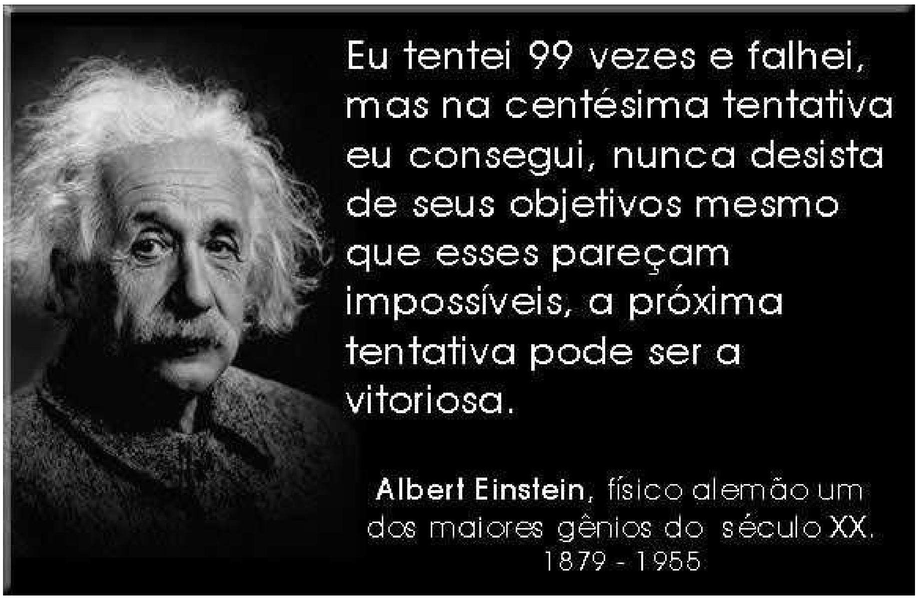
Inatel
Instituto Nacional de Telecomunicações

CADERNO DE EXERCÍCIOS

2ºsem/2018

M002 – ÁLGEBRA E GEOMETRIA ANALÍTICA



INSTRUÇÕES DE ESTUDO

1ª) Faça uma primeira leitura da bibliografia básica indicada no plano de ensino (apostila e livros).

2ª) Faça uma segunda leitura fazendo um resumo.

3ª) Refaça os exercícos resolvidos da bibliografia e do(a) professor(a).

4ª) Resolva os exercícios propostos neste caderno de exercícios. Anote as dúvidas.

5ª) Procure um dos professores responsáveis pela disciplina nos seus respectivos horários de atendimento para sanar as dúvidas.

BOM ESTUDO!

ÁLGEBRA VETORIAL

Fazer os exercícios dos capítulos 1, 2 e 3 do livro:

STEINBRUCH, Alfredo; WINTERLE, Paulo. **Geometria** Analítica. 2a ed. São Paulo: Makron Books do Brasil Editora Ltda, 1987.

1) Que características de um vetor precisamos conhecer para que ele fique determinado?

2) O que são vetores iguais? E vetores opostos? Quais as condições para que o módulo do vetor resultante de dois vetores, não nulos, seja igual a zero?

3) Decidir se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmativas a seguir:

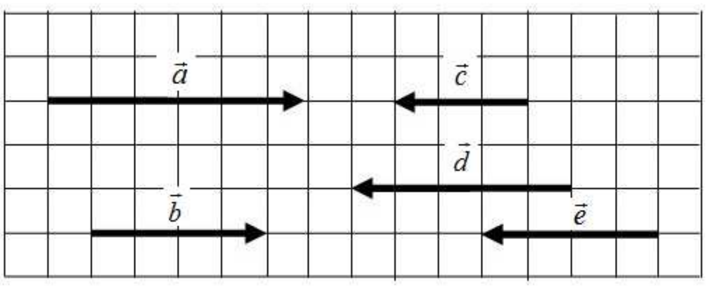
( ) Se $\vec{u} = \vec{v}$, então $|\vec{u}| = |\vec{v}|$
( ) Se $|\vec{u}| = |\vec{v}|$, então $\vec{u} = \vec{v}$
( ) Se $\vec{u} // \vec{v}$, então $\vec{u} = \vec{v}$
( ) Se $\vec{u} = \vec{v}$, então $\vec{u} // \vec{v}$
( ) Se $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$, então $|\vec{w}| = |\vec{u}| + |\vec{v}|$
( ) Se $|\vec{w}| = |\vec{u}| + |\vec{v}|$, então $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ são paralelos
( ) Se $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, então ABCD (vértices nesta ordem) é um paralelogramo
( ) $|5\vec{v}| = |-5\vec{v}| = 5|\vec{v}|$
( ) Os vetores $3\vec{v}$ é $-4\vec{v}$ são paralelos e de mesmo sentido
( ) Se $\vec{u} // \vec{v}$, $|\vec{u}| = 2$ e $|\vec{v}| = 4$, então $\vec{v} = 2\vec{u}$ ou $\vec{v} = -2\vec{u}$
( ) Se $|\vec{v}| = 3$, o versor de $-10\vec{v}$ é $-\dfrac{\vec{v}}{3}$

4) Qual o módulo do vetor soma de dois vetores perpendiculares entre si cujos módulos são 6 e 8 unidades?

5) Calcule o ângulo formando por dois vetores de módulos 5 e 6 unidades e cujo vetor resultante da soma deles tem módulo $\sqrt{61}$ unidades?

6) Observando a figura abaixo, determine o módulo, a direção e o sentido do vetor $\vec{R}$.

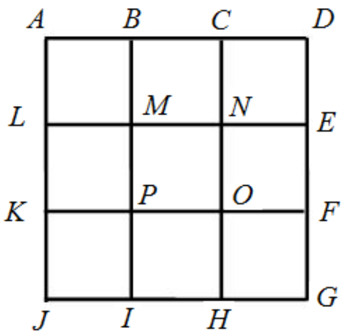
a) $\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$
b) $\vec{R} = \vec{d} + \vec{e}$
c) $\vec{R} = \vec{a} + \vec{d}$
d) $\vec{R} = \vec{c} + \vec{d}$
e) $\vec{R} = \vec{c} + \vec{d} + \vec{e}$
f) $\vec{R} = \vec{c} + \vec{d} + \vec{a}$



7) A figura a seguir é constituída de nove quadrados congruentes (de mesmo tamanho). Com base nessa figura, podemos determinar vários vetores expressando-os com origem no ponto A.

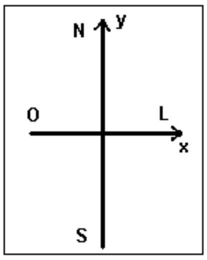
Por exemplo: $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{AN}$ e $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{EO}=\overrightarrow{AM}$.

Com base na figura e nos dois exemplos apresentados, determine os vetores dados a seguir, expressando-os com origem no ponto A:



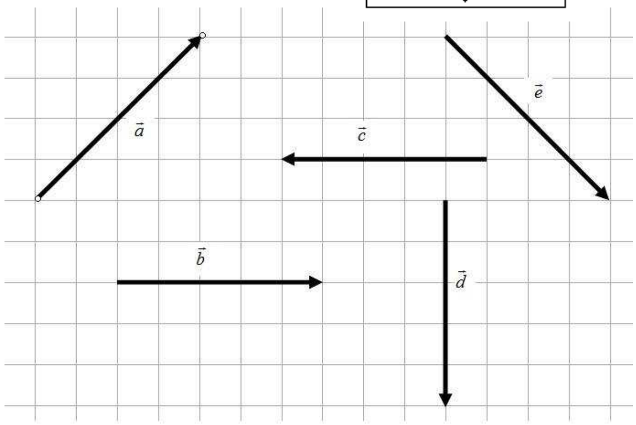
a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$ b) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DC}$ c) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AK}$
d) $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BL}$ e) $\overrightarrow{AK}+\overrightarrow{AN}$ f) $\overrightarrow{AO}-\overrightarrow{OE}$
g) $\overrightarrow{MO}-\overrightarrow{NP}$ h) $\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{CB}$ i) $\overrightarrow{LP}+\overrightarrow{PN}+\overrightarrow{NF}$
j) $\overrightarrow{BL}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{PB}$

8) Uma pessoa caminha 100 metros para norte. Em seguida, orienta-se para o leste e caminha mais 50 metros. Se essa pessoa tivesse seguido uma linha reta entre o ponto de origem e o ponto de chegado, quantos metros ela teria andado?



9) Dados os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ e $\vec{e}$, representado na figura ao lado, obtenha graficamente:

a) $\vec{x}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{d}$
b) $\vec{y}=2\vec{b}-\vec{d}+\vec{e}$



10) Representar graficamente os pontos $A(2,3,-1)$, $B(-3,2,1)$ e $C(-3,-4,-3)$ e identifique o octante.

11) Determinar o valor de m para que seja de 60° o ângulo entre o vetor $\overrightarrow{AB}$, determinado pelos pontos $A(3,1,-2)$ e $B(4,0,m)$, e o vetor $\vec{v}$, definido pelos ângulos diretores α, $\beta=60°$ e $\gamma=144°$.

12) Sejam os pontos $A(2,1,3)$, $B(1,0,-1)$ e $C(-1,2,1)$:

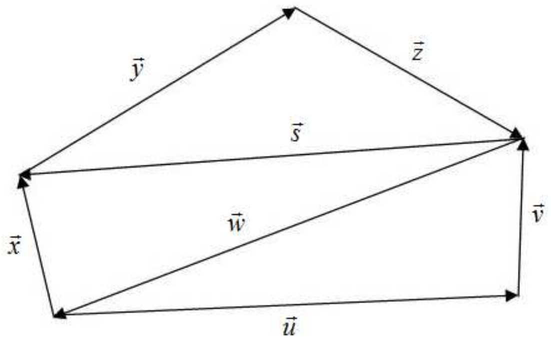
a) verificar se os pontos são colineares;
b) determinar os ângulos internos do triângulo formado pelos três pontos;
c) determinar a projeção do lado $\overrightarrow{AB}$ sobre o lado $\overrightarrow{AC}$;
d) determinar o pé da altura do triângulo relativa ao vértice B;
e) determinar a altura do triângulo relativa ao vértice B;
f) determinar os ângulos diretores do vetor $\overrightarrow{AB}$.

13) O vetor $\vec{v}$ é ortogonal aos vetores $\vec{u}=(2,-1,3)$ e $\vec{w}=(1,0,-2)$ e forma ângulo obtuso com o eixo OY. Calcular $\vec{v}$, sabendo que $|\vec{v}|=\sqrt{486}$.

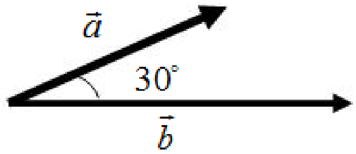
14) Sabendo que $|\vec{a}| = 3\,(\text{cm})$ e que $|\vec{b}| = 5\sqrt{2}\,(\text{cm})$ e que o ângulo formado entre eles é de 45º, calcule o módulo do vetor resultante da soma entre os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

15) Dado o conjunto de vetores, da figura abaixo, marque V para as questões verdadeiras e F para as falsas.

( ) $\vec{y} + \vec{z} = \vec{s}$;
( ) $\vec{x} + \vec{w} = -(\vec{y} + \vec{z})$;
( ) $\vec{y} + \vec{w} + \vec{z} = -\vec{x}$;
( ) $\vec{s} - \vec{x} = \vec{u} + \vec{v}$;
( ) $\vec{s} + \vec{x} + \vec{u} + \vec{v} = \vec{0}$;
( ) $-\vec{u} + \vec{x} + \vec{y} + \vec{z} - \vec{v} = \vec{0}$.



16) Analisando a figura e sabendo que $|\vec{a}| = 4\,(\text{m})$ e que $|\vec{b}| = 6\,(\text{m})$, calcule o módulo do vetor: $3\vec{a} - 2\vec{b}$.

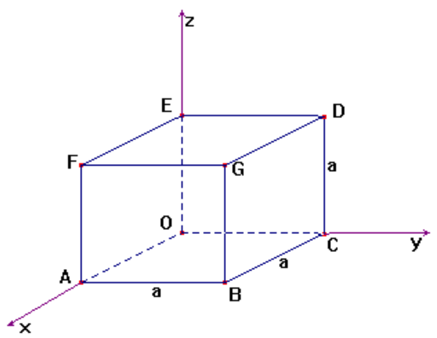


17) Sendo $\vec{u} = (2, 3, 1)$ e $\vec{v} = (1, 4, 5)$, calcular:

a) $\vec{u} \cdot \vec{v}$
b) $(\vec{u} - \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v})$
c) $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v})$
d) $(3\vec{u} - 2\vec{v}) \cdot (3\vec{u} - 2\vec{v})$
e) $(2\vec{u} - 3\vec{v}) \cdot (\vec{u} + 2\vec{v})$

18) Determinar o valor de x para que os vetores $\vec{v}_1 = (x, -2, 3)$ e $\vec{v}_2 = (2, -1, 2)$, sejam ortogonais.

19) Seja o cubo de aresta a representado na figura abaixo. Determinar:



a) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}$
b) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OD}$
c) $\overrightarrow{OE} \cdot \overrightarrow{OB}$
d) $|\overrightarrow{OB}|$ e $|\overrightarrow{OG}|$

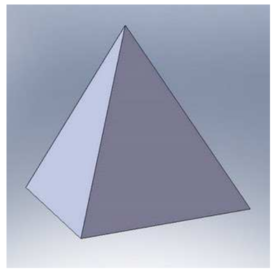
20) Qual(ais) deve(m) ser o(s) valor(es) de m para que o vetor $\vec{v} = (-1, -1, -2)$ forme um ângulo de 600 com o vetor $\overrightarrow{AB}$, onde $A = (0, 3, 4)$ e $B = (m, -1, 2)$?

21) Sabendo que o triângulo ABC tem vértices nos pontos: $A = (1, 0, 2)$, $B = (3, 1, 3)$ e $C = (a + 1, -2, 3)$, Determine os valores possíveis de a, para que o ângulo $\hat{A}$ do triângulo ABC, seja 60º.

22) A área de um triângulo ABC é igual a $\sqrt{6}$ unidades de área. Sabendo que $A = (2, 1, 0)$, $B = (-1, 2, 1)$ e que o vértice C pertence ao eixo OY. Calcule as possíveis coordenadas do vértice C.

23) Determinar os possíveis valores de x para que o volume do paralelepípedo, gerado pelos vetores $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j}$ e $\vec{w} = x\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$, seja unitário.

24) Dado um tetraedro regular[1] de volume 5 e de vértices $A = (2, 1, -1)$, $B = (3, 0, 1)$ e $C = (2, -1, 3)$, calcular as possíveis coordenadas do quarto vértice D, sabendo-se que se encontra sobre o eixo OY.



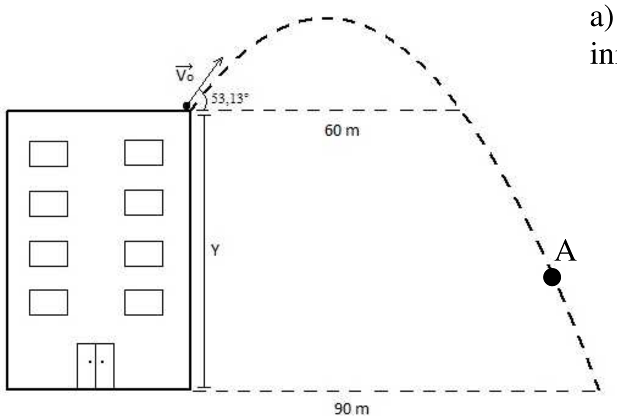
[1]O tetraedro regular é um sólido formado por quatro triângulos equiláteros (triângulos que possuem lados com medidas iguais); possui 4 vértices, 4 faces e 6 arestas. Considerado como um caso particular de pirâmide regular de base triangular, o volume do tetraedro regular é um sexto do volume de um paralelepípedo regular.

25) Mostrar num gráfico um representante de cada um dos seguintes vetores:

a) $3 \cdot \vec{i} \times 2 \cdot \vec{k}$ b) $\vec{j} \times \left(\vec{i} + \vec{k}\right)$

26) Determinar os valores de m e n para que sejam paralelos os vetores: $\vec{u} = (m+1, 3, 1)$ e $\vec{v} = (4, 2, 2n-1)$.

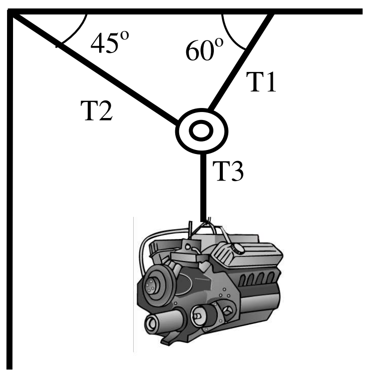
27) Uma pedra é lançada de cima de um prédio com velocidade inicial V_o = 25 m/s e um ângulo de 53,13° de acordo com a representação abaixo.



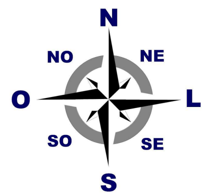
a) Encontre as componentes x e y da velocidade inicial de lançamento.

b) Sabe-se que no ponto A, a velocidade da pedra possui as seguintes componentes de velocidade: $v_x = 15\,\text{m/s}$ e $v_y = -30\,\text{m/s}$. Determine o módulo, a direção e o sentido da velocidade resultante nesse ponto.

28) Na figura abaixo, o motor de um automóvel com peso 3000 N está suspenso por uma corrente ligada no ponto O a duas outras correntes, ambas amarradas ao teto. Os ângulos estão indicados na figura. Ache as tensões nas três correntes, desprezando os pesos das correntes e considerando g = 10 m/s^2.



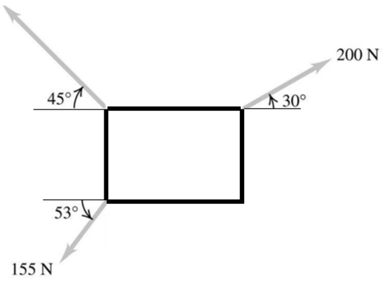
29) Os vetores abaixo representam dois deslocamentos de uma pessoa em um campo de futebol. Considere a superfície do campo sendo o plano *xy* e a posição inicial da pessoa, a origem do sistema de coordenadas. Determine qual deverá ser o módulo, a direção e o sentido de um terceiro deslocamento para que a pessoa volte a posição inicial (origem do plano *xy*).



$\vec{D}_1$ (deslocamento 1) → 70 m ; 40º do norte para o leste.

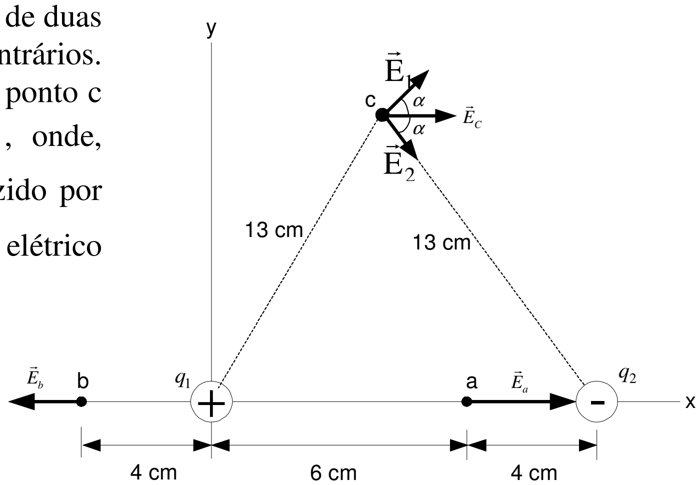
$\vec{D}_2$ (deslocamento 2) → 50 m ; 20º do oeste para o sul.

30) Três forças horizontais atuam sobre uma caixa conforme indicado na figura. Ache os componentes *x* e *y* da força resultante. Determine o módulo, a direção e o sentido da força resultante.



31) Campo de um dipolo elétrico: A distância entre duas cargas puntiformes $q_1 = +12\text{nC}$ e $q_2 = -12\text{nC}$ é igual a 0,10 m conforme figura a seguir:

Denomina-se *dipolo elétrico* um conjunto de duas cargas iguais, porém de sinais contrários. Determine o campo elétrico resultante no ponto c sabendo-se que $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = 6{,}4\times10^3\ \text{N/C}$, onde, $|\vec{E}_1|$é o módulo do campo elétrico produzido por q_1 no ponto c e $|\vec{E}_2|$é o módulo do campo elétrico produzido por q_2 no ponto c.



RETAS E PLANOS

Fazer os exercícios dos capítulos 4 e 5 do livro:

STEINBRUCH, Alfredo; WINTERLE, Paulo. **Geometria Analítica**. 2a ed. São Paulo: Makron Books do Brasil Editora Ltda, 1987.

---

1) Determine a equação vetorial da reta *r* que passa pelo ponto $A(3, 0, -5)$ e tem a direção do vetor $\vec{v} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$.

2) Determine as equações paramétricas da reta *r*, que passa pelo ponto $A(3, -1, 2)$ e é paralela ao vetor $\vec{v} = (-3, -2, 1)$. Determine também um ponto qualquer desta reta diferente do ponto *A*.

3) Dados os pontos $A(1, 2, -1)$, $B(2, 1, -3)$ e $C(4, -2, 1)$, determine a equação vetorial e as equações paramétricas da reta que passa pelo ponto A e é paralela ao vetor $\overrightarrow{BC}$.

4) A reta *r* é determinada pelos pontos $A(1, -2, -3)$ e $B(3, 1, -4)$ e é paralela ao vetor $\overrightarrow{AB}$ definido, também, pelos pontos A e B. Determine as equações paramétricas da reta *r*.

5) Dados os pontos $A(2,3,-1)$ e $B(0,2,1)$, faça o que se pede:

a) determinar os pontos colineares aos pontos A e B ;
b) verificar se os pontos $C(4,2,1)$ e $D(-4,0,5)$ são colineares aos pontos A e B, ou seja, verificar se os pontos C e D pertencem à reta que passa pelos pontos A e B ;
c) achar as equações reduzidas da reta que passa pelos pontos A e B ;
d) determinar as equações paramétricas da reta que passa pelos pontos A e $E(2,5,2)$;
e) determinar as equações da reta que passa pelos pontos A e $F(2,3,0)$.

6) Determinar as equações da reta t que passa pelos pontos $H(2,3,0)$ e tem a direção do vetor $\vec{v} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$.

7) Determinar as equações da reta *w* que passa pelo ponto $I(-2,0,3)$ e tem a direção definida pelos ângulos diretores de $\alpha = 30°$, $\beta = 90°$ e γ.

8) Determinar o ângulo entre as retas:

a) $r: \begin{cases} x = 2 - 2\alpha \\ y = 3 - \alpha \\ z = -1 + 2\alpha \end{cases}$ e $t: x - 2 = y + 3 = \dfrac{z-4}{-2}$

b) $s: \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 + 2\alpha \\ z = -1 + 3\alpha \end{cases}$ e $w: \begin{cases} z = 0{,}577x + 4{,}155 \\ y = 0 \end{cases}$

c) $l: \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ e $p: \begin{cases} x = 2 - 2\alpha \\ y = 3 - \alpha \\ z = -1 + 2\alpha \end{cases}$

9) Verificar se as retas $r:\begin{cases} x = 2 - 2\alpha \\ y = 3 - \alpha \\ z = -1 + 2\alpha \end{cases}$ e $t: x - 2 = y + 3 = \dfrac{z-4}{-2}$ são coplanares.

10) Verificar se as retas $r:\begin{cases} x = 2 - 2\alpha \\ y = 3 - \alpha \\ z = -1 + 2\alpha \end{cases}$ e $m: x - 4 = y - 5 = \dfrac{z+5}{-2}$ são coplanares. Em caso afirmativo, determinar o ponto de interseção entre as retas.

11) Vimos no exercício 5 que os pontos $A(2,3,-1)$, $B(0,2,1)$ e $C(4,2,-1)$ não são colineares. Neste caso, determine as equações do plano que passa por estes pontos.

12) Determinar as equações do plano que contém os pontos $A(2,3,-1)$ e $B(0,2,1)$ e o vetor $\vec{v} = 2\vec{i} - \vec{j}$.

13) Determinar as equações do plano normal à reta *r* e que passa pelos pontos de interseção das retas $r:\begin{cases} x = 2 - 2\alpha \\ y = 3 - \alpha \\ z = -1 + 2\alpha \end{cases}$ e $m: x - 4 = y - 5 = \dfrac{z+5}{-2}$.

14) Determinar as equações do plano π que contenha as retas $r_1:\left\{ x = y - 1 = \dfrac{z+2}{-3} \right.$ e $r_2:\begin{cases} y = x + 3 \\ z = -3x + 1 \end{cases}$.

15) Dado o ponto A(2, 3, -4) e o vetor $\vec{v} = (1,-2,3)$, pede-se:

a) Escrever equações paramétricas da reta r que passa por A e tem a direção do vetor $\vec{v}$.

b) Encontrar os dois pontos B e C de r de parâmetros t = 1 e t =4, respectivamente.

c) Determinar o ponto de r cuja abscissa é 4.

d) Verificar se os pontos D(4, -1 , 2) e E(5, -4, 3) pertencem a r.

e) Determinar para que os valores de m e n o ponto F(m, 5, n) pertence a r.

f) Escrever equações paramétricas da reta s que passa por G(5, 2, -4) e é paralela a r.

g) Escrever equações paramétricas da reta t que passa por A e é paralela ao eixo dos y.

16) Determinar as equações paramétricas da reta t que passa pelo ponto A(3, 4, -1) e é ortogonal às retas r e s.

$$r:(x,y,z) = (0,0,1) + t(2,3,-4) \qquad \text{e} \qquad s:\begin{cases} x = 5 \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

17) Verificar se as retas r e s são concorrentes e, em caso afirmativo, determinar o ponto de interseção:

a) $r: \begin{cases} x = 3 + h \\ y = 1 + 2h \\ z = 2 - h \end{cases}$ e $s: \begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = -3 - 2t \\ z = 4 + t \end{cases}$

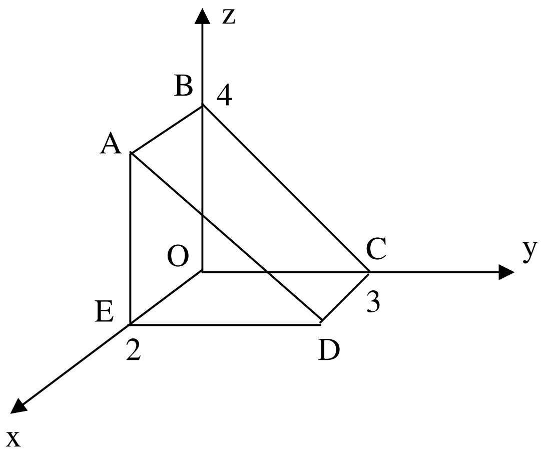
b) $r: \begin{cases} y = 2x - 3 \\ z = -x \end{cases}$ e $s: \begin{cases} x = -t \\ y = 4 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

18) Dada a reta $r: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = -4 + 2t \end{cases}$ determinar o ponto de **r** tal que apresente a seguinte característica:

a) A ordenada seja 6;
b) A abscissa seja igual à ordenada;
c) A cota seja o quádrupla da abscissa.

19) Com base na figura e partindo da equação vetorial da reta escrever as equações paramétricas da reta que passa por:

a) A e B
b) D e E
c) B e D



20) Escrever equações reduzidas na variável z da reta que passa por A(-1, 6, 3) e B(2, 2, 1).

21) Dados o ponto A(3, 4, -2) e a reta $r: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$

a) Determinar equações paramétricas da reta que passa por A e é perpendicular a r.
b) Calcular a distância de A a r.
c) Determinar o ponto simétrico de A em relação a r.

22) Escrever uma equação geral do plano π que passa pelo ponto A(2, 1, 3) e é paralelo ao plano π_1: $3x - 4y - 2z + 5 = 0$.

23) A reta $r: \begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = -4 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ é ortogonal ao plano π que passa pelo ponto A(2 ,1, -2). Determinar uma equação geral do plano π.

24) Dado o plano π determinado pelos pontos A(1, -1, 2), B(2, 1, -3) e C(-1, -2, 6), obter um sistema de equações paramétrica e uma solução geral de π.

25) Determinar uma equação geral do plano π que contenha as retas r e s.

$$r: \begin{cases} y = x + 1 \\ z = -3x - 2 \end{cases} \qquad \text{e} \qquad s: \begin{cases} x = 2t \\ y = 2t + 3 \\ z = -6t + 1 \end{cases}$$

26) Determinar o ângulo entre os planos $\pi_1 : 2x + y - z + 3 = 0$ e $\pi_2 : x + y - 4 = 0$.

27) Determinar o ponto de interseção da reta r com o plano π, onde:

$$r: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases} \qquad \text{e} \qquad \pi: 2x - y + 3z - 4 = 0$$

28) Determinar a equação geral do plano que passa por A(2 ,3 , 4) e é paralelo aos vetores $\overrightarrow{v_1} = \vec{j} + \vec{k}$ e $\overrightarrow{v_2} = \vec{j} - \vec{k}$

29) Determinar os valores de m e n para que a reta r esteja contida no plano π.

$$r: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = -3 - 2t \end{cases} \qquad \text{e} \qquad \pi: mx + ny + 2z - 1 = 0$$

30) Determinar o ângulo que a reta r forma com o plano π.

$$r: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -t \\ z = 3 + t \end{cases} \qquad \text{e} \qquad \pi: x + y - 5 = 0$$

31) Seja o plano $\pi: 2x - y + 3z + 1 = 0$, calcular:

a) O ponto de π que tem abscissa 4 e ordenada 3
b) O ponto de π que tem abscissa 1 e cota 2
c) O valor de k para que o ponto P(2, k+1, k) pertença a π
d) O ponto de abscissa zero e cuja ordenada é o dobro da cota

32) Determinar **a** e **b**, de modo que os planos π_1 e π_2 sejam paralelos.

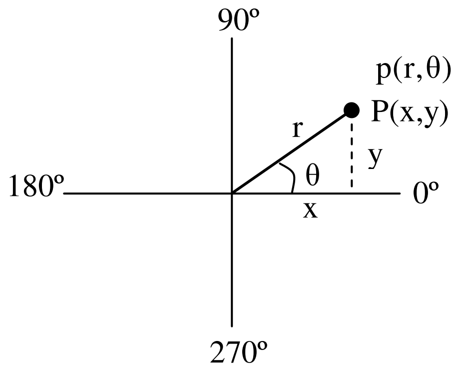
$$\pi_1 : ax + by + 4z - 1 = 0 \qquad \text{e} \qquad \pi_2 : 3x - 5y - 2z + 5 = 0$$

33) Determinar o ângulo formado pela reta $r: \begin{cases} y = -2x \\ z = 2x + 1 \end{cases}$ e o plano $\pi: x - y + 5 = 0$.

COORDENADAS CURVILÍNEAS

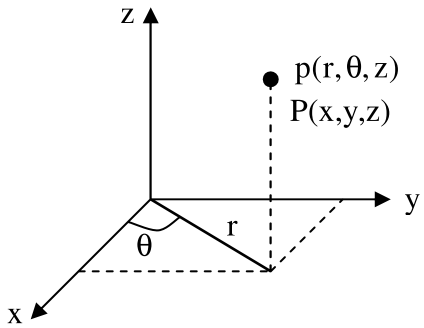
SISTEMA DE COORDENADAS POLARES

Polar => Retangular	Retangular => Polar
$x = r\cos\theta$ $y = r\,\text{sen}\theta$	$r = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\theta = \text{arctg}\,\dfrac{y}{x}$



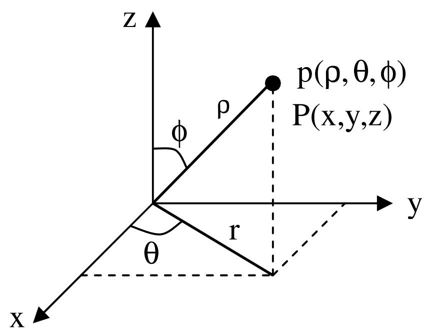
SISTEMA DE COORDENADAS CILÍNDRICAS

Cilíndrica => Retangular	Retangular => Cilindrica
$x = r\cos\theta$ $y = r\,\text{sen}\,\theta$ $z = z$	$r = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\theta = \text{arctg}\,\dfrac{y}{x}$ $z = z$



SISTEMA DE COORDENADAS ESFÉRICAS

Esférica => Retangular	Retangular => Esférica
$x = \rho\,\text{sen}\phi\cos\theta$ $y = \rho\,\text{sen}\phi\,\text{sen}\theta$ $z = \rho\cos\phi$	$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ $\theta = \text{arctg}\,\dfrac{y}{x}$ $\phi = \arccos\dfrac{z}{\rho}$



1) Marque cada um dos seguintes pontos com o conjunto de coordenadas polares dado:

a) $\left(2, \dfrac{\pi}{4}\right)$ b) $\left(5, \dfrac{\pi}{2}\right)$ c) $\left(1, \dfrac{2\pi}{3}\right)$ d) $\left(3, \dfrac{7\pi}{6}\right)$ e) $\left(4, -\dfrac{\pi}{3}\right)$ f) $\left(\dfrac{5}{2}, -\pi\right)$

2) Dado o ponto cujas coordenadas polares são $P\left(-6, \frac{7}{4}\pi\right)$. Encontre suas coordenadas cartesianas retangulares.

3) Dado que a equação polar de um gráfico é $r^2 = 4\,\text{sen}\,2\theta$ ache a equação cartesiana.

4) Ache (r, θ) se $r > 0$ e $0 \le \theta < 2\pi$ para o ponto cuja representação cartesiana é $\left(-\sqrt{3}, -1\right)$.

5) Ache a equação polar do gráfico cuja equação cartesiana é $x^2 + y^2 - 4x = 0$.

6) Ache as coordenadas cartesianas retangulares dos pontos cujas coordenadas polares são:

a) $(3, \pi)$ b) $(\sqrt{2}, -\frac{3}{4}\pi)$ c) $(-4, \frac{2}{3}\pi)$ d) $(-1, -\frac{7}{6}\pi)$

7) Ache o conjunto de coordenadas polares dos pontos cujas coordenadas cartesianas retangulares são dadas. Faça $r > 0$ e $0 \le \theta < 2\pi$.

a) $(1, -1)$ b) $(-\sqrt{3}, 1)$ c) $(2, 2)$ d) $(-5, 0)$

8) Ache uma equação em coordenadas cartesianas das seguintes superfícies, cujas equações estão expressas em coordenadas cilíndricas e identifique a superfície:

a) $r = 6 \operatorname{sen} \theta$ b) $r \cdot (3\cos\theta + 2\operatorname{sen}\theta) + 6z = 0$

9) Ache uma equação em coordenadas cilíndricas para cada uma das seguintes superfícies, cujas equações são dadas em coordenadas cartesianas (retangulares) e identifique a superfície:

a) $x^2 + y^2 = z$ b) $x^2 - y^2 = z$

10) Ache as coordenadas cartesianas de um ponto com as coordenadas cilíndricas dadas:

a) $(3, \frac{1}{2}\pi, 5)$ b) $(7, \frac{2}{3}\pi, -4)$ c) $(1, 1^o, 1)$

11) Ache as coordenadas cilíndricas do ponto com as coordenadas cartesianas dadas:

a) $(4, 4, -2)$ b) $(-3\sqrt{3}, 3, 6)$ c) $(1, 1, 1)$

12) Ache as coordenadas cartesianas do ponto cujas coordenadas esféricas são:

a) $(4, \frac{1}{6}\pi, \frac{1}{4}\pi)$ b) $(4, \frac{1}{2}\pi, \frac{1}{3}\pi)$ c) $(\sqrt{6}, \frac{1}{3}\pi, \frac{3}{4}\pi)$

13) Ache um conjunto de coordenadas esféricas do ponto cujas coordenadas cartesianas são:

a) $(1, -1, -\sqrt{2})$ b) $(-1, \sqrt{3}, 2)$ c) $(2, 2, 2)$

14) Ache um conjunto de coordenada cilíndricas do ponto cujas coordenadas esféricas são:

a) $\left(4, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right)$ b) $\left(\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi\right)$ c) $\left(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}\right)$

15) Ache um conjunto de coordenadas esféricas do ponto cujas coordenadas cilíndricas são:

a) $\left(3, \frac{\pi}{6}, 3\right)$ b) $\left(3, \frac{\pi}{2}, 2\right)$ c) $\left(2, \frac{5\pi}{6}, -4\right)$

16) Encontre uma equação em coordenadas cilíndricas da superfície dada.

a) $x^2 + y^2 + 4z^2 = 16$ b) $x^2 + y^2 = 3z$ c) $x^2 - y^2 = 3z^2$

17) Encontre uma equação em coordenadas esféricas da superfície dada.

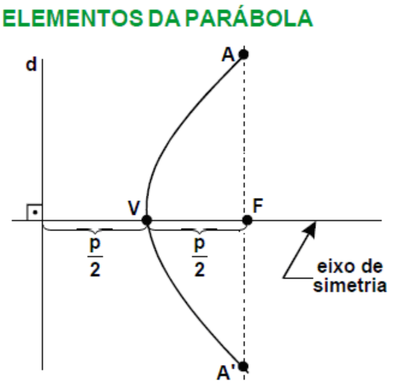
a) $x^2 + y^2 + z^2 - 9z = 0$ b) $x^2 + y^2 = 9$ c) $x^2 + y^2 + z^2 - 8x = 0$

CÔNICAS

Fazer os exercícios do capítulo 7 do livro:

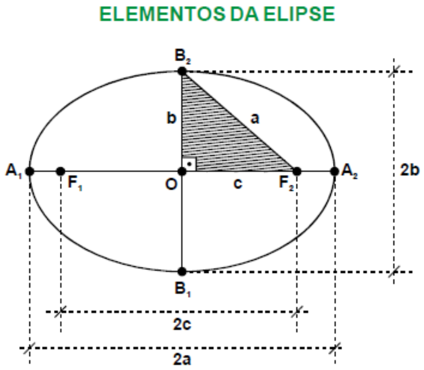
STEINBRUCH, Alfredo; WINTERLE, Paulo. **Geometria** Analítica. 2a ed. São Paulo: Makron Books do Brasil Editora Ltda, 1987.

F: foco.
d: diretriz.
V: vértice.
p: parâmetro que representa a distância do foco à diretriz.
Eixo (ou eixo de simetria): é a reta que une o vértice ao foco.
Corda focal (ou *lactus rectum* ou corda focal mínima): é o segmento AA' que passa pelo foco e é perpendicular ao eixo de simetria ($\ell = 2p$).



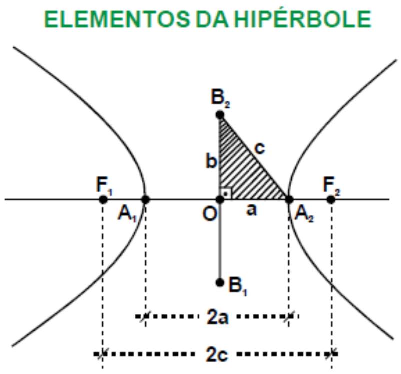
F_1 e F_2: **focos** da elipse. A distância entre os focos, igual a $2c$, denomina-se **distância focal**.
O: **centro** da elipse; é o ponto médio do segmento que une os dois pelos focos.
A_1, A_2, B_1 e B_2: **vértices** da elipse.
Eixo maior: é o segmento A_1A_2 cujo comprimento é $2a$.
Eixo menor: é o segmento B_1B_2 cujo comprimento é $2b$.
corda focal (ou *latus rectum* ou corda focal mínima): é uma das duas cordas focais da elipse e perpendiculares ao eixo maior ($\ell = \dfrac{2b^2}{a}$).

Relação importante: $a^2 = b^2 + c^2$ Excentricidade: $\varepsilon = \dfrac{c}{a}$



F_1 e F_2: **focos** da elipse. A distância entre os focos, igual a $2c$, denomina-se **distância focal**.
O: **centro** da elipse; é o ponto médio do segmento que une os dois pelos focos.
A_1 e A_2: **vértices** da elipse.
Eixo real ou transversal: é o segmento A_1A_2 cujo comprimento é $2a$.
Eixo imaginário ou conjugado: é o segmento B_1B_2 cujo comprimento é $2b$.
corda focal (ou *latus rectum* ou corda focal mínima): é a corda tirada por um foco perpendicularmente ao eixo real ($\ell = \dfrac{2b^2}{a}$).

Relação importante: $c^2 = a^2 + b^2$ Excentricidade: $\varepsilon = \dfrac{c}{a}$



1) Determinar a equação da parábola:

a) de foco $F(3, 3)$ e diretriz $y-1=0$;
b) de vértice $V(0, 3)$ e diretriz $x+5=0$;
c) de vértice $V(3, -6)$, eixo de simetria paralelo ao eixo das ordenadas e que passa pelo ponto $(-3, -10)$.

2) Determine a equação da parábola que tem eixo de simetria horizontal e que passa pelos pontos $A(-5, 5)$, $B(3, -3)$ e $C(3, 1)$.

3) Achar a(s) equação(ões) da(s) parábola(s), cuja corda focal liga os pontos $(3, 5)$ e $(3, -3)$.

4) Encontre na parábola: $y^2 - 8x = 0$ um ponto tal que sua distância à diretriz seja igual a 4.

5) Determinar as coordenadas do vértice, do foco e a equação da diretriz das seguintes parábolas:

a) $y^2 - 6x = 0$ b) $x^2 - 5y = 0$ c) $y^2 - 4x + 8 = 0$ d) $y^2 - 8y - 8x + 40 = 0$

6) Identifique a cônica das equações seguintes, seus elementos e faça um esboço de seu gráfico.

a) $y^2 - 4y - 12x - 8 = 0$;   b) $x^2 - 6x + 4y - 11 = 0$.

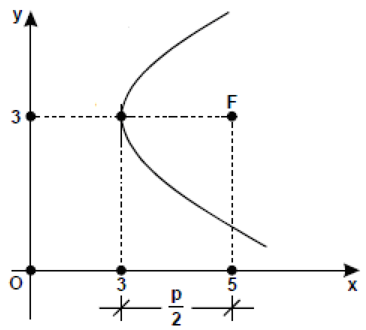
7) Calcular o valor de k para que a parábola $x = ky^2$ tenha foco no ponto $(3, 0)$.

8) A parábola $y = x^2 + bx + c$ passa pelo ponto $(1, 3)$ e a abscissa do foco é igual a 2. Calcular c.

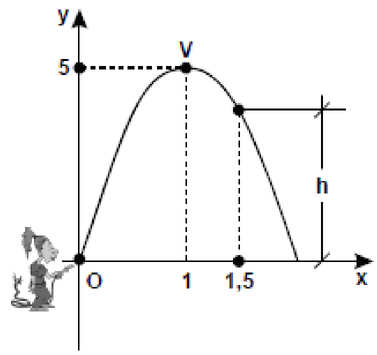
9) Obter os pontos de interseção das parábolas $y = x^2 + 1$ e $y = -x^2 + 3$.

10) Determinar a corda focal da parábola $x^2 = -16y$.

11) Obter a equação da parábola cujo gráfico é:

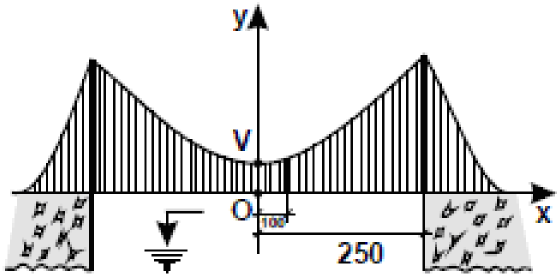


12) Um esguicho (posicionado na origem) lança água e esta descreve uma parábola de vértice $V(1, 5)$. Calcular a altura (h) do filete de água, a uma distância de 1,5(m) da origem, sobre uma horizontal Ox.



13) A água que esguicha de um bocal, mantido horizontalmente a 4(m) acima do solo, descreve uma curva parabólica com vértice no bocal e, medida na vertical, desce 1(m) nos primeiros 10(m) de movimento horizontal. Calcule a distância horizontal do bocal em que a água atinge o solo.

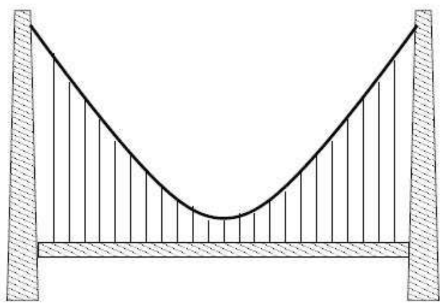
14) Os cabos de um lado de uma ponte pênsil com carga uniformemente distribuída tomam a forma aproximada de um arco de parábola. As torres de suporte dos cabos têm 65(m) de altura e o intervalo entre as torres é de 500(m). O ponto mais baixo fica a 15m do nível da estrada.



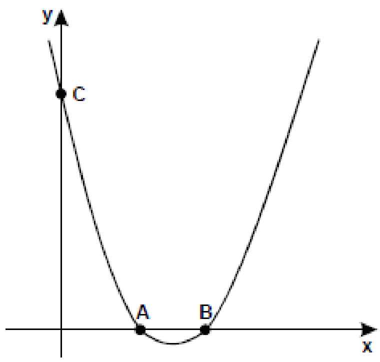
Achar a equação da parábola considerando o sistema cartesiano ilustrado na figura acima e determine também o comprimento de um fio de sustentação situado a 100(m) do centro da ponte.

15) Seja a parábola $y = -2x^2 + 8x - 8$. Obter seu vértice, seu foco e construir seu gráfico.

16) Uma ponte suspensa de 400(m) de comprimento é sustentada por um cabo principal parabólico (veja a figura). O cabo principal está 100(m) acima da ponte nos extremos e 4(m) acima da ponte em seu centro. Calcule o comprimento dos cabos de sustentação que são colocados a intervalos de 50(m) ao longo da ponte. (Sugestão: Utilize o sistema de coordenadas retangulares em que a ponte é o eixo *x* e a origem está no meio da ponte.)



17) A parábola abaixo tem equação $x^2 - 5x - y + 6 = 0$. Determinar as coordenadas dos pontos A, B e C.



18) Obter a equação da parábola com eixo de simetria paralelo ao eixo dos *y*, vértice em (1,3) e que passa pelo ponto (2,4). Desenhar o gráfico da parábola.

19) Determine a excentricidade da elipse de equação $16x^2 + 25y^2 - 400 = 0$.

20) Determine a distância focal e as coordenadas dos focos da elipse de equação $9x^2 + 25y^2 = 225$.

21) Calcular a distância focal e a excentricidade da elipse $25x^2 + 169y^2 = 4225$.

22) Determinar a equação da elipse com centro na origem, que passa pelo ponto $P(1, 1)$ e tem um foco em $F(-\sqrt{6}/2, 0)$.

23) A equação de uma elipse é: $25x^2 + 16y^2 + 288y + 896 = 0$. Quais são as coordenadas dos focos dessa elipse?

24) Determine os centros, os vértices, os focos, a excentricidade e esboce o gráfico de cada uma das elipses a seguir:

a) $9x^2 + 5y^2 - 45 = 0$

b) $25x^2 + 16y^2 + 50x + 64y - 311 = 0$

c) $4x^2 + 9y^2 - 24x + 18y + 9 = 0$

25) Estabeleça a equação de cada uma das elipses a seguir, sabendo que:

a) seu eixo maior mede 10 (unidades de medida) e os focos são $F_1(-4,0)$ e $F_2(4,0)$.

b) tem centro em $C(2,4)$, um foco em $F(5,4)$ e tem excentricidade $e = \frac{3}{4}$.

26) Qual é o comprimento do fio usado para construir um jardim elíptico com 20(m) de largura e 60(m) de comprimento? Qual é a área deste jardim?

27) Exceto por pequenas perturbações, um satélite se move ao redor da Terra em uma órbita elíptica, com um dos focos no centro da Terra. Suponha que no perigeu (o ponto da órbita mais próximo do centro da Terra) o satélite está a 400(km) da superfície da Terra e que no apogeu (o ponto da órbita mais afastado do centro da Terra) o satélite está a 600(km) da superfície da Terra. Calcule o eixo maior e o eixo menor da órbita elíptica deste satélite, supondo que a Terra é uma esfera de 6371(km) de raio.

28) Determine a equação da circunferência que passa pelos pontos $(1, 2)$, $(2, 1)$ e $(-1, 1)$.

29) Um satélite de órbita elíptica e excentricidade 1/3 viaja ao redor de um planeta situado num dos focos da elipse. Sabendo que a distância mais próxima do satélite ao planeta é de 300(km), calcular a maior distância do satélite ao planeta.

30) Determine a equação da elipse com centro na origem, focos sobre o eixo das abscissas e que passa pelos pontos $(2, 2)$ e $(2\sqrt{3}, 0)$.

31) Estabeleça a equação de cada uma das hipérboles a seguir, sabendo que:

a) tem assíntotas de equações $y = 2x$ e $y = -2x$ e vértices em $V_1(-3,0)$ e $V_2(3,0)$;

b) tem focos em $F_1(3,-2)$ e $F_2(3,4)$ e excentricidade $\varepsilon = 2$.

32) Determine os centros, os vértices, os focos, a excentricidade e esboce o gráfico de cada uma das hipérboles a seguir:

a) $3x^2 - y^2 + 3 = 0$;

b) $9x^2 - 4y^2 - 54x + 8y + 113 = 0\,9$;

c) $16x^2 - 9y^2 - 64x - 18y + 199 = 0$.

33) Sabendo que uma hipérbole eqüilátera é aquela em que a medida do semi-eixo real é igual à medida do semi-eixo imaginário, demonstre que a excentricidade de qualquer hipérbole eqüilátera é igual a $\sqrt{2}$.

34) Uma hipérbole passa pelo ponto $(1, 2)$ e uma de suas assíntotas é a reta $3y - \sqrt{11}x = 0$. Determine a equação da hipérbole que o eixo real coincide com o eixo dos *y* e o centro está na origem do sistema cartesiano.

35) Represente graficamente o lugar geométrico dos pontos (x, y) do plano cartesiano que satisfazem as condições:

a) $y^2 + 4y + 16x - 44 = 0$ b) $\dfrac{x-1}{x+1} = \dfrac{1}{2}$ c) $y = \dfrac{\sqrt{36 - 4x^2}}{3}$

36) Classifique e dê todos os elementos de cada uma das curvas com equações dadas a seguir:

a) $16x^2 + 9y^2 - 96x + 72y + 144 = 0$

b) $y^2 - 16x + 2y + 49 = 0$

c) $4x^2 - y^2 - 32x + 4y + 24 = 0$

37) Considere as equações apresentadas na coluna da esquerda e os nomes das curvas planas descritas na coluna da direita. Associe a 2ª coluna com a 1ª coluna.

(I) $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{3} = 1$	( )Elipse
(II) $\dfrac{x}{4} + \dfrac{y}{9} = 1$	( )Hipérbole
(III) $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y}{9} = 1$	( )Reta
(IV) $\dfrac{y^2}{3} - \dfrac{x^2}{4} = 1$	( )Circunferência
(V) $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{4} = 1$	( )Parábola

A associação que relaciona corretamente a equação ao tipo de curva plana na sequencia de cima para baixo, é:

a) I, IV, II, V e III
b) I, V, III, IV e II
c) II, III, V, I e IV
d) III, II, IV, I e V
e) IV, II, V, I e III

38) Encontre a equação da elipse que tem como eixo maior a distância entre as raízes da parábola de equação $y = x^2 - 25$ e excentricidade $\varepsilon = 3/5$.

39) Encontre a equação da parábola que passa pelo ponto $P(0, 10)$ e pelos focos da hipérbole de equação: $9x^2 - 16y^2 = 144$.

40) A elipse: $2x^2 + 3y^2 = 24$ e a hipérbole: $x^2 - y^2 = 5$ se interceptam em 4 pontos formando um retângulo. Determine a área desse retângulo.

41) Determinar as coordenadas do vértice e do foco, a equação da diretriz e esboçar o gráfico das parábolas:

a) $x^2 = 8y$

b) $y^2 = -2x$

c) $(z+2)^2 = 12(y+1)$

d) $(x+2)^2 = -4(z-2)$

e) $x = \frac{y^2}{24} + \frac{y}{6} + \frac{7}{6}$

42) Determinar a equação da parábola de vértice $V(3,-1)$, sabendo-se que $y - 1 = 0$ é a equação de sua diretriz.

43) Dada a cônica $(x-4)^2 = 8(y+2)$

a) Fazer o gráfico desta cônica, **em escala,** indicando as coordenadas do foco e do vértice.
b) Qual é a equação da reta que passa pelo foco e pelo vértice?
c) Determinar os pontos de interseção da cônica com os eixos coordenados.
d) Determinar, **graficamente**, os pontos de interseção da cônica com a reta $y = \frac{1}{2}x - 2$.

44) Determinar as coordenadas do centro, dos vértices e dos focos das elipses:

a) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

b) $\frac{x^2}{4} + \frac{z^2}{4} = 1$

c) $\frac{(x-2)^2}{7} + \frac{(z+1)^2}{16} = 1$

d) $\frac{(y+2)^2}{25} + \frac{(z+3)^2}{16} = 1$

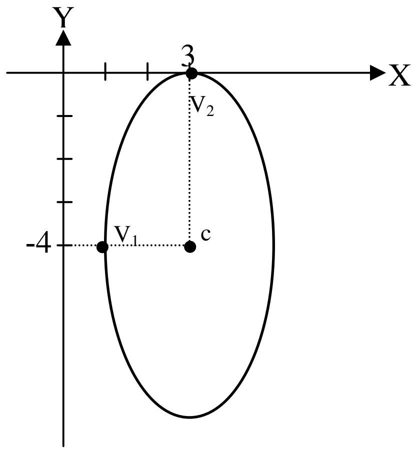
e) $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36 + 4 = 0$

45) Uma elipse, de centro na origem, tem um foco no ponto $F(0,3)$ e a medida do eixo maior é 8. Esboçar seu gráfico e determinar sua equação.

46) Dadas as cônicas: $(x-5)^2 = 4\,Y$ e $\frac{(x-5)^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

a) Fazer o esboço das duas cônicas, **em escala**, e no mesmo gráfico.
b) Determinar, **graficamente**, os pontos de interseção das duas cônicas.
c) Achar a equação da reta que passa pelo eixo da parábola.

47) Dada a figura abaixo, determinar:



a) A equação da cônica representada na figura acima.
b) Os pontos de interseção da elipse com a reta x = 4.
c) **Graficamente**, os pontos de interseção da elipse com a cônica $(y+4)^2 = -8(x-3)$.
d) A equação da reta que passa pelos vértices V_1 e V_2.
e) A equação do sólido de revolução da elipse em torno do seu eixo maior.

48) Determinar as coordenadas do centro, dos vértices e dos focos, esboçar a gráfico e determinar a equação das retas assíntotas das hipérboles abaixo:

a) $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{3} = 1$ b) $x^2 - z^2 + 4x + 4z - 9 = 0$ c) $\frac{(z+3)^2}{16} - \frac{(y-2)^2}{25} = 1$

49) Determinar a equação explícita da hipérbole que satisfaz as condições: centro $C(5,1)$, um foco em $F(9,1)$ e eixo imaginário medindo $4\sqrt{2}$.

50) Dada a cônica $\frac{x^2}{4} - \frac{(y-3)^2}{9} = 1$

a) Fazer o gráfico desta cônica, **em escala,** indicando as coordenadas dos focos, dos vértices e do centro.
b) Qual é a equação da reta que passa pelos focos?
c) Qual é a equação das retas assíntotas?
d) Determinar os pontos de interseção da cônica com os eixos coordenados.
e) Determinar, **graficamente**, os pontos de interseção da cônica com a reta $y = -\frac{1}{2}x + 4$.

51) Para cada uma das parábolas construir o gráfico, encontrar o foco e a equação da diretriz.

a) $x^2 = -4y$ b) $x^2 + y = 0$ c) $2y^2 - 9x = 0$

52) Traçar um esboço do gráfico e obter a equação da parábola que satisfaça as condições dadas.

a) foco: F(0, -1/4); diretriz d: 4x - 1 = 0
b) vértice: V(4, 1); diretriz d: y + 3 =0
c) vértice: V(4, -3); eixo paralela ao eixo dos x, passando pelo ponto P(2, 1)

53) Em cada um dos problemas esboçar o gráfico e determinar os vértices A_1 e A_2, os focos e a excentricidade das elipses dadas.

a) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ b) $25x^2 + 4y^2 = 100$ c) $x^2 + 25y^2 = 25$

54) Em cada um dos problemas determinar a equação da elipse que satisfaça as condições dadas. Esboçar o gráfico.

a) focos $F_1(-4, 0)$ e $F_2\ (4, 0)$, eixo maior igual a 10
b) focos $F_1(0, -5)$ e $F_2(0, 5)$, eixo menor igual a 10
c) focos $F(\pm 3{,}0)$ e vértices $A(\pm 4{,}0)$
d) centro C(1, 4), um foco F(5, 4) e excentricidade 2/3

55) Determinar a equação reduzida, o centro, os vértices, os focos e a excentricidade da elipse $9x^2 + 16y^2 - 36x + 96y + 36 = 0$.

56) Obter as equações paramétricas da elipse de equação dada:

a) $x^2 + 4y^2 = 4$　　b) $9x^2 + 16y^2 = 1$　　c) $9(x-1)^2 + 25(y+1)^2 = 225$

57) Nos problemas a seguir obter a equação geral da elipse dada por equações paramétricas:

a) $\begin{cases} x = 5\cos\theta \\ y = 5\text{sen}\theta \end{cases}$　　b) $\begin{cases} x = 2 + 4\cos\theta \\ y = 3 + 2\text{sen}\theta \end{cases}$

58) Em cada um dos problemas esboçar o gráfico e determinar os vértices, os focos, a excentricidade e equações das assíntotas das hipérboles dadas.

a) $\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{9} = 1$　　b) $\dfrac{y^2}{4} - \dfrac{x^2}{9} = 1$　　c) $4x^2 - 5y^2 + 20 = 0$

d) $y^2 - x^2 = 2$　　e) $9x^2 - 16y^2 = 144$

59) Em cada um dos problemas determinar a equação da hipérbole que satisfaça as condições dadas. Esboçar o gráfico.

a) focos $F(\pm 4, 0)$ e que seja hipérbole eqüilátera
b) focos $F(\pm 5, 0)$ eixo imaginário medindo 4
c) vértices $A(0, \pm 2)$ e equações das assíntotas $y = \pm \dfrac{1}{4}x$
d) Centro C(2, -3), eixo real paralelo a Oy e passando por (3, -1) e (-1, 0)

60) Nos problemas a seguir obter as equações paramétricas da hipérbole.

a) $x^2 - 4y^2 = 4$　　b) $3y^2 - x^2 - 9 = 0$　　c) $9x^2 - 16y^2 + 1 = 0$

QUÁDRICAS

Fazer os exercícios do capítulo 8 do livro:

STEINBRUCH, Alfredo; WINTERLE, Paulo. **Geometria** Analítica. 2a ed. São Paulo: Makron Books do Brasil Editora Ltda, 1987.

1) Determinar uma equação da superfície esférica de centro r, nos casos:

a) C (0,0,0), r = 4 b) C (2,4,-1), r = 3

2) Dada a equação da superfície esférica $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 4y - 12 = 0$, determinar o centro e o raio.

3) Determinar uma equação da superfície esférica de centro C(4,-1,-2) e passando por P(2,3,-1).

4) Determinar uma equação da superfície esférica de centro C(2,-3,4) e

a) tangente ao plano xOy b) tangente ao plano xOz

5) Obter uma equação geral do plano tangente à superfície esférica E no ponto P.

a) E: $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ P(2,1,–2)

b) E: $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 12$ P(1,–3,4)

c) E: $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 11 = 0$ P(2,–5,6)

6) Obter uma equação da superfície gerada pela rotação de cada uma das curvas dadas em torno do eixo indicado.

a) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$ $z = 0$ eixo maior

b) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$ $z = 0$ eixo menor

c) $x^2 + y^2 = 9$ $z = 0$ eixo Ox

d) $\frac{z^2}{4} - y^2 = 1$ $x = 0$ eixo Oy

7) Reduzir cada uma das equações à forma canônica (eq. Reduzida), identificar a superfície e construir seu gráfico.

a) $36x^2 + 16y^2 + 9z^2 - 144 = 0$ b) $36x^2 + 16y^2 - 9z^2 - 144 = 0$

c) $4x^2 - y^2 + 4z^2 - 4 = 0$ d) $z^2 - 4x^2 - 4y^2 = 4$

f) $4x^2 - y^2 + 2z^2 + 4 = 0$

8) No caso em que a intersecção do plano π: com o elipsóide $4x^2+4y^2+9z^2-2=0$ for uma elipse, determine seu centro, focos, vértices e excentricidade. Se for uma circunferência, determine o centro e o raio.

a) $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{100}+\dfrac{z^2}{4}=1$ $\qquad \pi: y-5=0$

b) $x^2+9y^2+4z^2=36$ $\qquad \pi: x+2\sqrt{5}=0$

c) $4x^2+4y^2+9z^2-2=0$ $\qquad \pi: z+\dfrac{1}{3}=0$

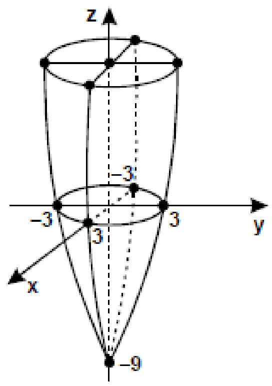
9) Seja o hiperbolóide de uma folha $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{9}+\dfrac{z^2}{2}=1$.

a) Esboce o gráfico de seus traços para os planos $x=\sqrt{2}$, $y=\sqrt{3}$ e $z=-2$;

b) Dê a equação do traço obtido ao intersectarmos a superfície com o plano $z=4$.

OBS: Os exercícios abaixo são do livro:
VENTURI, Jacir J., **Cônicas e quádricas**, 5 ed. Curitiba: Unificado,1949.

10) A figura ao lado representa um parabolóide. Considerando as interseções com os eixos e planos cartesianos, bem como o domínio, a sua equação pode ser:



a) $x^2+y^2-z+9=0$

b) $x^2+2y^2-z-9=0$

c) $x^2+y^2-z-9=0$

d) $2x^2+y^2-z-9=0$

11) Achar as coordenadas dos pontos de intersecção da superfície quádrica $4x^2+y^2-z=16$ com os eixos coordenados.

12) Achar os traços da superfície quádrica $x^2+y^2=8z$ com:

a) o eixo yz;

b) o eixo xz;

c) o eixo xy;

d) o plano $z=4$;

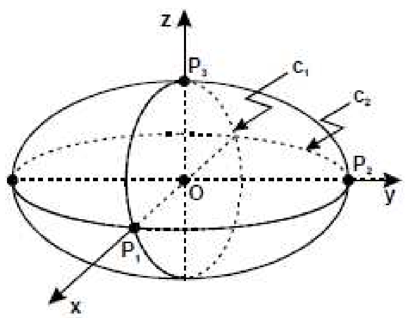
e) o plano $y=2$.

13) Na figura está representada uma superfície quádrica de equação $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{25}+\dfrac{z^2}{9}=1$. Pede-se:

a) as coordenadas dos pontos P_1, P_2 e P_3;

b) a equação da curva C_1;

c) a equação da curva C_2.

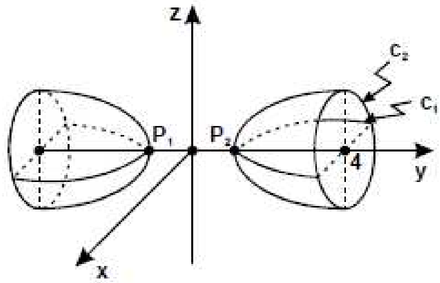


14) Analisando a que superfície quádrica de equação $\frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{2} - \frac{z^2}{3} = 1$, pede-se:

a) as coordenadas dos pontos P_1 e P_2;

b) a equação da curva C_1;

c) a equação da curva C_2.



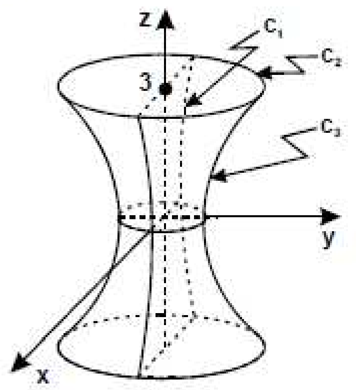
15) Neste exercício a figura ao lado representa uma superfície denominada hiperbolóide de uma folha, cuja equação é $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$. Pede-se:

a) os pontos de intersecção com os eixos x, y e z;

b) a equação da curva C_1;

c) a equação da curva C_2;

d) a equação da curva C_3.



RESPOSTAS DE ALGUNS EXERCÍCIOS

ÁLGEBRA VETORIAL

1) Módulo, direção e sentido.

2) São vetores que têm mesmo módulo, mesma direção e mesmo sentido. São vetores que têm mesmo módulo, mesma direção e sentidos opostos. Que os vetores somados sejam opostos.

3) (V) Se $\vec{u} = \vec{v}$, então $|\vec{u}| = |\vec{v}|$

(F) Se $|\vec{u}| = |\vec{v}|$, então $\vec{u} = \vec{v}$

(F) Se $\vec{u} // \vec{v}$, então $\vec{u} = \vec{v}$

(V) Se $\vec{u} = \vec{v}$, então $\vec{u} // \vec{v}$

(F) Se $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$, então $|\vec{w}| = |\vec{u}| + |\vec{v}|$

(V) Se $|\vec{w}| = |\vec{u}| + |\vec{v}|$, então $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ são paralelos

(F) Se $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, então ABCD (vértices nesta ordem) é um paralelogramo

(V) $|5\vec{v}| = |-5\vec{v}| = 5|\vec{v}|$

(F) Os vetores $3\vec{v}$ é $-4\vec{v}$ são paralelos e de mesmo sentido

(V) Se $\vec{u} // \vec{v}$, $|\vec{u}| = 2$ e $|\vec{v}| = 4$, então $\vec{v} = 2\vec{u}$ ou $\vec{v} = -2\vec{u}$

(V) Se $|\vec{v}| = 3$, o versor de $-10\vec{v}$ é $-\dfrac{\vec{v}}{3}$

4) 10 **5)** 90º

6) a) 10, H, D b) 9, H, E c) 1, H, D d) 8, H, E e) 12, H, E f) 2, H, E

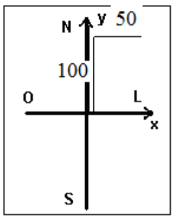
7) a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$ b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ c) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AO}$

d) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BL} = \overrightarrow{AK}$ e) $\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AH}$ f) $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{OE} = \overrightarrow{AI}$

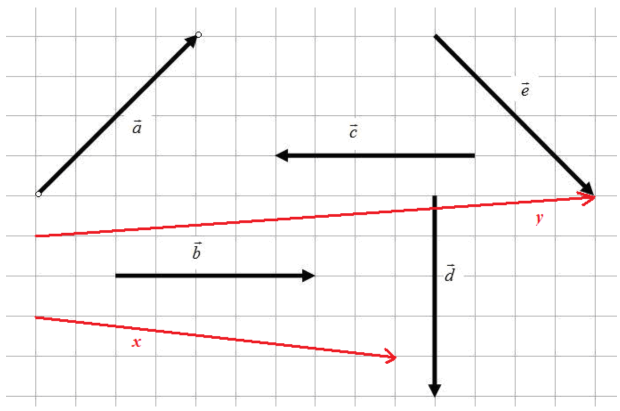
g) $\overrightarrow{MO} - \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{AC}$ h) $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$ i) $\overrightarrow{LP} + \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NF} = \overrightarrow{AE}$

j) $\overrightarrow{BL} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{PB} = \vec{0}$

8) $\sqrt{100^2 + 50^2} = \sqrt{12500} \approx 111{,}8$ (metros)



9)



14) $\left|\vec{a} + \vec{b}\right| = \sqrt{9 + 50 - 2 \cdot 5\sqrt{2} \cdot 3 \cdot \left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)} = \sqrt{89} \approx 9{,}43$

15) (F) $\vec{y} + \vec{z} = \vec{s}$ (V) $\vec{x} + \vec{w} = -(\vec{y} + \vec{z})$ (V) $\vec{y} + \vec{w} + \vec{z} = -\vec{x}$

(F) $\vec{s} - \vec{x} = \vec{u} + \vec{v}$ (F) $\vec{s} + \vec{x} + \vec{u} + \vec{v} = \vec{0}$ (V) $-\vec{u} + \vec{x} + \vec{y} + \vec{z} - \vec{v} = \vec{0}$.

Na letra A - Olhando para os vetores y, z e s temos: $y + z + s = 0$, logo: $y + z = -s$ e não $y + z = s$ como a letra indica, portanto letra A é FALSA.

Na letra B – Olhando para x, w, y e z temos: $x + y + z + w = 0$, logo $x + w = -y - z$ ou $x + w = -(y + z)$. Assim, a letra B, VERDADEIRA.

Na letra C - Olhando os vetores y, w, z e x que indica a alternativa c, temos: $x + y + z + w = 0$, logo $y + z + w = -x$, portanto Alternativa VERDADEIRA.

Na letra D - Olhando os vetores s, x, u e v temos: $u + v + s = x$, logo $s - x = -u - v$ e não $s - x = u + v$ como a alternativa indicou, portanto está é FALSA.

Na letra E – Olhando os vetores u, v, s, e x temos: $u + v + s = x$, logo $u + v + s - x = 0$ e não $u + v + s + x = 0$, portanto fica alternativa FALSA também.

Na letra F - Olhando os vetores u, x, y, z e v temos: $x+y+z+w=u+v$, logo $x+y+z+w-u-v=0$, portanto fica provado que é uma alternativa VERDADEIRA.

16) $\left|3\vec{a}-2\vec{b}\right| = \sqrt{12^2+12^2-2\cdot 12\cdot 12\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{38{,}58} \approx 6{,}21$

17) a) 19 b)18 c) 94 d) 66 e) –205

18) $x=-4$ **19)** a) 0 b) 0 c) 0 d) $a\sqrt{2}$ e $a\sqrt{3}$

20) $m=-34$ ou $m=2$ **21)** -1 ou $\frac{13}{5}$ **22)** (0, 3, 0) ou $\left(0, \frac{1}{5}, 0\right)$

23) $x=-5$ ou $x=-3$ **24)** $D=(0,-7,0)$ ou $D=(0,8,0)$ **26)** $m=5$ e $n=\frac{5}{6}$

28) T_3 = 3000N T_2 = 1552,91 T_1 = 2196,15N

RETAS E PLANOS

1) $(x,y,z)=(3,0,-5)+\alpha(2,2,-1)$

2) $\begin{cases} x=3-3\lambda \\ y=-1-2\lambda \\ z=2+\lambda \end{cases}$ e $B(0,-3,3)$

3) $(x,y,z)=(1,2,-1)+\lambda(2,-3,4)$ $\begin{cases} x=1+2\lambda \\ y=2-3\lambda \\ z=-1+4\lambda \end{cases}$

4) $\begin{cases} x=1+2\lambda \\ y=-2+3\lambda \\ z=-3-\lambda \end{cases}$

5) a) Pontos pertencientes a reta: $\frac{x-2}{-2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+1}{2}$ b) São colineares

c) $\begin{cases} y=\frac{x}{2}+2 \\ z=-x+1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x=2 \\ y=3+2\alpha \\ z=-1+3\alpha \end{cases}$ e) $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$

6) Equações reduzidas $\begin{cases} y=x+1 \\ z=-2x+4 \end{cases}$ (OBS: As outras equações ficam a cargo do aluno)

7) Equações reduzidas $\begin{cases} y=0 \\ z=0{,}577x+4{,}155 \end{cases}$ (OBS: As outras equações ficam a cargo do aluno)

8) a) $\alpha=17{,}72^\circ$ b) $\alpha=65{,}41^\circ$ c) $\alpha=48{,}19^\circ$

9) Não são coplanares **10)** São coplanares. I(2,3,-1)

11) Eq. Cartesiana: $x+2y+2z-6=0$ (OBS: As outras equações ficam a cargo do aluno)

12) $z=-1$

13) Eq. Cartesiana: $-2x-y+2z+9=0$ (OBS: As outras equações ficam a cargo do aluno)

16) $r: \begin{cases} x=3+t \\ y=4+2t \\ z=-1+2t \end{cases}$ **17)** a) Ponto de interseção I(2, -1, 3) b) As retas não são concorrentes.

18) a) (-1, 6, -10) b) (5/2, 5/2, -3) c) (-4, 9, -16) **20)** $x=-\frac{3}{2}z+\frac{7}{2}$ e $y=2z$

21) a) $\begin{cases} x=3-2h \\ y=4 \\ z=-2+h \end{cases}$ b) $\sqrt{20}$ c) (–5, 4, 2) **22)** 3x – 4y – 2z + 4 = 0

23) $3x + 2y + z - 6 = 0$

24) $\begin{cases} x = 1 + h - 2t \\ y = -1 + 2h - t \\ z = 2 - 5h + 4t \end{cases}$ e $x + 2y + z - 1 = 0$

25) $9x - 3y + 2z + 7 = 0$ **26)** 30º **27)** (-3, 2, 4)

28) x = 2 Plano paralelo ao plano coordenado YZ **29)** m = 3 e n = 1 **30)** 60º

31) a) (4, 3, -2) b) (1, 9, 2) c) k = -2 d) (0, -2, -1)

32) a = -6 e b = 10 **33)** 45º

SISTEMAS DE COORDENADAS

6) a) $(-3, 0)$ b) $(-1, -1)$ c) $(2, -2\sqrt{3})$ d) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

7) a) $(\sqrt{2}, \frac{7}{4}\pi)$ b) $(2, \frac{5}{6}\pi)$ c) $(2\sqrt{2}, \frac{1}{4}\pi)$ d) $(5, \pi)$

14) a) $\left(2, \frac{2\pi}{3}, -2\sqrt{3}\right)$ b) $\left(0, \frac{3\pi}{4}, -\sqrt{2}\right)$ c) $\left(\sqrt{6}, \frac{\pi}{3}, \sqrt{6}\right)$

15) a) $\left(\sqrt{18}, \pi/6, \pi/4\right)$ b) $\left(\sqrt{13}, \pi/2, \arccos 2/\sqrt{13}\right)$ c) $\left(\sqrt{20}, 5\pi/6, \arccos -2/\sqrt{5}\right)$

16) a) $r^2 + 4z^2 = 16$ b) $r^2 = 3z$ c) $r^2 \cos 2\theta = 3z^2$

17) a) $\rho = 9\cos\phi$ b) $\rho \operatorname{sen}\phi = 3$ c) $\rho = 8\operatorname{sen}\phi\cos\theta$

PARTE 6: CÔNICAS

1) a) $x^2 - 6x - 4y + 17 = 0$ b) $y^2 - 6y - 20x + 9 = 0$ c) $x^2 - 6x + 9y + 63 = 0$

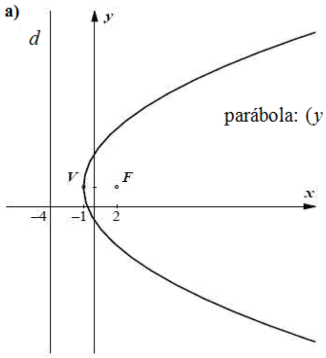
2) $y^2 + 4x + 2y - 15 = 0$ **3)** $y^2 - 2y - 8x + 9 = 0$ ou $y^2 - 2y + 8x - 39 = 0$

4) possíveis respostas: $(2, 4)$ ou $(2, -4)$.

5) a) $V(0, 0)$, $F = \left(\frac{3}{2}, 0\right)$ e $2x + 3 = 0$ b) $V(0, 0)$, $F = \left(0, \frac{5}{4}\right)$ e $4y + 5 = 0$

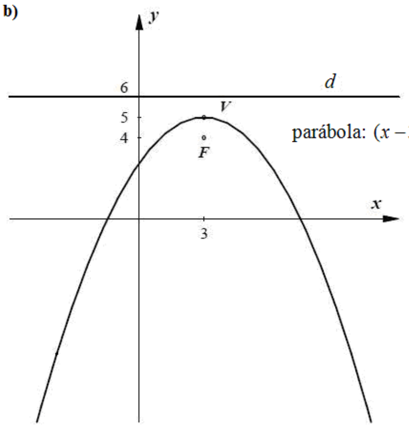
c) $V(2, 0)$, $F = (3, 0)$ e $x - 1 = 0$ d) $V(4, -1)$, $F = (3, -1)$ e $x - 5 = 0$

6) a)



parábola: $(y-2)^2 = 12(x+1)$; $p = 6$; $V(-1, 2)$; $F(2, 2)$ e d: $x = -4$

b)

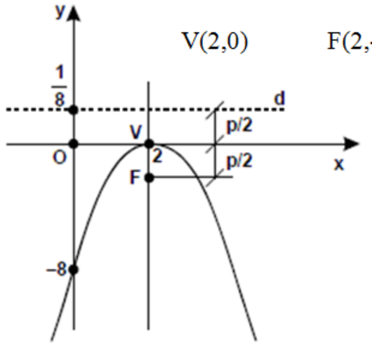


parábola: $(x-3)^2 = -4(y-5)$; $p = 2$; $V = (3, 5)$; $F = (3, 4)$ e d: $y = 6$

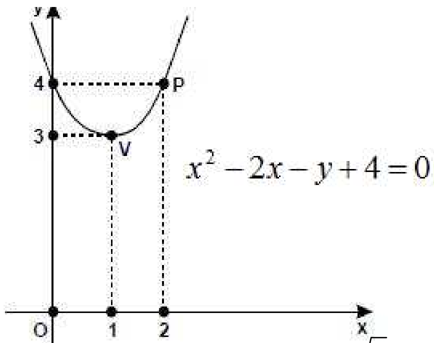
7) $k = 1/12$ **8)** $c = 6$ **9)** $(-1, 2)$ e $(1, 2)$ **10)** 16

11) $(y-3)^2 = 8(x-3)$ **12)** 3,75(m) **13)** 20(m)

14) $x^2 - 1250y + 18750 = 0$ e $y = 23$ (m)

15) 

16) $y = \frac{3}{1250}x^2 + 4$ **17)** (2,0), (3,0), (0,6)

18) 

19) $\varepsilon = 3/5$ **20)** 8; $(4,0)$ e $(-4,0)$

21) $\varepsilon = 12/13$ e 24 **22)** $x^2 + 2y^2 = 3$

23) $(0,-6)$ e $(0,-12)$

24) a) $C(0,0)$, $A_1(0,-3)$, $A_2(0,3)$, $B_1(-\sqrt{5},0)$, $B_2(\sqrt{5},0)$, $F_1(0,-2)$, $F_2(0,2)$, $\varepsilon = 2/3$

b) $C(-1,2)$, $A_1(-1,-7)$, $A_2(-1,3)$, $B_1(-5,-2)$, $B_2(3,-2)$, $F_1(-1,1)$, $F_2(-1,-5)$, $\varepsilon = 3/5$

c) $C(3,-1)$, $A_1(0,-1)$, $A_2(6,-1)$, $B_1(3,-3)$, $B_2(3,1)$, $F_1(3+\sqrt{5},-1)$, $F_2(3-\sqrt{5},-1)$, $\varepsilon = \sqrt{5}/3$

25) a) $9x^2 + 25y^2 = 225$ b) $7x^2 + 16y^2 - 28x - 128y + 172 = 0$

26) Área do jardim = 300π e comprimento do fio = 60m

27) Eixo menor da órbita elíptica do satélite = 13.740,54(km) e eixo maior = 13.742,00(km)

28) $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}$ **29)** 600 (km) **30)** $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{6} = 1$

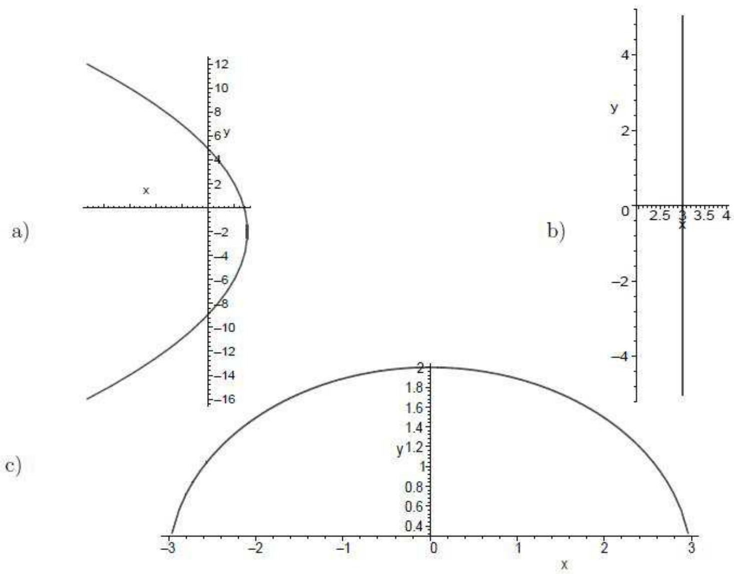
31) a) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$ b) $-4x^2 + 12y^2 + 24x - 24y - 51 = 0$

32) a) $C(0,0)$, $V_1(0,-\sqrt{3})$, $V_2(0,\sqrt{3})$, $F_1(0,-2)$, $F_2(0,2)$, $\varepsilon = 2\sqrt{3}/3$

b) $C(3,1)$, $V_1(3,4)$, $V_2(3,-2)$, $F_1(3,1-\sqrt{13})$, $F_2(3,1+\sqrt{13})$, $\varepsilon = \sqrt{13}/3$

c) $C(2,-1)$, $V_1(2,-5)$, $V_2(2,3)$, $F_1(2,-6)$, $F_2(2,4)$, $\varepsilon = 5/4$

34) $9y^2 - 11x^2 = 25$

35) 

36) a) Elipse: $C(3,-4)$, $V_1(3,-8)$, $V_2(3,0)$, $F_1(3,-4-\sqrt{7})$, $F_2(3,-4+\sqrt{7})$, $\varepsilon=\sqrt{7}/4$

b) Parábola: $V(3,-1)$, $F(7,-1)$, d: $x=-1$

c) Hipérbole: $C(4,2)$, $V_1(1,2)$, $V_2(7,2)$, $F_1(4-3\sqrt{5},2)$, $F_2(4+3\sqrt{5},2)$, $\varepsilon=\sqrt{5}$

37) alternativa a

Para determinar que tipo de curva cada equação representa devemos observar algumas características das equações:
Reta: x e y possuem expoentes iguais a 1, sendo que nem x, nem y podem estar no denominador, nesse caso item (II);
Circunferência: o número que multiplica x^2 e y^2 é sempre o mesmo e temos uma soma de x^2 e y^2 nesse caso o item (V);
Elipse: os números que multiplicam x^2 e y^2 são diferentes e temos uma soma de x^2 e y^2, item (I);
Hipérbole: temos uma subtração de x^2 e y^2, item (IV);
Parábola: temos só x^2 ou só y^2, item (III).

38) $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$ **39)** $y=-\dfrac{2}{5}x^2+10$ **40)** $\text{Área}=\dfrac{4\sqrt{546}}{5}$

51) a) F(0, -1), y = 1 b) F(0, -1/4), y = ¼ c) F(9/8, 0), 8x + 9 = 0

52) a) $x^2 = -y$ b) $x^2 - 8x - 16y + 32 = 0$ c) $y^2 + 6y + 8x - 23 = 0$

53) a) $A(\pm 5, 0)$; $F(\pm\sqrt{21}, 0)$; $e=\sqrt{21}/5$ b) $A(0, \pm 5)$; $F(0, \pm\sqrt{21}, 0)$; $e=\sqrt{21}/5$

c) $A(\pm 5, 0)$; $F(\pm 2\sqrt{6}, 0)$; $e=2\sqrt{6}/5$

54) a) $9x^2 + 25y^2 = 225$ b) $2x^2 + y^2 - 50 = 0$

c) $7x^2 + 16y^2 - 112 = 0$ d) $5x^2 + 9y^2 - 10x - 72y - 31 = 0$

55) $\dfrac{(x-x_0)^2}{16}+\dfrac{(y-y_0)^2}{9}=1$ $C(2,-3)$, $A_1(-2,-3)$, $A_2(6,-3)$, $F(2\pm\sqrt{7},-3)$, $e=\sqrt{7}/4$

56) a) $\begin{cases} x=2\cos\theta \\ y=\text{sen}\theta \end{cases}$ b) $\begin{cases} x=\dfrac{1}{3}\cos\theta \\ y=\dfrac{1}{4}\text{sen}\theta \end{cases}$ c) $\begin{cases} x=1+5\cos\theta \\ y=-1+3\text{sen}\theta \end{cases}$

57) a) $x^2+y^2-25=0$ b) $x^2+4y^2-4x-24y+24=0$

58) a) $A(\pm 2, 0)$, $F(\pm\sqrt{13}, 0)$, $e=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$, $y=\pm\dfrac{3}{2}x$

b) $A(0, \pm 2)$, $F(0, \pm\sqrt{13})$, $e=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$, $y=\pm\dfrac{2}{3}x$

c) $A(0, \pm 2)$, $F(0, \pm 3)$, $e=\dfrac{3}{2}$, $y=\pm\dfrac{2\sqrt{5}}{5}x$

d) $A(0, \pm\sqrt{2})$, $F(0, \pm 2)$, $e=\sqrt{2}$, $y=\pm x$

e) $A(\pm 4, 0)$, $F(\pm 5, 0)$, $e=\dfrac{5}{4}$, $y=\pm\dfrac{3}{4}x$

59) a) $x^2-y^2=8$ b) $4x^2-21y^2=84$ c) $16y^2-x^2=64$ d) $5x^2-8y^2-20x-48y-25=0$

60) a) $\begin{cases} x=2\sec\theta \\ y=\text{tg}\theta \end{cases}$ b) $\begin{cases} x=3\text{tg}\theta \\ y=\sqrt{3}\sec\theta \end{cases}$

QUÁDRICAS

1) a) $x^2+y^2+z^2=16$ ou $x^2+y^2+z^2-16=0$

b) $(x-2)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=9$ ou $x^2+y^2+z^2-4x-8y+2z+12=0$

2) C(-3, 2, 0) e r = 5 **3)** $x^2+y^2+z^2-8x+2y+4z=0$

4) a) $x^2+y^2+z^2-4x+6y-8z+13=0$ b) $x^2+y^2+z^2-4x+6y-8z+20=0$

5) a) $2x+y-2z-9=0$ b) $x+y-z+6=0$ c) $4y-3z+38=0$

6) a) $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{16}+\dfrac{z^2}{4}=1$ b) $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{16}+\dfrac{z^2}{16}=1$ c) $x^2+y^2+z^2=9$ d) $\dfrac{x^2}{4}-y^2+\dfrac{z^2}{4}=1$

7) a) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{16}=1$ elipsóide

b) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}-\frac{z^2}{16}=1$ hiperbolóide de uma folha

c) $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{4}+\frac{z^2}{1}=1$ hiperbolóide de uma folha

d) $-x^2-y^2+\frac{z^2}{4}=1$ hiperbolóide de duas folhas

e) $-x^2+\frac{y^2}{4}-\frac{z^2}{2}=1$ hiperbolóide de duas folhas

8) a) Elipse. Centro $(0,5,0)$, focos $(\pm 3\sqrt{5},5,0)$, vértices $(\pm 4\sqrt{3},5,0)$ e $(0,5,\pm\sqrt{3})$, excentricidade $e=\sqrt{15}/4$.

b) Elipse. Centro $(-2\sqrt{5},0,0)$, focos $(-2\sqrt{5},0,\pm\frac{2\sqrt{5}}{3})$, vértices $(-2\sqrt{5},0,\pm 2)$ e $(-2\sqrt{5},\pm\frac{4}{3},0)$, excentricidade $e=\sqrt{5}/3$.

c) Circunferência. Centro $(0,0,-\frac{1}{3})$, raio $r=0{,}5$.

10) Alternativa c **11)** com o eixo x: $x=\pm 2$, com o eixo y: $y=\pm 4$, com o eixo z: $z=-16$

13) a) $P_1(2,0,0)$; $P_2(0,5,0)$ e $P_3(0,0,3)$

b) $C_1\begin{cases}\frac{x^2}{4}+\frac{z^2}{9}=1\\ y=0\end{cases}$ (elipse no plano xz)

c) $C_2\begin{cases}\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{25}=1\\ z=0\end{cases}$ (elipse no plano xy)

14) a) $P_1(0,-\sqrt{2},0)$ e $P_3(0,\sqrt{2},0)$

b) $C_1\begin{cases}\frac{y^2}{2}-\frac{x^2}{2}=1\\ z=0\end{cases}$ (hipérbole no plano xy)

c) $C_2\begin{cases}\frac{x^2}{2}+\frac{z^2}{3}=1\\ y=4\end{cases}$ (elipse no plano $y=4$)

15) a) $(2,0,0)$, $(-2,0,0)$, $(0,2,0)$ e $(0,2,0)$

b) $C_1\begin{cases}\frac{x^2}{4}-\frac{z^2}{9}=1\\ y=0\end{cases}$ (hipérbole no plano xz)

c) $C_2\begin{cases}x^2+y^2=8\\ y=3\end{cases}$ (círculo de raio $2\sqrt{2}$ no plano $z=3$)

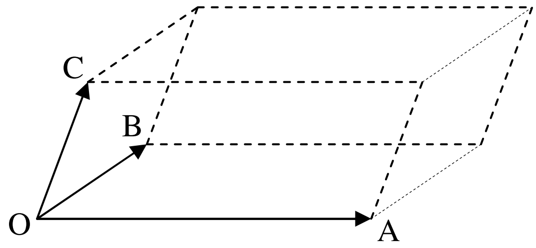
d) $C_3\begin{cases}\frac{y^2}{4}-\frac{z^2}{9}=1\\ x=0\end{cases}$ (hipérbole no plano yz)

SEGUNDA PROVA DE NB-020 – P2 – 21/10/2014

1ª QUESTÃO: Dados os pontos $A(2, 0, 2)$ e $B(3, \sqrt{3}, 6)$, determinar o vetor projeção de $\overrightarrow{AB}$ sobre o vetor $\vec{u}$ que é ortogonal ao eixo Oz, forma ângulo de 60º com o vetor $\vec{i}$ e ângulo agudo com o eixo Oy.

2ª QUESTÃO: Do paralelepípedo de lados OA, OB e OC, sabe-se que:

$\overrightarrow{OA} = (x, 3, 4)$, $\overrightarrow{OB} = (0, 4, 2)$ e $\overrightarrow{OC} = (1, 3, 2)$.



a) Calcule o valor de $x > 0$, para que o volume desse paralelepípedo seja igual a 12 u.v .

b) Calcule o a área do triângulo OAC.

3ª QUESTÃO: Sejam os pontos A(-1, -1, 2), B(2, 1, 1) e C(m, -5, 3).

a) Para que valor de m o triângulo ABC é retângulo em A?
b) Determinar o ponto H, pé da altura relativa ao vértice A.

4ª QUESTÃO: Determine as equações simétricas da reta r que tem as seguintes características:

a) Passa pelo ponto de interseção da reta $s: \begin{cases} y = x + 3 \\ z = -x + 2 \end{cases}$ com o plano xz.

b) É simultâneamente ortogonal às reta $r_1: \begin{cases} y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$ e $r_2: \begin{cases} x = -2y \\ z = y + 3 \end{cases}$

5ª QUESTÃO: Considere as retas $(r)\begin{cases} x = 4 - \alpha \\ y = -4 + 2\alpha \ (\alpha \in \Re) \\ z = 3 - 2\alpha \end{cases}$ e $(s)\begin{cases} \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} \\ z = 1 \end{cases}$ e o ponto $A = (5{,}5\ ;\ -3\ ;\ 4)$. Pede-se:

a) faça um gráfico representando a reta (s) no espaço;

b) determine, caso exista, o ponto de interseção da reta (r) com a reta (s).

3ª PROVA DE NB-020 – 09/12/2014

1ª QUESTÃO: Determine a equação geral (cartesiana) do plano que contém as retas (r) e (s) de equações: $r: \begin{cases} y = 2x + 1 \\ z = -3x - 2 \end{cases}$ e $s: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 4t \\ z = 3 - 6t \end{cases}$

2ª QUESTÃO: Determine:

a) a equação da parábola com eixo de simetria paralelo ao eixo dos *y*, vértice em (2,3) e que passa pelo ponto (6,5). Desenhar o gráfico da parábola em escala de $1\,\text{u.c.} = 1\,\text{cm}$.

b) a posição do foco dessa parábola em coordenadas polares.

c) a equação da diretriz.

3ª <u>QUESTÃO</u>: Seja a hipérbole $\frac{(y+3)^2}{9}-\frac{(x-2)^2}{4}=1$:

a) Faça um esboço da hipérbole, em escala de $1\,\text{u.c.}=1\,\text{cm}$, indicando as coordenadas do centro, dos vértices e dos focos.
b) Determine os pontos de interseção da hipérbole com os eixos coordenados.
c) Ache a equação das retas assíntotas.

5ª <u>QUESTÃO</u>: Considere o elipsóide de equação $36x^2+16y^2+9z^2-90z+81=0$.

a) Escreva a sua equação padrão.
b) Determine, **em coordenadas esféricas**, os pontos de interseção desse elipsóide com a reta de equação $\begin{cases} x=0 \\ z=5 \end{cases}$.
c) Faça um esboço desse elipsoide, em escala de $1\,\text{u.c.}=1\,\text{cm}$, indicando as coordenadas de seu centro e de seus vértices.

SEGUNDA PROVA DE NB-020 – P1 – 16/05/2015

1ª <u>QUESTÃO</u>: Seja um triângulo de vértices A(2, 1, 3), B(1, 0, -1) e C(-1, 2, 1). Encontre a altura (h) desse triângulo, em relação ao lado AC.

2ª <u>QUESTÃO</u>: **Determine e represente**, no sistema de coordenadas cartesianas, o vetor $\vec{v}$, sabendo que:

- o vetor $\vec{v}$ tem abscissa igual à ordenada;
- o vetor $\vec{v}$ tem cota positiva;
- o vetor $\vec{v}$ tem módulo igual a 6;
- o vetor $\vec{v}$ é ortogonal ao vetor $\vec{u}=(1,1,-4)$.

3ª <u>QUESTÃO</u>: Seja a reta $(s)\begin{cases} x=4+2\alpha \\ y=-3+\alpha \quad (\alpha\in\Re) \\ z=3-3\alpha \end{cases}$ e a reta (*r*) determinada pelos pontos A(2,0,3) e B(2,4,0). Pede-se:

a) Determine as equações simétricas da reta (*r*) e faça um esboço da sua representação gráfica.
b) Calcule o ângulo formado pelas retas (*r*) e (*s*).
c) Encontre, caso exista, o ponto de interseção das retas (*r*) e (*s*).

4ª <u>QUESTÃO</u>: Determine os ângulos diretores do vetor normal ao plano π, sendo:

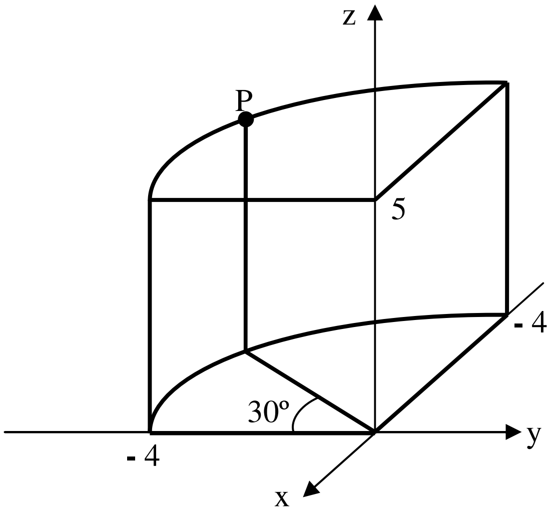
$$\pi\begin{cases} x=2+\alpha-3\beta \\ y=-1+2\beta \\ z=3-4\alpha+\beta \end{cases}$$

5ª <u>QUESTÃO</u>: São dados os pontos A(0,1,8) e B(-3,0,9), e a reta r na forma reduzida $r:\begin{cases} y=x+1 \\ z=-3x+3 \end{cases}$, onde C é um ponto qualquer desta reta. Determine o ponto C, pertencente à reta r, de maneira que o triângulo formado com vértices A, B e C, seja retângulo em A.

TERCEIRA PROVA DE NB-020 – P1 – 25/06/2015

1ª QUESTÃO: Esboce o gráfico da quádrica $100x^2 + 16y^2 + 25z^2 - 200z = 0$, indicando as coordenadas do centro e dos vértices. OBS: use escala de 1 uc = 1 cm.

3ª QUESTÃO: Determine as coordenadas retangulares, cilíndricas e esféricas do ponto P representado na figura:



4ª QUESTÃO: Seja a cônica de equação $\frac{(x-2)^2}{36} - \frac{(y+1)^2}{25} = 1$:

a) Faça o esboço do gráfico (use escala de 1 uc = 1 cm);
b) Determine as coordenadas do centro, dos vértices e dos focos;
c) Encontre a equação das retas assíntotas.

SEGUNDA PROVA DE NB-020 – P1 – 22/10/2015

1ª QUESTÃO: Dados os pontos $A(m, 1, 0)$, $B(m-1, 2m, 2)$ e $C(1, 3, -1)$, determinar m de modo que o triângulo ABC seja retângulo em A. Calcular a área do triângulo.

2ª QUESTÃO: Determine o(s) vetor(es) $\vec{v}$, de módulo 4, coplanar aos vetores $\vec{A} = (2, 1, 0)$ e $\vec{B} = (0, 0, -1)$ e que forma um ângulo de 45º com o vetor $\vec{C} = (0, 1, -1)$.

3ª QUESTÃO: Determine o ponto A', simétrico de A(1, 4, 2) em relação ao plano $\pi : x - y + z - 2 = 0$.

4ª QUESTÃO: Determinar o ângulo formado entre o plano π e a reta r, definidos por:

$$\pi \begin{cases} x = 2 + \alpha - 3\beta \\ y = -1 + 2\beta \\ z = 3 - 4\alpha + \beta \end{cases} \qquad r : \begin{cases} y = 2x + 3 \\ z = x - 2 \end{cases}$$

5ª QUESTÃO: Determine as equações simétricas da reta paralela à reta $r : \begin{cases} y = x + 1 \\ z = 2x + 3 \end{cases}$ e que contenha o ponto de interseção da reta $s : \begin{cases} x = 2 \\ z = y + 3 \end{cases}$ com o plano xz.

TERCEIRA PROVA DE NB-020 – P1 – 26/11/2015

1ª QUESTÃO: Determinar a equação geral e construir o gráfico da curva gerada por um ponto que se move, de modo que a soma de suas distâncias aos pontos (4, -1) e (4, 7) seja sempre igual a 12.

3ª QUESTÃO: Determine as coordenadas cilíndricas e esféricas e esboce o gráfico, do ponto P que se encontra no 8º octante e cujas distâncias em relação à origem do sistema de coordenas retangulares são, em módulo, 3 cm, 4 cm e 6 cm.

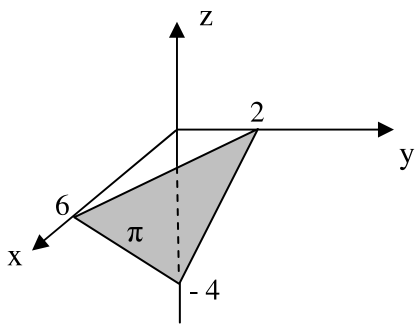
4ª QUESTÃO: Dada a equação geral da cônica $16x^2 - 9y^2 - 64x - 18y + 199 = 0$

a) Esboce o gráfico.
b) Ache a excentricidade, o centro, os vértices e os focos.
c) Determine a equação da reta assíntota crescente.

SEGUNDA PROVA DE NB-020 – P1 – 14/05/2016

1ª QUESTÃO: Verifique se existe interseção entre a reta r e o plano π, caso exista determine este ponto.

$$r: \begin{cases} x = -3y + 6 \\ z = -y - 1 \end{cases}$$



2ª QUESTÃO: Determinar as *equações simétricas* da reta r, perpendicular ao plano π e que passa pelo ponto A (2,3, -1).

$$\pi: \begin{cases} x = 1 + h - 2t \\ y = 1 - t \\ z = 4 + 2h - 2t \end{cases}$$

3ª QUESTÃO: Determinar o vetor $\vec{v}$ de módulo 5 , sabendo que é ortogonal ao eixo Oy e ao vetor $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{k}$, e forma ângulo obtuso com o vetor $\vec{i}$.

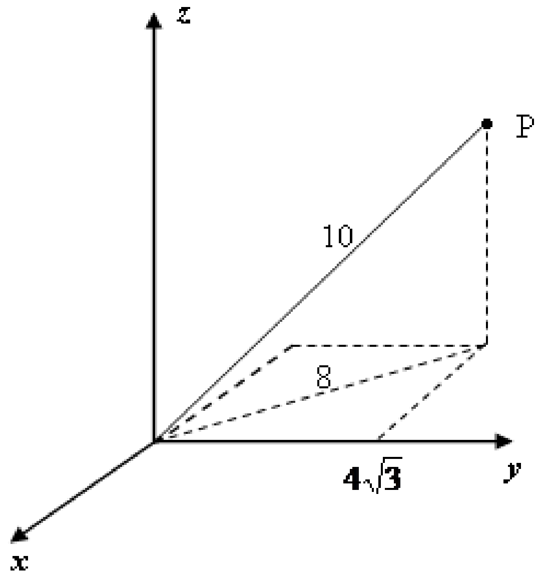
4ª QUESTÃO: Determinar a projeção do vetor $\vec{v} = 4\vec{i} + 6\vec{j} - 3\vec{k}$ na direção do vetor definido pelos ângulos diretores α, $\beta = 120º$ e $\gamma = 50º$

5ª QUESTÃO: Determinar a equação do plano π, que contém o ponto $P_1(0,-1,2)$ e a reta

$$r \begin{cases} x = z - 3 \\ y = 3z - 4 \end{cases}$$

TERCEIRA PROVA DE NB-020 – P1 – 18/06/2016

1ª QUESTÃO: A figura abaixo representa um ponto P no espaço. Para representar o ponto P foi utilizada uma coordenada de cada um dos sistemas de coordenadas estudados, cartesiano, cilíndrico e esférico. Determine todos os valores que faltam para os três sistemas de coordenadas e represente-os no gráfico abaixo.



2ª QUESTÃO: Determine, para o conjunto dos números complexos, as raízes de $4z^6 + 256 = 0$, na forma algébrica $z = a + bj$, com $a, b \in \Re$. Represente graficamente as raízes.

3ª QUESTÃO: Dada a equação cônica $x = \frac{y^2}{24} + \frac{y}{6} + \frac{7}{6}$, determinar as coordenadas do vértice e do foco, a equação da diretriz e esboçar o gráfico.

4ª QUESTÃO: Seja a hipérbole cuja equação é $25x^2 - 16y^2 - 400 = 0$

a) Determine as coordenadas do centro, dos vértices e dos focos.
b) Determine as equações das assíntotas.
c) Represente graficamente.

5ª QUESTÃO: Seja o elipsóide de equação $9x^2 - 36x + 4y^2 - 8y + 36z^2 + 4 = 0$.

a) Determine sua equação na forma reduzida padrão.
b) Esboce seu gráfico, indicando as coordenadas do centro e dos vértices.

SEGUNDA PROVA DE NB-020 – P1 – 08/10/2016

1ª QUESTÃO: O ponto A(1, 2, 3) é um dos vértices de um paralelepípedo, e os três vértices adjacentes são B(2, 1, 4), C(0, 2, 0) e D(1, m, 1). Sabendo-se que as coordenadas dos pontos A, B e D, foram dadas em módulo e que estes pontos encontram-se, respectivamente, nos seguintes octantes, 4º, 8º, 2º. Determinar o valor de m para que o volume desse paralelepípedo seja igual a 20 unidades de volume.

2ª QUESTÃO: O vetor $\vec{v}$ é ortogonal aos vetores $\vec{u} = (1, 2, 0)$ e $\vec{w} = (2, 0, 1)$ e forma ângulo agudo com o vetor $\vec{j}$. Determinar o vetor $\vec{v}$, sabendo que $|\vec{v}| = \sqrt{21}$.

3ª QUESTÃO: Seja o plano π que contém o ponto A(3, 7, 1) e é paralelo aos vetores $\vec{u} = (1, 1, 1)$ e $\vec{v} = (1, 1, 0)$.

a) Encontre as equações cartesiana e paramétrica de π.
b) Verifique se o ponto P (1, 2, 2) pertence ao plano π.
c) Verifique se o vetor $\vec{w} = (2, 2, 5)$ é paralelo ao plano π.

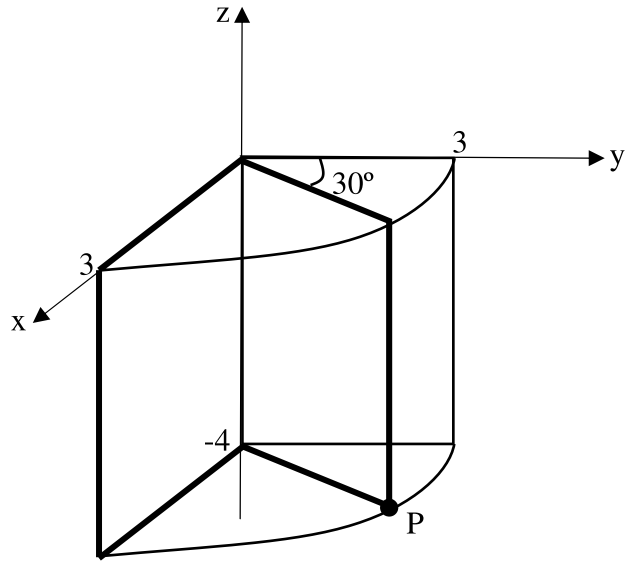
4ª QUESTÃO: Determine as equações simétricas das retas r e s. Ache o ângulo formado entre elas. Sabe-se que:

- A reta r contém o ponto A(2, 3, -1) e é paralela ao eixo OZ.
- A reta s contém o ponto B(-1, 0, 2) e seu vetor diretor tem módulo 6 e ângulos diretores $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 120^\circ$ e γ.

5ª QUESTÃO: Represente graficamente o plano $15x + 10y - 6z - 30 = 0$. Ache o ponto de interseção deste plano com a reta $x + 2 = y - 3 = z + 5$.

TERCEIRA PROVA DE NB-020 – P1 – 19/11/2016

3ª QUESTÃO: O sistema de controle de uma empresa de transportes detectou um furo no fundo de um dos tanques de gasolina. A imagem na tela do monitor mostra o quinto octante do tanque com um sinal luminoso de alerta sobre o furo (no ponto P). Determine as coordenadas retangulares, cilíndricas e esféricas do ponto onde se encontra o furo.



4ª QUESTÃO: Determine a equação de uma parábola, no plano xy, de vértice $V(-2, 3)$, eixo de simetria paralelo ao eixo OX e que passa pelo ponto $P_1(-3, 1)$. Esboce a parábola, com escala de $1\text{u.c.} = 1\text{cm}$, indicando as coordenadas do vértice e do foco.

5ª QUESTÃO: Determine os centros, os vértices, os focos, a equação das retas assíntotas e esboce o gráfico da hipérbole $4y^2 - 9x^2 - 16y + 36x - 56 = 0$.
