Lista 2

Problema 1 - A órbita no espaço de um corpo em torno de outro, como um planeta ao redor do Sol, não necessáriamente é circular. Em geral, assume a forma de uma elipse, com o corpo às vezes mais perto em às vezes mais adiante do ponto focal. Sabendo-se a distância l_1 do ponto mais próximo que um o planeta chega do Sol, também chamado de seu periélio, e sua velocidade linear v_1 no periélio, então qualquer outra propriedade da órbita pode ser calculada a partir destes dois como segue:

- A segunda lei de Kepler nos diz que a distância l_2 e a velocidade v_2 do planeta em seu ponto mais distante, ou afélio, satisfaz $l_2 v_2 = l_1 v_1$. Ao mesmo tempo, a energia total, a cinética mais gravitacional, de um planeta com velocidade v e distância r do Sol é dada por:

$$E = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{GmM}{r} \tag{1}$$

onde m é a massa do planeta, $M = 1.9891 \times 10^{30}$ kg é a massa do Sol, e $G = 6,66738 \times 10^{-11}\ m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}$ é a constante gravitacional de Newton. Dado que a energia deve ser conservada, pode-se mostrar que v_2 é a raiz menor da equação quadrática:

$$v_2^2 - \frac{2GM}{v_1 l_1} v_2 - \left[v_1^2 - \frac{2GM}{l_1} \right] \tag{2}$$

Com v_2 podemos calcular l_2 usando a relação $l_2 = l_1 v_1 / v_2$.

(a) Dado os valores de v_1, l_1 e l_2, outros parâmetros da órbita são dados por fórmulas simples podem ser derivadas das leis de Kepler e do fato de que a órbita é uma elipse:

semi-eixo maior: $a = 1/2(l_1 + l_2)$

semi-eixo menor: $b = \sqrt{l_1 l_2}$

período orbital: $T = \frac{2\pi ab}{l_1 v_1}$

excentricidade: $e = \frac{l_2 - l_1}{l_2 + l_1}$

Escreva um programa que peça ao usuário para entrar com a distância ao Sol e a velocidade no periélio, calcula e imprime as quantidades l_2, v_2, T e e.

Teste seu programa fazendo com que ele calcule as propriedades das órbitas da Terra (para o qual $l_1 = 1,4710 \times 10^{11}\ m$ e $v_1 = 3,0287 \times 10^4 m/s$) e o cometa Halley ($l_1 = 8,778 \times 10^{10} m$ e $v_1 = 5,4529 \times 10^4 m/s$). Entre outras coisas, você deve achar que o período orbital da Terra é de um ano e o do Halley é de cerca de 76 anos.

Problema 2 -Como visto na lista 1, na física nuclear, a fórmula de massa semiempírica é uma fórmula para o cálculo aproximado da energia B de ligação nuclear de um núcleo atômico com número atômico Z e número de massa A:

$$B = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_4 \frac{(A - 2Z)^2}{A} + \frac{a_5}{A^{1/2}} \tag{3}$$

onde, em unidades de milhões de elétron-volts, as constantes são $a_1 = 15.67$, $a_2 = 17.23$, $a_3 = 0,75$, $a_14 = 93,2$, e

$$a_5 = \begin{cases} 12.0 \text{ se Z e A-Z são pares} \\ -12.0 \text{ se Z e A-Z são ímpares} \\ 0 \text{ nos outros casos} \end{cases}$$

Use seu programa da lista 1 como base e:

(a) Modifique-o para imprimir não a energia de ligação total B, mas a ligação energia por núcleon, que é B/A.

(b) depois modifique seu programa de modo que ele use como entrada apenas um único valor do número atômico Z e depois passa por todos os valores de A indo de A = Z para A = 3Z, para encontrar aquele que tenha a maior energia de ligação por núcleon. Este será o núcleo mais estável com o número atômico dado. Peça ao seu programa que imprima o valor de A para este núcleon mais estável e o valor da energia de ligação por nucleon.

(c) Modifique seu programa novamente para que, em vez de tomar Z como entrada, ele percorre todos os valores de Z de 1 a 100 e imprime o valor mais estável de A para cada um. A que valor de Z a energia máxima de ligação por núcleon ocorre?

Problema 3 - O coeficiente binomial é um inteiro dado por:

$$\binom{n}{k} = \frac{n^{\underline{k}}}{k!} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-(k-1))}{k(k-1)(k-2)\cdots 1} \tag{4}$$

para $k \geq 1$, ou $\binom{n}{0} = 1$ quando $k = 0$

(a) escreva uma função que calcula o coeficiente binomial para n e k fornecidos. Certifique-se de que sua função retorna a resposta na forma de um número inteiro (não um float) e dá o valor correto de 1 para o caso em que $k = 0$.

(b) Usando sua função, escreva um programa para imprimir as primeiras 20 linhas do Triângulo de Pascal.

(c) A probabilidade de uma moeda imparcial, jogada n vezes, dar cara k vezes é $\binom{n}{k}/2^n$. Escreva um programa para calcular a probabilidade total de que uma moeda jogada 100 vezes de caras exatamente 60 vezes, e (b) a probabilidade de que ela de cara 60 vezes ou mais.