Núcleo Básico das Engenharias

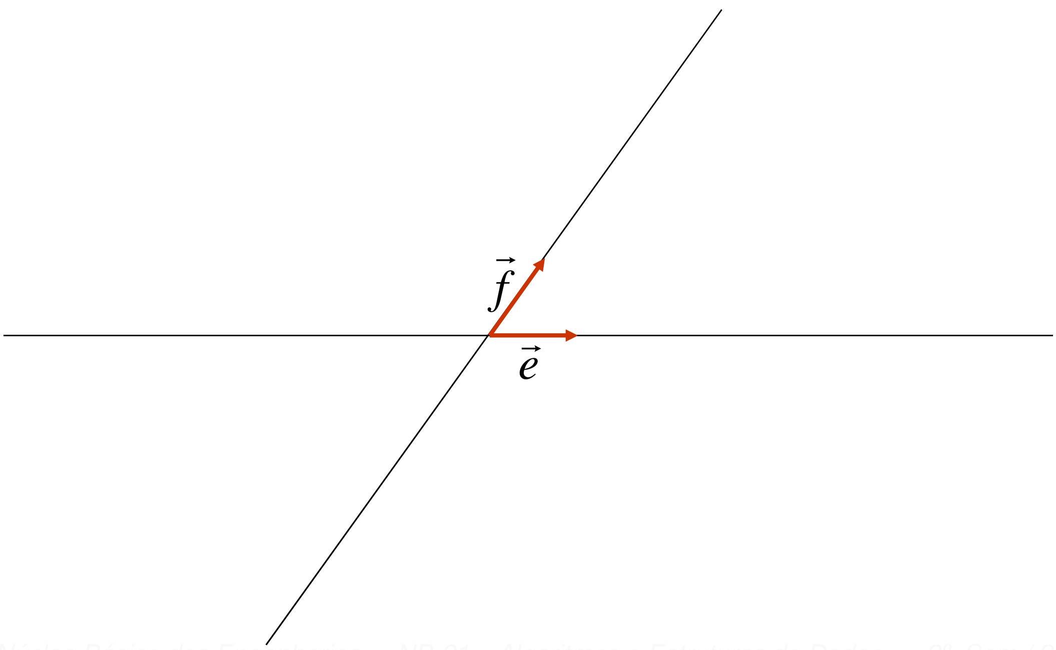
M002-E
Álgebra e Geometria Analítica

Cap. 1 – Álgebra Vetorial
(parte 2)

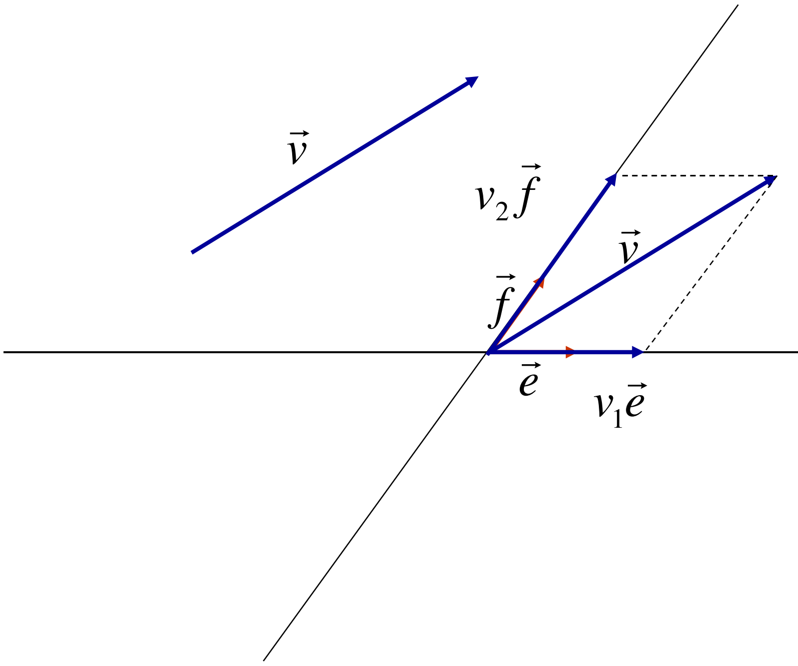
Prof. Edson J. C. Gimenez
soned@inatel.br

2019/Sem1

Qualquer vetor, no plano, pode ser expresso em função de dois vetores não nulos e não paralelos.

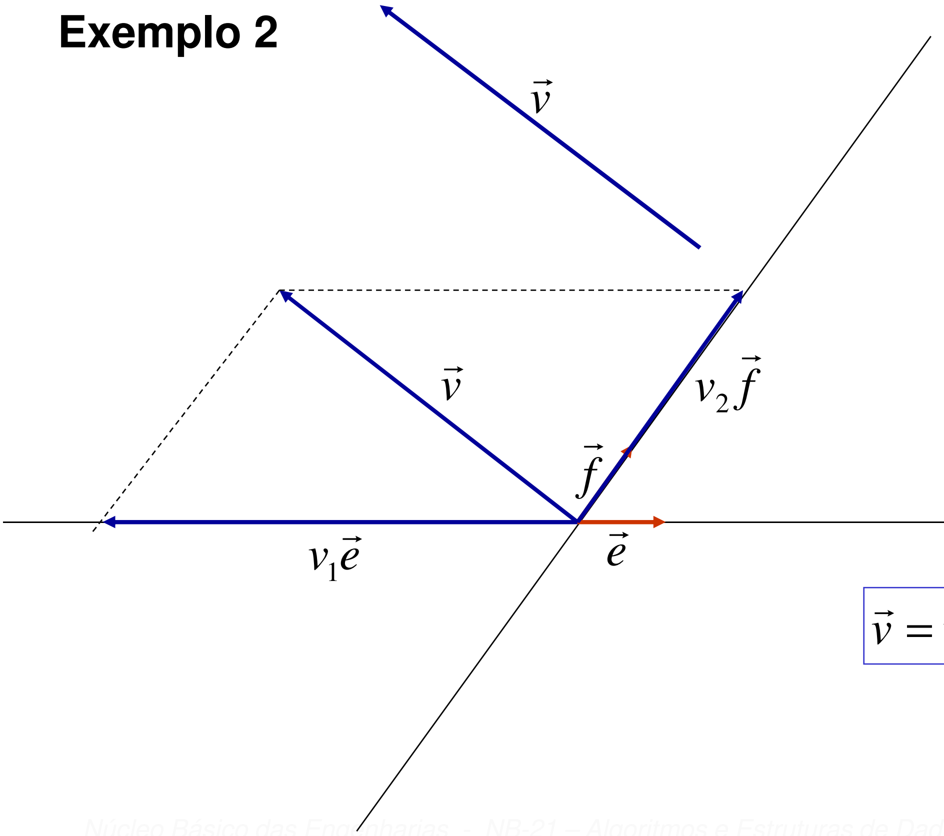


Exemplo 1



$$\vec{v} = v_1\,\vec{e} + v_2\,\vec{f}$$

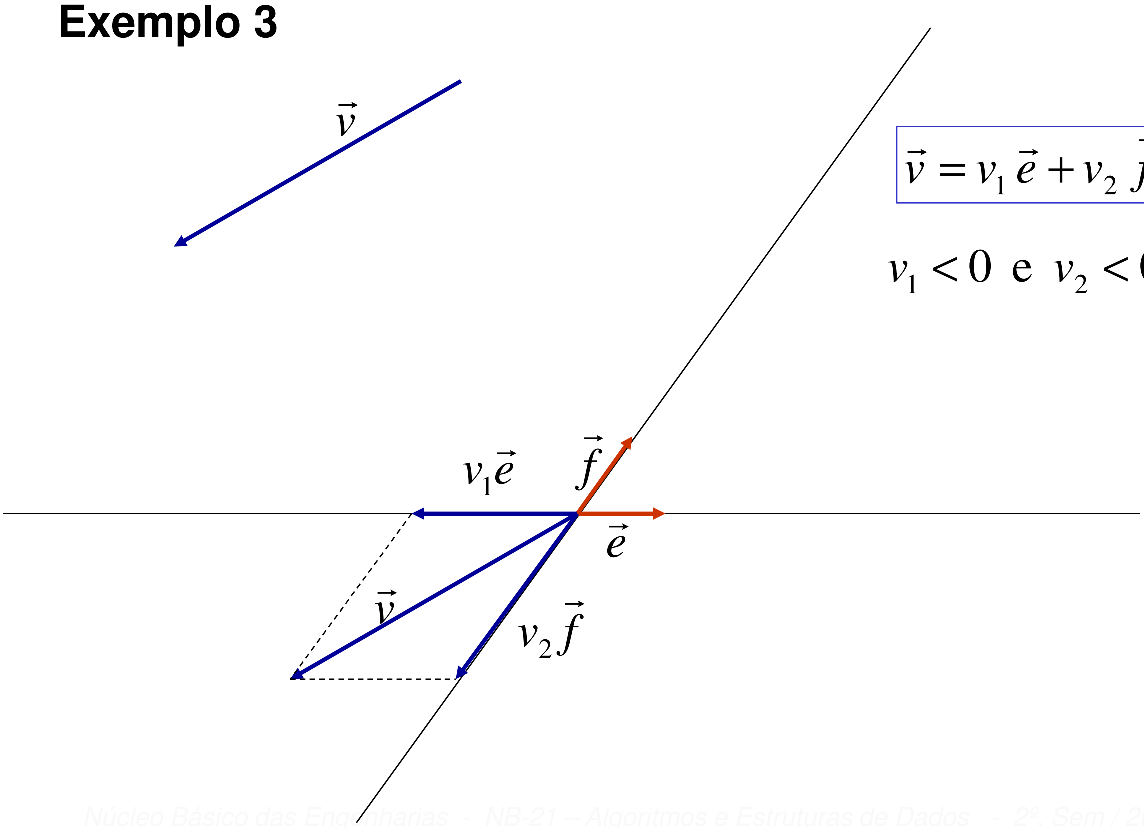
Exemplo 2



$$\vec{v} = v_1\,\vec{e} + v_2\,\vec{f}$$

$$v_1 < 0$$

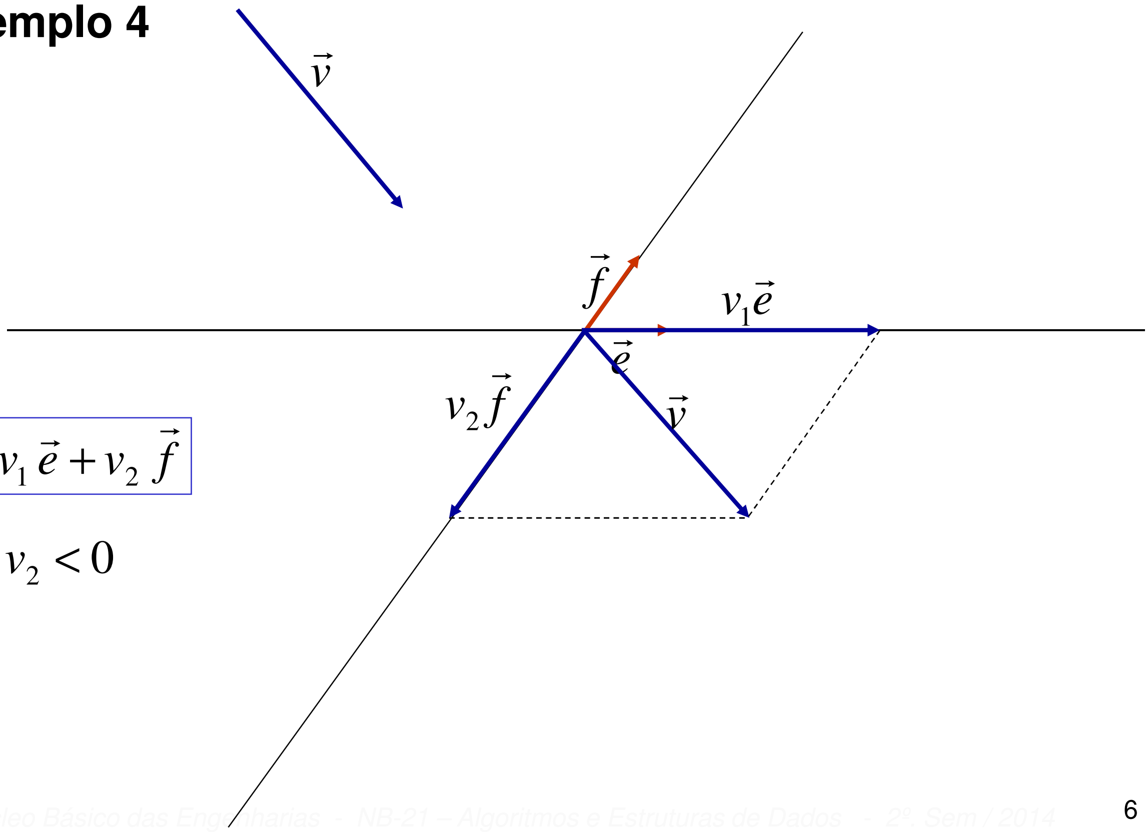
Exemplo 3



$$\boxed{\vec{v} = v_1\,\vec{e} + v_2\,\vec{f}}$$

$v_1 < 0$ e $v_2 < 0$

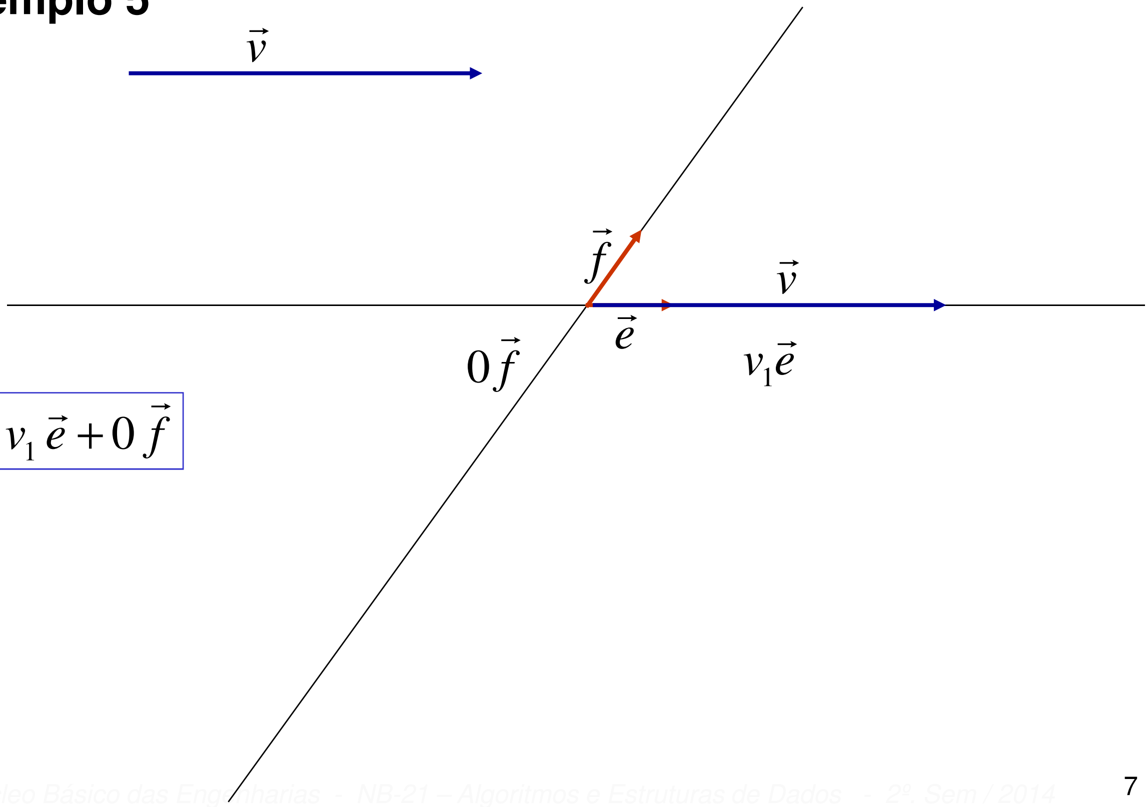
Exemplo 4



$$\boxed{\vec{v} = v_1\,\vec{e} + v_2\,\vec{f}}$$

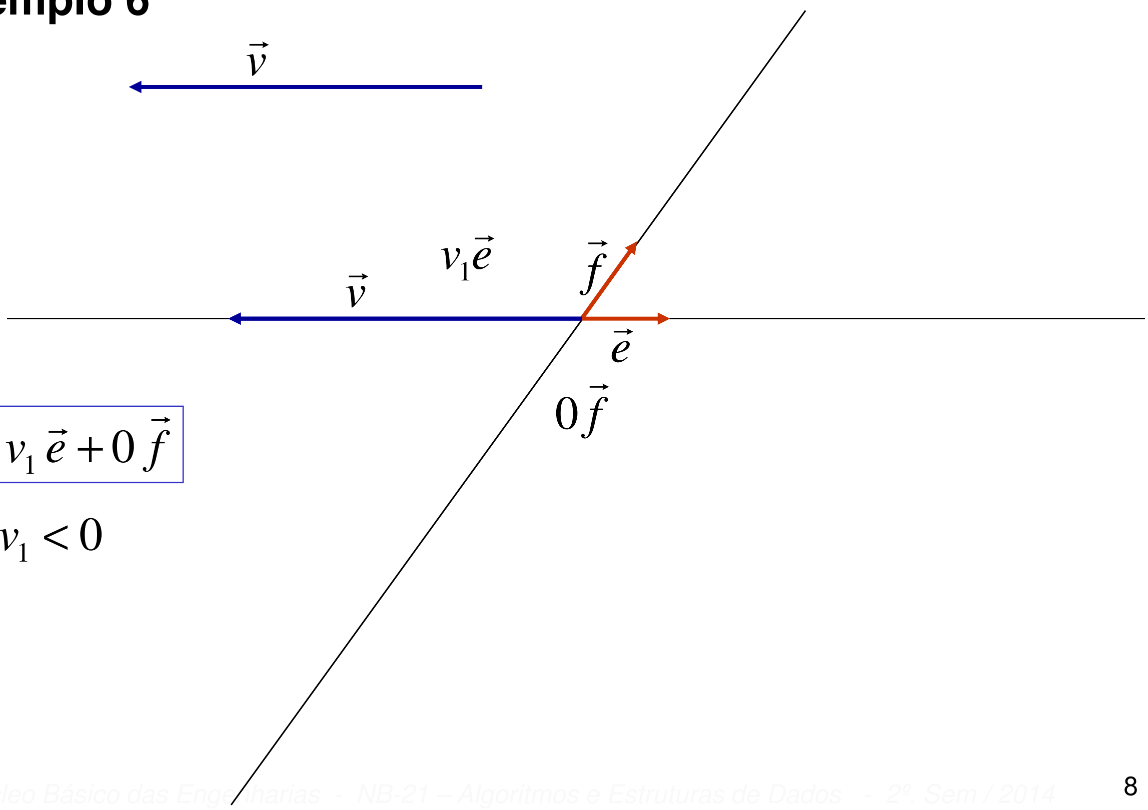
$v_2 < 0$

Exemplo 5



$$\boxed{\vec{v} = v_1\,\vec{e} + 0\,\vec{f}}$$

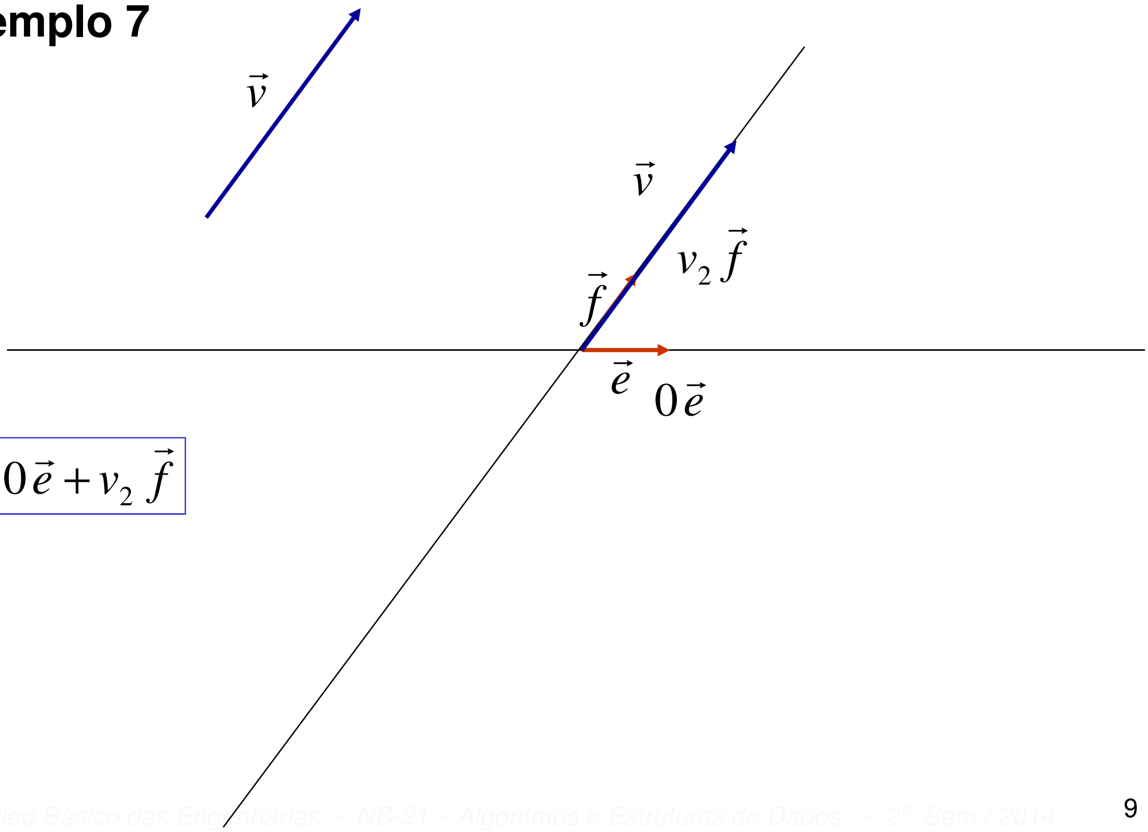
Exemplo 6



$$\boxed{\vec{v} = v_1\,\vec{e} + 0\,\vec{f}}$$

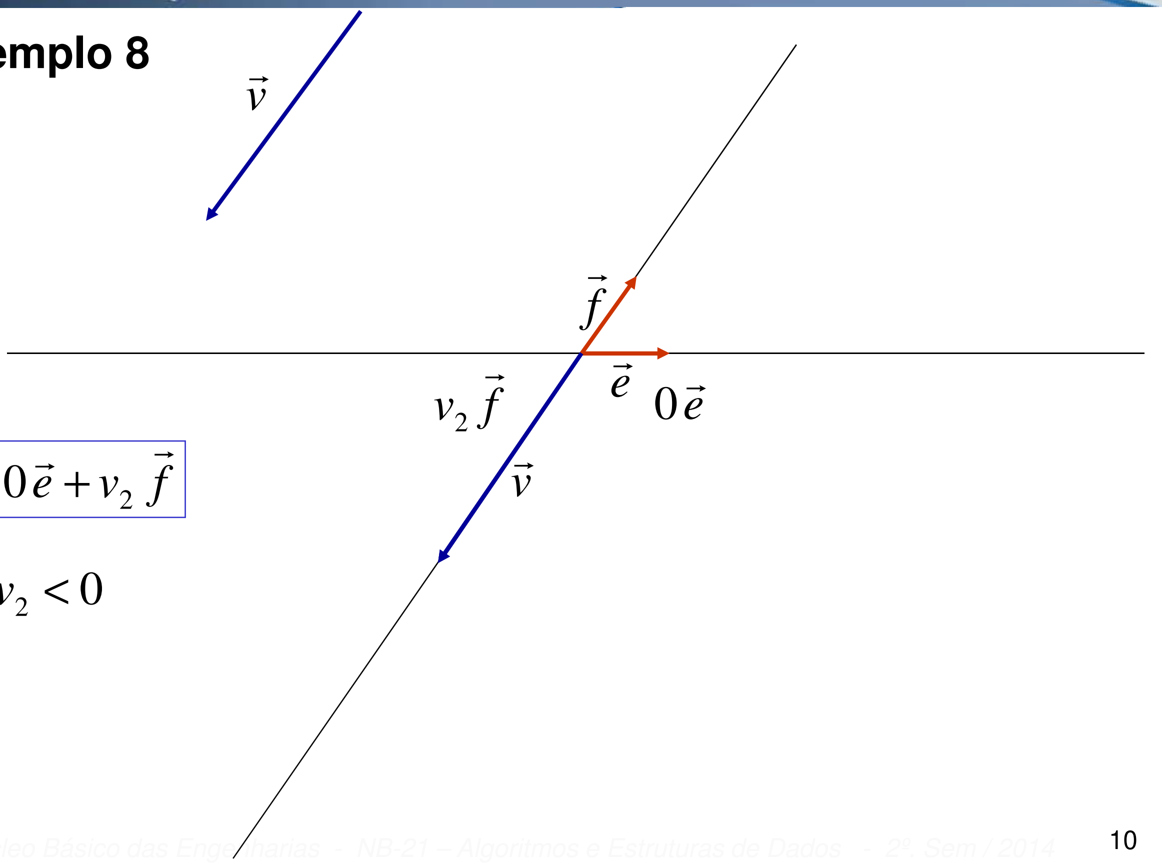
$$v_1 < 0$$

Exemplo 7



$$\boxed{\vec{v} = 0\,\vec{e} + v_2\,\vec{f}}$$

Exemplo 8



$$\boxed{\vec{v} = 0\,\vec{e} + v_2\,\vec{f}}$$

$$v_2 < 0$$

Os vetores $\vec{e}$ e $\vec{f}$ formam uma *base*.

Caso os vetores que formam a base sejam ortogonais eles constituem uma **base ortogonal**.
Se além de ortogonais eles forem unitários a base passa a ser denominada de **ortonormal**.

Para cada vetor $\vec{v}$ representado no mesmo plano de $\vec{e}$ e $\vec{f}$ existe uma só dupla de números reais v_1 e v_2 tal que:

$$\boxed{\vec{v} = v_1\vec{e} + v_2\vec{f}}$$

O vetor $\vec{v}$ é uma combinação linear de $\vec{e}$ e de $\vec{f}$.

$B = \{\vec{e}, \vec{f}\} \Rightarrow$ base no plano

$v_1, v_2 \Rightarrow$ componentes do vetor $\vec{v}$ na base B

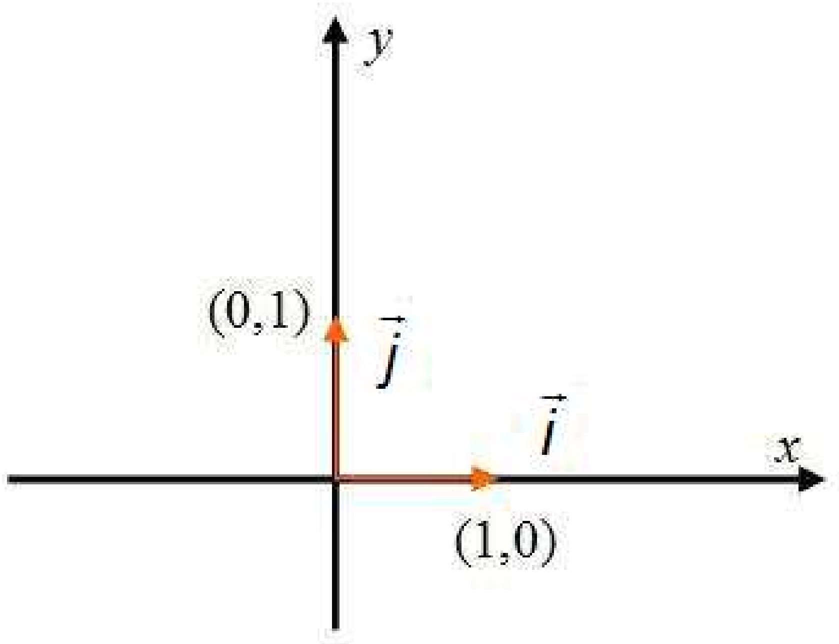
Assim, $\vec{v}$ *pode ser representado por* $\vec{v} = (v_1, v_2)$

"Vetor no plano é um par ordenado (x, y) de números reais."

Inatel
Instituto Nacional de Telecomunicações

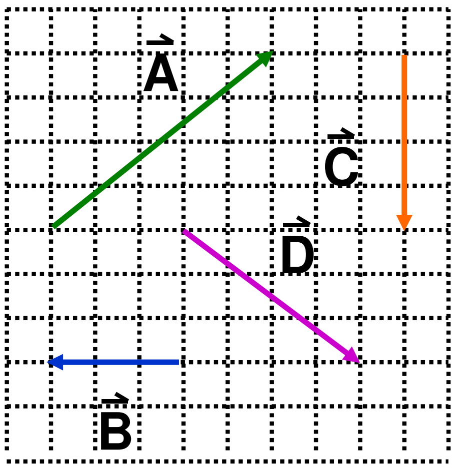
Base Canônica para vetores no plano

$$C = \{\vec{i}\,,\,\vec{j}\}$$



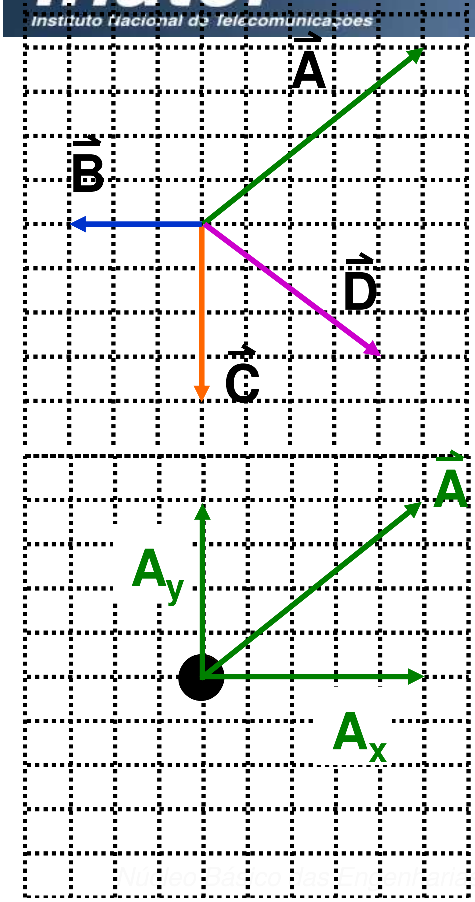
Inatel
Instituto Nacional de Telecomunicações

Projeções



$$\vec{S} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$$

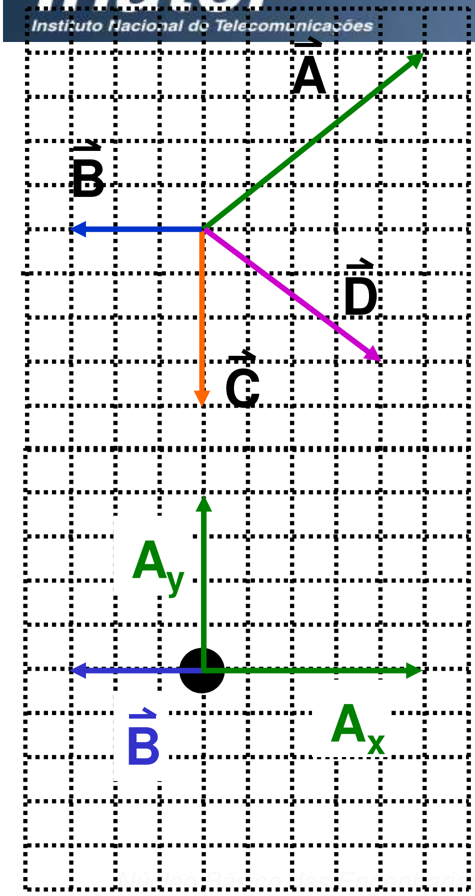
Projeções



$$\vec{S} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$$

$$\vec{A} \begin{cases} A_X = 5 \\ A_Y = 4 \end{cases}$$

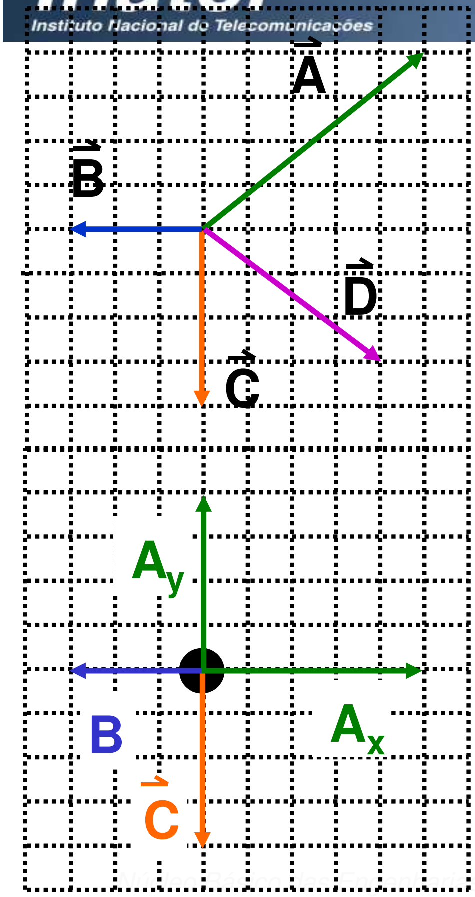
Projeções



$$\vec{S} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$$

$$\vec{A} \begin{cases} A_X = 5 \\ A_Y = 4 \end{cases} \qquad \vec{B} \begin{cases} B_X = -3 \\ B_Y = 0 \end{cases}$$

Projeções

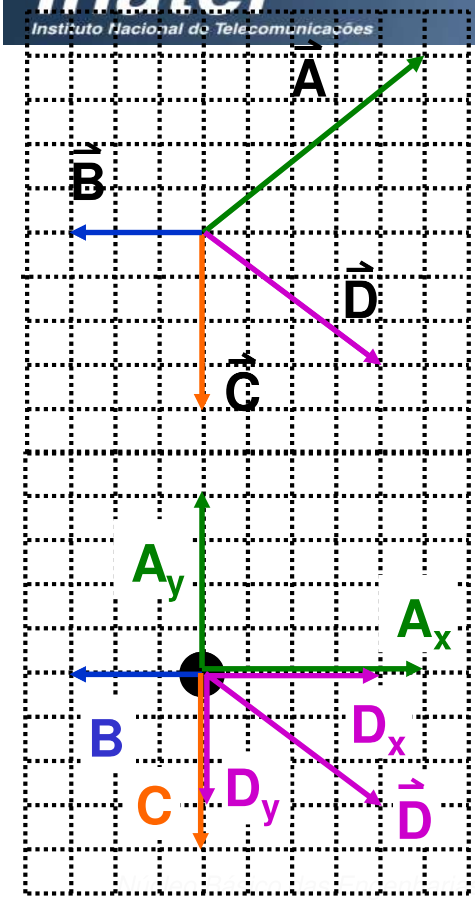


$$\vec{S} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$$

$$\vec{A}\begin{cases} A_X = 5 \\ A_Y = 4 \end{cases} \qquad \vec{B}\begin{cases} B_X = -3 \\ B_Y = 0 \end{cases}$$

$$\vec{C}\begin{cases} C_X = 0 \\ C_Y = -4 \end{cases}$$

Projeções

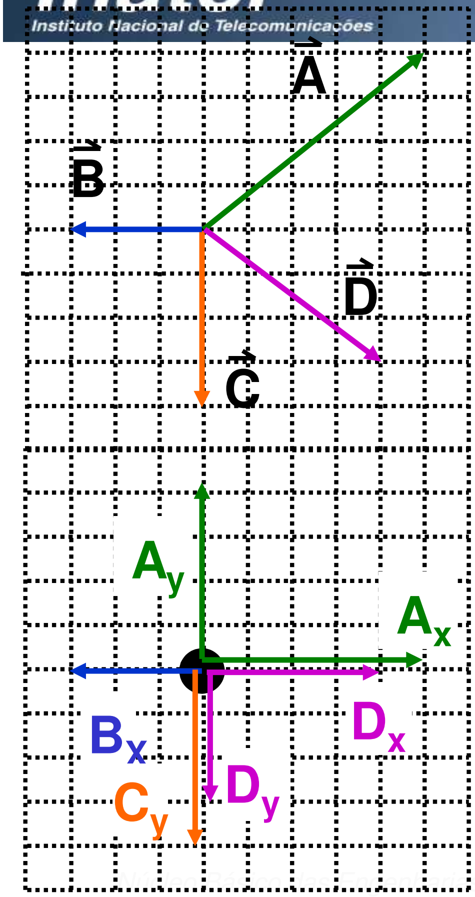


$$\vec{S} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$$

$$\vec{A}\begin{cases} A_X = 5 \\ A_Y = 4 \end{cases} \qquad \vec{B}\begin{cases} B_X = -3 \\ B_Y = 0 \end{cases}$$

$$\vec{C}\begin{cases} C_X = 0 \\ C_Y = -4 \end{cases} \qquad \vec{D}\begin{cases} D_X = 4 \\ D_Y = -3 \end{cases}$$

Projeções



$$\vec{S} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$$

$$\vec{A}\begin{cases} A_X = 5 \\ A_Y = 4 \end{cases} \qquad \vec{B}\begin{cases} B_X = -3 \\ B_Y = 0 \end{cases}$$

$$\vec{C}\begin{cases} C_X = 0 \\ C_Y = -4 \end{cases} \qquad \vec{D}\begin{cases} D_X = 4 \\ D_Y = -3 \end{cases}$$

$$\vec{S} = (S_X , S_Y)$$

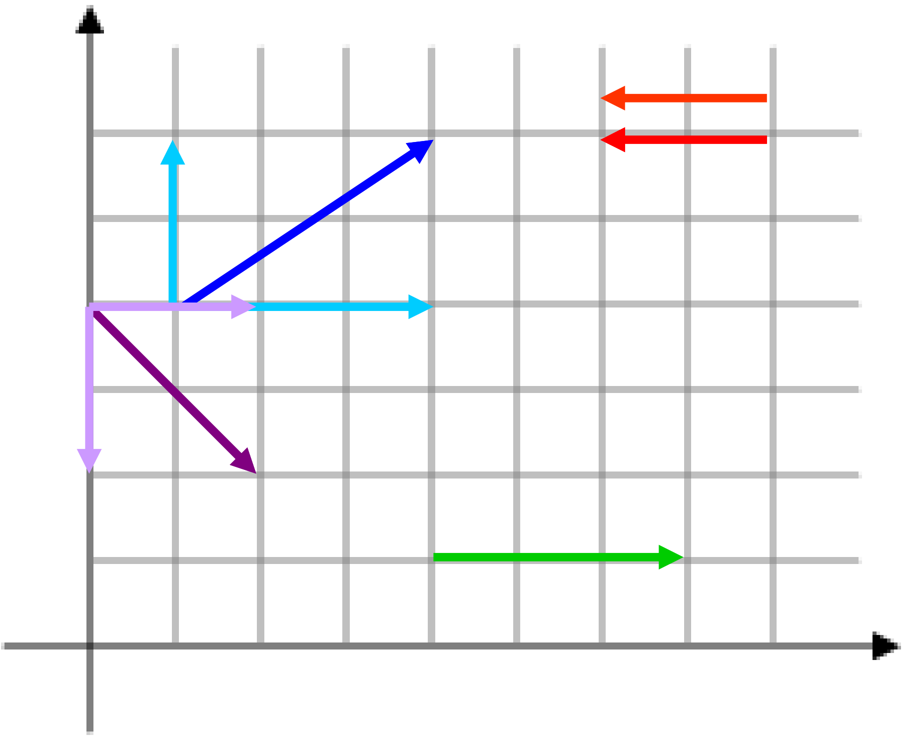
$$S_x = A_X + B_X + C_X + D_X$$

$$S_x = 5 + 4 - 3 \longrightarrow S_X = +6$$

$$S_Y = A_Y + B_Y + C_Y + D_Y$$

$$S_Y = 4 - 4 - 3 \longrightarrow S_Y = -3$$

Projeções



Na horizontal: +3
Na vertical: +2

Na horizontal: +2
Na vertical: - 2

Na horizontal: - 2
Na vertical: 0

RESULTANTE:

Na horizontal: +3
Na vertical: 0

Exemplos

Ref.: Paulo Winterle - Vetores e Geometria Analítica, 2ª ed. – cap. 1: Vetores (O tratamento algébrico)

1) Dados os vetores $\vec{u} = (2,-3)$ e $\vec{v} = (-1,4)$, determinar $3\vec{u} + 2\vec{v}$ e $3\vec{u} - 2\vec{v}$.

2) Determinar o vetor $\vec{x}$ na igualdade $3\vec{x} + 2\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{v} + \vec{x}$, sendo dados $\vec{u} = (3,-1)$ e $\vec{v} = (-2,4)$.

3) Encontrar os números a_1 e a_2, tais que $\vec{v} = a_1\vec{v}_1 + a_2\vec{v}_2$, sendo $\vec{v} = (10,2)$, $\vec{v}_1 = (3,5)$ e $\vec{v}_2 = (-1,2)$.

Respostas:
1) (4, -1) e (8, -17)
2) $\vec{x} = \left(-\frac{7}{2}, 2\right)$
3) $a_1 = 2$ e $a_2 = -4$

Exercícios

Ref.: Paulo Winterle - Vetores e Geometria Analítica, 2ª ed. – cap. 1: Vetores (O tratamento algébrico)

1) Dados os vetores $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j}$ e $\vec{w} = -2\vec{i} + \vec{j}$ determinar:

a) $2\vec{u} - \vec{v}$ b) $\frac{1}{2}\vec{u} - 2\vec{v} - \vec{w}$ c) $\vec{v} - \vec{u} - 2\vec{w}$ d) $3\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v} - \frac{1}{2}\vec{w}$

2) Dados os vetores $\vec{u} = (3,-1)$ e $\vec{v} = (-1,2)$, determinar o vetor $\vec{x}$ tal que:

a) $4(\vec{u} - \vec{v}) + \frac{1}{3}\vec{x} = 2\vec{u} - \vec{x}$ b) $3\vec{x} - (2\vec{v} - \vec{u}) = 2(4\vec{x} - 3\vec{u})$

3) dados os pontos A(-1, 3), B(2, 5), C(3, -1) e O(0, 0), calcule:

a) $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{AB}$ b) $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{BC}$ c) $3\overrightarrow{BA} - 4\overrightarrow{CB}$

4) Dados os vetores $\vec{u} = (2,-4)$, $\vec{v} = (-5,1)$ e $\vec{w} = (-12,6)$, determinar a_1 e a_2, tais que $\vec{w} = a_1\vec{u} + a_2\vec{v}$.