

Вариант 1 с пересдачи 1

1. Решите разностное уравнение

$$y_{t+3} + 4y_{t+2} + 5y_{t+1} + 2y_t = 12t + 16$$

с начальными условиями $y_0 = 0$, $y_1 = y_2 = 1$.

2. Решите систему разностных уравнений

$$\begin{pmatrix} x_{t+1} \\ y_{t+1} \\ z_{t+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix},$$

собственное значение имеет кратность 3.

3. Пусть функции $q(x)$ и $p(x)$ непрерывны для всех x и $q(x) < 0$. $y(x)$ — нетривиальное решение уравнения

$$y'' + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0.$$

Покажите, что если решение принимает максимальное значение в некоторой точке, то это значение не может быть больше 0.

4. Найдите положения равновесия автономной системы уравнений, определите их характер, и нарисуйте фазовые портреты в окрестности положений равновесия

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - x^2 - y^2 \\ \dot{y} = 2x \end{cases}$$

5. Решите систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{x}{x-y} \\ \dot{y} = \frac{y}{x-y} \end{cases}$$