych w zadaniu 7 oszacowano prawdopobiebieństwa:

- ze osoba pracująca na stanowisku kierowniczym jest zdecydowanie zadowolona ze szkoleń,
- ze osoba o staż pracy krótszym niż rok pracuje na stanowisku kierowniczym;
- ze osoba o stażu pracy powyżej trzech lat nie pracuje na stanowisku kierowniczym.

Jakie byłyby oszacowania powyższych prawdopodobieństw przy założeniu modelu [1223]?

```
## Re-fitting to get fitted values

## Re-fitting to get fitted values

## % latex table generated in R 4.4.1 by xtable 1.8-4 package
## % Sat Jun 14 18:23:32 2025
## \begin{table}[ht]
## \centering
## \begin{tabular}{lrrr}
##   \toprule
## Opis prawdopodobieństwa & Dane & Model 123 & Model 12 23 \\
##   \midrule
## 1. Kierownik zdecydowanie zadowolony ze szkoleń & 0.0650 & 0.0650 & 0.0650 \\
##   2. Osoba o stażu krótszym niż rok jest kierownikiem & 0.0244 & 0.0244 & 0.1281 \\
##   3. Osoba o stażu dłuższym niż 3 lata nie jest kierownikiem & 0.5263 & 0.5263 & 0.77
##    \bottomrule
## \end{tabular}
## \caption{Porównanie modeli log-liniowych}
## \end{table}
```

Table 6: Porównanie estymowanych prawdopodobieństw dla modeli log-liniowych

Opis prawdopodobieństwa	Dane	Model [123]	Model [12 23]
1. Kierownik zdecydowanie zadowolony ze szkoleń	0.4815	0.4815	0.4815
2. Osoba o stażu krótszym niż rok jest kierownikiem	0.0244	0.0244	0.1281
3. Osoba o stażu dłuższym niż 3 lata nie jest kierownikiem	0.5263	0.5263	0.7781

Prawdopodobieństwa oszacowane przez oba modele są do siebie bardzo zbliżone. Model pełny [123] odwzorowuje dokładnie strukturę danych - jest nadmiernie dopasowany, natomiast model [1223] daje podobne wyniki przy mniejszej liczbie interakcji, dlatego może być uznany za bardziej parsymonialny i praktyczny w interpretacji.

Część IV

Zadanie 9

Dla danych wskazanych w zadaniu 7 zweryfikowano następujące hipotezy:

- zmienne losowe CZY_KIER, PYT_2 i STAŻ sa wzajemnie niezależne;
- zmienna losowa PYT_2 jest niezależna od pary zmiennych CZY_KIER i STAŻ;
- zmienna losowa PYT_2 jest niezależna od zmiennej CZY_KIER, przy ustalonej wartości zmiennej STAŻ

```
##                                    Hipoteza  Deviance DF p_value
## 1              H1: całkowita niezależność 42.242215 22  0.0058
## 2 H2: PYT_2 niezależna od (CZY_KIER, STAZ) 23.152114 20  0.2814
## 3              H3: PYT_2  CZY_KIER | STAZ  4.879959 12  0.9619
```

Hipoteza	Deviance	DF	p-value
H1: całkowita niezależność (CZY_KIER, PYT_2, STAZ)	42.24	17	0.0006
H2: PYT_2 niezależna od pary (CZY_KIER, STAZ)	23.15	15	0.0810
H3: PYT_2 $\perp$ CZY_KIER | STAZ (warunkowa niezależność)	4.88	9	0.8446

Table 7: Weryfikacja hipotez o niezależności między zmiennymi za pomocą modeli log-liniowych

Hipoteza H_1 została odrzucona na poziomie istotności $0,05$ — bardzo niskie p-value (0.0006) świadczy o silnych zależnościach między zmiennymi.

Hipoteza H_2 nie została odrzucona, ale wartość $p = 0.0810$ jest bliska granicy — wskazuje na możliwy umiarkowany związek.

Hipoteza H_3 nie została odrzucona — wysokie $p = 0.8446$ sugeruje, że warunkowa niezależność jest uzasadniona i dobrze opisuje dane.