

# Analiza danych ankietowych

## Sprawozdanie 3

Weronika Jaszkievicz

Weronika Pyrtak

### Contents

<b>Część I oraz II</b>	<b>2</b>
Zadanie 1 . . . . .	2
Zadanie 2 . . . . .	3
Zadanie 3 . . . . .	4
Zadanie 4 . . . . .	6
Zadanie 5 . . . . .	6
<b>Część III</b>	<b>8</b>
Zadanie 6 . . . . .	8
Zadanie 7 . . . . .	9
<b>Część IV i V</b>	<b>10</b>
Zadanie 8 . . . . .	10
Zadanie 9 . . . . .	11

## Część I oraz II

### Zadanie 1

Funkcja `p_wartosc_warunkowy_test_symetrii()` realizuje warunkowy test symetrii dla tabeli  $2 \times 2$ . Test opiera się na liczbie niesymetrycznych par, których suma traktowana jest jako próba w rozkładzie dwumianowym z prawdopodobieństwem sukcesu 0.5 (hipoteza symetrii).

P-wartość obliczana jest jako dwustronne prawdopodobieństwo uzyskania wyniku co najmniej tak ekstremalnego jak zaobserwowany.

```
p_wartosc_warunkowy_test_symetrii<- function(tabela){  
  n1 <- tabela[1,2]  
  n2 <- tabela[2,1]  
  n <- n1 + n2  
  p <- 0  
  
  if(n1 < n/2){  
    for (i in 1:n1) {  
      p <- p + choose(n, i) * (0.5)^i * (0.5)^(n - i)  
    }  
  }else if(n1 > n/2){  
    for (i in n1:n) {  
      p <- p + choose(n, i) * (0.5)^i * (0.5)^(n - i)  
    }  
  }else{  
    p <- 1  
  }  
  return(list(p_value = p))  
}
```

## Zadanie 2

Dane dotyczące reakcji na lek po godzinie od jego przyjęcia dla dwóch różnych leków przeciwbólowych stosowanych w migrenie zostały przedstawione w poniższej tabeli.

Dla tych danych przeprowadzono test McNemara (z poprawką na ciągłość) oraz test warunkowy, miały one na celu zweryfikowanie hipotezy, że leki są jednakowo skuteczne. Przyjmowany poziom istotności:  $\alpha = 0.05$ .

Table 1: Reakcja na lek A vs lek B

	Negatywna	Pozytywna
Negatywna	1	5
Pozytywna	2	4

### Test McNemara z poprawką na ciągłość

```
##  
## McNemar's Chi-squared test with continuity correction  
##  
## data:  tabela_zad_2  
## McNemar's chi-squared = 0.57143, df = 1, p-value = 0.4497
```

Wynik test wskazuje na brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej. Oznacza to, że brak istotnych statystycznie różnic pomiędzy skutecznością leku A i leku B, zatem można uznać, że leki A i B są jednakowo skuteczne w tej próbie.

### Test warunkowy

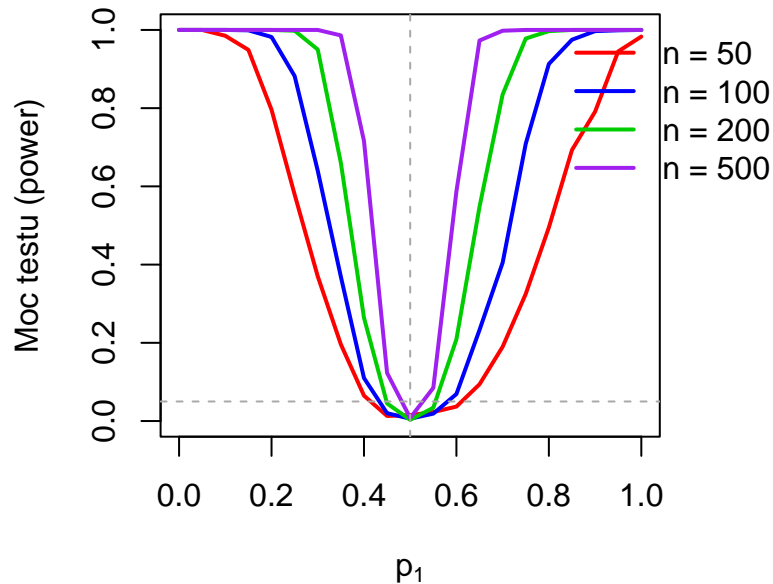
```
## $p_value  
## [1] 0.2265625
```

P-wartość uzyskana w warunkowym teście symetrii jest znacznie większa od poziomu istotności. Oznacza to, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, czyli nie ma statystycznie istotnych różnic w skuteczności między lekiem A i lekiem B.

### Zadanie 3

W celu porównania mocy testu  $Z$  oraz testu  $Z_0$  przeprowadzono symulacje rozważając różne długości próby:  $n = (50, 100, 200, 500)$ .

Moc testu  $Z$  dla różnych  $n$

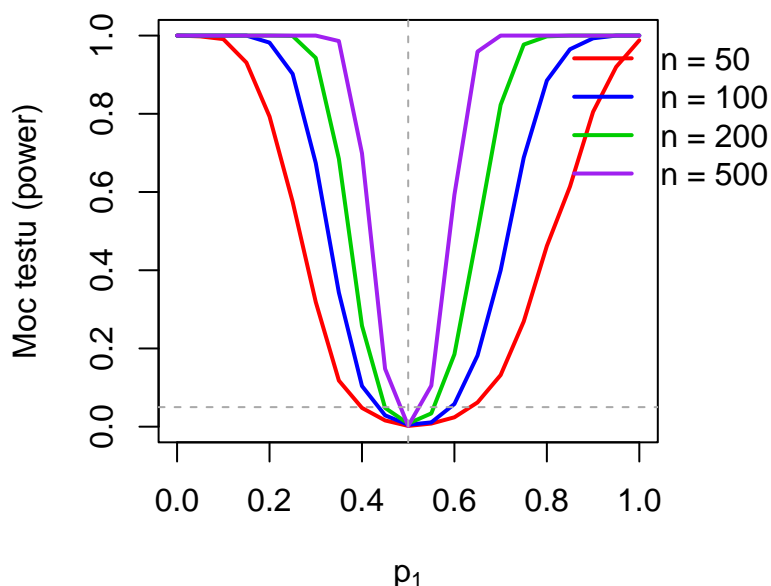


Na wykresie przedstawiono estymowaną moc testu  $Z$  przy hipotezie zerowej  $H_0 : p_1 = 0.5$ . Krzywe mocy są symetryczne względem wartości  $p_1 = 0.5$ , co potwierdza, że test działa zgodnie z założeniem testowania dwustronnego.

Moc testu  $Z$  wzrasta wraz z oddalaniem się wartości  $p_1 = 0.5$ . Oznacza to, że im większe jest rzeczywiste odchylenie od hipotezy zerowej, tym większa jest szansa na jej odrzucenie.

Z wykresu wynika również, że test  $Z$  staje się bardziej czuły wraz ze wzrostem liczności próby. Dla większych wartości moc testu szybciej rośnie i osiąga wartości bliskie 1. To wskazuje, że test jest bardziej skuteczny przy większych próbach.

Moc testu  $Z_0$  dla różnych  $n$



Na wykresie przedstawiono estymowaną moc testu  $Z_0$  przy hipotezie zerowej  $H_0 : p_1 = 0.5$ . Widać wyraźną symetrię względem  $p_1 = 0.5$ , co jest zgodne z założeniem testowania dwustronnego.

Można zauważyć, że moc testu rośnie wraz z oddalaniem się od  $p_1 = 0.5$ . – im większa różnica między wartością rzeczywistą a wartością podaną w hipotezie zerowej, tym większa szansa na jej odrzucenie.

Dodatkowo, dla większych prób test  $Z_0$  jest bardziej czuły – moc rośnie szybciej i szybciej zbliża się do wartości 1. Oznacza to, że test łatwiej wykrywa niewielkie różnice przy większej liczbie obserwacji.

Na podstawie symulacji stwierdzono, że testy  $Z$  i  $Z_0$  wykazują bardzo podobne właściwości – moc obu testów rośnie wraz z liczebnością próby oraz oddalaniem się  $p_1 = 0.5$ . Oba testy są symetryczne względem  $p_1 = 0.5$ , co jest zgodne z założeniem testowania dwustronnego. Nie zaobserwowano istotnych różnic w mocy między testami, co sugeruje, że w analizowanych warunkach są równoważne pod względem skuteczności.

## Zadanie 4

Celem badania było zweryfikowanie hipotezy, że zadowolenie ze szkoleń w pierwszym badanym okresie i w drugim badanym okresie pierwszego badania odpowiada modelowi symetrii.

Table 2: Tabela zadowolenia: pomiar 1 vs pomiar 2

	NIE	TAK
NIE	74	20
TAK	8	98

```
##
## McNemar's Chi-squared test with continuity correction
##
## data:  tabela_czy_zadow
## McNemar's chi-squared = 4.3214, df = 1, p-value = 0.03764
```

Na podstawie wyniku testu McNemara (z poprawką na ciągłość) odrzucamy hipotezę zerową ( $p - value = 0.03764 < \alpha = 0.05$ ). Zatem możemy stwierdzić, że poziom zadowolenia ze szkoleń uległ istotnej statystycznie zmianie między pierwszym a drugim okresem badania.

## Zadanie 5

Na podstawie danych przedstawionych w poniższej tabeli sprawdzono, czy odpowiedzi w pierwszym badanym okresie i w drugim okresie odpowiadają modelowi symetrii. W tym celu przeprowadzono dwa testy:

Table 3: Tabela reakcji

	-2	-1	0	1	2
-2	10	2	1	1	0
-1	0	15	1	1	0
0	1	1	32	6	0
1	0	0	1	96	3
2	1	1	0	1	26

### Test Bowkera

```
##
## McNemar's Chi-squared test
##
## data:  tabela
## McNemar's chi-squared = NaN, df = 10, p-value = NA
```

Wynik testu Bowkera daje spodziewany wynik  $p\text{-value} = NA$ . Jest on spowodowany tym, że w liczniku statystyki testowej obliczamy  $n_{ij} + n_{ji}$ , co powoduje dzielenie przez 0.

### Test IW

```
## $statistic
## [1] 13.32669
##
## $p_value
## [1] 0.2059752
```

W teście IW p-wartość przekracza standardowy poziom istotności ( $\alpha = 0.05$ ), co oznacza, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej. Zatem test IW również nie wykazuje istotnych różnic między ocenami podejścia firmy w dwóch okresach.

W związku z tym, także na podstawie tego testu można stwierdzić, że ocena podejścia firmy do umożliwiania wdrażania wiedzy nie uległa istotnej zmianie.

## Część III

### Zadanie 6

W pewnym badaniu porównywano skuteczność dwóch metod leczenia: Leczenie A to nowa procedura, a Leczenie B to stara procedura.

Przeanalizowano wyniki dla całej grupy pacjentów oraz wyniki w podgrupach ze względu na dodatkową zmienną i odpowiedziano na pytanie, czy dla danych występuje paradoks Simpsona.

### Analiza skuteczności metod leczenia

Dla całej grupy pacjentów skuteczność leczenia wynosi:

$$\text{Leczenie A: } \frac{117}{117 + 104} \approx 0,529$$

$$\text{Leczenie B: } \frac{177}{177 + 44} \approx 0,801$$

Dla pacjentów z chorobami współistniejącymi:

$$\text{Leczenie A: } \frac{17}{17 + 101} \approx 0,144$$

$$\text{Leczenie B: } \frac{2}{2 + 36} \approx 0,053$$

Dla pacjentów bez chorób współistniejących:

$$\text{Leczenie A: } \frac{100}{100 + 3} \approx 0,971$$

$$\text{Leczenie B: } \frac{175}{175 + 8} \approx 0,956$$

### Wniosek

Tabela	Statystyka $\chi^2$	DF	$p$ -value
Cała grupa	47.06	1	<0.0001
Z chorobami	1.19	1	0.2755
Bez chorób	0.18	1	0.6699

Table 4: Wyniki testów  $\chi^2$  niezależności dla skuteczności leczenia

W każdej podgrupie leczenie A okazuje się skuteczniejsze niż leczenie B. Jednakże w całej populacji obserwujemy odwrotny wniosek — leczenie B ma wyższą skuteczność.



Jest to klasyczny przykład paradoksu Simpsona, w którym agregacja danych zaciemnia rzeczywiste zależności występujące w podgrupach.

Dla całej grupy różnica skuteczności między Leczeniem A i B jest statystycznie istotna ( $p < 0.0001$ ).

W podgrupach nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy niezależności – brak istotnych różnic w skuteczności między metodami. To potwierdza występowanie paradoksu Simpsona – agregacja danych prowadzi do innych wniosków niż analiza w podgrupach.

## Zadanie 7

Dla danych z listy 1, przyjmując za zmienną 1 - zmienną CZY\_KIER, za zmienną 2 – zmienną PYT\_2 i za zmienną 3 – zmienną STAZ, przedstawiono interpretacje następujących modeli log-liniowych: [1 3], [13], [1 2 3], [12 3], [12 13] oraz [1 23].

Model	Deviance	DF	<i>p</i> -value
[1 3]	203.07	20	0.0000
[13]	183.98	18	0.0000
[1 2 3]	0.00	0	1.0000
[12 3]	33.91	14	0.0021
[12 13]	14.82	12	0.2512
[1 23]	4.88	9	0.8446

Table 5: Dopasowanie modeli log-liniowych: wartość statystyki deviance, liczba stopni swobody i wartość  $p$ .

Na podstawie analizy modeli log-liniowych można stwierdzić, że najlepszym dopasowaniem do danych charakteryzuje się model [1 23], który uwzględnia zależność pomiędzy zmiennymi PYT\_2 i STAZ oraz ich wspólny wpływ na CZY\_KIER.

Model ten ma wysoką wartość  $p$ -value (0,8446), co oznacza brak podstaw do jego odrzucenia, a jednocześnie jest prostszy niż model pełny [1 2 3]. Modele [1 3] i [13] należy odrzucić ze względu na istotnie słabe dopasowanie ( $p < 0,001$ ).

## Część IV i V

### Zadanie 8

Przyjmując model log-liniowy [123] oraz [12 23] dla zmiennych opisanych w zadaniu 7 oszacowano prawdopodobieństwa:

- ze osoba pracująca na stanowisku kierowniczym jest zdecydowanie zadowolona ze szkoleń,
- ze osoba o STAZu pracy krótszym niż rok pracuje na stanowisku kierowniczym;
- ze osoba o STAZu pracy powyżej trzech lat nie pracuje na stanowisku kierowniczym.

Table 6: Porównanie estymowanych prawdopodobieństw dla modeli log-liniowych

Opis prawdopodobieństwa	Dane	Model [123]	Model [12 23]
1. Kierownik zdecydowanie zadowolony ze szkoleń	0.4815	0.4815	0.4815
2. Osoba o STAZu krótszym niż rok jest kierownikiem	0.0244	0.0244	0.1281
3. Osoba o STAZu dłuższym niż 3 lata nie jest kierownikiem	0.5263	0.5263	0.7781

Wszystkie trzy modele - dane empiryczne, model pełny [123] i uproszczony [12 23] - zgodnie wskazują, że osoby na stanowiskach kierowniczych są często zdecydowanie zadowolone ze szkoleń.

W przypadku modelu [12 23] znacznie przeszacowano prawdopodobieństwo, że osoba o STAZu krótszym niż rok jest kierownikiem, co świadczy o braku pełnej interakcji z czasem pracy.

Model [12 23] również znacząco zawyżył szansę, że osoba z długim STAZem nie pełni funkcji kierowniczej, co może świadczyć o jego niedopasowaniu względem rzeczywistego układu zależności między zmiennymi.

## Zadanie 9

Dla danych wskazanych w zadaniu 7 zweryfikowano następujące hipotezy:

- zmienne losowe CZY\_KIER, PYT\_2 i STAZ są wzajemnie niezależne;
  - zmienna losowa PYT\_2 jest niezależna od pary zmiennych CZY\_KIER i STAZ;
  - zmienna losowa PYT\_2 jest niezależna od zmiennej CZY\_KIER, przy ustalonej wartości zmiennej STAZ
- a)  $H_0$  : Wszystkie trzy zmienne są wzajemnie niezależne - [1 2 3]

**Model bazowy:** model [1 2 3] **Modele pełniejsze (4 nadmodele):**

Table 7: Porównanie modeli dla hipotezy  $H_0$  — niezależność trójkowa

Model	$p$ -value
[12 13]	0.0016
[12 23]	4.73e-05
[13 23]	9.87e-06
[12 13 23]	2.77e-05

Wszystkie nadmodele istotnie poprawiają dopasowanie w porównaniu do modelu zakładającego pełną niezależność. Odrzucamy hipotezę trójkowej niezależności — zmienne CZY\_KIER, PYT\_2 i STAZ nie są wzajemnie niezależne.

- b)  $H_0$  : Zmienna PYT\_2 jest niezależna od CZY\_KIER i STAZ - [2 13]

**Model bazowy:** model [2 13] **Modele pełniejsze (4 nadmodele):**

Table 8: Porównanie modeli dla hipotezy  $H_0$

Model	$p$ -value
[12 13]	0.0397
[13 23]	0.0056
[12 13 23]	0.0104
[123]	0.0810

Dla trzech z czterech nad modeli  $p - value < 0.05$ , co oznacza, że wprowadzenie zależności PYT\_2 z pozostałymi zmiennymi istotnie poprawia dopasowanie modelu. Odrzucamy hipotezę, że PYT\_2 jest niezależna od (CZY\_KIER, STAZ).

- c)  $H_0$  : Zmienne PYT\_2 i CZY\_KIER są nie są bezpośrednio zależne STAZ - [13 23]

**Model bazowy:** model [13 23]

**Modele pełniejsze (1 nadmodel):**

Table 9: Porównanie modeli dla hipotezy  $H_0$

Model	$p$ -value
[12 13 23]	0.3500
[123]	0.8446

Obie wartości  $p$  są zdecydowanie większe niż 0.05 – brak podstaw do odrzucenia hipotezy. Nie odrzucamy hipotezy warunkowej niezależności — `PYT_2` jest niezależna od `CZY_KIER` przy ustalonej wartości `STAŻ`.