



Algoritmos de ordenação – parte II

Prof. Dr. Wesin Ribeiro

Nessa aula você irá aprender

- O que é recursão
- Estratégia divisão e conquista
- Ordenação mergesort
- Ordenação quicksort
- Analisar a complexidade dos algoritmos

Recursão

O que é recursão ?



A recursão deixa o código mais elegante

- Sem garantia de melhora de desempenho
- Os loops as vezes são mais rápidos
- “os loops melhoram o desempenho do programa, a recursão melhora o desempenho do programador”. (Leigh Caldwell, Stackoverflow)

Uma função recursiva
chama a si mesma

- Perigo de criar loops infinitos
- Caso base
- Caso recursivo

Exemplo clássico de recursividade

- Calcular o Fatorial de n
- Caso base
 - $!0$ ou $!1 \Rightarrow 1$
- Caso recursivo
 - $!n = n * !(n-1)$

Merge sort

Merge sort

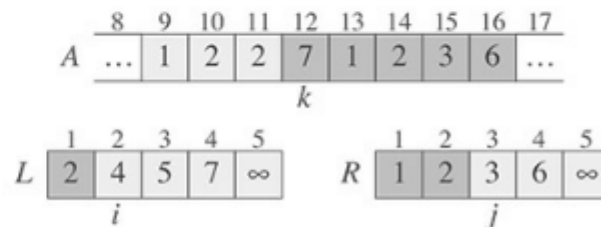
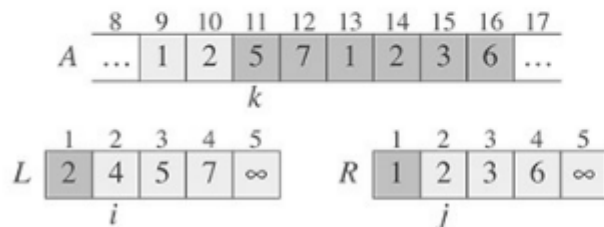
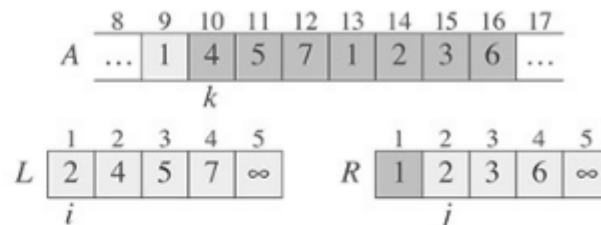
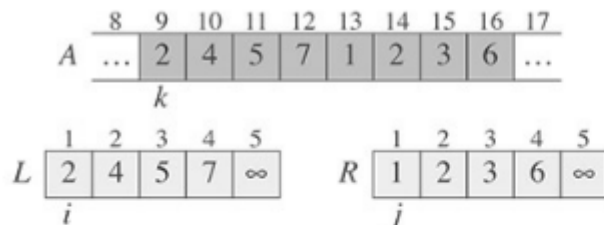
- Criado em 1945 pelo matemático americano John Von Neumann
- faz uso da estratégia “dividir para conquistar” para resolver problemas



A estratégia divisão e conquista do mergesort:

- Divisão
 - Divide o conjunto de n elementos em dois subconjuntos de $n/2$ elementos
- Conquista
 - Ordena cada subconjunto recursivamente, intercalando os elementos
- Combinação
 - Intercala os dois subconjuntos ordenados

Considerando um subconjunto A



Considerando um subconjunto A

	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
A	...	1	2	2	3	1	2	3	6	...	
						k					
	1	2	3	4	5						
L	2	4	5	7	∞						
	i										
	1	2	3	4	5						
R	1	2	3	6	∞						
						j					

(e)

	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
A	...	1	2	2	3	4	2	3	6	...	
						k					
	1	2	3	4	5						
L	2	4	5	7	∞						
	i										
	1	2	3	4	5						
R	1	2	3	6	∞						
						j					

(f)

	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
A	...	1	2	2	3	4	5	3	6	...	
						k					
	1	2	3	4	5						
L	2	4	5	7	∞						
	i										
	1	2	3	4	5						
R	1	2	3	6	∞						
						j					

(g)

	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
A	...	1	2	2	3	4	5	6	6	...	
						k					

	1	2	3	4	5
L	2	4	5	7	∞
	i				

	1	2	3	4	5
R	1	2	3	6	∞
				j	

(h)

	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17						
A	...	1	2	2	3	4	5	6	7	...						
						k										
	1	2	3	4	5											
L	2	4	5	7	∞											
	i															
	1	2	3	4	5											
R	1	2	3	6	∞											
						j										

(i)

Pseudo código

MERGE(A, p, q, r)

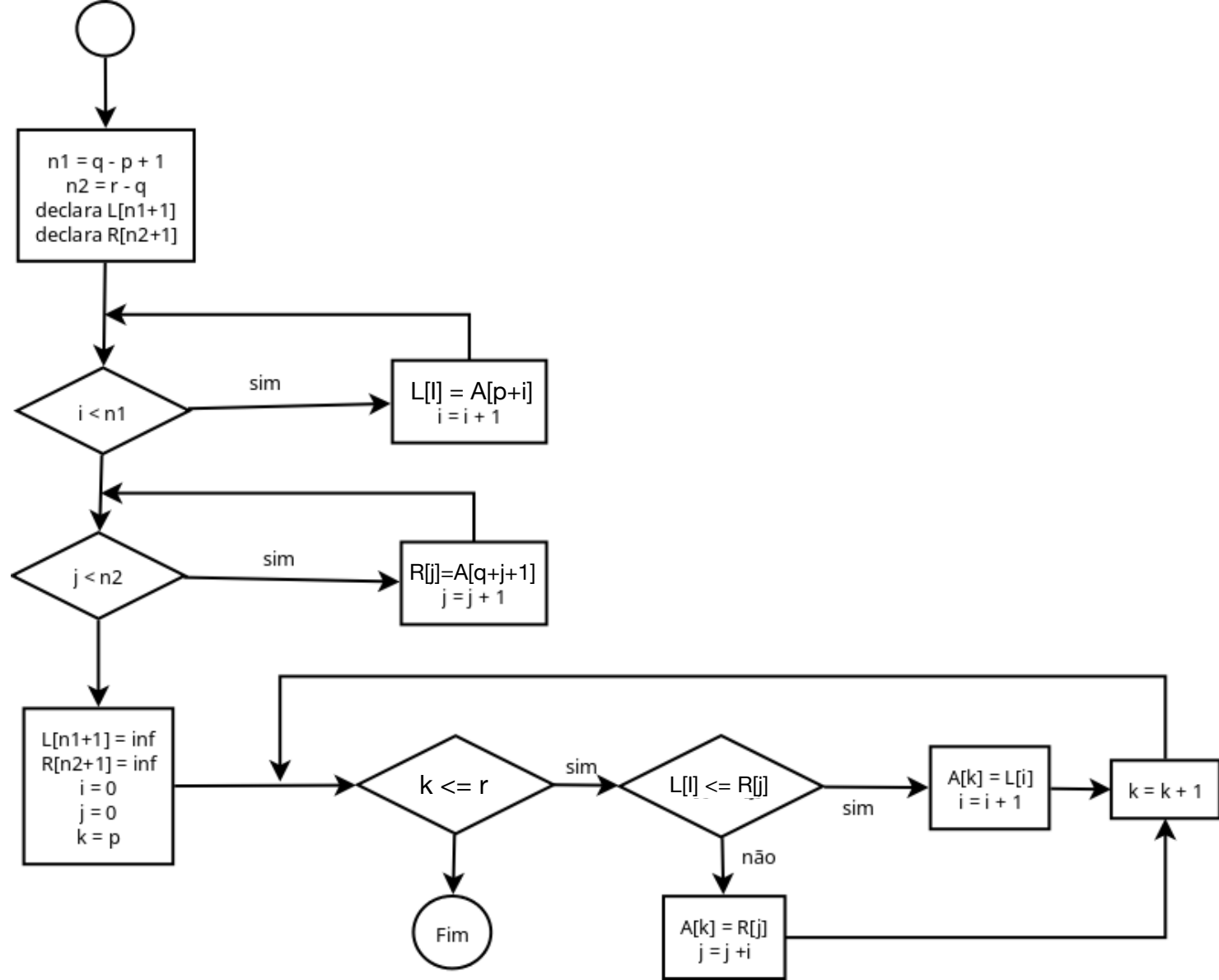
```
1   $n_1 = q - p + 1$ 
2   $n_2 = r - q$ 
3  sejam  $L[1..n_1 + 1]$  e  $R[1..n_2 + 1]$  novos arranjos
4  for  $i = 1$  to  $n_1$ 
5       $L[i] = A[p + i - 1]$ 
6  for  $j = 1$  to  $n_2$ 
7       $R[j] = A[q + j]$ 
8   $L[n_1 + 1] = \infty$ 
9   $R[n_2 + 1] = \infty$ 
10  $i = 1$ 
11  $j = 1$ 
12 for  $k = p$  to  $r$ 
13     if  $L[i] \leq R[j]$ 
14         then  $A[k] = L[i]$ 
15              $i = i + 1$ 
16     else  $A[k] = R[j]$ 
17          $j = j + 1$ 
```

MERGE-SORT(A, p, r)

```
1  if  $p < r$ 
2      then  $q = \lfloor (p + r) / 2 \rfloor$ 
3          MERGE-SORT( $A, p, q$ )
4          MERGE-SORT( $A, q + 1, r$ )
5          MERGE( $A, p, q, r$ )
```

$A[1..n]$

Fluxograma da
operação merge



Tempo de execução

- Melhor caso
 - Quando os elementos já estão ordenados
 - $\Theta(n \log n)$
- Pior caso
 - Quando os elementos estão ordenados na ordem inversa
 - $O(n \log n)$

Quicksort

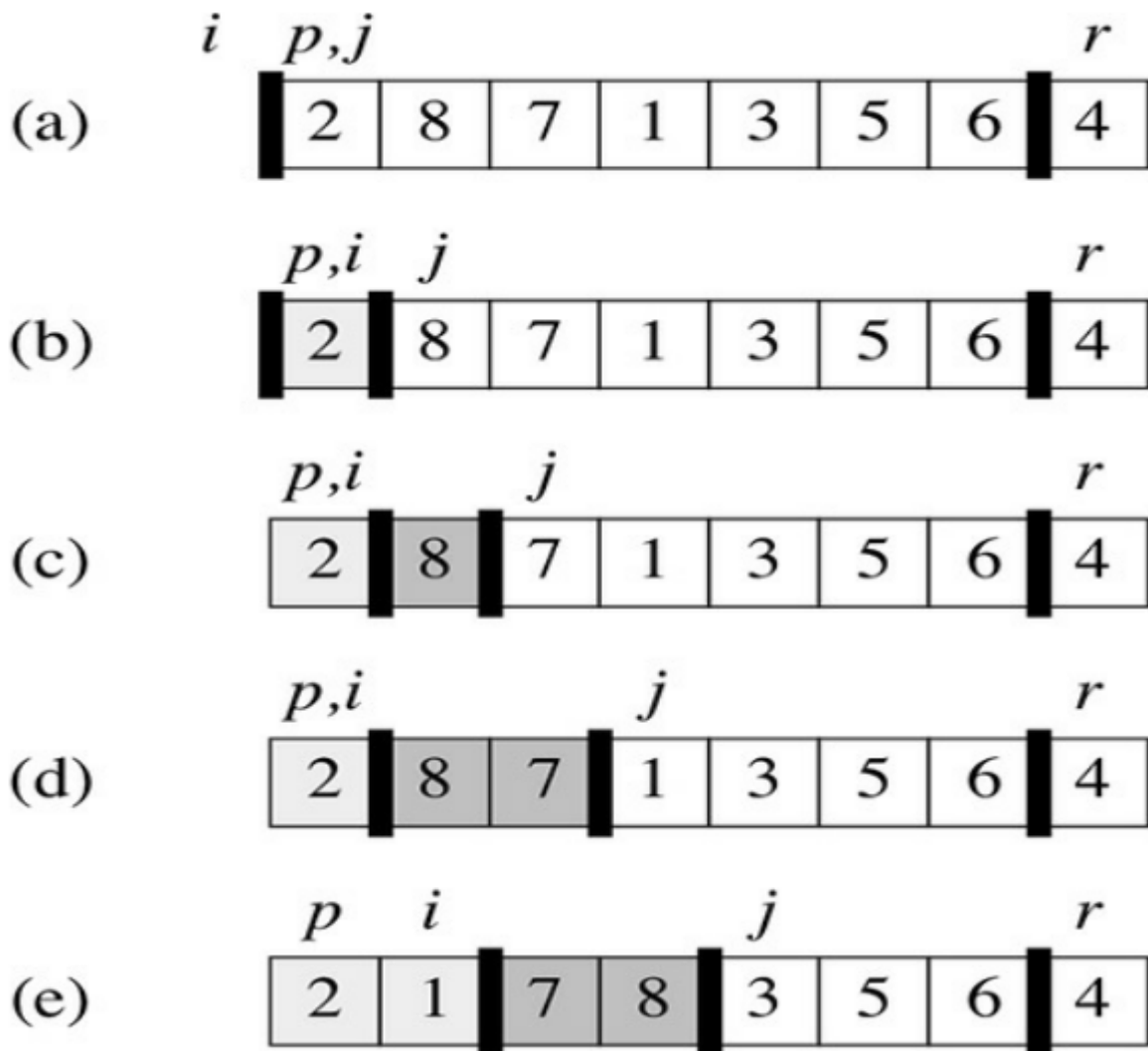
Quicksort

- É o algoritmo mais eficiente
- Possui um elemento central (pivô)
- Todos os elementos a esquerda são menores que o pivô
- Todos os elementos a direita são maiores que o pivô
- Esse processo se repete de maneira recursiva até que o conjunto seja ordenado

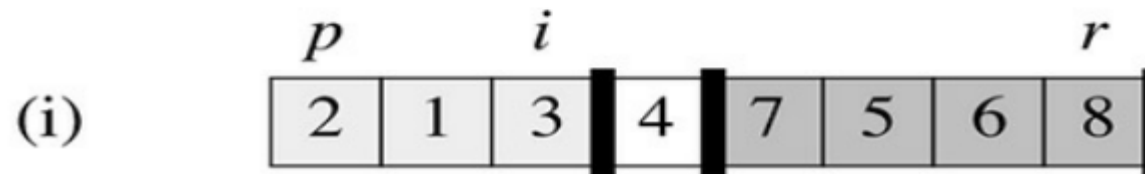
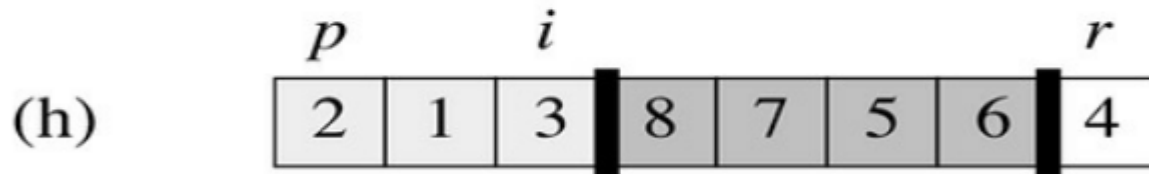
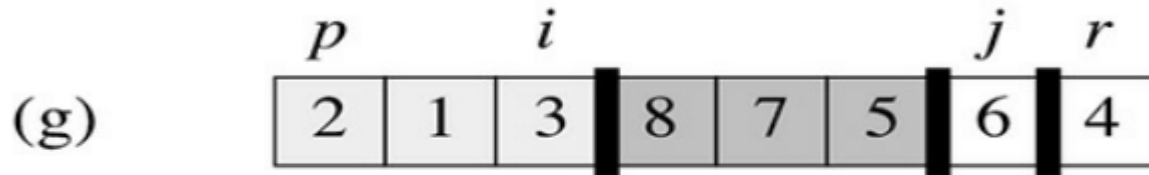
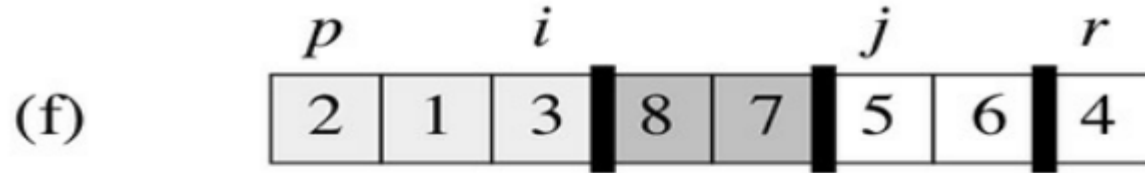
A estratégia divisão e conquista do quicksort:

- Divisão
 - Particionar o arranjo $A[p..r]$, tal que $A[p..q-1] < A[q] < A[q+1 .. r]$.
 - Calcular o índice q
- Conquista
 - Ordena os subconjuntos $A[p..q-1]$ e $A[q+1..r]$ por chamadas recursivas
- Combinação
 - Não é necessário nenhum trabalho para combinar os subconjuntos pois já estão ordenados

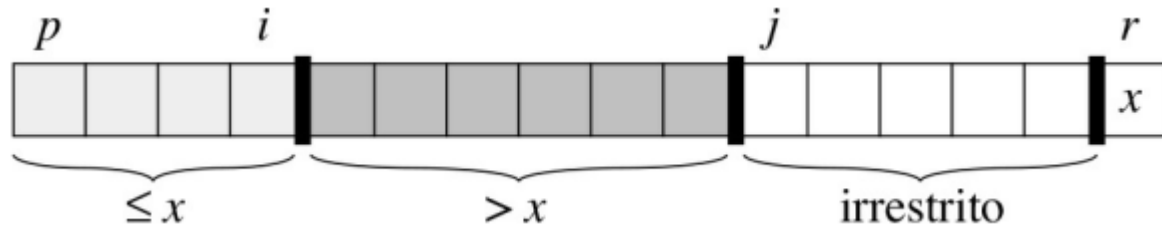
Exemplo da operação partition



Exemplo da operação partition



Regiões mantidas pelo particionamento

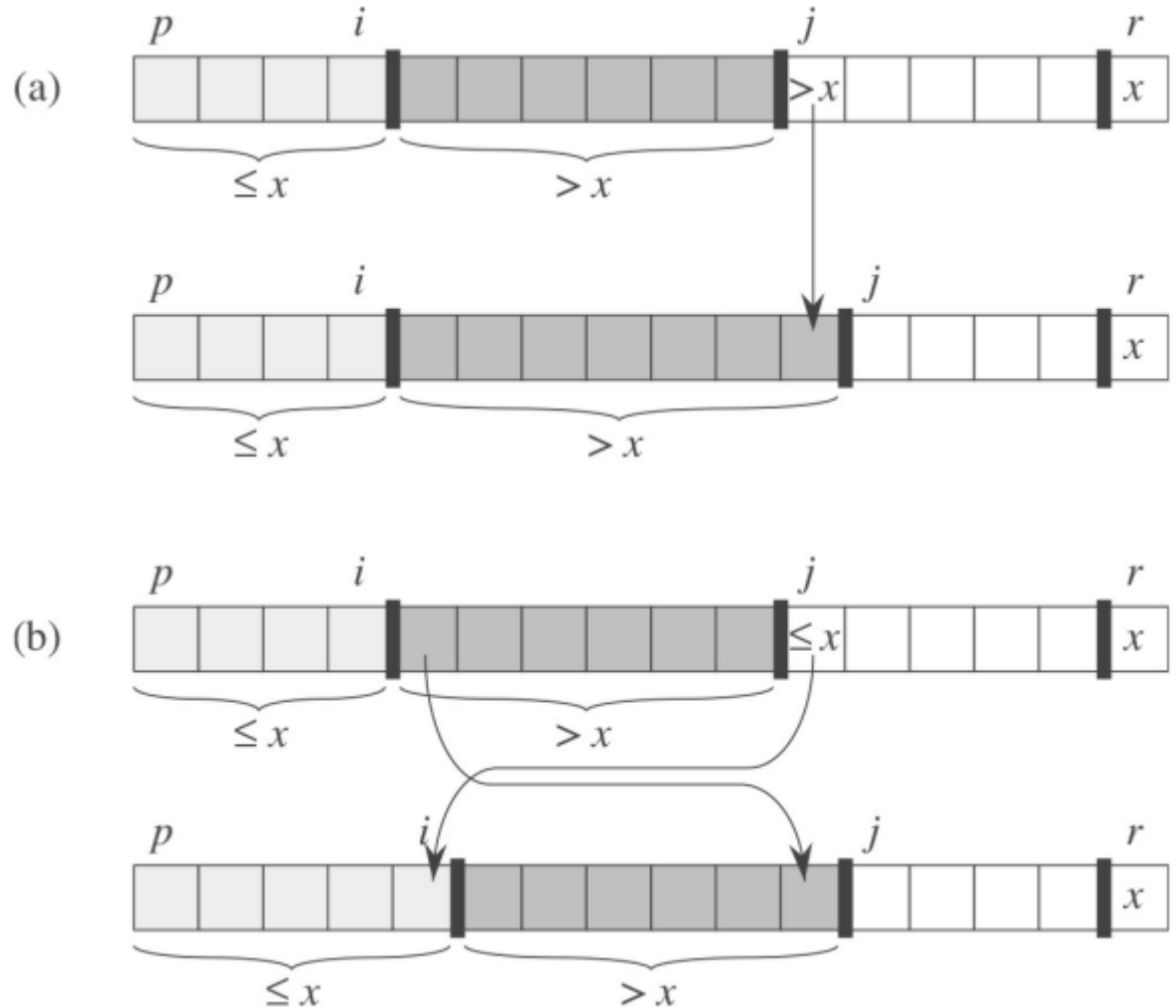


Se $p \leq k \leq i$, então $A[k] \leq x$

Se $i+1 \leq k \leq j-1$, então $A[k] > x$

Se $k = r$, então $A[k] = x$

Os dois casos
para uma
iteração
procedimento
partition



Pseudo código

PARTITION(A, p, r)

1 $x = A[r]$

2 $i = p - 1$

3 **for** $j = p$ **to** $r - 1$

4 **if** $A[j] \leq x$

5 $i = i + 1$

6 trocar $A[i]$ por $A[j]$

7 trocar $A[i + 1]$ por $A[r]$

8 **return** $i + 1$

QUICKSORT(A, p, r)

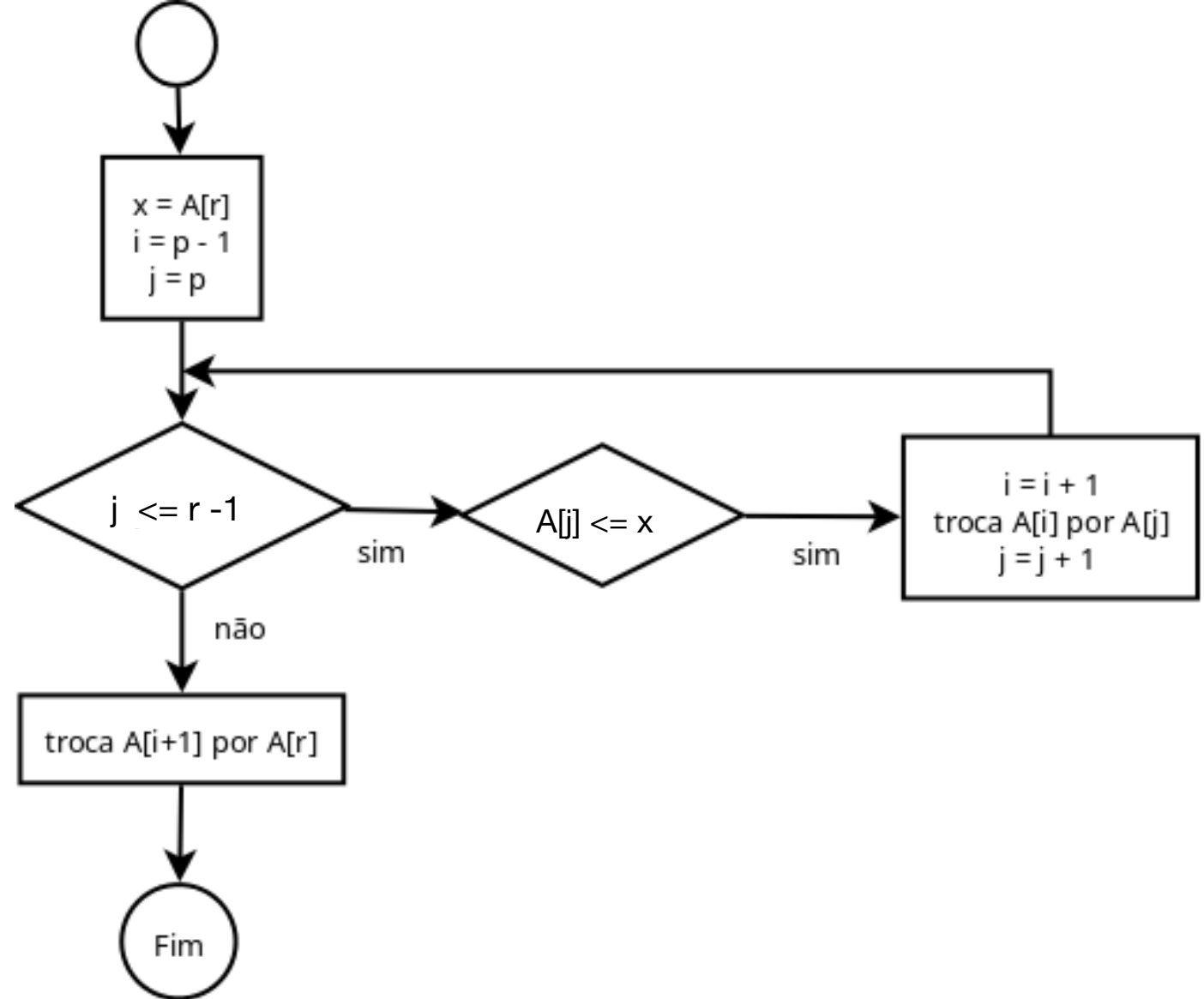
1 **if** $p < r$

2 $q = \text{PARTITION}(A, p, r)$

3 QUICKSORT($A, p, q - 1$)

4 QUICKSORT($A, q + 1, r$)

Fluxograma de partition



Tempo de execução

- Melhor caso
 - Quando os elementos divididos em um subconjunto de tamanho $n/2$ e outro de tamanho $n/2 - 1$
 - $om(n \log n)$
- Pior caso
 - Quando o particionamento produz um subconjunto com $n-1$ elementos e outro com 0 elementos.
 - $O(n^2)$ (raro)

Desafio

- Modifique o mergesort e o quicksort para ordenar de forma decrescente.