

Local Variable Selection and Parameter Estimation of Spatially Varying Coefficient Regression Models

Wesley Brooks

Abstract

intentionally empty

1. Simulation

1.1. Simulation results

2. References

References

location	step				gradient				parabola			
	GWEN		GWAL		GWEN		GWAL		GWEN		GWAL	
	step				gradient				parabola			
	GWEN		GWAL		GWEN		GWAL		GWEN		GWAL	
	β_1	$\beta_2 - \beta_5$	β_1	$\beta_2 - \beta_5$	β_1	$\beta_2 - \beta_5$	β_1	$\beta_2 - \beta_5$	β_1	$\beta_2 - \beta_5$	β_1	$\beta_2 - \beta_5$
1	0.96	0.00	0.96	0.00	0.99	0.00	0.99	0.00	0.42	0.00	0.44	0.00
	0.96	0.04	0.95	0.02	0.96	0.01	0.95	0.01	0.34	0.00	0.31	0.01
	0.81	0.22	0.85	0.06	0.79	0.23	0.85	0.04	0.14	0.03	0.28	0.04
2	0.94	0.00	0.97	0.00	0.98	0.00	0.96	0.00	0.61	0.01	0.63	0.01
	0.94	0.04	0.92	0.00	0.90	0.01	0.90	0.01	0.59	0.01	0.62	0.00
	0.66	0.18	0.72	0.08	0.62	0.17	0.72	0.08	0.23	0.06	0.39	0.08
3	0.74	0.01	0.74	0.01	0.88	0.00	0.90	0.00	0.74	0.01	0.76	0.00
	0.69	0.03	0.74	0.00	0.79	0.01	0.84	0.00	0.74	0.00	0.78	0.01
	0.38	0.09	0.59	0.06	0.52	0.13	0.60	0.07	0.37	0.05	0.53	0.06
4	0.54	0.01	0.55	0.01	0.83	0.00	0.82	0.00	0.57	0.00	0.60	0.00
	0.44	0.01	0.52	0.00	0.72	0.00	0.75	0.00	0.61	0.01	0.60	0.01
	0.22	0.04	0.38	0.06	0.36	0.10	0.52	0.07	0.28	0.05	0.47	0.06
5	0.41	0.00	0.44	0.00	0.68	0.00	0.66	0.00	0.32	0.00	0.34	0.00
	0.35	0.01	0.40	0.00	0.57	0.00	0.60	0.01	0.34	0.00	0.38	0.01
	0.16	0.02	0.28	0.03	0.21	0.05	0.42	0.04	0.08	0.01	0.28	0.06

Table 1: Selection frequency for the indicated variables.

function	location	GWEN	GWAL	GWEN- LLE	GWAL- LLE	oracle	GWR
step	1	0.235	0.222	0.240	0.244	<i>0.162</i>	0.152
		0.250	0.219	0.273	0.238	<i>0.194</i>	0.192
		0.428	<i>0.316</i>	0.496	0.330	0.185	0.550
	2	0.255	0.222	0.132	0.106	<i>0.093</i>	0.092
		0.271	0.235	0.137	0.145	0.088	<i>0.093</i>
		0.502	0.379	0.408	0.309	0.094	<i>0.181</i>
	3	0.055	0.055	0.060	0.060	<i>0.017</i>	0.016
		0.064	0.054	0.067	0.064	0.015	<i>0.016</i>
		0.114	0.086	0.113	0.092	0.017	<i>0.069</i>
	4	0.076	0.082	0.070	<i>0.074</i>	0.102	0.104
		0.046	0.067	<i>0.059</i>	0.073	0.102	0.104
		0.021	0.051	<i>0.023</i>	0.044	0.099	0.183
	5	0.082	0.089	<i>0.023</i>	0.025	0.000	0.125
		0.047	0.072	0.027	<i>0.024</i>	0.000	0.172
		<i>0.017</i>	0.053	0.036	0.039	0.000	0.370
gradient	1	0.231	0.226	0.109	0.126	<i>0.063</i>	0.046
		0.303	0.275	0.121	0.127	0.061	<i>0.092</i>
		0.454	0.363	0.510	<i>0.332</i>	0.067	0.391
	2	0.029	0.033	0.024	0.030	0.011	<i>0.012</i>
		0.063	0.054	0.054	0.049	0.013	<i>0.025</i>
		0.164	0.115	0.164	0.114	0.017	<i>0.111</i>
	3	0.035	0.030	0.036	0.031	0.007	<i>0.007</i>
		0.061	0.046	0.057	0.048	0.009	<i>0.014</i>
		0.131	0.101	0.129	0.104	0.009	<i>0.051</i>
	4	0.039	0.041	0.043	0.044	<i>0.014</i>	0.014
		0.056	0.049	0.055	0.051	0.012	<i>0.018</i>
		0.118	0.089	0.123	0.090	0.011	<i>0.063</i>
	5	0.128	0.130	0.026	<i>0.024</i>	0.000	0.046
		0.091	0.115	<i>0.016</i>	0.021	0.000	0.072
		0.026	0.073	0.046	<i>0.015</i>	0.000	0.277
parabola	1	<i>0.040</i>	0.044	0.060	0.059	0.001	0.126
		<i>0.029</i>	0.033	0.081	0.073	0.001	0.151
		<i>0.011</i>	0.028	0.027	0.051	0.001	0.374
	2	0.100	0.094	0.096	0.094	<i>0.029</i>	0.029
		0.108	0.096	0.099	0.093	0.028	<i>0.037</i>
		0.176	0.176	0.173	0.197	0.032	<i>0.109</i>
	3	0.103	0.097	0.091	0.087	0.035	<i>0.042</i>
		0.112	0.090	0.093	0.080	0.029	<i>0.043</i>
		0.198	0.155	0.191	0.150	0.036	<i>0.080</i>
	4	0.108	0.101	0.104	0.098	0.030	<i>0.031</i>
		0.108	0.100	0.098	0.097	0.024	<i>0.034</i>
		0.172	0.129	0.173	0.128	0.026	<i>0.082</i>
	5	0.036	<i>0.035</i>	0.054	0.055	0.001	0.109
		<i>0.028</i>	0.040	0.042	0.059	0.001	0.139
		<i>0.009</i>	0.025	0.016	0.036	0.001	0.424

Table 2: Mean squared error of $\hat{\beta}_1$ (**minimum**, *next best*).

function	location	GWEN	GWAL	GWEN- LLE	GWAL- LLE	oracle	GWR
step	1	-0.416	-0.402	0.219	0.231	<i>0.226</i>	0.289
		-0.441	-0.399	<i>0.203</i>	0.180	0.237	0.289
		-0.595	-0.465	<i>-0.056</i>	0.019	0.254	0.408
	2	-0.471	-0.443	-0.296	-0.267	-0.275	<i>-0.273</i>
		-0.477	-0.426	-0.255	-0.267	<i>-0.256</i>	-0.265
		-0.668	-0.551	-0.537	-0.439	<i>-0.271</i>	-0.237
	3	-0.098	-0.089	<i>-0.035</i>	-0.033	0.076	0.075
		-0.157	-0.100	<i>-0.067</i>	-0.026	0.080	0.077
		-0.280	-0.150	-0.249	-0.112	0.077	<i>0.094</i>
	4	<i>0.159</i>	0.171	0.154	0.162	0.293	0.301
		0.092	0.144	<i>0.112</i>	0.152	0.300	0.296
		<i>-0.001</i>	0.086	0.001	0.075	0.295	0.331
	5	0.180	0.195	<i>-0.072</i>	-0.078	0.000	-0.271
		0.123	0.167	-0.062	<i>-0.062</i>	0.000	-0.283
		0.047	0.118	<i>-0.035</i>	-0.052	0.000	-0.290
gradient	1	-0.453	-0.441	<i>0.014</i>	0.016	-0.010	0.026
		-0.524	-0.491	-0.007	<i>0.015</i>	0.046	0.089
		-0.629	-0.503	-0.280	<i>-0.095</i>	0.027	0.153
	2	-0.103	-0.105	0.028	0.015	0.025	<i>0.024</i>
		-0.181	-0.140	-0.018	<i>-0.023</i>	0.029	0.044
		-0.342	-0.227	-0.270	-0.147	0.017	<i>0.053</i>
	3	-0.084	-0.069	<i>-0.026</i>	-0.017	0.028	0.027
		-0.146	-0.091	-0.072	-0.044	<i>0.018</i>	0.018
		-0.303	-0.214	-0.266	-0.180	0.013	<i>0.022</i>
	4	-0.048	-0.049	<i>-0.029</i>	-0.036	0.026	0.030
		-0.127	-0.088	-0.105	-0.098	<i>-0.016</i>	-0.015
		-0.290	-0.195	-0.286	-0.193	-0.005	<i>-0.012</i>
	5	0.290	0.289	0.056	0.057	0.000	<i>0.019</i>
		0.221	0.257	-0.034	<i>-0.029</i>	0.000	-0.086
		0.068	0.173	-0.041	<i>0.004</i>	0.000	-0.103
parabola	1	0.104	0.113	<i>0.100</i>	0.100	-0.034	0.276
		<i>0.071</i>	0.073	0.115	0.099	-0.034	0.245
		0.007	0.060	<i>0.022</i>	0.079	-0.034	0.208
	2	-0.249	-0.238	-0.223	-0.222	-0.133	<i>-0.133</i>
		-0.281	-0.248	-0.235	-0.219	-0.125	<i>-0.137</i>
		-0.395	-0.291	-0.377	-0.278	-0.128	<i>-0.145</i>
	3	-0.257	-0.245	-0.210	-0.203	-0.159	<i>-0.186</i>
		-0.276	-0.232	-0.210	-0.190	-0.141	<i>-0.180</i>
		-0.412	-0.342	-0.386	-0.322	<i>-0.166</i>	-0.156
	4	-0.269	-0.254	-0.240	-0.230	-0.135	<i>-0.137</i>
		-0.279	-0.250	-0.231	-0.225	-0.119	<i>-0.132</i>
		-0.389	-0.305	-0.372	-0.290	<i>-0.136</i>	-0.078
	5	<i>0.080</i>	0.084	0.092	0.097	-0.034	0.247
		<i>0.069</i>	0.097	0.079	0.102	-0.034	0.248
		<i>-0.007</i>	0.054	-0.004	0.046	-0.034	0.352

Table 3: Bias of $\hat{\beta}_1$ (**minimum**, *next best*).

function	location	GWEN	GWAL	GWEN- LLE	GWAL- LLE	oracle	GWR
step	1	<i>0.062</i>	0.061	0.194	0.192	0.112	0.069
		0.056	<i>0.061</i>	0.234	0.207	0.139	0.110
		0.074	<i>0.101</i>	0.498	0.333	0.122	0.387
	2	0.033	0.027	0.045	0.036	0.017	<i>0.018</i>
		0.044	0.054	0.072	0.075	<i>0.023</i>	0.023
		<i>0.056</i>	0.076	0.121	0.118	0.020	0.126
	3	0.046	0.048	0.059	0.060	<i>0.011</i>	0.011
		0.039	0.045	0.063	0.064	0.009	<i>0.011</i>
		<i>0.036</i>	0.064	0.052	0.080	0.011	0.060
	4	0.051	0.053	0.047	0.048	<i>0.016</i>	0.014
		0.038	0.047	0.047	0.051	0.012	<i>0.017</i>
		<i>0.021</i>	0.044	0.023	0.038	0.012	0.074
	5	0.050	0.052	<i>0.018</i>	0.019	0.000	0.052
		0.033	0.044	0.023	<i>0.020</i>	0.000	0.093
		<i>0.015</i>	0.039	0.035	0.037	0.000	0.289
gradient	1	0.027	<i>0.032</i>	0.110	0.127	0.063	0.046
		0.029	<i>0.034</i>	0.122	0.128	0.060	0.085
		0.059	0.111	0.436	0.326	<i>0.067</i>	0.371
	2	0.018	0.022	0.023	0.030	0.011	<i>0.011</i>
		0.030	0.034	0.054	0.049	0.012	<i>0.023</i>
		<i>0.048</i>	0.064	0.092	0.094	0.017	0.109
	3	0.029	0.026	0.035	0.031	0.006	<i>0.007</i>
		0.040	0.038	0.052	0.046	0.009	<i>0.014</i>
		<i>0.040</i>	0.056	0.059	0.072	0.009	0.051
	4	0.037	0.039	0.042	0.043	<i>0.014</i>	0.013
		0.040	0.042	0.044	0.041	0.011	<i>0.018</i>
		<i>0.034</i>	0.052	0.042	0.054	0.011	0.063
	5	0.044	0.047	0.023	<i>0.021</i>	0.000	0.046
		0.043	0.050	<i>0.015</i>	0.020	0.000	0.065
		0.022	0.044	0.045	<i>0.015</i>	0.000	0.269
parabola	1	<i>0.030</i>	0.032	0.050	0.049	0.000	0.051
		<i>0.024</i>	0.028	0.069	0.064	0.000	0.092
		<i>0.011</i>	0.025	0.027	0.045	0.000	0.334
	2	0.038	0.038	0.046	0.045	<i>0.011</i>	0.011
		0.029	0.035	0.045	0.046	0.012	<i>0.019</i>
		<i>0.020</i>	0.092	0.032	0.121	0.016	0.089
	3	0.037	0.037	0.048	0.047	<i>0.010</i>	0.008
		0.036	0.037	0.050	0.045	0.009	<i>0.011</i>
		<i>0.029</i>	0.038	0.042	0.047	0.009	0.056
	4	0.036	0.037	0.047	0.046	0.011	<i>0.012</i>
		0.031	0.038	0.045	0.046	0.009	<i>0.017</i>
		<i>0.021</i>	0.037	0.035	0.044	0.008	0.077
	5	0.030	<i>0.029</i>	0.046	0.046	0.000	0.049
		<i>0.024</i>	0.031	0.036	0.049	0.000	0.078
		<i>0.009</i>	0.022	0.016	0.035	0.000	0.304

Table 4: Variance of $\hat{\beta}_1$ (**minimum**, *next best*).

function	location	GWEN	GWAL	GWEN- LLE	GWAL- LLE	oracle	GWR
step	1	0.200	0.203	1.294	1.322	0.206	0.206
		0.169	0.167	1.711	1.538	0.174	0.174
		0.205	0.196	1.542	1.712	0.209	0.197
	2	0.216	0.211	0.775	0.784	0.212	0.208
		0.232	0.228	0.905	0.851	0.239	0.231
		0.189	0.190	0.506	0.612	0.194	0.184
	3	0.233	0.233	0.577	0.569	0.233	0.233
		0.231	0.234	0.543	0.586	0.234	0.230
		0.246	0.230	0.482	0.655	0.243	0.238
	4	0.242	0.244	0.500	0.513	0.250	0.248
		0.249	0.253	0.449	0.556	0.258	0.259
		0.251	0.242	0.356	0.446	0.251	0.242
	5	0.244	0.246	0.428	0.452	0.248	0.229
		0.248	0.249	0.415	0.419	0.254	0.247
		0.242	0.246	0.313	0.423	0.245	0.229
gradient	1	0.195	0.196	1.134	1.136	0.195	0.188
		0.206	0.204	1.226	1.164	0.203	0.193
		0.199	0.195	1.622	1.653	0.201	0.193
	2	0.246	0.241	0.668	0.611	0.243	0.244
		0.237	0.238	0.782	0.769	0.241	0.238
		0.245	0.239	0.757	0.942	0.243	0.244
	3	0.241	0.243	0.549	0.570	0.247	0.238
		0.234	0.229	0.566	0.590	0.233	0.236
		0.230	0.234	0.466	0.605	0.238	0.236
	4	0.232	0.233	0.436	0.429	0.235	0.230
		0.246	0.246	0.616	0.743	0.250	0.240
		0.222	0.225	0.371	0.620	0.228	0.229
	5	0.241	0.241	0.394	0.388	0.248	0.221
		0.246	0.247	0.418	0.425	0.250	0.241
		0.249	0.244	0.283	0.317	0.248	0.236
parabola	1	0.242	0.243	0.316	0.303	0.252	0.227
		0.241	0.243	0.368	0.317	0.247	0.219
		0.253	0.255	0.306	0.481	0.256	0.240
	2	0.235	0.231	0.442	0.450	0.239	0.234
		0.245	0.247	0.451	0.492	0.246	0.241
		0.257	0.250	0.426	0.613	0.254	0.251
	3	0.215	0.213	0.451	0.460	0.216	0.217
		0.244	0.238	0.467	0.473	0.241	0.240
		0.242	0.240	0.400	0.492	0.245	0.241
	4	0.229	0.226	0.361	0.360	0.232	0.228
		0.239	0.237	0.427	0.428	0.237	0.238
		0.248	0.246	0.418	0.535	0.249	0.250
	5	0.247	0.247	0.384	0.383	0.249	0.230
		0.245	0.240	0.372	0.350	0.246	0.235
		0.248	0.242	0.295	0.490	0.252	0.230

Table 5: Mean squared error of \hat{y} (**minimum**, *next best*).