

Демонстрационный вариант А

1. Решите разностное уравнение

$$y_{t+3} - y_{t+2} + 4y_{t+1} - 4y_t = 26 \cdot 3^t + 10t + 9.$$

2. Решите систему разностных уравнений

$$\begin{pmatrix} x_{t+1} \\ y_{t+1} \\ z_{t+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & 3 & -1 \end{pmatrix},$$

собственное значение имеет кратность 3.

3. Пусть функция $q(x)$ непрерывна на всей оси и периодична с периодом. Пусть $y(x)$ нетривиальное решение уравнения

$$y'' + q(x)y(x) = 0,$$

удовлетворяющее условию $y(0) = y(1) = 0$. Докажите, что $y(x+1) = Cy(x)$ при некотором C .

4. Найдите положения равновесия автономной системы уравнений, определите их характер, и нарисуйте фазовые портреты в окрестности положений равновесия

$$\begin{cases} \dot{x} = 2 - 2\sqrt{1+x+y}, \\ \dot{y} = \exp\left(\frac{5}{4}x + 2y + y^2\right) - 1. \end{cases}$$

5. Решите однородное уравнение в частных производных первого порядка

$$x^2 \frac{\partial u}{\partial x} + (2xy - y^2) \frac{\partial u}{\partial y} + (2xz - yz) \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$