Inatel

Instituto Nacional de Telecomunicações

E201 - Circuitos Elétricos I - Teoria

Guia de Aulas

DISCIPLINA: **E201** - CIRCUITOS ELÉTRICOS I. **DATA:**

DOCENTE: PROF. NAVANTINO D. B. FILHO **TEMA:** GRANDEZAS ELÉTRICAS FUNDAMENTAIS.

RESUMO:

<u>SOBRE</u> <u>ALGUMAS</u> <u>GRANDEZAS</u> <u>ELÉTRICAS</u> <u>FUNDAMENTAIS</u>

CORRENTE, TENSÃO, POTÊNCIA, CONDUTORES, CAMPO ELÉTRICO, RESISTÊNCIA, CARGA ELÉTRICA, ENERGIA ELÉTRICA, POTENCIAL ELÉTRICO, POTÊNCIA ELÉTRICA.

1 - **CORRENTE ELÉTRICA**: é definida como sendo o <u>movimento</u> <u>ordenado</u> de **CARGAS ELÉTRICAS**. Este movimento é organizado a partir da ação de um agente (**CAMPO ELÉTRICO**) que irá atuar sobre as cargas elétricas, propiciando uma mudança no estado natural em que elas se encontram nos materiais (<u>movimento</u> <u>desordenado</u>, por ação principalmente da temperatura), dando-lhes um sentido definido de movimento (de A para B, de B para A ou ambos, de forma alternada).

1.1 - **CARGA ELÉTRICA** - são partículas dotadas de uma propriedade especial que produz em torno delas uma região do espaço dentro da qual outra carga elétrica fica submetida a uma força de atração ou de repulsão. Esta região é denominada **CAMPO DE FORÇAS ELÉTRICAS**, ou simplesmente **CAMPO ELÉTRICO**, e a força é denominada de **FORÇA ELÉTRICA**. As relações entre as cargas, o meio onde se situam, a distância que as separa e a força que atua entre elas, são estabelecidas pela Lei de Coulomb. Esta propriedade de exercer uma força e deslocar outras cargas, configura a capacidade de realização de um trabalho e, portanto, a carga elétrica possui uma forma de energia (**ENERGIA** = CAPACIDADE DE REALIZAR TRABALHO). É a esta forma de energia, capaz de permitir a ação de uma força sobre uma carga elétrica, que se denomina de **ENERGIA ELÉTRICA**.

Os elétrons, os prótons e os íons (átomos que perderam ou ganharam elétrons) são partículas carregadas de energia elétrica e, por esta razão, são exemplos de cargas elétricas, se constituindo no ponto de partida para o entendimento das grandezas que estudaremos nesta disciplina. Como a corrente elétrica é o movimento ordenado de cargas elétricas, então uma corrente elétrica pode ser formada, em princípio, a partir do movimento ordenado de elétrons, prótons ou íons. Entretanto, não é possível se organizar o movimento de prótons, tal a força que os "prende" em suas posições nos átomos (no núcleo). Assim, vamos ter na prática, correntes elétricas formadas por movimentos ordenados de elétrons, de íons ou de ambos (ver NOTA 1). Estes movimentos, porém, não podem ser organizados de forma significativa, do ponto de vista prático, em qualquer meio. Somente alguns possuem características especiais que lhes conferem a propriedades de serem condutores de cargas elétricas (elétrons e/ou íons), daí a denominação que recebem de **CONDUTORES ELÉTRICOS**.

Nossa atenção irá se concentrar particularmente no elétron, já que esta partícula é a principal responsável (e em alguns casos, a única) em produzir correntes elétricas (movimentar-se ordenadamente) nos meios condutores dos tipos empregados nos circuitos eletro-eletrônicos. Por exemplo: nos condutores metálicos as correntes são devidas exclusivamente, à movimentação de elétrons.

A carga elétrica pode ser quantificada. Experiências realizadas pelo físico Robert Andrews Millikan levaram à conclusão de que a menor quantidade de carga existente na natureza é a carga de um elétron, que é igual a de um próton, e que seu valor deve ser expresso pelo número $1{,}6.10^{-19}$ (ver NOTA 2 abaixo). Assim, a menor quantidade de carga existente é $q = 1{,}6.10^{-19}$ [C], onde C = Coulomb, homenagem a Charles Augustin de <u>Coulomb</u>. Toda quantidade de carga existente é múltipla inteira desta quantidade. O raciocínio que leva a esta conclusão é simples: elétrons e prótons são partículas indivisíveis, sendo elas as responsáveis por qualquer quantidade de carga elétrica que possa existir. E já que só podem existir quantidades inteiras de elétrons ou prótons, então a quantidade de carga tem que ser múltiplo inteiro da quantidade de carga de 1 elétron ou de 1 próton.

Partindo-se de que a carga de 1 elétron é de $1{,}6.10^{-19}$ [C], chega-se a conclusão de que uma quantidade de carga igual a 1 [C] representa a carga total contida em $6{,}25.10^{18}$ elétrons (ou prótons) (ver NOTA 2 abaixo). Faça o cálculo e comprove.

NOTAS: 1) Corrente de elétrons: nos metais e alguns tipos de gases. Corrente de íons: em soluções eletrolíticas.
2) Os valores 1,6 e 6,25 são os arredondamentos mais comumente utilizados.

1.2 - **INTENSIDADE DE UMA CORRENTE ELÉTRICA** - é definida como sendo a taxa ou velocidade com que a carga varia no tempo. Isto quer dizer que: $i = dq/dt$ [C/s = A], onde [A] significa Ampère, identidade da grandeza "corrente elétrica", homenagem a André Marie **Ampère**. Assim: 1 [A] significa uma variação na quantidade de carga a uma taxa de 1 C/s [Coulomb/segundo]. Se você pudesse ver uma corrente elétrica em um condutor (fio de cobre, por exemplo) e esta corrente fosse de 10 [A], você veria um deslocamento, em qualquer ponto deste condutor, de 10 Coulomb por segundo de carga elétrica. Isto seria o mesmo que ver $10 \times 6{,}25.10^{18}$ elétrons por segundo se deslocando por aquele ponto (ou seja: $62{,}5.10^{18}$ elétrons por segundo). Cuidado para não confundir carga elétrica com elétron. Elétron é a denominação de uma partícula em especial e carga elétrica é a denominação que se dá a qualquer partícula que possua a propriedade descrita no primeiro parágrafo do item 1.1. Como o elétron tem esta propriedade, ele é uma carga elétrica (com quantidade de carga elétrica igual a $1{,}6.10^{-19}$ [C]). Já o nêutron, que também é uma partícula, não é uma carga elétrica.

1.3 - **TIPOS DE CORRENTE ELÉTRICA**.

1.3.1 - Em função do **sentido do deslocamento** das cargas e de sua **intensidade**, podemos definir os seguintes tipos de corrente elétrica:

a) **CORRENTE CONTÍNUA** – é aquela cujo sentido de deslocamento das cargas é sempre o mesmo ao longo do tempo.

Em função de sua intensidade, pode ser:

a.1) CORRENTE CONTÍNUA **PURA** – sua intensidade não varia no tempo.

a.2) CORRENTE CONTÍNUA **PULSATIVA** – sua intensidade varia no tempo, de forma periódica ou de forma não-periódica (ou aperiódica).

b) **CORRENTE ALTERNADA** - é aquela cujo sentido de deslocamento das cargas varia ao longo do tempo (ora para um lado, ora para o outro). Esta inversão de sentido pode se dar de forma periódica ou não-periódica (ou aperiódica). Sua intensidade também irá variar, decorrência da própria variação de sentido.

1.4 - **OUTRAS CONSIDERAÇÕES IMPORTANTES**.

Para que seja produzido um deslocamento de cargas elétricas entre 2 pontos de um determinado meio, ou seja, produzida uma corrente elétrica entre os 2 pontos, algumas condições mínimas têm que ser satisfeitas:

a) O meio tem que ser **CONDUTOR** elétrico. Isto significa que o meio tem que possuir cargas elétricas capazes de serem deslocadas pela ação de um agente que irá atuar sobre elas com uma determinada força. No caso dos meios com os quais trabalharemos, estas cargas são os **ELÉTRONS LIVRES** e o agente será o **CAMPO ELÉTRICO** a ser produzido por algum processo (veremos isto mais à frente) e dentro do qual os elétrons se deslocarão. Assim, as cargas elétricas estarão dentro do campo elétrico a ser produzido e submetidas a uma força de natureza elétrica.

b) De acordo com o exposto em "a" acima, sobre as cargas que podem ser deslocadas (elétrons livres) tem que atuar um agente (campo elétrico) capaz de exercer sobre elas uma força que as desloque no sentido desejado (força elétrica).

c) Entre estes 2 pontos tem que haver uma **TENSÃO ELÉTRICA**, ou simplesmente tensão (o mesmo que voltagem ou diferença de potencial - d.d.p.). Isto quer dizer que o agente campo elétrico terá que ter **POTENCIAIS ELÉTRICOS** diferentes em cada um dos 2 pontos entre os quais se deseja produzir a corrente elétrica. Se os 2 pontos tiverem o mesmo **POTENCIAL ELÉTRICO**, o deslocamento por ação das forças do campo elétrico não ocorrerá entre eles (a diferença entre os potenciais ou a tensão será zero).

d) O sentido com que os elétrons se deslocam nos condutores é do ponto de MENOR (-) potencial elétrico para o de MAIOR (+) potencial elétrico (dizemos: do - para o +). Este sentido é denominado
SENTIDO REAL da corrente. Porém, quando ainda não se conhecia perfeitamente tal fenômeno, foi assumida a hipótese de que as cargas se deslocavam do ponto de MAIOR (+) potencial para o de MENOR (-) potencial (dizemos: do + para o -). Depois se comprovou que era exatamente o oposto. Como esta hipótese não afetava os estudos, ela continuou sendo usada e passou a ser denominada de **SENTIDO CONVENCIONAL**. O sentido convencional para uma corrente elétrica é o mais adotado nos livros textos e é aquele com o qual trabalharemos em nossa disciplina.
IMPORTANTE: notar que o uso do - e do + aqui, tem significado de MENOR (-) e MAIOR (+).

2) **TENSÃO**: o mesmo que voltagem ou d.d.p. (**d**iferença **d**e **p**otencial), é definida como sendo a diferença entre os POTENCIAIS ELÉTRICOS de 2 pontos de um campo elétrico (daí o nome de "diferença de potencial"). O **POTENCIAL ELÉTRICO** de um ponto qualquer de um campo elétrico representa a quantidade de energia necessária (ou trabalho) para se deslocar 1 [C] de carga elétrica deste ponto até o infinito (ou trazê-la do infinito até este ponto). Podemos entender que infinito aqui significa "fora da ação do campo". Imagine a seguinte situação:

Para se deslocar 1 [C] de carga de um ponto A de um campo elétrico até o infinito é necessário realizar um trabalho de 50 [J]. Para se deslocar a mesma quantidade de carga (1 C) de outro ponto B do mesmo campo até o infinito é necessário um trabalho de 30 [J]. Qual o trabalho necessário para se deslocar tal quantidade de carga de A até B? Vemos que o trabalho será 50 [J] – 30 [J] = 20 [J]. Os 50 [J] para deslocar 1 [C] de A ao infinito representa o que é denominado de POTENCIAL ELÉTRICO do ponto A, da mesma forma que os 30 [J] representam o POTENCIAL ELÉTRICO do ponto B. Ao calcularmos o trabalho para deslocar aquele 1 [C] entre A e B, calculamos a diferença entre os trabalhos realizados para deslocar de A ao infinito e de B ao infinito, ou seja, calculamos a DIFERENÇA DE POTENCIAL entre os pontos A e B. Como a quantidade de carga deslocada foi de 1 [C], então tivemos um trabalho de 20 [J/C]. Esta diferença de potencial, que representa a quantidade de energia necessária (ou trabalho) para se deslocar 1 [C] (unidade de carga) entre 2 pontos de um campo elétrico, é o que chamamos de TENSÃO ou VOLTAGEM ou, simplesmente, d.d.p. entre os 2 pontos: quantidade de energia necessária (ou trabalho) para se deslocar a <u>unidade</u> de carga elétrica (1C) entre 2 pontos de um campo elétrico.

Repetindo: a tensão representa a quantidade de energia necessária (ou trabalho a ser realizado) para se deslocar 1 (um) Coulomb de carga (a unidade de carga) entre 2 pontos de um campo elétrico. Tanto o POTENCIAL ELÉTRICO quanto a TENSÃO são identificados por VOLT [V], homenagem a Alessandro **V**olta. Assim, uma tensão de 50 [V] significa 50 Joules/Coulomb. Portanto, se o trabalho realizado para se deslocar 1 [C] de carga entre 2 pontos de um campo elétrico foi de 50 [J], então a tensão entre estes 2 pontos é de 50 [V]. Por outro lado, se entre 2 pontos de um campo elétrico foram deslocados 60 [C] de carga e o trabalho realizado para isto foi de 720 [J], então entre estes 2 pontos há uma tensão de 12 [V]. Faça estes cálculos. E faça mais este: qual a quantidade de energia necessária para se deslocar 3 [C] de carga entre 2 pontos de um campo elétrico se entre eles a tensão é de 6 [V] ?

Para produzir o campo de forças elétricas (campo elétrico) no meio onde se deseja produzir a corrente usa-se um dispositivo, que conhecemos muito bem no nosso dia-a-dia, denominado FONTE OU GERADOR DE TENSÃO. E, considerando-se as definições anteriores, podemos entender que uma fonte que gera uma tensão igual a 12 [V] é uma fonte capaz de disponibilizar uma energia de 12 [J] por Coulomb de carga que se deseja deslocar entre seus terminais (12 V equivalem a 12 J/C).

<u>Faça a análise abaixo:</u>

Certo condutor elétrico (imagine um pedaço de fio de cobre, por exemplo), por causa das características que possui, exige que seja realizado um trabalho de 15 [J] para cada 1 [C] de carga por segundo que se desejar deslocar através dele. Responda às seguintes perguntas:

a) Qual a tensão a ser aplicada ao condutor para se deslocar através dele $6{,}25.10^{18}$ elétrons por segundo?

b) Na situação do item "a", qual será a quantidade de carga deslocada através do condutor ao final de 30 segundos e qual será a quantidade de energia gasta neste deslocamento?

c) Se uma fonte de tensão aplicar entre os extremos do condutor uma d.d.p. de 60 [V], qual a quantidade de carga por segundo que será deslocada através dele?

d) Se for necessário que se produza no condutor uma corrente cujo valor seja de 2 [A], qual deve ser o valor da tensão a ser aplicada aos seus terminais?

e) Se este condutor suportar uma corrente máxima de 6 [A] sem que o aquecimento produzido nele o faça derreter, qual será o máximo valor de tensão que se pode aplicar aos seus terminais sem que ele se danifique?

3) **POTÊNCIA**: Imagine que alguém lhe pergunte o quanto de energia elétrica certa lâmpada irá consumir, tendo em vista que ele queira calcular o quanto esta lâmpada acesa vai lhe custar, em termos da energia consumida e a ser paga para a empresa fornecedora de energia elétrica. Considerando-se que esta quantidade de energia a ser consumida depende de quanto tempo a lâmpada ficará acesa, antes de responder você terá que perguntar: por quanto tempo a lâmpada ficará acesa?

Generalizando a situação anterior, o quanto de energia será consumido por um dispositivo depende do tempo em que ele ficará em operação, e por quanto tempo ele ficará em operação depende da necessidade de quem o utiliza. Assim, torna-se importante haver um jeito de se informar o consumo de energia de um dispositivo de uma forma tal que seja possível se calcular o consumo total em um dado intervalo de tempo, tenha este intervalo a duração que tiver.

Isto foi resolvido a partir da informação do quanto de energia o dispositivo consome por unidade de tempo (por segundo). A partir daí, é possível se calcular o quanto será consumido para qualquer intervalo de tempo que o dispositivo permaneça em operação. Esta informação é, exatamente, o que se chama de POTÊNCIA, ou seja, é uma relação entre energia e tempo (Joule/segundo). Esta relação de Joule/segundo é o que foi padronizado no S.I. como sendo WATT [W], em homenagem a James Watt. Assim, 1 [W] é o mesmo que 1 [J/s]. Falamos em “consumir” energia, mas o mesmo raciocínio se aplica a “fornecer” energia (caso das fontes).

De uma forma mais clássica, a POTÊNCIA representa a taxa ou a velocidade com que a energia varia no tempo (Joule/segundo ou Watt). Quando falo da lâmpada de 60 W estou informando que ela consome 60 J de energia por segundo. Ou seja, a energia nela varia à taxa de 60 J/s.

Veja o seguinte exemplo: considere uma lâmpada cuja especificação seja de 100 [W]. Quanto de energia ela irá consumir se permanecer acesa por 2 horas? Irá consumir 100x2x3600 = 720.000 Joules (ou 720 kJ) de energia (impressionou-se com o número? Então, lembre-se dele sempre que ligar um aparelho elétrico qualquer e trate de fazer economia). Outro exemplo: considere um chuveiro elétrico cuja especificação seja de 5000 [W] (há chuveiros que consomem mais e há os que consomem menos, só que também aquecem menos a água). Se você deixar este chuveiro ligado por 15 minutos (é esse o tempo que você gasta no banho, com o chuveiro ligado ?), você será responsável por gerar um consumo de energia de 4.500.000 [J] ou 4500 kJ, ou ainda, 4,5 MJ (assustou-se de novo ? Então...).

Veja ainda: uma bateria está carregada com uma quantidade de energia igual a 72 kJ. Por quantas horas ela conseguirá fornecer energia a uma lâmpada de 5 W? Calcule.

4) **RESISTÊNCIA**: tomemos como referência um condutor elétrico (um pedaço de fio de cobre, por exemplo) conduzindo uma corrente (deslocamento ordenado de elétrons livres). Os elétrons livres ao se deslocarem pelo condutor se chocarão com átomos da substância, terão que vencer a agitação térmica (movimentos aleatórios produzidos pela temperatura), sofrerão repulsão de outros elétrons existentes no condutor, além de outros fatores, o que cria uma dificuldade para se produzir o movimento ordenado que caracteriza uma corrente elétrica. A esta dificuldade é que se chama de RESISTÊNCIA ELÉTRICA. Fisicamente, se você pudesse ver a resistência elétrica, são estes os fenômenos que você veria. Outra coisa: estes fenômenos fazem com que a velocidade de deslocamento dos elétrons que dão origem à corrente **não seja** igual à da luz no vácuo (300.000 km/s), ficando mesmo muito distante dela (entre acelerações e desacelerações, agitação térmica, desvios de rota etc., será estabelecida uma velocidade média que, em um condutor convencional, será muito inferior à velocidade da luz).

A unidade desta grandeza é o OHM (representada pela letra grega ômega: Ω), homenagem a George Simon Ohm. Na quantificação da resistência elétrica, o padrão de medida adotado nos informa qual valor de tensão se necessita para cada 1 [A] de corrente que se desejar estabelecer no condutor. Assim, ao dizermos que a resistência de um condutor é de 500 [Ω], estamos informando que para cada 1 [A] de corrente que nele desejarmos produzir, serão necessários 500 [V] de tensão em seus terminais (ou seja, 500 Ω significa a mesma coisa que 500 Volt/Ampère).

Veja se você entendeu: a) Se no condutor citado no parágrafo anterior a corrente for de 1,5 A, a que tensão estará submetido? E que corrente irá circular por ele se lhe aplicarmos uma tensão de 50 V?

A resistência elétrica é influenciada pelo tipo do material do condutor (cobre, alumínio etc.), por sua forma física (circular, oval, mais curto ou mais longo etc.) e pela temperatura a que estiver submetido. A relação entre estes fatores e a resistência foi estabelecida por George Simon Ohm e está expressa em sua 2ª. lei, também chamada lei de Ohm-Pouillet: $R = \rho . (l / S)$, onde **ρ** é a resistividade do material (valores que, para temperatura ambiente, podem ser encontrados em tabelas), **l** é o seu comprimento e **S** é a área de sua secção reta transversal, devendo-se tomar cuidado especial com as unidades a serem usadas para cada uma das grandezas. Este assunto será objeto de estudos posteriormente.

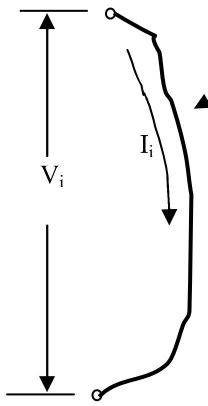
DISCIPLINA: E201 - CIRCUITOS ELÉTRICOS I. **DATA:**

DOCENTE: PROF. NAVANTINO D. B. FILHO **TEMA:** LEIS DE OHM.

RESUMO:

1) 1ª. lei de Ohm - Estabelece a relação entre a tensão V e a corrente I em um condutor metálico de resistência elétrica R. A corrente é diretamente proporcional a tensão, sendo a constante de proporcionalidade o valor da resistência do condutor.

Mantidas as características físicas do condutor e a sua temperatura, ao se aplicar a ele diversas tensões, resultará, para cada tensão V aplicada, uma corrente I. Para cada par de valores formado pela tensão V aplicada e a corrente I resultante, a relação V / I será sempre uma constante, cujo valor é a resistência R do condutor. Veja a ilustração a seguir:



- FIG. 1 -

Condutor metálico com resistência elétrica R, mantido com características físicas e temperatura constantes, submetido a diversos valores de tensão (V_i) e no qual resultam diversos valores de corrente (I_i).

Para $V_i = V_1$ resulta em $I_i = I_1$
Para $V_i = V_2$ resulta em $I_i = I_2$
Para $V_i = V_3$ resulta em $I_i = I_3$
....
....
Para $V_i = V_n$ resulta em $I_i = I_n$

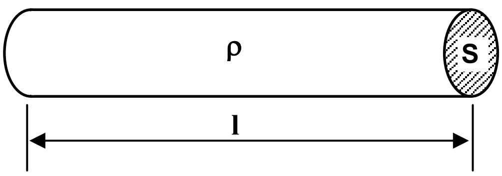
sendo que: $V_1 / I_1 = V_2 / I_2 = V_3 / I_3 = ... = V_n / I_n =$ constante $= R$. Portanto, a expressão que modela matematicamente a 1ª. lei de Ohm pode ser escrita como:

R = V/I ou **V = R.I** ou **I = V/R**

A unidade para resistência elétrica é o **Ohm**, simbolizada pela letra grega ômega maiúscula [**Ω**]. É uma homenagem ao físico alemão Georg Simon Ohm (1787 - 1854), formulador desta importante lei da física.

2) 2ª. lei de Ohm - Estabelece a relação entre a resistência elétrica e as características físicas do condutor. Para um condutor metálico, a uma dada temperatura, tem-se que:

$R = \rho . l / S$ onde:



- FIG. 2 -

ρ = resistividade do material do condutor. Valor que pode ser encontrado em tabelas, para temperatura ambiente. Exemplos:
- ρ do cobre ≅ 0,017 [$\Omega.mm^2/m$] ou $1,7.10^{-8}$ [$\Omega.m$]
- ρ do alumínio ≅ 0,027 [$\Omega.mm^2/m$] ou $2,7.10^{-8}$ [$\Omega.m$]
- ρ do ouro ≅ 0,024 [$\Omega.mm^2/m$] ou $2,4.10^{-8}$ [$\Omega.m$]
- ρ da prata ≅ 0,016 [$\Omega.mm^2/m$] ou $1,6.10^{-8}$ [$\Omega.m$]

l = comprimento do condutor, em [m].
S = área da secção reta transversal do condutor, em [mm^2] para resistividade em [$\Omega.mm^2/m$] ou em [m^2] para resistividade em [$\Omega.m$]. Para um condutor de forma circular, $S = \pi.r^2$.

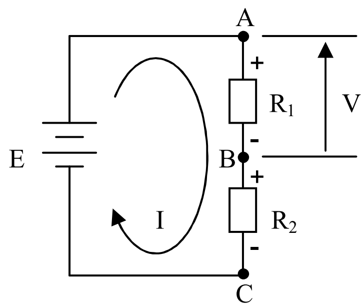
3) USO DA 1ª. LEI DE OHM EM CIRCUITOS ELÉTRICOS.

Este item tem como objetivo fazer apenas uma introdução ao uso da 1ª. Lei de Ohm, que a partir de agora chamaremos apenas de lei de Ohm. É nosso desejo, dada a sua importância, salientar algumas particulares ligadas ao seu uso. Destacar algumas notações e simbologias usadas e, especialmente, alguns erros comuns quando de sua aplicação.

3.1 – Primeiramente, é importante se ressaltar que as três grandezas envolvidas na lei de Ohm (V, I e R) são sempre no mesmo elemento. Isto significa que em um resistor, por exemplo, as três grandezas são no próprio resistor: tensão no resistor, corrente no resistor e resistência do resistor. Isto mostra, por exemplo, que nem sempre é possível se usar diretamente a lei de Ohm para cálculo da corrente em um dado resistor de um circuito, pois nem sempre a tensão nele é conhecida, embora se conheça a sua resistência. Ao tratarmos da análise dos primeiros circuitos, o que faremos mais adiante, voltaremos a este assunto.

3.2 – Ao nos referirmos a uma tensão é quase sempre necessário, além de seu valor, indicar a sua polaridade. Para isto, algumas simbologias são usadas, cada uma tendo seus padrões que devem ser bem conhecidos. Lembrar que uma simbologia pode trazer em si, muitas vezes, um conjunto grande de informações. Por exemplo, um símbolo de trânsito é uma mensagem escrita sem uma palavra. Lembra-se do símbolo de "contramão"? E o de "ultrapassagem proibida"? Nem uma palavra, mas uma informação importante que se não conhecida pode resultar em verdadeiros desastres.

Para o caso de circuitos elétricos, tomemos como ilustração a situação representada na FIG. 3.



- FIG. 3 -

A FIG. 3 mostra duas formas diferentes de se fazer referência à tensão no resistor R_1:

a) através do uso dos sinais + e – em seus terminais, sendo **+** onde a corrente "entra" e **-** onde ela "sai", e

b) através do uso de uma seta entre dois traços que delimitam os dois pontos entre os quais se deseja indicar a tensão, sendo que a **ponta da seta indica** o ponto de **potencial maior (+)** e o **pé da seta indica** o ponto de **potencial menor (-)**.

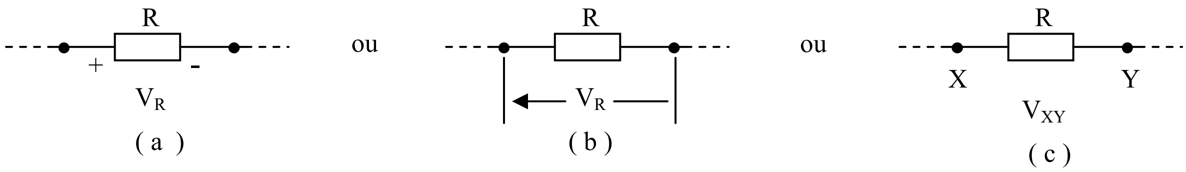
Embora não seja um erro, não se deve usar as duas formas ao mesmo tempo. Assim, se for usada só a convenção da seta, já está subentendido que onde estiver a sua **ponta é o +** e onde estiver o seu **pé é o -**. LEMBRE-SE DISTO SEMPRE, PARA NÃO COMETER ERROS.

Existe ainda, outra convenção muito usada. Consiste em se fazer uso de letras para identificar os dois pontos entre os quais se deseja indicar a existência de certa tensão, como os pontos **A e B** nos terminais de R_1, indicando-se a tensão da seguinte forma:

$$\mathbf{V_{AB}} \quad \text{ou} \quad \mathbf{E_{AB}}$$

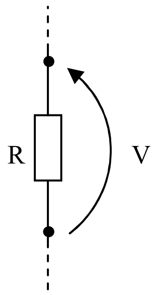
onde a **primeira letra do subíndice** indica o ponto de **potencial maior (+)** e a **segunda letra indica** o ponto de **potencial menor (-)**. LEMBRE-SE SEMPRE DISTO, PARA NÃO COMETER ERROS. Também neste caso, não se deve usar as outras duas convenções simultaneamente. Vale relembrar que **V_{AB} significa V_A - V_B**, ou seja, a diferença entre os potenciais dos pontos A e B (ddp), que é o mesmo que tensão ou voltagem.

Só para fixar, reveja as três formas principais de se representar uma tensão entre dois pontos, que no exemplo abaixo ilustrado corresponde à tensão nos terminais de um resistor (mas, poderiam ser dois outros pontos quaisquer):



- FIG. 4 -

Apenas para não ficar só nisto, a convenção que usa a seta também pode ser desenhada da seguinte forma:



- FIG. 5 -

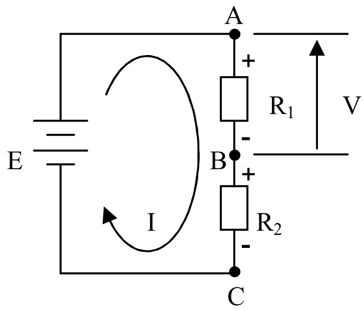
Exercício:

Indique em cada figura, o sentido da corrente no resistor.

Conforme já mencionado, nem sempre é possível se usar diretamente a lei de Ohm, sem se efetuar alguma simplificação no circuito. Por exemplo, vamos considerar o circuito da FIG. 3, desenhado abaixo como FIG. 6, onde agora definimos valores para a tensão da fonte E e para os resistores R_1 e R_2.

$E = 36$ V

$R_1 = 4k\Omega$
$R_2 = 2k\Omega$



- FIG. 6 -

Se desejarmos calcular a corrente, podemos escrever: $I = V / R_1$ (lei de Ohm), mas não podemos usar esta equação já que não temos o valor de V, que é a tensão em R_1 (que poderíamos chamar de V_{R1}). Notar que R_1 não está ligado diretamente aos terminais da fonte E, cuja tensão é de 12 V. Portanto, não é esta a tensão sobre R_1 e, assim, não podemos usá-la como se fosse V_{R1}. Da mesma forma, podemos escrever: $I = V_{R2} / R_2$, mas também não temos V_{R2}. Logo, não podemos usar diretamente a lei de Ohm neste circuito. LEMBRE-SE DISTO SEMPRE, PARA NÃO COMETER ERROS.

É claro, podemos reduzir os dois resistores do circuito a um único resistor equivalente e, aí sim, usar a lei de Ohm. Mas, só depois de fazermos esta simplificação no circuito poderemos aplicar nele, diretamente, a lei de Ohm. Veremos isto mais adiante.

DISCIPLINA: E201 - CIRCUITOS ELÉTRICOS I. **DATA:**

DOCENTE: PROF. NAVANTINO D. B. FILHO **TEMA:** FONTES DE ALIMENTAÇÃO PARA CIRCUITOS ELÉTRICOS.

RESUMO:

FONTES INDEPENDENTES E IDEAIS DE TENSÃO E FONTES INDEPENDENTES E IDEAIS DE CORRENTE.

1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS.

São dispositivos destinados a fornecer energia elétrica aos circuitos para que eles executem as funções para as quais foram concebidos. Uma fonte também pode atuar como carga, absorvendo energia ao invés de fornecendo energia. Um exemplo disto são as pilhas ou baterias recarregáveis quando estão sendo carregadas.
Inicialmente, trataremos da FONTE INDEPENDENTE, que é aquela cuja tensão que gera não depende do circuito (carga) a ela ligado, fonte esta denominada FONTE DE TENSÃO, ou aquela cuja corrente que gera não depende do circuito (carga) a ela ligado, fonte esta denominada FONTE DE CORRENTE. Deve ficar claro que:

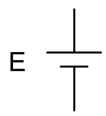
a) Ambos os tipos (FONTE DE TENSÃO e FONTE DE CORRENTE) possuem em sua saída, uma tensão e fornecem uma corrente, quando alimentando uma carga;
b) O que difere um tipo do outro é o fato de que na FONTE DE TENSÃO, a tensão gerada só depende da própria fonte, enquanto a corrente depende da carga a ela ligada, e na FONTE DE CORRENTE, a corrente gerada é que depende só da fonte, enquanto a tensão nos seus terminais depende da carga a ela ligada.

Por outro lado, consideraremos, ao mesmo tempo, um tipo de fonte que, além de INDEPENDENTE, é também denominada FONTE IDEAL, o que é caracterizado pelo fato da fonte NÃO POSSUIR PERDAS. Este fato é modelado a partir da consideração de que a tensão em sua saída é sempre igual à tensão gerada, independentemente da carga a ela ligada, para o caso de FONTE DE TENSÃO, ou a corrente por ela fornecida é sempre igual à corrente por ela gerada, independentemente da carga a ela ligada, para o caso de FONTE DE CORRENTE.

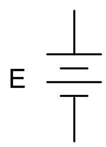
Assim, uma FONTE INDEPENDENTE E IDEAL é aquela que atende ao mesmo tempo, às duas condições acima expostas: INDEPENDENTE por gerar uma tensão (para FONTE DE TENSÃO) ou gerar uma corrente (para FONTE DE CORRENTE) cujo valor não depende da carga e IDEAL por não possuir perdas, o que faz com que a tensão ou corrente em sua saída seja igual à tensão ou corrente gerada.

2 - ALGUNS SÍMBOLOS PARA FONTES INDEPENDENTES E IDEAIS.

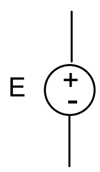
FONTES DE TENSÃO CONTÍNUA
(DC ou CC) PURA



Tipo pilha, onde:
traço maior = +
traço menor = -



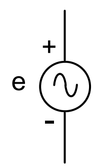
Tipo bateria
(idem acima)



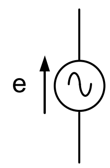
Tipo eletroeletrônica

OBS.:
a) Quando o tipo não importa à análise, usa-se qualquer um dos símbolos acima, indistintamente.
b) Para se indicar o valor da tensão,é comum o uso das letras E ou V (maiúsculas).

FONTES DE TENSÃO ALTERNADA
(AC ou CA) SENOIDAL

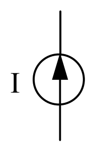


Usa-se “e” ou “v” (minúsculas).



Usa-se “e” ou “v” (minúsculas). A ponta da seta indica o potencial maior (+).

FONTE DE CORRENTE



I = corrente gerada pela fonte e que será fornecida à carga que for ligada a sua saída. A tensão na saída desta fonte tem potencial maior no terminal onde está a ponta da seta.

3 - ESPECIFICAÇÕES MÍNIMAS DE FONTES DE TENSÃO.

Para que possam ser usadas de forma adequada, é preciso que se conheça algumas especificações das fontes. O mínimo necessário é:

a) FONTES DO TIPO ELETROELETRÔNICAS:

- TENSÃO: valor EXATO da tensão que a fonte fornece ou da faixa de valores de tensão que podem ser obtidos, para o caso de fontes com tensões ajustáveis. Por exemplo: 12V, como único valor possível; 0 a 30V, para fontes com tensão de saída ajustável (você escolhe dentro desta faixa, qual valor você quer que a fonte forneça na saída e faz o ajuste para obtê-lo).

- CORRENTE ou POTÊNCIA: valor MÁXIMO de corrente ou de potência que a fonte pode fornecer. Notar que esta especificação se refere ao valor máximo possível. O valor que a fonte irá fornecer depende da carga que a ela for ligada. Por exemplo: 12 V / 5 A, onde 12 V é o valor exato de tensão disponível na saída, independentemente da carga nela ligada, e 5 A é o valor máximo de corrente que dela pode ser drenada. Se você ligar na saída desta fonte um resistor de 10 Ω, a corrente fornecida será de 1,2 A; se ligar um de 50 Ω, a corrente será de 240 mA; se ligar um de 2 Ω, a fonte poderá ser danificada, pois a corrente exigida será de 6 A, acima da capacidade suportável por ela (possivelmente, um fusível de proteção irá se queimar). Por outro lado, esta mesma fonte poderia ter a especificação: 12 V / 60 W, onde 60 W é a máxima potência que ela é capaz de fornecer. Na mesma situação exemplificada, com o resistor de 10 Ω, a potência seria de 14,4 W; com o de 50 Ω s potência seria de 2,88 W; com o de 2 Ω, ela poderá ser danificada, já que a potência exigida neste caso seria de 72 W, acima do máximo que ela é capaz de fornecer.

b) FONTES DO TIPO PILHAS E BATERIAS (ACUMULADORES DE ENERGIA):

Tomemos como exemplo as baterias, mas a análise também vale para as pilhas. Conforme se sabe, uma bateria vai se descarregando durante o processo de fornecimento de energia à carga. Com isto, vai chegar um momento em que sua capacidade de manter a carga em funcionamento correto se esgota (bateria esgotada ou descarregada). Mas, por quanto tempo ela é capaz de funcionar corretamente, depende do consumo de energia imposto pela carga. Uma mesma bateria pode funcionar corretamente por dias e dias ou apenas por alguns minutos, dependendo da corrente que a carga dela exigir. Assim, a especificação para estes tipos de fonte é feita de forma diferente, ou seja:

- TENSÃO: tal como no caso anterior.

- CORRENTE: especificada em termos de Ampère.hora [A.h], significando quantos Ampère de corrente ela pode fornecer durante 1 hora, mantendo um funcionamento adequado. Após este tempo de 1 hora, sua tensão cai para valores que podem não assegurar mais o correto funcionamento da carga. Por exemplo: 12 V / 60 A.h, significa que ela é capaz de fornecer uma corrente de:

  60 A durante 1 hora ou
  30 A durante 2 horas ou
  15 A durante 4 horas ou
  120 A durante ½ hora ou
  240 A durante 15 minutos
  600 A durante 6 minutos .... e assim sucessivamente.

NOTA: A máxima corrente que ela pode fornecer, e por quanto tempo, é especificada pelo fabricante. Teoricamente, poderíamos imaginar uma corrente extremamente alta em um tempo extremamente curto, mas isto pode danificar a bateria. Assim, é recomendável se conhecer esta informação antes de se tentar obter uma corrente muito alta da bateria.

Se a bateria do exemplo fosse ligada para alimentar um aparelho (ou carga) que exigisse dela uma corrente de 3 A, este aparelho estaria adequadamente alimentado durante 20 horas. Por outro lado, se ela fosse usada para alimentar uma lâmpada de 12 V / 60 W, esta lâmpada permaneceria acesa, dentro de suas especificações, por um tempo de 12 horas. Faça os cálculos. Calcule também: por quanto tempo a bateria do nosso exemplo suportaria dar a partida no motor de um carro que exigisse para isto uma corrente de 150 A? Este é o valor da corrente que, em média, um motor 1.6 a 2.0 irá exigir na partida. Você entenderá porque a bateria se descarrega tão rapidamente quando o carro não “pega” e você fica insistindo em dar a partida. E isto supondo que a bateria esteja plenamente carregada, o que nem sempre é verdade.

4 - ESPECIFICAÇÕES MÍNIMAS DE FONTES DE CORRENTE.

Na fonte de corrente o elemento que independe da carga a ela ligado é a corrente que ela irá fornecer, enquanto a tensão em seus terminais depende da carga. Veja que é o oposto da fonte de tensão. No restante, valem para as fontes de corrente as mesmas considerações feitas até aqui para as fontes de tensão. Voltaremos a este assunto mais adiante.

DISCIPLINA: E201 - CIRCUITOS ELÉTRICOS I. **DATA:**

DOCENTE: PROF. NAVANTINO D. B. FILHO **TEMA:** ASSOCIAÇÕES DE RESISTORES E DE FONTES IDEAIS.

RESUMO:

1 - TIPOS E CARACTERÍSTICAS DAS ASSOCIAÇÕES DE COMPONENTES DE CIRCUITOS.

Os componentes ou elementos de circuitos (resistores, fontes, capacitores, indutores, diodos, transistores, inúmeros tipos de circuitos integrados etc.) são interligados (associados) na formação dos diversos circuitos elétricos. Cada um dos tipos de associações existentes tem suas características ou propriedades específicas e se conhecer cada uma delas é da maior importância para que seja possível o projeto e/ou a análise de circuitos.

Vamos, de início, fazer considerações sobre as associações em si, não interessando que tipos de componentes façam parte delas, e sem qualquer tratamento relativo a cálculo de componentes equivalentes. É necessário primeiro, que se entenda o que caracteriza cada tipo de associação. Como você vai identificar se a associação é do tipo “x” ou do tipo “y” se você não souber o que caracteriza uma e outra?

Aliás, você vai aprender muito cedo que calcular, por exemplo, a resistência equivalente de uma associação série ou paralela é coisa muito simples. Sabe onde você vai encontrar dificuldades e pode errar por causa disto? É em identificar se os componentes estão em série ou se estão em paralelo. Uma vez identificado, o cálculo em si é simples. A questão maior e primeira é identificar como eles estão associados. Se errar isto, não adianta fazer os cálculos corretamente, pois eles estarão certos do ponto de vista matemático e errados do ponto de vista de circuitos.

Por exemplo: você somou os valores dos resistores porque disse que eles estavam em associação série e em associação série de resistores se calcula a resistência equivalente série através de uma soma. Só que a associação não era série e, portanto, você não deveria ter somado. Do ponto de vista de análise de circuitos, adianta você ter acertado a soma?

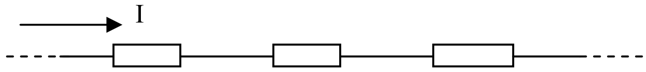
Vale ressaltar ainda, que nem sempre será possível se calcular um componente único que seja equivalente uma dada associação de componentes. Mas, estas questões que envolvem cálculos, o que pode ser feito e como deve ser feito, serão tratadas só mais à frente.

As associações entre componentes de circuitos podem ser dos seguintes tipos:

1.1 - SÉRIE - é aquela onde os componentes associados entre si estão submetidos à MESMA CORRENTE (esta é a única condição que garante que uma associação seja série). Esteja atento, e isto é muito importante, para não confundir mesma corrente com correntes de mesmo valor. É claro que, se uma mesma corrente for medida em vários locais do circuito, deve ser encontrado sempre o mesmo valor, já que se trata da mesma corrente. Entretanto, é possível você ter componentes com correntes de mesmo valor, mas sendo correntes distintas. Logo, estes componentes NÃO ESTÃO EM SÉRIE. Assim, o fato de se saber, por exemplo, que a corrente em cada um de dois componentes de um circuito é de 5 A, não significa que eles estejam em série. Pode ser que sim, pode ser que não. É preciso se saber se se trata da mesma corrente, caso em que eles estarão em série, ou se se trata de correntes distintas, porém de mesmo valor, caso em que eles não estarão em série.

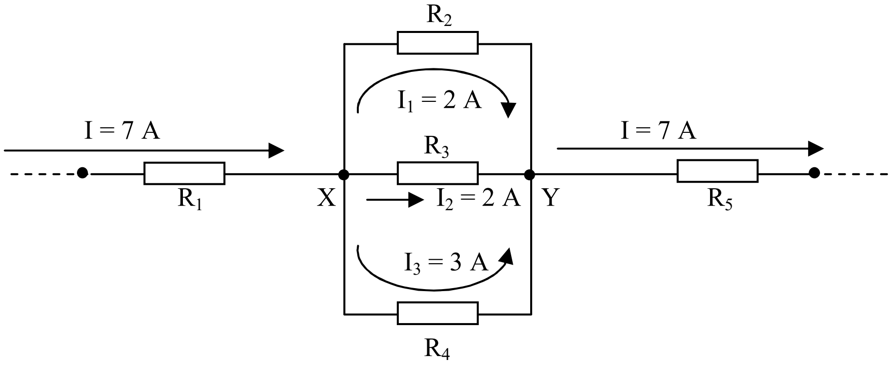
Vejamos alguns exemplos:

1.1.1)



Nesta associação há um único percurso para a corrente I. Logo, ela será a mesma nos três componentes e, portanto, eles estão em série.

1.1.2)

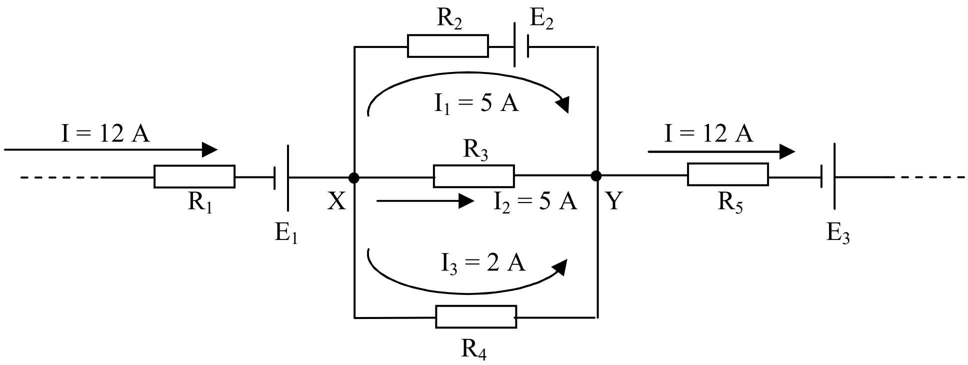


Nesta associação, vemos que R_1 e R_5 estão em série, já que possuem a <u>mesma corrente</u>. Entretanto, nenhum dos demais componentes está em série com estes dois e nem com qualquer outro. Apesar das correntes em R_2 e R_3 terem o <u>mesmo valor</u>, não se trata da <u>mesma corrente</u> e, assim, eles não estão em série. A corrente I que circula em R1, se divide no ponto X em três partes: I_1, I_2 e I_3. No ponto Y, estas três partes se juntam e formam a corrente que circula em R_5. Logo, a corrente em R_1 e R_5 é a <u>mesma corrente</u> (conseqüentemente, o valor também é o mesmo, é claro). Mas, volto a insistir: só R_1 e R_5 estão em série entre si.

Notar que "estar em série" não é se ter um componente ligado diretamente ao outro ou "alinhado" com o outro. "Estar em série" é ter a mesma corrente, ainda que um componente não esteja ligado diretamente ao outro que com ele está em série.

OBS.: O ponto X é denominado "nó", assim como o ponto Y. Isto será objeto de estudo posterior.

1.1.3)

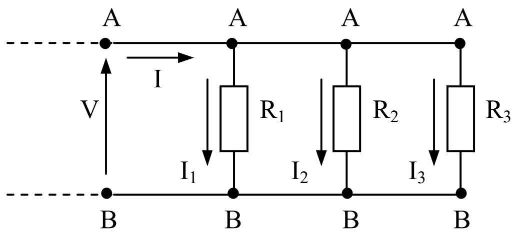


Nesta associação temos a mesma situação anterior, mostrada no exemplo 1.1.2. Entretanto, nela aparece uma ocorrência nova: as fontes de tensão E_1 e E_3 também estão em série com R_1 e R_5, já que a corrente é a mesma nestes quatro elementos do circuito. Então, temos agora na ilustração acima, quatro elementos associados em série. Além disto, a fonte E_2 também está em série com R_2, já que a corrente por estes dois componentes é a mesma (corrente indicada como I_1).

1.2 - PARALELA - é aquela onde os componentes associados entre si estão submetidos à <u>MESMA TENSÃO</u> (esta é a única condição que garante que uma associação seja paralela ou em paralelo). Esteja atento, e isto é muito importante, para não confundir <u>mesma tensão</u> com <u>tensões de mesmo valor</u>. É possível você ter componentes com tensões de mesmo valor, mas sendo tensões distintas. Logo, estes componentes NÃO ESTÃO EM PARALELO. Assim, o fato de se saber, por exemplo, que a tensão em cada um de dois componentes de um circuito é de 12 V, não significa que eles estejam em paralelo. Pode ser que sim, pode ser que não. É preciso saber se se trata da mesma tensão, caso em que eles estarão em paralelo, ou se se trata de tensões distintas, porém de mesmo valor, caso em que eles não estarão em paralelo.

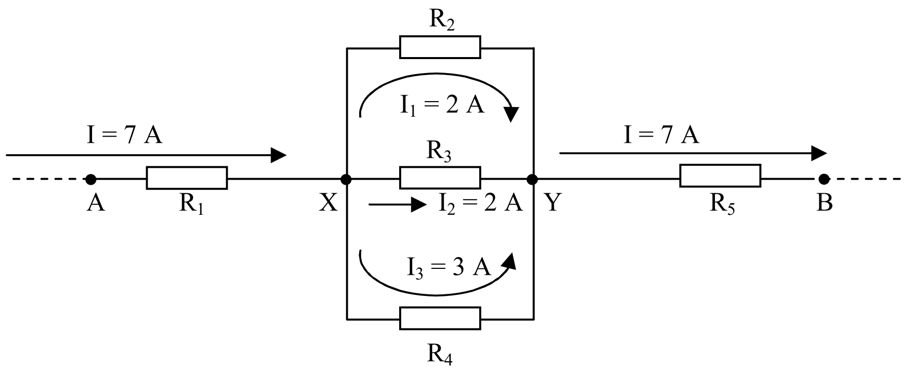
Vejamos alguns os exemplos:

1.2.1)



Os componentes de circuitos acima estão todos ligados entre os dois mesmos pontos A e B. Assim, existindo uma tensão V entre A e B, ou seja, uma diferença entre os potenciais elétricos de A e B (d.d.p. entre A e B), ela será a mesma para os três elementos da associação. Logo, estes elementos estão submetidos à mesma tensão e estão, portanto, associados em paralelo. Notar que a corrente I fornecida ao conjunto se dividiu pelos seus elementos em I_1, I_2 e I_3, propriedade esta muito importante e que será objeto de estudo posteriormente.

1.2.2)



Nesta associação, também usada no exemplo 1.1.2, vemos que R_2, R_3 e R_4 estão ligados entre os mesmos pontos X e Y. Logo, a tensão que existir entre X e Y (d.d.p. entre X e Y) é a mesma para os três componentes. Logo, eles estão submetidos à mesma tensão e, assim, eles estão associados em paralelo.

Nenhum dos dois outros componentes da associação acima (R_1 e R_5), está ligado também entre os pontos X e Y. Logo, nenhum deles está em paralelo com R_2, R_3 e R_4.

Já que a tensão em R_1 (d.d.p. entre os pontos A e X) não é a mesma tensão que em R_5 (d.d.p. entre os pontos Y e B), R_1 e R_5 também não estão em paralelo entre si. Embora a tensão em R_1 possa até ter o mesmo valor da tensão em R_5 (por exemplo, cada uma valer 4 V), vemos que não se trata da mesma tensão.

Aliás, pode até ocorrer que as tensões entre X e Y, entre A e X e entre Y e B, tenham valores iguais, mas não serão a mesma tensão. Isto quer dizer que o elemento R_1, o conjunto de elementos formado por R_2, R_3 e R_4, e o elemento R_5, não estão submetidos à mesma tensão, ainda que possam ter tensões de mesmo valor.

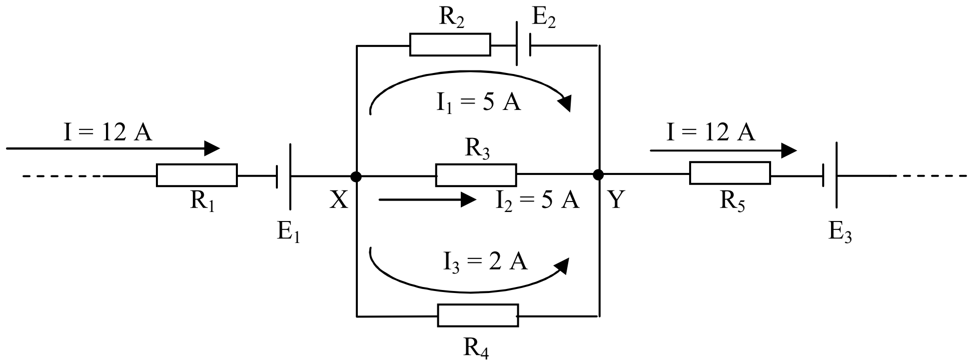
NOTA - Tomando-se como exemplo os pontos A, X, Y e B acima, a diferença de potencial elétrico (d.d.p.) entre quaisquer dois destes pontos pode ser simbolizada por:

$V_A - V_X$ ou, simplesmente, V_{AX}; $V_X - V_Y$ ou, simplesmente, V_{XY}; $V_Y - V_B$ ou, simplesmente, V_{YB}; $V_A - V_B$ ou, simplesmente, V_{AB}; $V_A - V_Y$ ou, simplesmente, V_{AY}; e assim sucessivamente. Veja que se trata da operação matemática de subtração, ou da diferença, entre duas grandezas, onde:

V_A é o potencial elétrico do ponto A; V_B é o potencial elétrico do ponto B; V_X é o potencial elétrico do ponto X e V_Y é o potencial elétrico do ponto Y.

Eis o porquê do nome "diferença de potencial".

1.2.3)



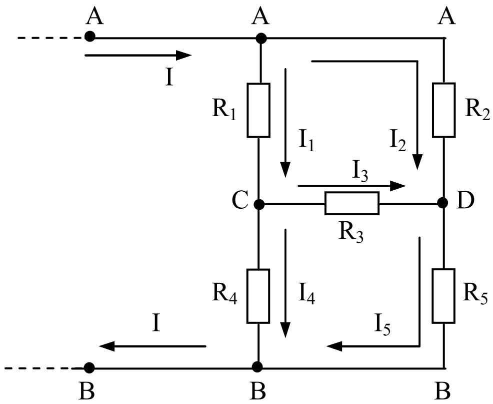
Nesta associação tem-se R_3 em paralelo com R_4, já que ambos estão submetidos à mesma tensão (V_{XY}). Nenhum dos demais elementos, isoladamente, está associado em paralelo com qualquer outro elemento. Entretanto, o conjunto formado por R_2 e a fonte E_2 está em paralelo com R_3 e com R_4 (o conjunto está em paralelo, e não qualquer um de seus elementos, isoladamente).

1.3 - MISTA - é aquela onde existem componentes que estão em série entre si (mesma corrente) e componentes que estão em paralelo entre si (mesma tensão). Uma associação mista não tem características novas em relação às associações série e paralela, já que ela nada mais é do que associações séries e associações paralelas em um mesmo circuito. O que está em série recebe tratamento de série e o que está em paralelo recebe tratamento de paralelo. Vale apenas ressaltar que, dois componentes não podem estar, ao mesmo tempo, associados entre si em série e em paralelo.

São exemplos de associações mistas os modelos usados em 1.2.2 e 1.2.3. Em 1.2.2, os componentes R_2, R_3 e R_4 estão em paralelo e o resultado desta associação, ou seja, este conjunto de três componentes, está em série com R_1 e R_5. Em 1.2.3, de forma semelhante, R_2 está em série com E_2, este conjunto está em paralelo com R_3 e R_4, e todo o conjunto formado por R_2, E_2, R_3 e R_4, está em série com R_1 e R_5.

1.4 - NENHUMA DAS ASSOCIAÇÕES ANTERIORES - há associações que não são nem série, nem paralela e, muito menos, mista. Neste caso, elas são caracterizadas por componentes que não estão submetidos nem à mesma corrente e nem à mesma tensão. Algumas recebem nomes especiais (por exemplo: estrela, triângulo) e outras não.

Veja a associação ilustrada a seguir:



Notar que nenhum dos componentes tem a mesma corrente que outro, ainda que possam existir correntes de mesmo valor. Da mesma forma, nenhum dos componentes tem a mesma tensão que outro, ainda que possam existir tensões de mesmo valor. Veja:

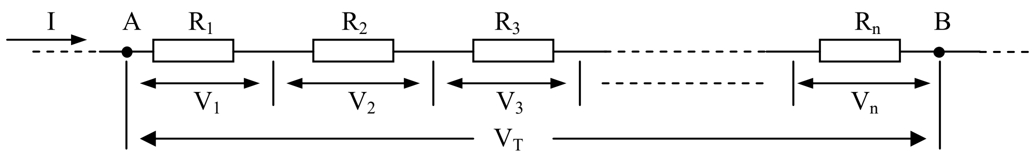
Componente R_1: tem corrente I_1 e tensão V_{AC}.
Componente R_2: tem corrente I_2 e tensão V_{AD}.
Componente R_3: tem corrente I_3 e tensão V_{CD}.
Componente R_4: tem corrente I_4 e tensão V_{CB}.
Componente R_5: tem corrente I_5 e tensão V_{DB}.

Conforme exposto no início deste resumo, fizemos considerações sobre as associações em si, sem qualquer tratamento relativo a cálculo de componentes equivalentes. É necessário que se entenda o que caracteriza cada tipo de associação para depois se aprender como efetuar cálculos que as envolvam. Aliás, nem sempre será possível se calcular um componente equivalente para uma dada associação de componentes.

Notar que não é possível se achar um componente único que seja equivalente à associação de R_2 em série com E_2, mas isto não muda o fato de que estes dois componentes estão em série, já que estão submetidos à mesma corrente (I_1). Uma coisa é estar em uma associação série, em uma associação paralela ou em uma associação mista, e outra coisa é se poder calcular um componente único que seja equivalente à associação. Só poderemos calcular um componente único que seja equivalente quando todos os componentes da associação forem do mesmo tipo: resistores com resistores, fontes com fontes, indutores com indutores, capacitores com capacitores etc..

2 - ASSOCIAÇÕES DE RESISTORES.

2.1) SÉRIE - Neste item, veremos as características de uma associação série somente de resistores. Ela tem propriedades que são exclusivas dela e todas as vezes que em um projeto ou em uma análise de circuitos encontramos estas propriedades, nos lembramos imediatamente deste tipo de associação. Lembre-se: o que fazem os componentes estarem em série é eles possuírem a **mesma** corrente, e não estarem ligados um após o outro.



Os "n" resistores acima estão associados em série e possuem resistências R_1, R_2, R_3, ... R_n, estando submetidos a uma tensão total V_T e a uma mesma corrente I. A grande característica que esta associação tem é a de dividir entre os resistores a tensão total aplicada a eles: V_T está dividida em V_1, V_2, V_3, ... V_n. Exatamente isto lhe vale o nome de DIVISOR DE TENSÃO. É comum se usar "use um divisor de tensão" no lugar de se usar "use uma associação série", o que é a mesma coisa. Obrigatoriamente, tem-se que:

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n \qquad (1)$$

Como decorrência da 1ª. Lei de Ohm (ou, simplesmente, da lei de Ohm), tem-se:

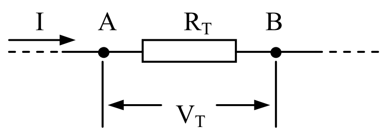
$$V_1 = R_1.I \; ; \; V_2 = R_2.I \; ; \; V_3 = R_3.I \; ..... \; V_n = R_n.I \qquad (2)$$

Substituindo-se (2) em (1), vem:

$$V_T = R_1.I + R_2.I + R_3.I + \; ..... \; + R_n.I \quad \therefore$$

$$V_T = (R_1 + R_2 + R_3 + \; ..... \; + R_n).I \quad \therefore \quad V_T / I = R_1 + R_2 + R_3 + \; ..... \; + R_n \quad (3)$$

Digamos, agora, que desejássemos substituir todos os resistores que estão entre A e B por um único resistor e que gostaríamos que, ao se aplicar a ele a mesma tensão V_T acima víssemos resultar nele a mesma corrente I existente também na associação acima. Que valor de resistência deveria ter este resistor único para possibilitar que nosso desejo seja atendido? Este resistor terá uma resistência, cujo valor designaremos por R_T ou R_{eq} (resistência total ou equivalente), que deverá ser calculado a partir do que a seguir mostraremos. Porém, antes disto, veja bem que o critério de equivalência foi estabelecido previamente por nós: atender ao nosso desejo de que, para uma tensão de mesmo valor V_T resulte nele uma corrente de mesmo valor I, como as que temos na associação acima. Sem se estabelecer qual é o critério de equivalência seria impossível chegarmos ao equivalente (alguns poderiam achar, por exemplo, que ser equivalente é ter o mesmo peso, ou o mesmo custo, ou o mesmo fabricante etc.). Então, não se esqueça de que vamos calcular R_T ou R_{eq} para satisfazer a nosso critério de equivalência, e não se esqueça qual é ele.



Novamente, como decorrência da lei de Ohm:

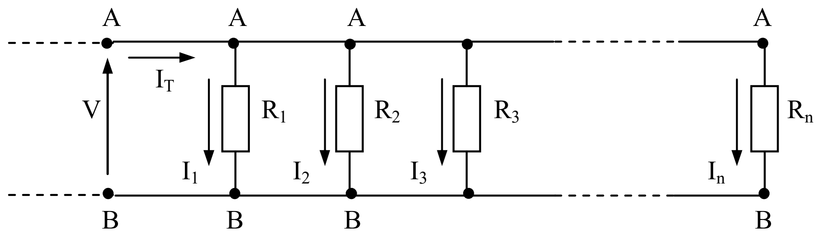
$$V_T = R_T.I \qquad \therefore \qquad V_T / I = R_T \qquad (4)$$

Comparando (4) com (3) e considerando nosso critério de equivalência, vem que:

$$\mathbf{R_T = R_1 + R_2 + R_3 + ... + R_n} \qquad (5)$$

Esta é a expressão que permite o cálculo da resistência total ou equivalente de uma associação série de resistores.

2.2 - PARALELA - Tal como no caso anterior, veremos as características de uma associação paralela somente de resistores. Ela tem propriedades que são exclusivas dela e todas as vezes que em um projeto ou em uma análise de circuitos encontramos estas propriedades, nos lembramos imediatamente deste tipo de associação. Lembre-se: o que fazem os componentes estarem em paralelo é eles possuírem a **mesma** tensão, e não estarem ligados um ao lado do outro.



Os "n" resistores acima estão associados em paralelo e possuem resistências R_1, R_2, R_3 ...... R_n, estando submetidos a uma corrente total I_T e a uma mesma tensão V (que é a tensão existente entre os pontos A e B, ou seja, V_{AB}). A grande característica que pode ser observada na associação paralela acima é o fato de que a corrente total I_T se dividiu entre os resistores da associação, dando origem a I_1, I_2, I_3 ..... I_n. Isto lhe confere a denominação de DIVISOR DE CORRENTE. É comum se usar "use um divisor de corrente" no lugar de se usar "use uma associação paralela", o que é a mesma coisa. Obrigatoriamente, tem-se que:

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 \, ... + V_n \qquad (6)$$

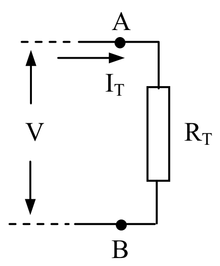
Como decorrência da 1ª. Lei de Ohm (ou, simplesmente, da lei de Ohm), tem-se:

$$I_1 = V / R_1 \; ; \quad I_2 = V / R_2 \; ; \quad I_3 = V / R_3 \; .... \; I_n = V / R_n \qquad (7)$$

Substituindo-se (7) em (6), vem: $I_T = V / R_1 + V / R_2 + V / R_3 + ... + V / R_n \quad \therefore$

$$I_T = (1 / R_1 + 1 / R_2 + 1 / R_3 + ... + 1 / R_n).V \quad \therefore \quad I_T / V = 1 / R_1 + 1 / R_2 + 1 / R_3 + ... + 1 / R_n \qquad (8)$$

Digamos, agora, que desejássemos substituir todos os resistores que estão entre A e B por um único resistor e que gostaríamos que, ao se aplicar a ele a mesma tensão V acima víssemos resultar nele a mesma corrente I_T existente também na associação acima. Que valor de resistência deveria ter este resistor único para possibilitar que nosso desejo seja atendido? Este resistor terá uma resistência, cujo valor identificaremos por R_T ou R_{eq} (resistência total ou equivalente), que deverá ser calculado a partir do que a seguir é mostrado. Porém, antes disto, veja bem que o critério de equivalência foi, mais uma vez, estabelecido previamente por nós: atender ao nosso desejo de que, para uma tensão de mesmo valor V resulte nele uma corrente de mesmo valor I_T, como as que temos na associação acima. Sem se estabelecer qual é o critério de equivalência seria impossível, outra vez, chegarmos ao equivalente (alguns poderiam achar, por exemplo, que ser equivalente é ter o mesmo peso, ou o mesmo custo, ou o mesmo fabricante etc.). Então, não se esqueça de que vamos calcular R_T ou R_{eq} para satisfazer a nosso critério de equivalência, e não se esqueça qual é ele nesta nova situação.



Novamente, usando a lei de Ohm:

$$I_T = V / R_T \quad \therefore \quad I_T / V = 1 / R_T \qquad (9)$$

Comparando (9) com (8) e considerando nosso critério de equivalência, vem que:

$$\mathbf{1 / R_T = 1 / R_1 + 1 / R_2 + 1 / R_3 + ... + 1 / R_n} \qquad (10)$$

Esta é a expressão que permite o cálculo da resistência total ou equivalente de uma associação paralela de resistores.

Notar que as operações do segundo membro da equação (10) acima não conduzem diretamente ao valor de R_T, mas ao valor de $1 / R_T$. Este valor, que é o inverso da resistência, tem uma denominação especial: CONDUTÂNCIA.

CONDUTÂNCIA: é o inverso da resistência. É representada por G e tem como unidade o **SIEMENS [S]**.

Assim: $\mathbf{G = 1 / R}$

Isto nos permite escrever para a expressão (10) acima: $\mathbf{G_T = G_1 + G_2 + G_3 + \ldots\ G_n}$

Nota: A unidade de G era o MHO [℧], ainda encontrada em publicações mais antigas.

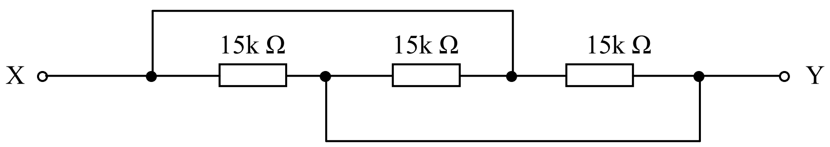
2.3 - MISTA - Não há o que acrescentar em relação ao que foi visto para as associações série e paralela. Na associação mista, trata-se como série o que for série e como paralela o que for paralela.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

E.1) Considere a associação mostrada no exemplo 1.2.2, e calcule a resistência total ou equivalente existente entre os pontos A e B. Considere ainda, os seguintes valores para as resistências dos resistores:

$R_1 = 25\ \Omega$; $R_2 = 45\ \Omega$; $R_3 = 90\ \Omega$; $R_4 = 30\ \Omega$; $R_5 = 10\ \Omega$ Resposta: $R_T = 50\ \Omega$

E.2) Calcular a resistência equivalente entre os pontos X e Y abaixo.



Resposta: $R_{eq} = 5k\ \Omega$

E.3) Considere a associação dada no exemplo 1.2.3 e calcule a resistência equivalente (R_S) para os resistores que nela estão em série e a resistência equivalente (R_P) para os resistores que nela estão em paralelo. Considere ainda, os seguintes valores para as resistências dos resistores:

$R_1 = 25\ \Omega$; $R_2 = 45\ \Omega$; $R_3 = 90\ \Omega$; $R_4 = 30\ \Omega$; $R_5 = 10\ \Omega$ Respostas: $R_S = 35\ \Omega$; $R_P = 22{,}5\ \Omega$

E.4) Calcular a condutância total (G_T) para aos resistores da associação paralela existente no exemplo 1.2.2 e, a partir dela, encontrar a resistência equivalente (R_{eq}) para a mesma associação.

3 - ASSOCIAÇÕES DE FONTES INDEPENDENTES E IDEAIS DE TENSÃO.

As fontes de tensão, assim como outros elementos de circuitos, podem ser associadas em série, paralelo, mista ou nenhuma destas. O que caracteriza cada uma desta formas de associação de fontes não muda em relação ao que foi visto no item I. São características da forma de associação e não do tipo de componente associado.

No caso de fontes, alguns cuidados especiais devem ser tomados na prática, o que veremos posteriormente. Mas, já de antemão, o principal cuidado que se deve ter é o de verificar se a fonte permite sua associação com outra fonte.

Cada tipo de associação de fonte tem suas propriedades particulares e é exatamente isto que faz com que se use um ou outro tipo. Em outras palavras, "a necessidade do usuário" é quem vai determinar que tipo de associação deve ser usada, já que a necessidade que se tem deve ser atendida por quem tem a propriedade para atendê-la, é óbvio. Aliás, isto se aplica à associação de quaisquer tipos de componentes de circuito.

O principal cuidado que se deve ter é o de verificar se a fonte permite sua associação com outra fonte.

Porém, antes de tratarmos da associação propriamente dita, vamos ver de novo alguns aspectos das fontes que nos ajudarão a compreender melhor as propriedades que as associações vão adquirir.

3.1 - FONTES DO TIPO "ELETROELETRÔNICAS" E DO TIPO "ACUMULADORES".

O assunto deste item já foi tratado na matéria da aula 06. Entretanto, vamos voltar a ele, acrescentando algumas outras considerações, fazendo uma abordagem algumas vezes diferente e, mesmo, repetindo exatamente o que já foi mostrado. Isto nos garantirá uma oportunidade a mais para o bom entendimento do tema.

Vamos, sem maiores considerações neste momento, dividir os tipos de fontes em dois grandes grupos: as fontes que chamaremos de "eletroeletrônicas" e as que chamaremos de "acumuladores". Ainda, tomaremos como referência apenas as fontes independentes e ideais de tensão contínua pura. Por questão de simplificação, não usaremos mais no texto a expressão "independentes e ideais", embora vamos tratar apenas deste tipo de fonte, por enquanto.

3.1.1 - Uma fonte eletroeletrônica não é capaz de armazenar energia. A energia que gera deve ser consumida no instante em que é gerada, caso contrário será perdida. É, na grande maioria das aplicações práticas, um dispositivo ou circuito que converte uma tensão que está disponível na forma alternada senoidal (é o caso da tensão comercial que dispomos em nossas residências) em uma tensão contínua pura. Estas são as principais fontes de tensão que existem nos microcomputadores, nos televisores, nos amplificadores de som, aparelhos de DVD etc., que tanto conhecemos. Os circuitos destes aparelhos são alimentados por tensões contínuas e o que dispomos em nossas residências são tensões alternadas senoidais. Daí, possuírem eles, internamente, as suas fontes de tensão contínua, tal como descrito acima.

Uma fonte deste tipo, para ser adequadamente usada em uma determinada aplicação, deve fornecer algumas especificações sobre suas características. São diversas as informações possíveis, mas duas delas são absolutamente imprescindíveis:

- tensão exata que fornece em sua saída (por exemplo: 12 V) e
- corrente máxima ou potência máxima que é capaz de fornecer (por exemplo: 5 A ou 60 W).

A tensão corresponde ao valor exato que será encontrado na saída da fonte, enquanto a corrente ou a potência correspondem ao valor máximo que poderá ser por ela fornecido. Assim, uma fonte de 12 V só deve ser usada para alimentar um dispositivo (que, genericamente, denominamos de carga) cuja especificação de tensão de funcionamento seja também de exatos 12 V (os dispositivos elétricos para automóveis são, tipicamente, desenvolvidos para funcionarem em uma tensão de 12 V). Por outro lado, se a fonte ainda tem como especificação uma corrente de 5 A (ou uma potência de 60 W), então a carga a ela ligada não poderá ter como especificação uma corrente de valor superior a 5 A (ou uma potência superior a 60 W). Alguns dos modelos de lâmpada de farol para automóvel, têm potência de 55 W ou de 60 W, enquanto que para farolete e luz de freio têm potência de, respectivamente, 12 W e 21 W (para todos os casos, a tensão é de 12 V). É muito importante se saber bem o que estas especificações significam, pois só assim será possível se trabalhar com elas da forma correta. Veja os exemplos a seguir.

FONTE: 12 V / 5 A ou 12 V / 60 W. Lembre-se: $P = V.I = 12.5 = 60$ W ou $I = P / V = 60 / 12 = 5$ A.
CARGA: 12 V / 2 A ou 12 V / 24 W.

Neste caso, a fonte pode ser usada para alimentar a carga. A tensão que a fonte irá aplicar à carga será de 12 V, portanto, adequada, conforme especificação de ambas, e a corrente que a fonte irá fornecer será de 2 A, portanto, abaixo do máximo que ela suporta. Assim, a carga irá funcionar sem problemas. Notar que a corrente fornecida depende da exigência da carga e não da especificação da fonte. A fonte pode ou não suportar fornecê-la, isto sim. Se tiver, como é o caso do exemplo (pode fornecer até 5 A e a carga exige apenas 2 A), nenhum problema vai acontecer.

Vamos supor outra carga com a especificação:

CARGA: 12 V / 6 A ou 12 V / 72 W.

Neste caso, se esta carga for ligada à fonte, a fonte será danificada (ou, se possuir algum dispositivo de proteção, este irá atuar e a fonte será desligada da carga automaticamente, antes de se danificar.... espera-se). Isto porque a carga irá exigir da fonte uma corrente de 6 A (ou uma potência de 72 W), portanto, acima da capacidade para a qual foi projetada. O resultado é o dano que será a ela causado. Logo, está inadequada para esta carga, não importando que a tensão seja adequada.

E se a carga tivesse como especificação 8 V / 1 A? Aí, se ligada à fonte, a carga seria danificada (se não tivesse um dispositivo de proteção), pois a tensão a ela aplicada estaria acima de sua especificação. E se a carga fosse de 16 V / 3 A? Neste caso, pode ser que nenhum dano seja causado nem a ela e nem à fonte. Apenas a carga não funcionaria de forma adequada. Mas, apenas pode ser, já que tudo dependerá do tipo de carga. Se fosse, por exemplo, uma lâmpada incandescente, ela apenas se acenderia com pouquíssima luminosidade.

IMPORTANTE:

- a tensão especificada na **fonte** é a tensão exata que estará disponível em sua saída e que será aplicada à carga que a ela for ligada, sendo que seu valor não depende da carga e é uma característica determinada em seu projeto;
- a corrente especificada na **fonte** é a corrente máxima que ela pode fornecer, sendo que seu valor também é uma característica determinada em seu projeto, mas o quanto ela estará fornecendo de corrente dependerá da carga que a ela for ligada; a especificação pode ser da potência no lugar da corrente, mas valem as mesmas considerações feitas para a corrente;

- a tensão especificada na **carga** é o valor exato da tensão a que ela deve ser ligada: tensão maior irá danificá-la e tensão menor poderá não danificá-la, mas ela não funcionará de forma adequada ou, simplesmente, não funcionará;
- a corrente especificada na **carga** é o valor exato de corrente que ela irá "drenar" da fonte: fonte com capacidade máxima superior irá funcionar com folga, sem qualquer dano para ela ou para a carga e fonte com capacidade máxima inferior será danificada, caso não possua um dispositivo de proteção que a desligue da carga imediatamente; a especificação pode ser da potência e não da corrente, mas valem as mesmas considerações feitas para a corrente.

3.1.2 - As fontes do tipo acumulador são dispositivos armazenadores de energia, energia esta disponível para ser consumida a qualquer momento, desde que o dispositivo não esteja descarregado ou tenha perdido sua capacidade de geração. São, normalmente, conversores de energia química em energia elétrica. São as denominadas pilhas e baterias.

Uma fonte deste tipo, para ser adequadamente usada em uma determinada aplicação, também deve fornecer algumas especificações sobre suas características. São diversas as informações possíveis, mas duas delas são absolutamente imprescindíveis:

- tensão exata que fornece em sua saída (por exemplo: 12 V) e
- corrente que é capaz de fornecer durante uma hora, preservando condições aceitáveis de funcionamento. Esta informação é denominada AMPÉRE.HORA (A.h). Por exemplo: 60 A.h.

Sobre a especificação da tensão, nada há a acrescentar com relação ao que foi dito para as fontes eletroeletrônicas. Sobre a especificação da corrente, sua interpretação é diferente daquela usada nas fontes eletroeletrônicas. No exemplo usado acima (60 A.h), esta informação significa que a bateria é capaz de fornecer uma corrente de:

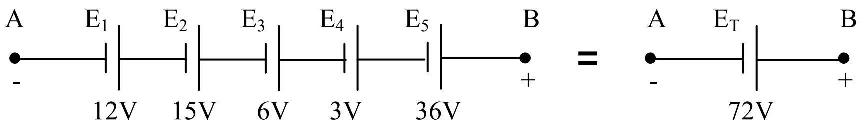
60 A durante 1 hora ou
30 A durante 2 horas ou
15 A durante 4 horas ou
120 A durante ½ hora ou
240 A durante 15 minutos
600 A durante 6 minutos .... e assim sucessivamente.

NOTA: A máxima corrente que ela pode fornecer, e por quanto tempo, é especificada pelo fabricante. Teoricamente, poderíamos imaginar uma corrente extremamente alta em um tempo extremamente curto, mas isto pode danificar a bateria. Assim, é recomendável se conhecer esta informação antes de se tentar obter uma corrente muito alta da bateria.

Se a bateria do exemplo fosse ligada para alimentar um aparelho (ou carga) que exigisse dela uma corrente de 3 A, este aparelho estaria adequadamente alimentado durante 20 horas. Por outro lado, se ela fosse usada para alimentar uma lâmpada de 12 V / 60 W, esta lâmpada permaneceria acesa, dentro de suas especificações, por um tempo de 12 horas. Faça os cálculos. Calcule também: por quanto tempo a bateria do nosso exemplo suportaria dar a partida no motor de um carro que exigisse para isto uma corrente de 150 A? Este é o valor da corrente que, em média, um motor 1.6 a 2.0 irá exigir na partida. Você entenderá porque a bateria se descarrega tão rapidamente quando o carro não "pega" e você fica insistindo em dar a partida. E isto supondo que a bateria esteja plenamente carregada, o que nem sempre é verdade.

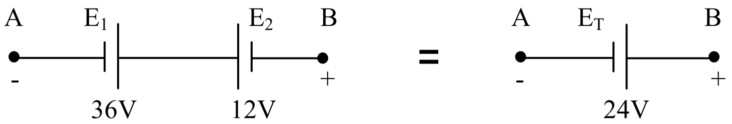
3.2 - ASSOCIAÇÃO SÉRIE - pode-se associar em série de três formas distintas: aditiva, subtrativa e mista.

SÉRIE ADITIVA - é aquela onde as tensões das fontes têm todas o mesmo sentido. A tensão resultante da associação é obtida pela **ADIÇÃO** das tensões das fontes associadas. Assim, se tivermos em série aditiva as fontes de 12 V, 15 V, 6 V, 3 V e 36 V, elas se equivalem a uma única fonte de 12 + 15 + 6 + 3 + 36 = 72 V. Se cada uma suportar uma corrente máxima diferente, a corrente máxima da associação será aquela da fonte de menor corrente máxima. Por exemplo: se das 5 fontes dadas, na que suporta a maior corrente esta for de 20 A e na que suporta a menor corrente esta for de 3 A, a corrente máxima da associação deverá ser de 3 A. Simbolicamente temos:

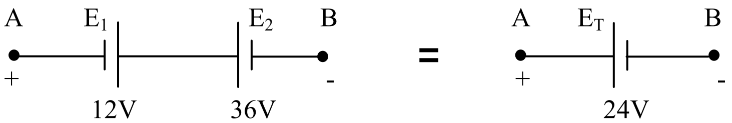


Este tipo de associação série é o mais usual na prática. É o que você faz quando coloca, por exemplo, as 3 pilhas em sua lanterna.

SÉRIE SUBTRATIVA - é quando se tem apenas duas fontes e elas têm tensões em sentidos opostos. A tensão resultante da associação é obtida pela SUBTRAÇÃO entre as suas tensões. Assim, se tivermos em série subtrativa as fontes de 36 V e de 12 V, elas se equivalem a uma única fonte de 36 - 12 = 24 V. Aqui também vale a mesma consideração sobre a corrente máxima da associação. Simbolicamente temos:



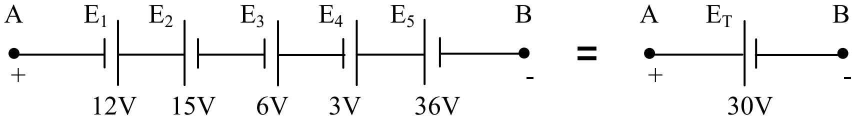
para $E_1 > E_2$



para $E_1 < E_2$

ATENÇÃO: note bem a posição da fonte equivalente em relação aos terminais A e B. As polaridades dos terminais A e B da fonte equivalente (E_T), são definidos em função dos valores das tensões das fontes associadas. Será sempre determinada pela polaridade da fonte de maior tensão. Isto é muito importante para não se cometer erros ao se analisar circuitos.

SÉRIE MISTA - é quando se tem mais de duas fontes na associação, sendo que algumas têm sentidos opostos ao de outras. Neste caso, as de mesmo sentido estarão em série aditiva entre si, o que resultará , ao final, em duas fontes de sentidos opostos, ou seja, em série subtrativa. O conjunto, porém, não pode ser tratado nem como aditiva e nem como subtrativa, já que possui os dois casos.



$E' = E_1 + E_3 + E_4 = 21V$ (série aditiva) e $E'' = E_2 + E_5 = 51V$ (série aditiva)

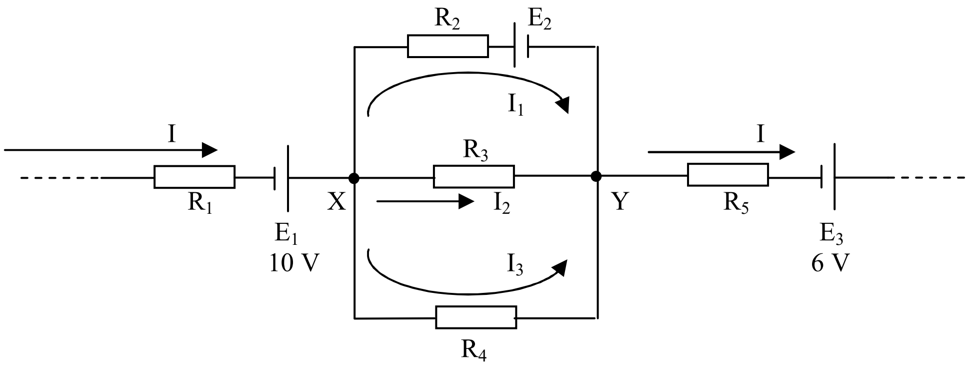
$E_T = E'' - E' = 51 - 21 = 30$ V (série subtrativa)

Observe que as polaridades são A(-) e B(+), dadas pelo fato de que E'' > E'.

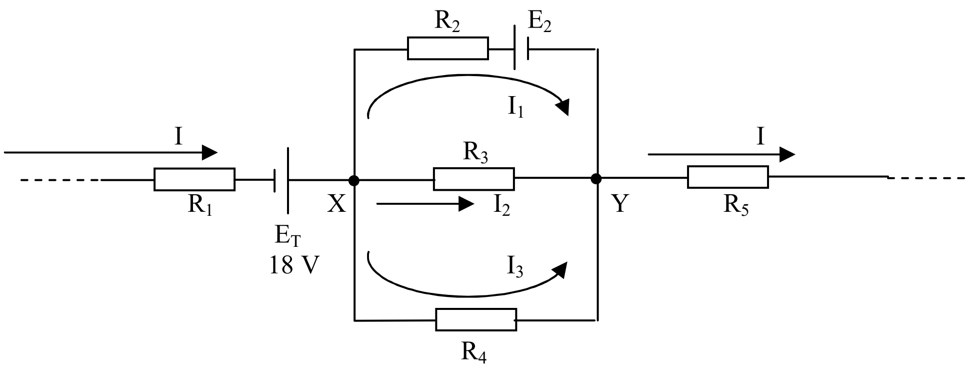
IMPORTANTE: Vê-se que uma associação série de fontes apenas permite que se produza o efeito de uma única fonte com tensão diferente daquelas que se possui. É esta a regra geral que norteia o uso de associação série de fontes: fazer-se uma adaptação de valor para se obter uma tensão desejada, mas que não se tem, a partir de tensões que se tem, mas que não são desejadas.

Vale ressaltar, mais uma vez, que estar em série não é um componente estar ligado diretamente ao outro.
<u>É CADA COMPONENTE ESTAR SUBMETIDO À MESMA CORRENTE DOS DEMAIS</u>.

Veja mais este exemplo:



As fontes E_1 e E_3 estão em SÉRIE ADITIVA. Elas equivalem a uma fonte de 12 + 6 = 18 V e a associação acima poderia ser redesenhada da seguinte forma:

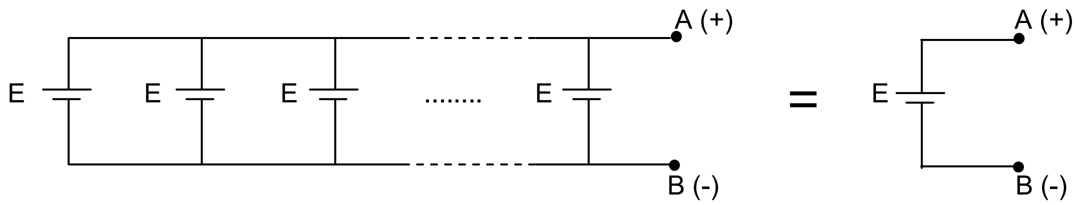


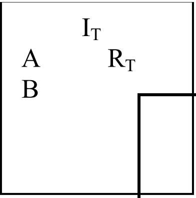
sendo que a fonte equivalente (E_T) poderia ser colocada no lugar de E_3, ao invés do lugar de E_1.

Notar ainda, que a fonte E_2 não está nem em série e nem em paralelo com qualquer uma das outras e, portanto, não é possível se encontrar uma única fonte equivalente para a associação de E_1, E_2 e E_3.

3.3 - ASSOCIAÇÃO PARALELA - neste caso, teremos em mente que o objetivo da associação é que todas as fontes atuem como fontes e contribuam para o fornecimento de energia à carga que a elas for ligada. Veremos mais a frente, que uma fonte também pode atuar como carga e, como tal, absorver energia de outra fonte, ao invés de fornecer energia. É, por exemplo, o caso da bateria de sua calculadora e de seu celular, quando você as coloca no carregador.

Para que cada fonte de uma associação paralela atue como fonte e forneça energia à carga (sem que alguma dentre elas absorva energia de outras), elas precisam ter a mesma tensão e serem interligadas tendo o positivo com positivo e o negativo com negativo (+ com + e - com -), tal como ilustrado abaixo.





Notar que cada uma das fontes tem o mesmo valor de tensão E e que a fonte equivalente também tem o mesmo valor de tensão E. Isto quer dizer que a associação de 10 fontes de 12V em paralelo se comportará como se fosse uma única fonte de 12V ? Sim, do ponto de vista de tensão na saída, sim. Não é para se alterar valor de tensão, tal como na associação série, que se usa a associação paralela. Neste caso, é para se aumentar a capacidade de fornecimento de energia, representada por um aumento da capacidade de fornecimento total de corrente pelas fontes. Se cada uma das fontes tiver corrente máxima de, por exemplo, 5 A, ao se associar 10 fontes iguais em paralelo, elas se comportarão como uma fonte cuja capacidade máxima de fornecer corrente será de 50 A.

Para entender melhor o resultado da associação paralela de fontes, tente resolver os seguintes problemas.

P.1) Suponha que você tenha tantas fontes quantas você necessitar, cada uma com a seguinte especificação: 12V / 1,5A. Suponha agora, que você queira alimentar uma carga com a seguinte especificação: 12V / 14A. Responda:

a) É possível se alimentar tal carga com uma única das fontes que você possui? Por quê?
b) Que solução você daria para o problema, tendo em vista as fontes que você dispõe? Por quê?

Obs. - Adote solução de engenharia: pense na relação custo x benefício.

P.2) Suponha que você tenha tantas fontes quantas você necessitar, cada uma com a seguinte especificação: 12V / 6 A.h. Suponha agora, que você queira alimentar durante 3 horas, de forma ininterrupta, uma carga com a seguinte especificação: 12V / 120W. Responda:

a) É possível se alimentar tal carga com uma única das fontes que você possui? Por quê?
b) Que solução você daria para o problema, tendo em vista as fontes que você dispõe? Por quê?

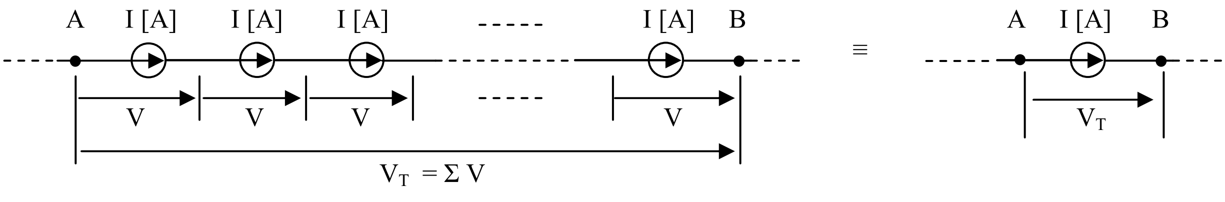
Obs. - Adote solução de engenharia: pense na relação custo x benefício.

3.4 ASSOCIAÇÃO MISTA: não há nada a acrescentar. Deve-se dar tratamento de associação em série às fontes que estiverem em série e tratamento de associação em paralelo às que tiverem em paralelo. A associação mista reúne as características das associações série e paralelo, tanto quanto às formas com que as fontes podem ser associadas quanto no comportamento da tensão, corrente e capacidade de fornecer energia que dela resulta.

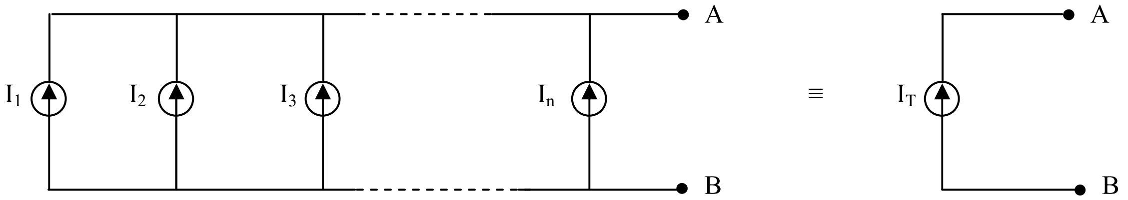
3 - ASSOCIAÇÕES DE FONTES INDEPENDENTES E IDEAIS DE CORRENTE.

É possível se associar este tipo de fonte das mesmas formas que se associam fontes de tensão. Uma fonte de corrente é o que chamamos de “dual” de uma fonte de tensão, o que significa que algumas características de uma em relação a tensão velem para a outra em relação a corrente, e vice-versa.

3.1 - SÉRIE - as fontes de corrente devem ser iguais entre si e devem ser associadas de tal forma que suas as tensões estejam em série aditiva.



3.2 - PARALELA - as fontes não precisam ser iguais entre si.



$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots\ I_n$$

DISCIPLINA: E201 - CIRCUITOS ELÉTRICOS I. **DATA:**

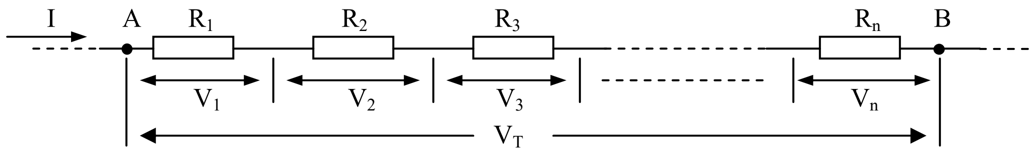
DOCENTE: PROF. NAVANTINO D. B. FILHO **TEMA:** DIVISORES DE TENSÃO E DE CORRENTE.

RESUMO:

Quando vimos associação série, foi chamada a atenção para o fato de que ela forma o que chamamos de DIVISOR DE TENSÃO. Da mesma maneira, quando vimos associação paralela , foi chamada a atenção para o fato de que ela forma o que chamamos de DIVISOR DE CORRENTE. Estas propriedades são as responsáveis, na maioria das vezes, pelo uso de uma associação série ou de uma associação paralela. Vejamos um pouco mais, algumas características destas associações, considerando o caso particular de associação de resistores.

1 - DIVISOR DE TENSÃO RESISTIVO.

Uma expressão muito usada em associação série de resistores é a mostrada abaixo, quando se deseja conhecer o valor de <u>uma</u> <u>das</u> <u>partes</u> em que a tensão total existente no divisor foi dividida. Suponha a ilustração a seguir:



Digamos que seja necessário se determinar o valor de uma das parcelas em que V_T foi dividida. Por exemplo, deseja-se conhecer o valor de V_3. Considerando que foram dados os valores das resistências dos resistores e a tensão total que se divide entre eles, pode-se fazer o seguinte procedimento para o cálculo de V_3:

$\mathbf{V_3 = R_3 \cdot I}$ (1). Mas, $I = V_T / R_T$ (2) e $R_T = R_1 + R_2 + R_3 + ... + R_n$ (3). Substituindo-se (3) em (2):

$I = V_T / (R_1 + R_2 + R_3 + ... + R_n)$ (4). Substituindo-se agora, (4) em (1):

$$\mathbf{V_3 = R_3 \cdot V_T / (R_1 + R_2 + R_3 + ... + R_n)} \qquad (5)$$

Fazendo uma análise da expressão (5), vemos que a única alteração que ela sofre quando desejarmos calcular a parcela de tensão em outro resistor qualquer do divisor, será a troca de R_3 pelo valor deste outro resistor. Assim, isto nos permite identificar uma forma muito prática e muito usada para montarmos, diretamente, a equação que nos permite calcular a tensão em qualquer um dos resistores do divisor. Vejamos:

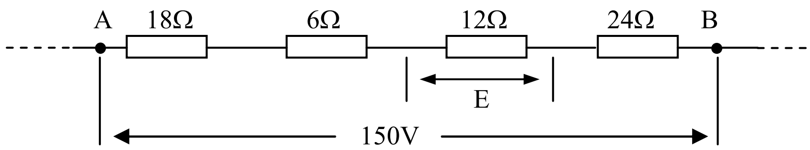
$$\textbf{TENSÃO EM UM DOS RESISTORES DO DIVISOR} = \frac{\textbf{VALOR DO RESISTOR ONDE SE DESEJA CONHECER A TENSÃO}}{\textbf{SOMA DOS RESISTORES QUE FORMAM O DIVISOR DA TENSÃO TOTAL CONHECIDA}} \times \textbf{TENSÃO TOTAL CONHECIDA QUE É DIVIDIDA ENTRE OS RESISTORES QUE FORMAM O SEU DIVISOR}$$

Por exemplo, como ficaria a equação para o cálculo da tensão V_n no resistor R_n? Assim:

$$\boxed{\mathbf{V_n = \frac{R_n}{R_1 + R_2 + R_3 + ... + R_n} \times V_T}}$$

Exemplos:

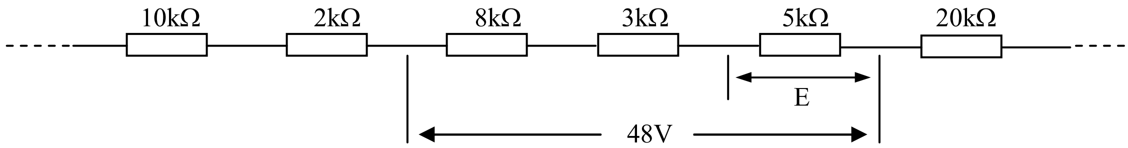
E.1) Calcular a tensão E no resistor de 12Ω abaixo.



Solução:

$$E = \frac{12}{18 + 6 + 12 + 24} \times 150 = 30\ V$$

E.2) Calcular a tensão E no resistor de 5kΩ abaixo.

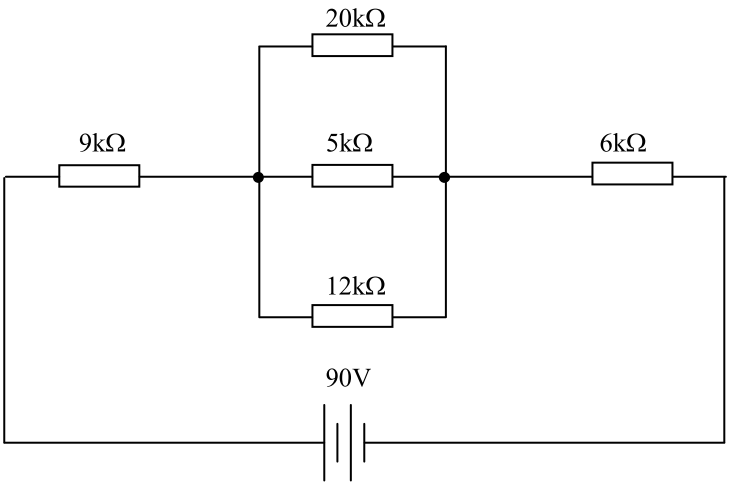


Solução:

$$E = \frac{5.10^3}{8.10^3 + 3.10^3 + 5.10^3} \times 48 = 15\ V$$

Importante: Embora os 6 resistores estejam em série, apenas os de 8kΩ, 3kΩ e 5kΩ formam o divisor de tensão para a tensão de 48 V.

E.3) Calcule a tensão no resistor de 20kΩ abaixo. Faça isto <u>usando</u> <u>apenas</u> cálculo de resistência equivalente e a expressão do divisor de tensão (sem usar a lei de Ohm, diretamente).



Resposta: 15V

E.4) Calcule a tensão no resistor R_2 no circuito da FIG. 6 da Aula 05 (Lei de Ohm). Após isto, calcule a corrente I do circuito. Calcule também, a tensão no resistor R_1.

2 - DIVISOR DE CORRENTE RESISTIVO.

Como já dissemos, a associação paralela forma um divisor de corrente e, tal como para o divisor de tensão, existe também uma expressão que nos permite calcular de forma direta, o valor de qualquer uma das partes em que a corrente total fornecida ao divisor se dividiu. Entretanto, antes de encontrarmos qual é esta expressão, vamos encontrar algumas outras que nos permitem fazer cálculos de resistências equivalentes de uma associação paralela de forma mais direta do que se empregarmos a expressão geral, abaixo reproduzida.

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + ... + \frac{1}{R_n}$$

Esta expressão matemática nos permite comprovar algumas propriedades da associação paralela que muito nos auxiliam no cálculo de resistência equivalente. Em especial, vamos analisá-la para o caso de <u>**apenas dois resistores em paralelo**</u> (2.3 abaixo). Por que dois? Porque qualquer que seja a quantidade, a resistência equivalente pode ser calculada de dois em dois, até que se chegue a um só, que será o R_T.

2.1) A resistência equivalente de uma associação paralela tem valor sempre <u>menor do que a menor das resistências</u> da associação. Assim, ao calcular a R_T de uma associação paralela, compare o resultado com a menor das resistências associadas entre si e veja se esta condição é satisfeita. Se não for, pode procurar onde você errou. Para o caso de 2 resistores, quanto maior for a diferença entre seus valores, mais o valor da R_T tenderá ao valor do menor dos dois.

2.2) Para "n" resistores iguais entre si e de valor R em paralelo: $R_T = R / n$.

2.3) Para <u>**dois**</u> resistores (R_1 e R_2) em paralelo, tem-se que:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \therefore \quad \frac{1}{R_T} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 \times R_2} \quad \therefore \quad \boxed{R_T = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} \qquad (1)}$$

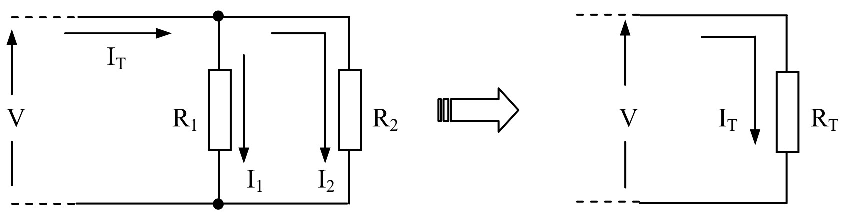
ou seja, a R_T é igual ao produto das duas resistências dividido pela sua soma.

2.3.1) Se um for igual ao outro: $R_T = R_1 / 2 = R_2 / 2$ ou seja, R_T é a metade de um deles.

2.3.2) Se um for o dobro do outro: R_T = maior deles / 3 ou seja, 1/3 do maior dos dois.

2.3.3) Se um for "n" vezes o outro: R_T = maior deles / (n+1) ou seja, o maior dos dois dividido por (n + 1).

2.3.4) De forma similar ao que ocorreu com o divisor de tensão (associação série), há também uma expressão que nos permite calcular de forma direta qualquer uma das partes em que uma corrente se divide entre dois resistores em paralelo. É a <u>EXPRESSÃO DO DIVISOR DE CORRENTE</u>. Porém, enquanto no divisor de tensão a expressão é válida para qualquer quantidade de resistores em série, aqui no divisor de corrente ela é mostrada <u>APENAS PARA O CASO DE DOIS RESISTORES EM PARALELO</u>. Esteja sempre atento a isto.



Vamos supor que se desejasse conhecer o valor de $\mathbf{I_2}$ (corrente em R_2), sabendo-se os valores de I_T , R_1 e R_2 . A partir da lei de Ohm:

$\mathbf{I_2 = V / R_2}$ (1). Mas, $V = R_T . I_T$ (2) e $R_T = R_1 . R_2 / (R_1 + R_2)$ (3). Substituindo-se (3) em (2):

$$V = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_T \qquad (4)\cdot$$

Substituindo-se agora, (4) em (1):

$$I_2 = \frac{\frac{R_1 \times \cancel{R_2}}{R_1 + R_2} \cdot I_T}{\cancel{R_2}}$$

e, finalmente:

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I_T \qquad (5)\cdot$$

Por outro lado, se desejássemos calcular $\mathbf{I_1}$ (corrente em R1) e não I_2, a única mudança que ocorreria na expressão (5) seria a troca de R_1 por R_2 em seu numerador. Assim:

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_T \qquad (6)\cdot$$

Deduza a expressão (6). Comece por observar que, para se calcular I_1 , a expressão (1) ficaria $I_1 = V / R_1$.

Da observação das expressões (5) e (6) pode-se escrever:

$$\textbf{CORRENTE EM UM DOS 2 RESISTORES DO DIVISOR} = \frac{\textbf{VALOR DO OUTRO RESISTOR (aquele onde NÃO se deseja a corrente)}}{\textbf{SOMA DOS 2 RESISTORES QUE FORMAM O DIVISOR DA CORRENTE TOTAL CONHECIDA}} \times \textbf{CORRENTE TOTAL CONHECIDA QUE É DIVIDIDA ENTRE OS 2 RESISTORES QUE FORMAM O SEU DIVISOR}$$

Esta é a expressão do divisor de corrente para dois resistores em paralelo.

ATENÇÃO: Tendo em vista a similaridade entre as expressões do DIVISOR DE TENSÃO e do DIVISOR DE CORRENTE, um erro muito comum é se trocar uma pela outra quando da solução de algum problema. Assim, esteja atento para que isto não ocorra com você. É um erro imperdoável e nada irá justifica-lo.

Outras considerações sobre as associações de resistores ainda serão feitas à medida que se fizerem necessárias aos nossos estudos sobre o assunto.

DISCIPLINA: NP 201 - CIRCUITOS ELÉTRICOS I. **DATA:**

DOCENTE: PROF. NAVANTINO D. B. FILHO **TEMA:** LEIS DE KIRCHHOFF.

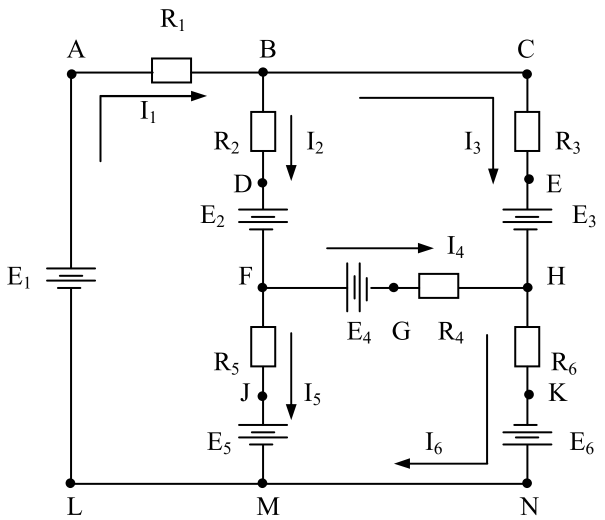
RESUMO:

Tais como as leis de Ohm, especialmente a primeira, as leis de Kirchhoff são fundamentais à análise de circuitos. Não se saber estas leis e, especialmente, não se saber usá-las adequadamente, é sinônimo de fracasso nesta tarefa de análise (isto é absolutamente certo). Observe a consideração que fiz: não se saber **usá-las**. Sim, enunciar uma lei é algo que se faz apenas decorando-a. Usá-la é algo que só se faz ao se **entende-la**. Devemos lembrar que o projeto ou a análise de um circuito exigem que se faça uma modelagem matemática de seu comportamento. Isto é feito montando-se equações que descrevem os fenômenos que nele ocorrem. E estas equações são, por sua vez, modelagens de leis da física que regem o comportamento dos circuitos. São modelos matemáticos para fenômenos físicos.

Antes de apresentarmos as leis, vamos fazer algumas definições necessárias ao entendimento do que elas nos afirmam.

1 - ALGUMAS DEFINIÇÕES.

Para facilitar nosso entendimento, vamos tomar um circuito como referência (FIG. 1), para nele tirarmos exemplos de todas as definições que fizermos. Seja o circuito abaixo.



OBSERVAÇÕES:

1 - Foram usadas letras para identificar diversos pontos no circuito com o objetivo de facilitar a compreensão do que será explicado.

2 - Os sentidos das correntes foram colocados arbitrariamente, tal como faremos em muitas ocasiões. Veremos que isto é possível e porque é possível.

- FIG. 1 -

1.1 - NÓ (N) - é todo ponto de um circuito comum a mais de 2 elementos (ou componentes) do circuito. Há algumas definições que consideram como nó qualquer ponto comum a 2 ou mais elementos, o que também é correto. **Nós trabalharemos com a definição de só é um nó se for comum a mais de 2 elementos (ou, o que dá na mesma, comum a 3 ou mais elementos)**. De acordo com a nossa definição, em um nó sempre haverá correntes distintas que "chegam" (ou "entram") e saem dele. Se a um ponto qualquer que você escolha chegar e sair uma só corrente, então este ponto não será um nó, de acordo com nossa definição.

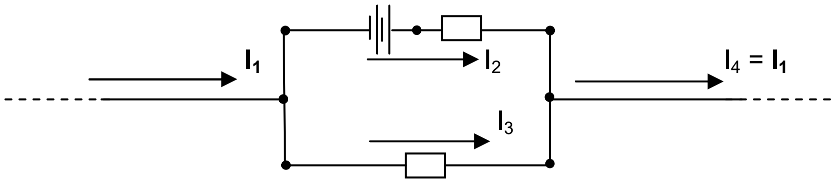
No exemplo da FIG. 1, são "nós" os pontos: **B**, **F**, **H** e **M**. Dizemos que o número de nós do circuito é **N = 4**. Esteja atento para o fato de que nó não é o ponto onde existe uma bolinha, uma letra ou algo do tipo. Nó é o ponto comum a 3 ou mais elementos do circuito. Veja que no ponto B, por exemplo, estão ligados um dos terminais dos resistores R_1, R_2 e R_3 (3 componentes). Da mesma forma, no ponto F estão ligados um dos terminais de 3 componentes também: E_2 (fonte), E_4 (fonte) e R_5 (resistor). Mas, veja que no ponto D só estão ligados os terminais de R_2 e E_2 (2 componentes apenas) . Logo, o ponto D NÃO é um nó. Assim como não são nós os pontos E, J e outros. Por outro lado, veja que no ponto B, que é um nó, chega (entra) a corrente I_1 e saem as correntes I_2 e I_3. Veja que são correntes distintas entre si, não interessando o fato de que I_2 e I_3 juntas sejam I_1. Separadamente, nenhuma é a outra (ainda que uma seja uma parte da outra, mas parte dela não é ela). No ponto H, que também é um nó, chegam (entram) as correntes I_3 e I_4 e sai a corrente I_6. Já no ponto D, que NÃO é um nó, só chega I_2 e só sai I_2. Veja, pois, que não se trata de correntes distintas e sim da mesma corrente. O mesmo se dá no ponto A, aonde só chega I_1 e só sai I_1. Entendido?

1.2 - RAMO (B) - é todo elo (caminho, trecho) de ligação entre 2 nós consecutivos. Atenção para a palavra "consecutivos". Não importa o que tenha neste elo: só resistores, vários tipos diferentes de componentes, um curto-circuito etc..

No exemplo da FIG. 1, são "ramos" os trechos (ou elos de ligação) que contêm as seguintes letras : MLAB; BDF; BCEH; FGH; FJM e HKN. Dizemos que o número de ramos do circuito é B = 6. Notar que a primeira e a última letra de cada seqüência indicam nós. E tem que ser assim mesmo, já que cada seqüência de letras está indicando um elo de ligação entre dois nós consecutivos, ou seja: vai de um nó a outro nó sem passar por qualquer nó no meio do caminho. O bom entendimento do que seja ramo é fundamental para se fazer a indicação correta de todas as correntes que existem em um circuito. Assim, não prossiga os estudos se ainda tiver alguma dúvida sobre o que é ramo.

1.2.1 - Em um ramo há apenas uma corrente e, em princípio, cada ramo tem a sua própria corrente (exclusiva dele). Assim, pode-se esperar que o número de correntes de um circuito seja igual ao número de ramos que ele tiver: uma corrente em cada ramo. Digo "pode-se esperar" porque:

a) é possível que em um determinado ramo a corrente seja zero, o que caracteriza a não existência de corrente.
b) é possível também que a corrente de um ramo seja a mesma corrente de outro ramo, pois o ramo em questão pode estar dividido em duas ou mais partes por outros elementos associados do circuito (figura abaixo).



Assim, sem se saber destas ocorrências antecipadamente, o correto é se indicar uma corrente para cada ramo (I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 e I_6, como ilustra a FIG. 1), considerando-se a definição dada anteriormente pra ramo. Se uma ou mais correntes forem zero (hipótese "a") ou se uma corrente for a mesma de outra (hipótese "b"), isto será descoberto durante os próprios cálculos das correntes do circuito. **DEVE-SE ESTAR ATENTO PARA NÃO SE CONFUNDIR "MESMA CORRENTE" COM CORRENTES QUE NÃO SÃO A MESMA, MAS QUE TÊM O "MESMO VALOR"**. Se são a mesma corrente, então o valor também é o mesmo, mas pode-se ter correntes diferentes e que tenham valores iguais, ou seja, o mesmo valor. **Por exemplo:** na figura acima, I_4 é a **"mesma corrente"** I_1 e, portanto, seus valores são o mesmo também. Já I_2 não é a mesma corrente I_3, mas pode ser que elas tenham o **"mesmo valor"**, ou seja, valores iguais entre si.

1.2.2 - Se em cada ramo existe apenas uma corrente, então ela é a mesma que circula em todos os seus componentes. Logo, OS COMPONENTES DE UM MESMO RAMO ESTÃO ASSOCIADOS EM SÉRIE. Caso você tenha dúvida se, por exemplo, um determinado resistor está ou não em série com outro, veja se eles estão no mesmo ramo: se estiverem no mesmo ramo, estarão em série; se não estiverem no mesmo ramo, não estarão em série. Isto nos permite ver, por exemplo, que não há resistores associados em série no nosso modelo tomado como referência. Entretanto, E_1 e R_1 estão em série, assim como E_2 e R_2.

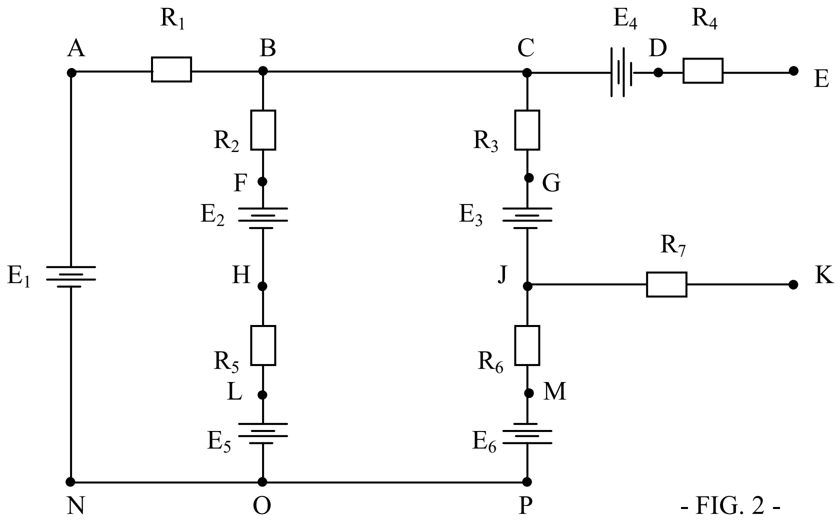
IMPORTANTE: Em qualquer **ramo constituído somente por resistores** (sem qualquer fonte de energia) **se a corrente for zero**, é como se este ramo não existisse. Assim, considerá-lo como inexistente não afetará o funcionamento do circuito, portanto, não afetará a análise.

1.3 - MALHA - é todo percurso fechado que seja ou possa ser condutor de corrente (sem que haja em sua extensão algum ponto em aberto). Vamos trabalhar muito com o conceito de percurso fechado. Entretanto, vamos trabalhar também com percursos fechados que não podem ser condutores de corrente por possuírem ao longo de sua extensão alguma parte em aberto, ou seja, sem uma ligação condutora entre 2 de seus pontos (veja os exemplos após o item 1.3.1 abaixo, para a FIG. 2). Neste caso, é um percurso fechado, mas não é o que estamos definindo como malha. Muita atenção para a sutileza da diferença entre os dois tipos de percursos fechados: um é malha e o outro não é malha, embora ambos sejam percursos fechados.

Na FIG. 1, são exemplos de malhas os seguintes percursos fechados: ABDFJMLA; ABCEHKNMLA e mais 5 outros (identifique-os). Notar que cada seqüência de letras que indica um percurso fechado começa e termina com a mesma letra. Se assim não for, o percurso não se fechou.

1.3.1 - Se algum trecho de um circuito não puder pertencer a pelo menos uma malha, então neste trecho não haverá corrente, não importa o que ele contenha (veja os exemplos para a FIG. 2). Isto é algo que vai ocorrer com alguma freqüência nos circuitos que vamos analisar. Assim, não se esqueça disto, ou você terá grande chance, muito grande mesmo, de errar a sua análise.

Apenas para exemplificar o que é um percurso fechado que não é malha e o que é um trecho do circuito que não pode pertencer a nem uma de suas malhas (e, portanto, não terá corrente), consideremos o modelo abaixo (FIG. 2):



- FIG. 2 -

Exemplos de percursos fechados que <u>não são malhas</u>: CDEKJGC e JKEDCBFHLOPMJ. Em ambos os casos, o percurso está aberto entre os pontos J e K.

Exemplos de trechos do circuito que <u>não terão corrente</u>, já que não é possível se fazer nem uma malha que os contenha: CDE e JK (passando por R_7). É impossível sair de E e voltar a E (ou de K e voltar a K) por algum percurso que não inclua se passar de K para E (ou de E para K) através de um trecho aberto (sem componentes nele). <u>DO PONTO DE VISTA DE CORRENTES</u>, É COMO SE ESTES DOIS TRECHOS NÃO EXISTISSEM. Eles <u>não terão qualquer influência no cálculo das correntes do circuito</u>, ainda que tenham outras influências, o que veremos oportunamente.

De acordo com o visto anteriormente, responda: quantas correntes você pode esperar que o modelo de circuito da FIG. 2 tenha? Onde circula cada uma delas? Indique-as no circuito. E neste caso, os pontos C e J são considerados nós?

2) PRIMEIRA LEI DE KIRCHHOFF OU LEI DE KIRCHHOFF PARA AS CORRENTES OU LEI DOS NÓS.

De início, vamos nos referir a esta lei de Kirchhoff usando a sigla LKC (<u>L</u>ei de <u>K</u>irchhoff para as <u>C</u>orrentes) apenas. Ela estabelece:

“Em um nó, a <u>soma</u> das correntes que chegam (entram) é igual a <u>soma</u> das correntes que saem”.

Usando a simbologia matemática, dizemos: $\mathbf{\sum I_{ch} = \sum I_{saem}}$.

Esta mesma lei também pode ser enunciada da seguinte forma:

“Em um nó, a <u>soma algébrica</u> das correntes é nula”.

Usando a mesma simbologia: $\mathbf{\sum I = 0}$, o que significa $\sum I_{ch} - \sum I_{saem} = 0$ ou $\sum I_{saem} - \sum I_{ch} = 0$.

Usando nosso circuito da FIG. 1 para ilustramos as equações que resultam da aplicação desta lei aos nós do circuito, vem:

Nó B: $I_1 = I_2 + I_3$ ou $I_1 - I_2 - I_3 = 0$ ou $I_2 + I_3 = I_1$

Priorizando a forma do primeiro enunciado acima:

Nó F: $I_2 = I_4 + I_5$; Nó H: $I_4 + I_3 = I_6$; Nó M: $I_5 + I_6 = I_1$

IMPORTANTE: muitas vezes nós temos que arbitrar (chutar) os sentidos das correntes. Como conseqüência, pode acontecer, de repente, que em um dado nó (ou mais) só cheguem ou só saiam correntes. Neste caso, soma-se as correntes e iguala-se esta soma a zero. Por exemplo, suponha que o sentido da corrente I_6 na FIG. 1 fosse ao contrário do que está lá indicado. Neste caso, a aplicação da LKC no nó H resultaria na equação: $\mathbf{I_3 + I_4 + I_6 = 0}$, o que estaria absolutamente correto.

Vê-se, pois, que montar equações com o uso da LKC é extremamente simples, mas pressupõe que você tenha indicado todas as correntes no circuito. Sem as correntes indicadas, como saber quais chegam e quais saem de um nó? Mas, não basta indicar as correntes; elas têm que estar indicadas corretamente, pois se você errar uma que seja, vai escrever equações erradas e aí..... nada feito. Viu porque eu chamei a atenção para a importância de você saber identificar também corretamente os ramos do circuito (item 1.2)? Feito isto, é só colocar em cada um deles uma corrente e pronto.

3) SEGUNDA LEI DE KIRCHHOFF OU LEI DE KIRCHHOFF PARA AS TENSÕES.

De início, vamos nos referir a esta lei de Kirchhoff usando a sigla LKT (<u>L</u>ei de <u>K</u>irchhoff para as <u>T</u>ensões) apenas. Ela estabelece:

“Em um percurso fechado qualquer, a soma algébrica das suas tensões é sempre nula”.

Usando a simbologia matemática: $\sum \textbf{tensões} = \mathbf{0}$ ou $\sum \mathbf{E = 0}$ ou $\sum \mathbf{V = 0}$.

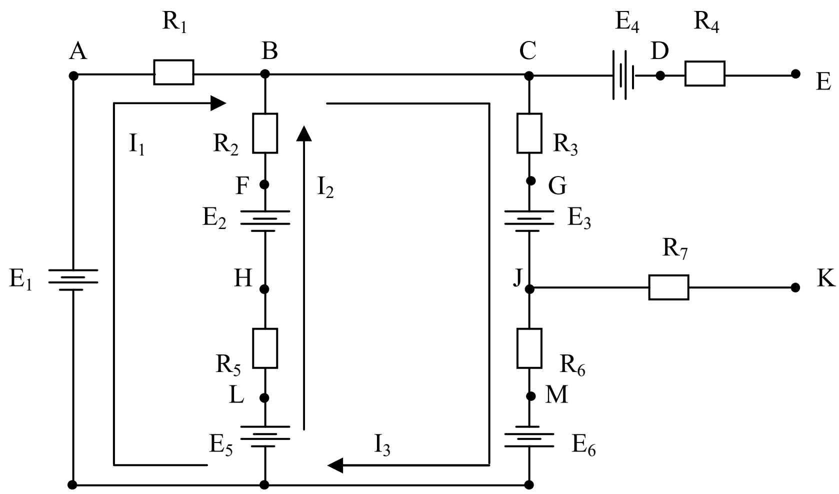
Notar que:

a) O fenômeno assegurado nesta lei vale para <u>QUALQUER</u> <u>PERCURSO</u> <u>FECHADO</u>, e não somente para malhas (veja item 1.3, se tiver dúvida).
b) Trata-se de uma <u>SOMA</u> <u>ALGÉBRICA</u>, portanto, podem ocorrer na equação termos que se somam e termos que se subtraem. Isto é de fundamental importância: quando uma tensão do percurso se soma ou se subtrai das demais. É nisto que muitos erros são cometidos ao se montar uma equação com base nesta lei.

Vamos usar o circuito da FIG. 2 para montarmos algumas equações a partir da aplicação da LKT, escolhendo nele dois percursos fechados como exemplo. Para isto, teremos que cumprir antes algumas etapas:

1ª. - **<u>Indicar no circuito todas as suas correntes</u>**, já que na equação vão aparecer tensões em resistores e estas tensões serão dadas por V = R.I. Veja que, outra vez, o conceito de ramo vai ser importante.
2ª. - Aprendermos como saber se uma tensão do percurso será somada ou subtraída das demais tensões do mesmo percurso, já que montaremos cada equação com base numa soma algébrica de tensões.

A 1ª. Etapa é feita simplesmente <u>arbitrando-se</u> <u>um</u> <u>sentido</u> <u>para</u> <u>cada</u> <u>uma</u> <u>das</u> <u>correntes</u>, caso nenhuma já tenha sido dada de forma direta ou indireta. Veja, então, a FIG. 3 a seguir.



- FIG. 3 -

Lembra-se porque não há corrente nos trechos CDE e JR_7K? Se não, algo do que já foi mostrado anteriormente ficou sem ser entendido. Reveja o assunto.

A 2ª. Etapa será feita com base no procedimento a seguir descrito e que será demonstrado em sala de aula. Agora você pode decorá-lo, depois irá entender porque pode ser assim. Por enquanto, trata-se apenas de um artifício para nos ajudar a descobrir quando se faz a soma ou a subtração Eis o procedimento:

- Depois de escolhido o percurso fechado para o qual será montada a equação **∑ tensões = 0**, suponha que você irá percorrê-lo para verificar que tensões existem nele. Escolhe-se um sentido para este percurso, que poderá ser no sentido horário ou anti-horário. Escolha o sentido que quiser, é indiferente.
- Ao percorrer o percurso fechado com o sentido que você escolheu, toda tensão que você encontrar primeiro seu potencial maior (+) você a soma, e toda tensão que você encontrar primeiro seu potencial menor (-) você a subtrai. ATENÇÃO: ESTE SENTIDO DE PERCURSO QUE AJUDA VOCÊ A SABER SE SOMA OU SUBTRAI UMA TENSÃO NÃO TEM NADA A VER COM O SENTIDO DE CADA CORRENTE DO CIRCUITO. ENTRETANTO, VOCÊ PRECISA INDICAR AS CORRENTES PARA SABER ONDE SÃO OS POTENCIAIS MAIOR (+) E MENOR (-) NOS RESISTORES, JÁ QUE ESTAS POLARIDADES DEPENDEM DO SENTIDO DA CORRENTE, CONFORME JÁ VISTO. Vimos que em um resistor, o terminal por onde corrente “entra” é o (+). Logo, conforme o sentido que você escolher para a corrente, o potencial (+) em um resistor pode estar em um terminal ou no outro.

Vamos então, trabalhar nos seguintes percursos fechados: ABFHLONA e EDCBFHLOPMJKE, supondo para este último que o ponto E tem potencial maior (+) do que o ponto K. Vamos adotar como sentido de percurso a <u>sentido</u> <u>horário</u>. As equações serão:

LKT para o percurso ABFHLONA, percurso horário:

$$R_1.I_1 - R_2.I_2 + E_2 - R_5.I_2 + E_5 - E_1 = 0 \qquad (1)$$

LKT para o percurso EDCBFHLOPMJKE, percurso também horário:

$$-E_5 + R_5,I_2 - E_2 + R_2.I_2 + E_4 + R_4.0 + E_{EK} + R_7.0 + R_6.I_3 - E_6 = 0 \qquad (2)$$

ATENÇÃO:

a) Na equação (2), usamos $R_4.0$ e $R_7.0$ apenas para reforçar a idéia de que nestes resistores não tem corrente e, portanto, a tensão neles é zero.
b) Ainda, na equação (2) a tensão entre os pontos E e K foi identificada por E_{EK}, nomenclatura já explicada anteriormente (item 3.2, Aula 05, Lei de Ohm). Lembrar que, apesar de estarem em aberto, é possível existir uma tensão entre estes dois pontos. Nas tomadas de energia elétrica de nossas casas, mesmo não havendo nada ligado nelas, há uma tensão entre seus dois terminais (chamados de fase e neutro), não é?

Nas próximas aulas veremos como usar as leis de Kirchhoff para estruturarmos a solução de um problema de análise de circuitos. Até aqui, é importante que você saiba montar as equações a partir das leis de Kirchhoff. A estrutura de uma solução ainda irá envolver outras informações, como por exemplo, a necessidade de sistemas de equações independentes entre si.

DISCIPLINA: E201 - CIRCUITOS ELÉTRICOS I. **DATA:**

DOCENTE: PROF. NAVANTINO D. B. FILHO **TEMA:** CÁLCULO DE TENSÕES, CORRENTES E POTÊNCIAS.

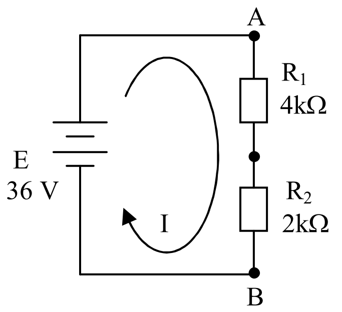
RESUMO:

1- CONSIDERAÇÕES INICIAIS.

Analisar um circuito consiste em, basicamente, se calcular valores de algumas grandezas fundamentais envolvidas no seu funcionamento, a partir de grandezas de valores conhecidos. Estas grandezas fundamentais neste nosso estudo inicial serão: tensão, corrente, resistência e potência. Em geral, os elementos conhecidos (dados) serão as tensões das fontes e as resistências e os elementos desconhecidos (incógnitas) serão as correntes e as potências.

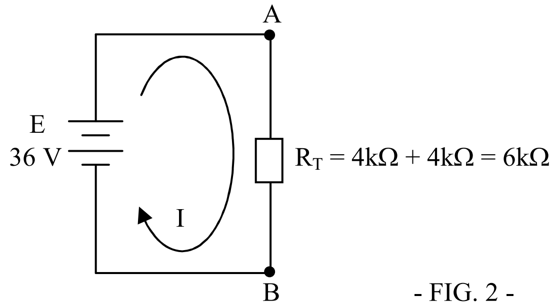
Vamos começar com circuitos simples e, posteriormente, usaremos circuitos um pouco mais elaborados. Vale ressaltar que muitos dos circuitos que usaremos em nosso curso têm finalidade apenas didática, sendo circuitos com aplicações práticas somente do ponto de vista do processo ensino-aprendizado.

E.1 - Calcular a corrente I no circuito da FIG. 1. Após, calcular a potência fornecida pela fonte ao circuito.



- FIG. 1 -

O circuito ao lado pode ser reduzido a outro que lhe é equivalente do ponto de vista da corrente e onde poderemos usar a lei de Ohm. Para isto, basta encontrarmos a resistência total "vista" pela fonte (R_T entre AB). Isto resulta no circuito da FIG.2:



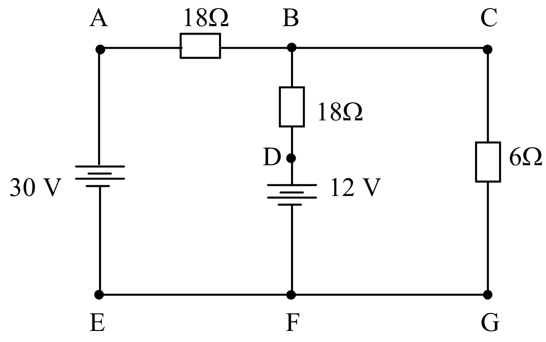
- FIG. 2 -

Agora, considerando o circuito equivalente da FIG.2, podemos escrever: $I = V_{RT} / R_T$, onde R_T é a resistência total vista pela fonte e sobre a qual a tensão é a própria tensão da fonte ($V_{RT} = E$). Notar que não foi usado E / R_T para não ficar a impressão de que é a tensão da fonte dividida pela resistência. É a tensão no resistor dividida por sua resistência. Neste caso, ocorre que a tensão no resistor é a própria tensão da fonte. <u>É um caso particular</u>. Veja, por exemplo, que no circuito tal como está na FIG. 1, nenhum dos dois resistores tem em seus terminais a mesma tensão da fonte.

<u>IMPORTANTÍSSIMO</u>: Veja que o circuito da FIG. 2 é equivalente ao da FIG.1. Mas, equivalente sob que aspectos? Esta é a pergunta que sempre deve ser feita. Alguma coisa é equivalente a outra com relação a um ou mais aspectos, que se não forem conhecidos não dá para se falar em equivalência. O que no circuito da FIG. 2 é igual no circuito da FIG. 1? Ambos têm a mesma tensão total (E), a mesma resistência total (R_T) e, conseqüentemente, a mesma corrente I. Pois, é claro: se você, neste caso, não mudou a tensão, não mudou a resistência, não pode ter mudado a corrente. Assim, calcular I na FIG. 2 é encontrar I da FIG. 1. Por isto, é muito importante se saber calcular equivalências como, por exemplo, para associação de resistores e para associação de fontes. Por outro lado, veja que o circuito da FIG. 1 tem uma propriedade que o da FIG 2 não tem: o divisor de tensão formado pela associação série entre R_1 e R_2. Neste aspecto, os dois circuitos não são equivalentes entre si. Não dá para calcular a tensão em R_1 (V_{R1}) usando o circuito da FIG 2 (R_1 nem existe no circuito da FIG. 2). Logo, neste aspecto, ele não é equivalente ao da FIG. 1. Claro, levo a corrente I calculada no circuito da FIG. 2 para o circuito da FIG. 1 e calculo nele V_{R1} e V_{R2} facilmente. Mas, esta tensões não existem no circuito da FIG 2.
Assim, é muito importante ao se fazer um circuito que seja equivalente a outro, se verificar com clareza o que continua a existir no circuito equivalente e o que não existe mais nele.

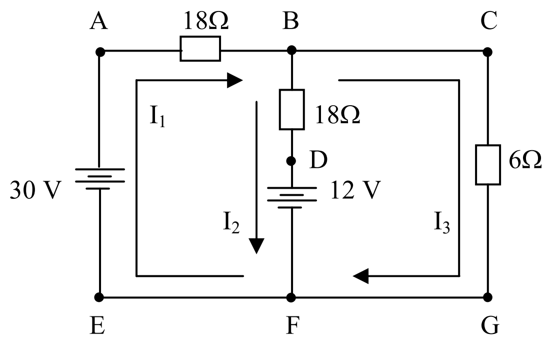
Finalmente: $I = 36 / 6.10^3 = 6.10^{-3}$ A $\therefore$ $\mathbf{I = 6\ mA}$.
E a potência fornecida pela fonte é: $P = V.I = 36.6.10^{-3} = 216.10^{-3}$ W $\therefore$ $\mathbf{P = 216\ mW}$.

E.2 - Calcular as correntes no circuito abaixo.



- FIG. 3 -

Calcular todas as correntes implica em se calcular quantas correntes? E onde circula cada uma delas? Sem se saber responder a estas perguntas, nada pode ser feito. A resposta é se indicar no circuito as suas correntes, como mostra a FIG. 4. Este é o primeiro passo da solução.



- FIG. 4 -

Assim, são 3 correntes a serem calculadas (I_1, I_2 e I_3) e cada uma circulando no trecho onde foi indicada no circuito da FIG. 4.

Como se saber que são 3 correntes e onde circula cada uma? Se você não sabe, algo do que já vimos você não entendeu bem. Volte ao item 1.2 das aulas 13 e 14, leis de Kirchhoff.

Tendo que calcular 3 correntes, nós estamos diante de um problema com 3 incógnitas (I_1, I_2 e I_3). Assim, necessitamos de um sistema com 3 equações, envolvendo estas 3 incógnitas. Como obtê-lo? Usando equações que descrevam matematicamente fenômenos físicos que ocorrem no circuito. Para isto, vamos nos valer das leis de Kirchhoff, que descrevem fenômenos físicos que ocorrem nos circuitos e que podem ser modelados por equações matemáticas. Mas, as equações do sistema têm que ser independentes entre si, o que equivale dizer que não basta montar equações, pois elas poderão estar certas individualmente, mas o sistema poderá estar errado. Mas, o que são equações independentes entre si? Isto já é outra conversa e você vai tê-la com o professor de matemática. Mas, vou lhe dar uma dica: monte um sistema de equações onde nenhuma equação pode ser obtida a partir da combinação de quais quer das outras de suas equações.

No caso de análise de circuitos e usando-se exclusivamente as leis de Kirchhoff, há um método para se montar as equações que pode ser muito útil e que se aplica em muitos casos. Entretanto, é importante ressaltar que esta metodologia método não é aplicável para todos os tipos de circuitos, como teremos oportunidade de ver em outro momento. Consiste em:

a) Identifique os nós do circuito, determinando o valor de N.
b) Identifique o número de ramos do circuito, determinando o valor de B. Se é possível se esperar que o circuito tenha uma corrente em cada ramo e ele tem B ramos, então ele tem B correntes e será necessário um sistema com B equações para calculá-las.
c) Aplica-se a LKC em (N - 1) dos nós do circuito, o que resulta em (N - 1) equações. **A LKC só pode ser usada em um circuito (N - 1) vezes**, o que garantirá um conjuntos de equações independentes entre si, tal como necessário. Daí ela não ser aplicada em todos os N nós e sim em N menos 1 deles.
d) Como são necessárias B equações e você obteve (N - 1) com a LKC, aplique então a LKT em B - (N - 1) malhas, o que resultará nas equações que faltam para completar o sistema. Escolha, pois, as B - (N - 1) malhas a usar. Ao

escolher as malhas nas quais irá aplicar a LKT, **escolha de tal forma que cada uma tenha pelo menos um ramo que não pertença a qualquer uma das outras escolhidas**. Isto garantirá um conjunto de equações independentes entre si, tal como é necessário.

Para nosso exercício, seguindo esta metodologia, vem:

a) N = 2 (pontos B e F).
b) B = 3 (ramos FEAB, FDB e FGCB) $\therefore$ 3 correntes (I_1, I_2 e I_3, conforme indicadas na FIG. 4) $\therefore$ precisamos de um sistema com 3 equações, o que será obtido usando-se a LKC e a LKT.

c) LKC: será usada (N - 1) vezes $\therefore$ (2 - 1) = 1 vez. Escolher em qual dos dois nós aplicá-la (tanto faz).

LKC aplicada no nó B resulta em: $I_1 = I_2 + I_3$ (1)

d) LKT: será usada B - (N - 1) vezes $\therefore$ 3 - (2 - 1) = 2 vezes. Escolher duas malhas dentre as existentes no circuito, tal como especificado no método. No circuito do exemplo, que possui três malhas, quaisquer duas atendem à especificação.

LKT aplicada nas malhas ABDFEA e BCGFDB (percorridas no sentido horário):

Para a malha ABDFEA: $-30 + 18.I_1 + 18.I_2 + 12 = 0 \therefore 18.I_1 + 18.I_2 = 18$ (2)
Para a malha BCGFDB: $-12 - 18.I_2 + 6.I_3 = 0 \therefore -18.I_2 + 6.I_3 = 12$ (3)

e o nosso sistema está pronto, formado pelas equações (1), (2) e (3). Resolvido este sistema, você vai encontrar como **respostas**:

I_1 = 1,2 A ; I_2 = -0,2 A ; I_3 = 1,4 A.

Veja que estes valores levados às equações do sistema têm que satisfazer às igualdades nelas indicadas. Por exemplo:

para a equação (1), temos que $I_1 = I_2 + I_3 \therefore 1{,}2 = -0{,}2 + 1{,}4 \therefore 1{,}2 = 1{,}2$.

Ao arbitrarmos os sentidos para as correntes do circuito, podemos acertar todos, errar todos ou acertar uns e errar outros. Isto não importa, já que ao calcularmos estas correntes, as que derem **valor positivo estarão com seus sentidos corretos** (é o caso de I_1 e I_3 no nosso exemplo) e as que derem **valor negativo estarão com seus sentidos invertidos** (é o caso de I_2 no nosso exemplo). O que fazer a partir daí? Nada, em princípio. Deixe os sentidos indicados da forma que você arbitrou e usou para montar as equações, dando as respostas com os sinais encontrados: positivos e negativos (tal como feito para o nosso exemplo). Se for necessário, faça uma observação sobre este fato. Por exemplo: **I_2 está indicada no circuito com sentido invertido**. E, se necessário ainda, redesenhe o circuito e indique as correntes, agora que você já sabe, com os sentidos corretos e dê a elas somente valores positivos. Mas, cuidado: para sentido invertido, valor negativo; para sentido correto, valor positivo. Tem que haver coerência. Você não pode usar valor positivo para uma corrente indicada com sentido invertido, assim como não pode usar valor negativo para uma corrente indicada com sentido correto. **Este erro é fatal**.

OBSERVAÇÃO - Veja no que resultaria a tentativa de se usar a LKC nos dois nós do circuito do nosso exemplo:

nó B: $I_1 = I_2 + I_3$ e nó F: $I_2 + I_3 = I_1$ $\therefore$ a mesma equação escrita duas vezes e não duas equações distintas.

2 - OUTRAS CONSIDERAÇÕES.

Imagine que tivéssemos que analisar um circuito que possuísse 12 correntes. Teríamos, pelo processo exposto anteriormente, que montar e resolver um sistema com 12 equações. Ainda que tenhamos uma calculadora que resolva sistemas de equações, não temos uma que monte o sistema. Assim, o trabalho que teremos será grande, mesmo que ele se resuma à montagem do sistema de 12 equações. Entretanto, antigamente não existiam as calculadoras que hoje temos. Os cálculos eram feitos “à mão” ou, quando muito, com a ajuda de um dispositivo chamado régua de cálculo (fantástico à época, mas hoje, apenas uma obra de arte da engenhosidade humana). Resolver um sistema de 12 equações é trabalho para muito tempo (e põe tempo nisto). Era natural que estudiosos do assunto buscassem desenvolver métodos alternativos que simplificassem este enorme trabalho. Assim, surgiram alguns “métodos de análise de circuitos”, que veremos mais adiante. Por outro lado, existem ainda alguns teoremas extremamente úteis na análise de circuitos, que também serão vistos por nós. O uso destas “ferramentas”, de forma isolada ou em conjunto, pode resultar em procedimentos muito simples, se comparados com este que aplicamos no exemplo E.2 acima, que fica restrito a circuitos ou cálculos mais simples.

E.3 - Imagine um circuito que possua 7 nós e 20 ramos. Quantas equações seriam necessárias ao sistema que permitisse se calcular todas as suas correntes? O sistema, que teria equações montadas a partir do uso das leis de Kirchhoff, teria quantas equações obtidas com o uso da LKC? E quantas com o uso da LKT?

3) AS LEIS DE KIRCHHOFF EM CIRCUITOS COM OUTROS TIPOS DE COMPONENTES.

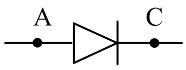
Além de exercícios que serão propostos em aula, resolva aqueles propostos nas séries de exercícios e os existentes no livro Fundamentos de Análise de Circuitos Elétricos - David E. Johnson, John L. Hilburn e Johnny R. Johnson. Este assunto é muito bem explorado nas diversas referências bibliográficas dadas para a disciplina e você não terá dificuldades em encontrar exercícios para testar seus conhecimentos e aprimorá-los.

Vamos agora, nos dedicar a aplicar as leis de Kirchhoff em análise de circuitos contendo outros tipos de componentes além de resistores e fontes. Isto nos mostrará que, mesmo sem conhecer o funcionamento destes outros componentes, podemos proceder à análise de alguns circuitos que os contém. Para isto, vamos apresentar três novos componentes ou elementos de circuitos, dando apenas as informações necessárias ao nosso objetivo. Estes componentes são: o diodo, o transistor e o amplificador operacional.

3.1 - DIODO: é um componente que, em sua versão mais simples, tem como característica atuar como uma chave eletrônica que pode estar fechada (diodo conduzindo) ou aberta (diodo cortado). É fabricado a partir de materiais semicondutores, sendo mais usual o emprego do SILÍCIO (Si) e do GERMÂNIO (Ge). Como não é objetivo desta disciplina fazer um estudo do componente, veremos apenas as características necessárias ao nosso propósito, sem nos preocuparmos em justificá-las do ponto de vista físico.

INFORMAÇÕES SOBRE O DIODO QUE INTERESSAM AO NOSSO OBJETIVO:

Os dois terminais de um diodo são denominados de ANODO (A) e CATODO (C) e ele é assim simbolizado nos circuitos (símbolo geral):

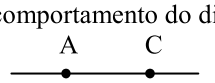


Para que ele atue como uma **chave fechada** (diz-se: esteja **conduzindo** ou **polarizado diretamente**) é necessário que a tensão em seus terminais tenha o potencial do ANODO (A) maior do que o potencial do CATODO (C), ou seja, A (+) e C (-). Para o diodo operando nesta condição, consideraremos:

a) que a tensão entre A e C é **zero**, portanto, o diodo se comporta como um curto-circuito, no caso de aproximarmos o comportamento do diodo para uma situação que chamamos de **ideal**, ou
b) que a tensão entre A e C é de 0, 7 V, para diodos de Silício (Si), e de 0,3 V, para diodos de Germânio (Ge), no caso de usarmos uma das aproximações possíveis para o seu comportamento **real**. Estes valores são referências e serão usados sempre que outro valor não for especificado ou calculado. Na verdade, eles podem sofrer variações em torno destas referências.

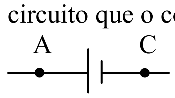
Em cada exercício informaremos que situação deve ser considerada (a) ou (b) acima. Partindo-se dessa informação, ao modelarmos o comportamento do diodo para a análise do circuito que o contém, consideraremos que existe em seu lugar:

a) diodo **ideal**:



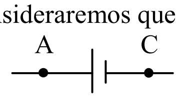
(curto-circuito)

b) diodo **real**:



0,7V
(para diodo de Si)

ou



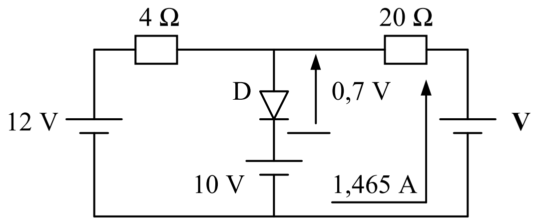
0,3V
(para diodo de Ge)

Isto quer dizer que, mesmo estando desenhado no circuito o símbolo do diodo, o veremos como se fosse um curto-circuito (a) ou como se fosse uma fonte de 0,7V ou 0,3V (b). É assim que ele estará se comportando e influenciando o funcionamento do circuito. É só não inverter a posição da fonte para o caso (b): ela tem (+) no lado do ANODO (A) e (-) no lado do CATODO (C), ou seja, A (+) e C(-).

Para que o diodo atue como **chave aberta** (diz-se: esteja **cortado** ou **polarizado reversamente**), a situação se inverte: ANODO (-) e CATODO (+). Operando nesta condição, ele é visto como um "circuito aberto" tanto na condição de diodo **ideal** quanto na de diodo **real**, ou seja:

Estar atento para o fato de que, nesta situação, os potenciais nos seus terminais são: A(+) e C (-).

E.4 - No circuito abaixo, calcular a tensão da fonte **V** indicada.



Antes de iniciarmos a solução deste exercício, é importante chamar a atenção para um conjunto de informações que foram dadas no desenho, através das convenções e notações já explicadas em aulas anteriores. Veja, por exemplo:

a) o diodo está polarizado diretamente (sentido de condução), informação esta contida no sentido da seta que indica a tensão de 0,7V em seus terminais: ponta da seta (+) no lado do anodo e pé da seta (-) no lado do catodo, sendo que a condição para o diodo conduzir é que a tensão em seus terminais tenha (+) no anodo e (-) no catodo, tal como acontece neste exercício;
b) sentido da corrente de 1,465 A no ramo da fonte **V**.

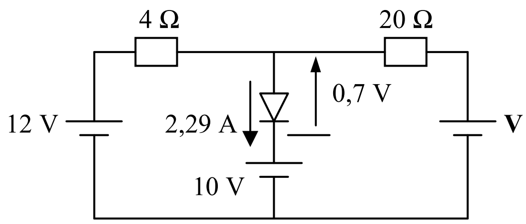
Isto mostra a importância de se saber todas as convenções e notações que usaremos, pois sem isto não será possível se resolver inúmeros problemas (talvez todos).

SOLUÇÃO: usando LKT no percurso fechado que contém os componentes: fonte de 10 V, diodo D, resistor de 20 Ω, fonte V, percorrido no sentido horário, vem:

$$- 10 - 0{,}7 - 20 \times 1{,}465 + V = 0 \quad \therefore \quad V = 10 + 0{,}7 + 29{,}3 \quad \therefore \quad \mathbf{V = 40\ V}.$$

Veja como o cálculo foi simples e não foi necessário se conhecer como funciona o diodo, bastando apenas se conhecer a tensão em seus terminais. É claro, a LKT é uma soma algébrica de tensões e se você conhece as tensões, o restante não é necessário.

E.5 - No circuito abaixo, calcular a tensão da fonte **V** indicada.



Aqui tem-se que trabalhar um pouco mais. O cálculo de V agora, irá exigir um sistema de equações e não mais uma única equação, tal como no exemplo E.4. Monte-o com base nas leis de Kirchhoff, mas esteja atento para as exigências de um sistema de equações e de como se aplica cada uma das leis. Você deverá encontrar como resposta uma tensão de **50 V**.

3.2 – TRANSISTOR: vamos agora, acrescentar mais este componente em nossos circuitos. Tomaremos como referência um transistor simples denominado BJT (***B****ipolar* ***J****unction* ***T****ransistor* ou Transistor de Junção Bipolar) e não vamos estudar também o seu funcionamento. Vamos nos ater apenas às informações necessárias ao nosso objetivo: uso das leis de Kirchhoff. O transistor é um componente também fabricado à base dos mesmos semicondutores usados para o diodo (Si e Ge) e é um dos componentes de uso mais generalizado nos circuitos eletrônicos. Consiste na junção de três "pastilhas" de materiais semicondutores, especialmente preparadas para apresentar certas propriedades, denominadas cristal tipo P e cristal tipo N. O transistor BJT pode ser formado por duas pastilhas do tipo N e uma do tipo P (transistor do tipo NPN) ou por duas pastilhas do tipo P e uma do tipo N (transistor do tipo PNP). Como estes detalhes não vão interessar aos nossos propósitos, nada mais vamos acrescentar sobre eles e vamos nos limitar, em nossos exemplos, ao uso do transistor do tipo NPN, construído com semicondutor de Si.

INFORMAÇÕES SOBRE O TRANSISTOR QUE INTERESSAM AO NOSSO OBLETIVO:

SIMBOLOGIA:

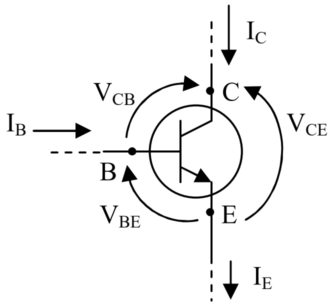
TRANSISTOR TIPO NPN TRANSISTOR TIPO PNP

C = Coletor
B = Base
E = Emissor

Estes símbolos nos mostram que o transistor é um componente que possui três terminais: coletor, base e emissor. Notar que a diferença do símbolo do NPN para o do PNP está no sentido da seta usada no emissor (E).

Para que um transistor cumpra o seu papel no circuito, ele necessita antes de um conjunto de tensões entre seus terminais, o que é feito em um procedimento chamado de POLARIZAÇÃO do transistor. Só depois de devidamente polarizado é que ele estará em condições de desempenhar sua função, como por exemplo: amplificar um sinal de áudio (voz ou música), efetuar um chaveamento (atuar como uma chave eletrônica), e tantas outras funções, conforme o tipo de transistor usado. Nossas análises considerarão apenas os aspectos relativos à polarização do transistor. Ainda, conforme já explicitado anteriormente, procuraremos trabalhar só com os transistores do tipo NPN de Si.

TENSÕES E CORRENTES NO TRANSISTOR: indicamos abaixo, as correntes e tensões no transistor NPN, com seus respectivos sentidos e polaridades. Estas informações serão importantes em nossas análises, mas para nosso objetivo você pode apenas decora-las.



Mais algumas informações ainda são importantes, tendo em vista nosso objetivo:

a) a tensão V_{BE} é a mesma vista para um diodo polarizado diretamente (conduzindo): 0,7 V ou 0,3 V, como referência;

b) da aplicação da **LKC** no transistor resulta: $\mathbf{I_B + I_C = I_E}$ (equação clássica no estudo de transistores);

c) há uma relação entre a corrente de coletor I_C e a corrente de base I_B, denominada GANHO DE CORRENTE, que estabelece:

$$\frac{I_C}{I_B} = \beta \qquad \text{ou} \qquad \mathbf{I_C = \beta . I_B}$$

onde **β** é o "ganho de corrente", sendo um parâmetro cujos limites de valores são dados pelo fabricante do transistor e o valor que terá, dentro destes limites, é definido pelo projeto do circuito que irá usar o componente.

OBS.: O "ganho" é definido, em regra geral, como sendo uma relação entre uma grandeza na saída e a sua correspondente na entrada. Se a corrente na entrada for de 10mA e na saída for de 500mA, diremos que o ganho de corrente foi de 50.

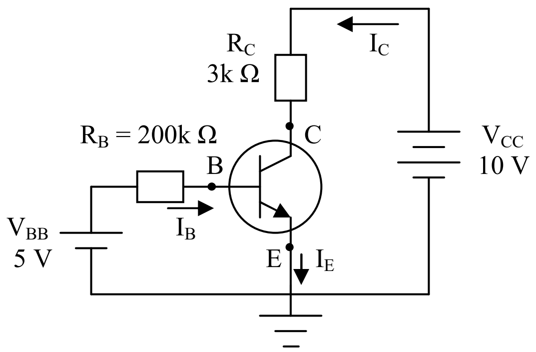
d) da aplicação da **LKT** no transistor resulta: $V_{CE} - V_{BE} - V_{CB} = 0$ ou $\mathbf{V_{CE} = V_{BE} + V_{CB}}$.

Veja a importância das leis de Kirchhoff: mesmo antes de iniciarmos a análise de algum circuito propriamente dito, elas já foram usadas aqui.

Vale ainda ressaltar: se o transistor for do tipo **PNP**, deve-se inverter os sentidos e polaridades das correntes e tensões, em relação ao NPN.

Vamos agora, analisar um circuito contendo um transistor.

E.6 – Calcular a tensão V_{CB} no circuito a seguir.



OUTROS DADOS:
$V_{BE} = 0{,}7$ V
$I_C = 100.I_B$

Solução:

Deve-se iniciar a solução pela equação que permitirá o cálculo do que foi pedido (V_{CB}). É isto que vai orientar toda a solução e evitar que se fique "atirando para todos os lados" ou "andando sem rumo", perdendo um precioso tempo que, pode estar certo, mais tarde vai fazer falta. Certamente você conhece algum colega que já reclamou daquele tempo de duração de prova que ele achou que era pouco? Era mesmo ou ele ficou "andando sem rumo" por não saber o rumo certo a tomar?. Pois é.

Neste exercício há mais de uma alternativa para se encontrar uma equação que permita o cálculo do que foi pedido. Aliás, muitas vezes isto ocorre. O que fazer? Pense nos diversos caminhos e tente ver qual deles conduz ao objetivo da forma mais direta ou simples. Apenas pense, tentando "enxergar" o que você deverá fazer em cada um deles e o que você dispõe como dados do problema. Os dados do problema serão os elementos que ajudarão nesta decisão: o caminho que possuir mais dados já disponíveis para levar a solução, será o mais simples.

Ao montar a equação que permite que a resposta seja encontrada, você irá descobrir as informações que você já possui e as que ainda terá que encontrar. A solução consistirá, assim, na busca das informações que faltam na equação. Isto organizará seus pensamentos e seu trabalho, não lhe deixando com aquela sensação de "prá que mesmo que eu estou fazendo isso?". Uma vez encontradas estas informações, é só substituí-las na equação por onde você iniciou a solução e o problema estará resolvido.

Voltando ao nosso exercício, vamos usar a LKT no percurso fechado seguinte: terra, V_{CC}, R_C, C, B, E, terra. Adotemos o percurso anti-horário:

$$- 10 + R_C.I_C + V_{CB} + V_{BE} = 0 \quad \therefore \quad V_{CB} = 10 – R_C.I_C – V_{BE} \qquad (1)$$

Vemos que nos falta I_C e temos V_{BE} (dado). Abrimos um novo problema: cálculo de I_C e vamos usar a mesma metodologia.

$$I_C = 100.I_B \qquad (2)$$

Mas, nos falta I_B. Abrimos um novo problema. Com a mesma metodologia, vamos escrever a equação da LKT para o percurso fechado: terra, V_{BB}, R_B, V_{BE} e terra, percorrendo no sentido horário:

$$- 5 + R_B.I_B + V_{BE} = 0 \quad \therefore \quad I_B = (5 - V_B) / R_B \quad \therefore \quad I_B = (5 – 0{,}7) / 200.10^3 = 4{,}3 / 200.10^3 \quad \therefore$$

$$\therefore \quad I_B = 21{,}5.10^{-6} \text{ A} \qquad (3)$$

Finalmente, levamos (3) em (2) e o resultado em (1) para chegarmos à resposta procurada.

Com (3) em (2): $I_C = 100.21{,}5.10^{-6} = 2{,}15.10^{-3}$ A (4)

Com (4) em (1): $V_{CB} = 10 – 3.10^3.2{,}15.10^{-3} – 0{,}7 = 10 – 6{,}45 – 0{,}7 = 2{,}85$ V $\therefore$ **V_{CB} = 2,85 V**.

E.7 – Faça os demais exercícios propostos na 6ª Série de Exercícios.

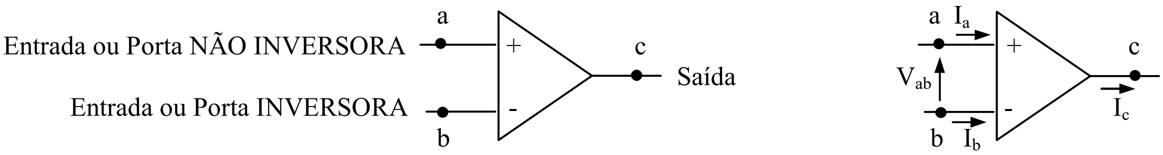
3.3 – AMPLIFICADDOR OPERACIONAL (AMP-OP).

Talvez um dos mais usados circuitos integrados (CI). Entretanto, como não é nosso objetivo conhece-lo, vamos nos ater apenas ao que é importante aos nossos propósitos.

Trata-se de um CI com oito terminais (um deles sem conexão ao circuito interno, apenas existindo para manter o padrão do encapsulamento de certa linha de CI's). Considerando nosso objetivo, vamos tratar apenas de alguns aspectos deste CI e trabalhar somente com **amp-op do tipo ideal**. Com isto, **vamos também considerar apenas 3 de seus terminais**: dois de **entrada** (denominados "porta **inversora**" e "porta **não inversora**") e um de **saída**. As aplicações do amp-op são inúmeros e isto será objeto de estudo em outra disciplina.

INFORMAÇÕES SOBRE O AMPLIFICADOR OPERACIONAL QUE INTERESSAM AO NOSSO OBJETIVO:

SIMBOLOGIA:

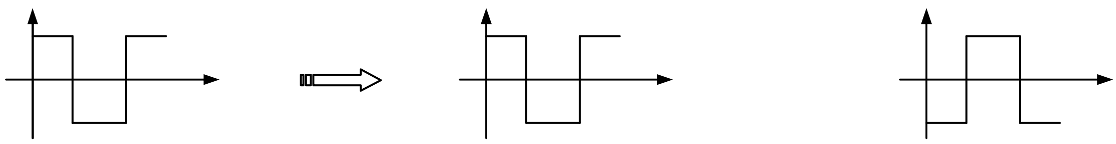


A porta NÃO INVERSORA é representada pelo sinal + e a INVERSORA pelo sinal -. Estes sinais nada têm a ver com polaridades de tensão, tendo aqui o exclusivo significado de indicar o tipo de porta: não inversora (+) e inversora (-).

O que significa entrada não inversora e entrada inversora?

- Quando o sinal de entrada é via porta não inversora, o sinal de saída tem a mesma polaridade dele, quando comparados a uma mesma referência (normalmente o ponto de aterramento ou "terra" do circuito).
- Quando o sinal de entrada é via porta inversora, o sinal de saída tem polaridade contrária a dele, quando comparados a uma mesma referência (normalmente o ponto de aterramento ou "terra" do circuito).

Exemplo:



Sinal de entrada

Sinal de saída para sinal de entrada na porta Não Inversora

Sinal de saída para sinal de entrada na porta Inversora

Numericamente:

- Sinal de entrada, por exemplo, de + 5 V na porta não inversora, dará na saída um sinal de valor também + (por exemplo, + 25 V).
- Sinal de entrada, por exemplo, de + 5 V na porta inversora, dará na saída um sinal de valor - (por exemplo, - 25 V).
- Sinal de entrada, por exemplo, de - 5 V na porta não inversora, dará na saída um sinal de valor também - (por exemplo, - 25 V).
- Sinal de entrada, por exemplo, de - 5 V na porta inversora, dará na saída um sinal de valor + (por exemplo, + 25 V).

Estes detalhes não serão importantes aos nossos propósitos. Entretanto, se você encontrar uma tensão de saída negativa para uma tensão de entrada positiva, já saberá o significado.

OUTRAS INFORMAÇÕES IMPORTANTES PARA NOSSAS APLICAÇÕES:

a) Um amp-op é considerado ideal quando tem o seguinte comportamento:

- A tensão entre as portas de entrada é nula, ou seja, $\mathbf{V_{ab} = 0}$ **ou** $\mathbf{V_a = V_b}$.
- As correntes nas duas portas de entradas são nulas, ou seja, $\mathbf{I_a = 0}$ **e** $\mathbf{I_b = 0}$, independente do que a elas for ligado.

Nas nossas análises, partiremos sempre do princípio que isto ocorre[3], pois estaremos sempre considerando o amp-op como ideal**. NÃO SE ESQUEÇA**.

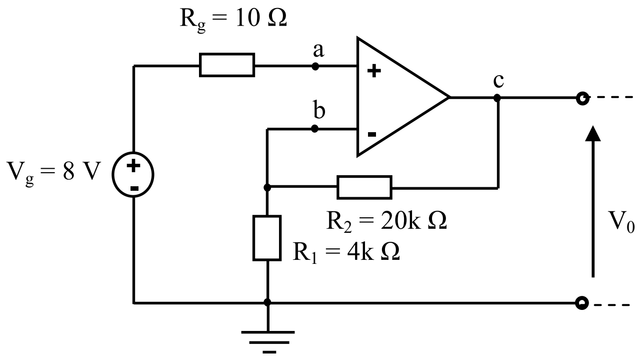
b) Como o amp-op tem outras entradas que não serão mostradas (usaremos apenas 3 das 8 que ele possui), **NÃO PODEMOS APLICAR A LKC NO AMP-OP**, ou seja, dizer que a soma das correntes que nele entram é igual a soma das correntes que dele saem. Isto **NÃO É VERDADE PARA NOSSAS APLICAÇÕES**, já que não estarmos usando todos os seus terminais e, como conseqüência, não estamos vendo todas as correntes. **NÃO SE ESQUEÇA**.

c) Consideraremos que os componentes ligados aos terminais do amp-op que não estaremos mostrando, estarão ligados também ao ponto de aterramento do circuito. Assim, **TAMBÉM NÃO SE PODE APLICAR A LKC NO PONTODE ATERRAMENTO (TERRA) DO CIRCUITO**, pois neste ponto também não estarão representadas todas as correntes que nele entram e dele saem. **NÃO SE ESQUEÇA**.

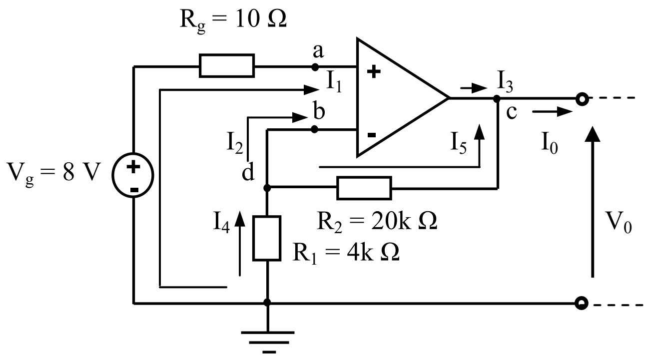
IMPORTANTÍSSIMO: As informações dos itens "a", "b" e "c" anteriores, são vitais na análise dos circuitos que usaremos como modelos e serão consideradas como dado de qualquer exercício que seja proposto na disciplina. Portanto, **NUNCA SE ESQUEÇA DELAS**. Sem elas, **NENHUM** problema terá condição de ser resolvido corretamente.

Vamos agora, ver um exemplo de aplicação com amp-op.

E.8 – Calcular o valor da tensão V_0 (tensão de saída) no circuito a seguir.



A solução começa por encontrarmos uma equação que contenha o que desejamos, ou seja, V_0. Como se trata de uma tensão, o que primeiro nos ocorre é a LKT. Para isto, precisamos indicar as correntes no circuito.



Aplicando a LKT no percurso fechado formado por V_0, terra, V_g, R_g, a, b, d, R_2, c e voltando a V_0, fazendo o percurso no sentido horário, vem:

$$V_0 - V_g + R_g.I_1 + V_{ab} + R_2.I_5 = 0.\ \text{Como } I_1 = 0 \text{ e } V_{ab} = 0,\ \text{vem:}\quad V_0 = 8 - 20.10^3.I_5 \qquad (1)$$

Novo problema: calcular I_5. Usando LKT no percurso: terra, V_g, R_g, as, b, d, R_1 e terra, com sentido horário, tem-se:

$$- V_g + R_g.I_1 + V_{ab} - R_1.I_4 = 0. \quad \text{Como } I_1 = 0 \text{ e } V_{ab} = 0, \quad \text{vem:} \quad - 8 - 4.10^3.I_4 = 0 \quad \therefore \quad I_4 = - 2.10^{-3}\ \text{A}$$

Usando a LKC no nó d: $I_4 = I_2 + I_5$. Como $I_2 = 0$, vem: $I_4 = I_5$ $\therefore$ $I_5 = - 2.10^{-3}$ A (2)

Finalmente, com (2) em (1) sai a resposta: $V_0 = 8 - 20.10^3.(-2.10^{-3}) = 48$ V. Resposta: $\mathbf{V_0 = 48\ V}$.

O amp-op está operando como inversor? Por quê?

E.9 – Faça os demais exercícios propostos na 6ª Série de Exercícios.

Para finalizarmos estas aulas:

E.10 - Calcular a potência absorvida (ou dissipada) nos resistor da FIG. 1.

$P_{R1} = R_1.I^2 = 4.10^3.(6.10^{-3})^2 = 144.10^{-3}$ W = 144 mW.
$P_{R2} = R_2.I^2 = 2.10^3.(6.10^{-3})^2 = 72.10^{-3}$ W = 72 mW.

Observe que a potência fornecida pela fonte, calculada em E.1, é igual à potência absorvida pelos resistores. E não poderia ser diferente (conforme o princípio da conservação de energia).

As potências nos resistores também poderiam ser calculadas a partir de:

$P_{R1} = (V_{R1})^2 / R_1 = (24)^2 / 4.10^3 = 144.10^{-3}$ W = 144 mW.
$P_{R2} = (V_{R2})^2 / R_2 = (12)^2 / 2.10^3 = 72.10^{-3}$ W = 72 mW.

Ou ainda por:

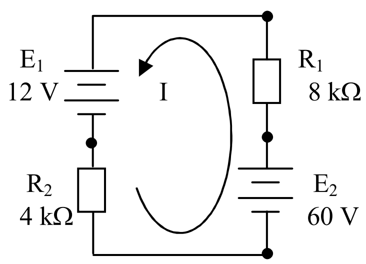
$P_{R1} = V_{R1}.I = 24.6.10^{-3} = 144.10^{-3}$ W = 144 mW.
$P_{R2} = V_{R2}.I = 12.6.10^{-3} = 72.10^{-3}$ W = 72 mW.

Lembrar que para resistores: $P_R = V_R.I_R = (V_R)^2 / R = R.(I_R)^2$.

Para fontes: $P_F = V_F.I_F$

Referimo-nos à potência nos resistores como potência dissipada pelo fato de que a energia elétrica a eles fornecida é transformada em calor, que é dissipado para o meio ambiente ou outro meio qualquer.

E.11 - Considere o circuito abaixo e verifique se ambas as fontes estão fornecendo energia aos resistores.



Uma fonte estará fornecendo energia quando a corrente que circula por ela sai de seu terminal de maior potencial (+). Se a corrente entra no terminal de maior potencial (+), significa que ela está absorvendo energia. Claro que para uma fonte absorver energia tem que existir alguma outra fornecendo.

Neste exercício vemos que as duas fontes estão em série subtrativa, ou seja, o sentido de uma é o oposto do sentido da outra. Isto é o mesmo que se dizer que uma "deseja" fazer a corrente circular em um sentido e a outra "deseja" fazer a corrente circular em sentido oposto. O sentido da corrente será dado por aquela de maior tensão. Daí podermos afirmar que acorrente irá circular com o sentido indicado na figura.

A potência em uma fonte, independentemente do fato dela fornecer ou absorver, é dada pelo **produto entre a sua tensão e a corrente que por ela circula**. Se a corrente sai pelo seu terminal de maior potencial (+), ela fornece energia (ou potência). Se a corrente sai pelo terminal de potencial menor (-), ela absorve energia (ou potência).

Se aplicarmos a LKT no circuito acima, usando um sentido de percurso horário, obtemos:

$$- 60 + 8.10^3.I + 12 + 4.10^3.I = 0 \;\therefore\; I = (60 - 12) / (8.10^3 + 4.10^3) = 4.10^3 \text{ A} \;\therefore\; I = 4 \text{ mA}$$

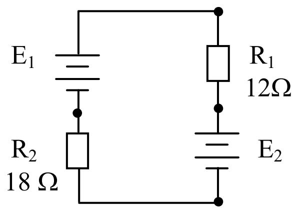
Como a corrente deu positiva, significa que seu sentido está correto. Logo, a fonte E_2 está fornecendo energia e a fonte E_1 está absorvendo. **Como em um circuito qualquer a energia fornecida tem que ser sempre igual à energia absorvida**, vamos comprovar isto no nosso exercício.

- Fornecendo energia: fonte E_2, com $P_2 = 60.4.10^{-3} = 240.10^{-3}$ W $\therefore$ P_{E2} = 240 mW, que é a potência total fornecida.
- Absorvendo energia: a fonte E_1 e os dois resistores (resistor sempre absorve):

$P_{E1} = 12.4.10^{-3} = 48.10^{-3}$ W $\therefore$ P_{E1} = 48 mW
$P_{R1} = 8.10^3.(4.10^{-3})^2 = 128.10^{-3}$ W $\therefore$ P_{R1} = 128 mW
$P_{R2} = 4.10^3.(4.10^{-3})^2 = 64.10^{-3}$ W $\therefore$ P_{R1} = 64 mW

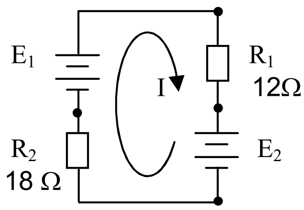
Total absorvida: $P_{E1} + P_{R1} + P_{R2}$ = 48 mW + 128 mW + 64 mW = 240 mW $\therefore$ $\mathbf{P_{absorvida} = P_{fornecida}}$

E.12 - No circuito abaixo, os valores das tensões das fontes só serão fornecidos depois que você montar a equação para o cálculo da corrente que por ele circula. Mas, depois de montadas equação, ela não poderá mais ser modificada e você terá que usa-la no cálculo da corrente. Faça isto e analise o que vai acontecer.



Como você não sabe qual das fontes tem maior tensão, você não sabe qual o sentido que a corrente tem. Assim, você é obrigado a arbitrar (chutar) um sentido para a corrente, correndo o risco de arbitrá-lo certo ou arbitrá-lo invertido. Isto não tem o menor problema. É assim mesmo que se faz.

Vamos supor que você escolha o sentido horário, conforme ilustrado a seguir:



Você tem agora, dois procedimentos para montar a equação para o cálculo de I:

1º - Usar a LKT, o que resulta em: $- E_1 + 12.I + E_2 + 18.I = 0$ (percurso horário) $\therefore$ $\mathbf{I = (E_1 - E_2) / (R_1 + R_2)}$

2º - Fazer o seguinte raciocínio: se o sentido da corrente tem que estar de acordo com o sentido da fonte de maior tensão, então para o sentido que eu arbitrei, eu tenho que ter $E_1 > E_2$, obrigatoriamente. Logo, a tensão total é: $E_1 - E_2$. Como $R_T = R_1 + R_2$, então: $I = E_T / R_T$ $\therefore$ $\mathbf{I = (E_1 - E_2) / (R_1 + R2)}$ $\therefore$ a mesma equação do 1º procedimento.

Esteja atento que é $(E_1 - E_2)$ e não $(E_2 - E_1)$. Só seria $(E_2 - E_1)$ se você arbitrasse a corrente com sentido contrário ao que está indicado acima. A equação tem que ser um "retrato matemático" do fenômeno físico que ela representa. É isto que significa criar um "modelo matemático" para representar um "fenômeno físico". Tanto é assim que se você invertesse, ou seja, usasse $(E_2 - E_1)$ no 2º procedimento, a equação resultante levaria a um valor de I diferente daquele encontrado pela equação do 1º procedimento. Neste caso, se com um dos procedimentos você achar I com valor positivo, com o outro procedimento você acharia I com valor negativo. Como valor positivo e valor negativo representam sentidos opostos, não é possível que a corrente esteja com os dois sentidos ao mesmo tempo. Veja que não se trataria apenas de "um erro de sinal". É um erro conceitual muito sério. É não conhecer o que se está fazendo. Isto em uma prova, por exemplo, é fatal.

Continuando nossa solução para o exercício, vamos supor $E_1 = 40$ V e $E_2 = 100$ V.Neste caso temos:

$$I = (40 - 100) / (12 + 18) = - 60 / 30 = - 2 \text{ A} \quad \therefore \quad \mathbf{I = -2\ A}.$$

Como era de se esperar depois de conhecidos os valores das tensões das fontes, a corrente está arbitrada com sentido invertido, o que é mostrado pelo sinal negativo de seu valor (- 2 A). Assim, arbitrar (chutar) um sentido para uma corrente (ou para uma tensão), quando nada determina previamente qual deve ser ele, é perfeitamente possível e correto, desde que você monte a equação coerentemente com o fenômeno físico que ela representa.

O 1º procedimento é mais direto e menos susceptível de erros (espera-se). Ao usar a LKT você já encontrará a equação coerente com os sentidos que você arbitrou ou que foram dados, desde que você não erre na sua montagem.

E.13 - Experimente resolver o mesmo exercício E.12 arbitrando a corrente com sentido anti-horário. Com os valores dados para as tensões das fontes, a corrente estará, neste caso, com o sentido correto. Logo, você deverá encontrá-la com valor positivo. Use os dois procedimentos mostrados acima.

E.14 - Faça outros exercícios da 4ª, 5ª e 6ª Séries de Exercícios.

DISCIPLINA: E201 - CIRCUITOS ELÉTRICOS I. **DATA:**

DOCENTE: PROF. NAVANTINO D. B. FILHO **TEMA:** FONTES REAIS E EQUIVALÊNCIA DE FONTES.

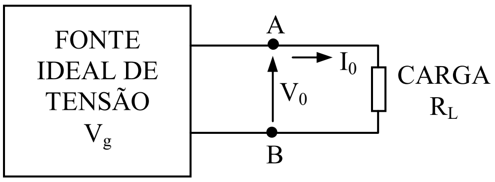
RESUMO:

1- FONTES REAIS DE TENSÃO E DE CORRENTE.

Até aqui, temos considerado as fontes de tensão e de corrente como dispositivos ideais, ou seja, sem perdas. Vamos agora, levar em consideração que estes dispositivos possuem perdas e ver como modelar estas perdas nos nossos circuitos.

1.1 - FONTES REAIS DE TENSÃO.

O comportamento de uma FONTE <u>IDEAL</u> DE TENSÃO pode ser resumido ao seguinte:

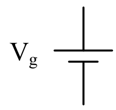


FONTE <u>IDEAL</u> DE TENSÃO - gera uma tensão V_g. Na sua saída tem-se que:

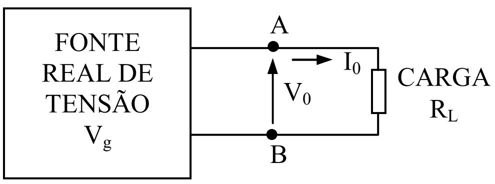
a) $V_0 = V_g$, independentemente da carga R_L ligada a sua saída;
b) I_0 tem valor que depende de R_L.

V_g = tensão que a fonte gera e que só depende dela mesmo.
V_0 = tensão na saída da fonte e aplicada à carga que a ela for ligada.
I_0 = corrente na saída da fonte, cujo valor depende da carga a ela ligada.

Dos símbolos usados para fonte ideal de tensão, vamos empregar aqui o mais simples, ou seja:



O comportamento de uma FONTE <u>REAL</u> DE TENSÃO pode ser resumido ao seguinte:



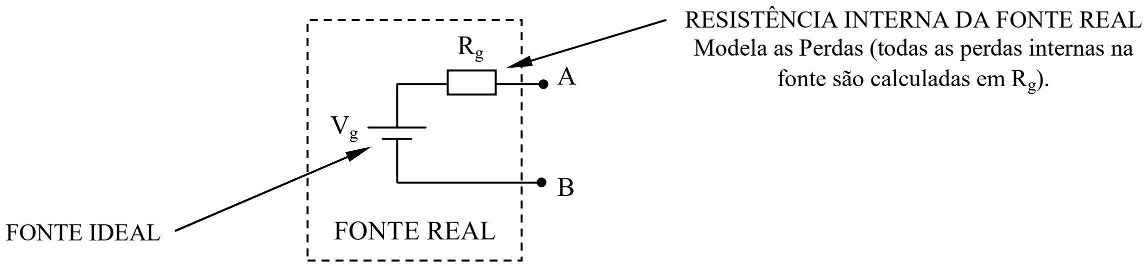
FONTE <u>REAL</u> DE TENSÃO - gera uma tensão V_g. Na sua saída tem-se que:

a) $V_0 < V_g$, e seu valor depende da carga R_L ligada a sua saída;
b) I_0 tem valor que depende de R_L.

V_g = tensão que a fonte gera e que só depende dela mesmo.
V_0 = tensão na saída da fonte e aplicada à carga que a ela for ligada.
I_0 = corrente na saída da fonte, cujo valor depende da carga a ela ligada.

Ora, se a tensão na saída da <u>fonte</u> <u>real</u> <u>de</u> <u>tensão</u> é menor do que a tensão V_g que ela gera, então podemos modelar este fenômeno considerando que há na fonte algum elemento de circuito que se apresenta associado em série com a carga que a ela for ligada e formando com esta mesma carga um divisor de tensão. Isto quer dizer que a tensão gerada (V_g) se divide entre este elemento interno à fonte e a própria carga. Com isto, a tensão disponível em sua saída (V_0), tensão esta que é a efetivamente aplicada à carga, é menor do que a tensão gerada V_g, já que é apenas uma parcela dela.

Assim, nosso modelo para representar uma <u>fonte</u> <u>real</u> <u>de</u> <u>tensão</u> pode ser o mesmo modelo usado para a <u>fonte</u> <u>ideal</u> ao qual associamos uma resistência para formar o divisor de tensão com a carga. A esta resistência chamaremos de **RESISTÊNCIA INTERNA** da fonte real ou **RESISTÊNCIA DO GERADOR**, que representaremos por $\mathbf{R_g}$ (ou R_i). Vamos usar $\mathbf{R_g}$.



Agora, todas as vezes que desejarmos conhecer as perdas internas na fonte, basta que calculemos as informações sobre R_g, ou seja:

a) a queda de tensão na fonte é $\mathbf{V_{Rg} = R_g.I}$
b) a perda de potência é $\mathbf{P_{Rg} = R_g.(I)^2 = V_{Rg}.I = (V_{Rg})^2 / R_g}$

Aliás, nada muda em termos de como se faz os cálculos. A novidade é: **o que acontece em R_g está modelando o que acontece dentro da fonte, em termos de perdas**.

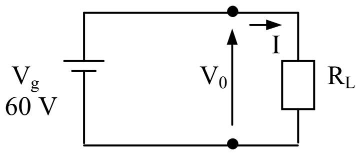
Vejamos alguns exemplos de aplicação deste novo conceito.

E.1 - Considere uma fonte ideal de tensão que gere uma tensão de 60 V. Calcule o que se pede a seguir.

a) Para um resistor de carga $R_L =$ 10 Ω ligado em sua saída, calcular:
- a.1) Tensão na saída, aplicada à carga.
- a.2) Queda de tensão dentro da fonte.
- a.3) Potência gerada pela fonte.
- a.4) Potência transferida para a carga.
- a.5) Potência perdida na fonte.

b) Repita os mesmos cálculos para $R_L = 5\ \Omega$.

Solução:



Equacionamento da solução:

1) $V_0 = V_g$
2) $V_{Rg} = R_g.I$
3) $P_g = V_g.I$
4) $P_{RL} = R_L.I^2$
5) $P_{Rg} = R_g.I^2$

Cálculo de I: $I = V_g / R_L$

Solução para $R_L = 10\Omega$:

$I = 60 / 10 = 6$ A

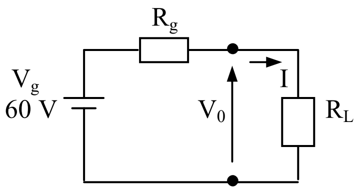
a.1) $V_0 = 60$ V
a.2) $V_{Rg} = 0.6 = 0$
a.3) $P_g = 60.6 = 360$ W
a.4) $P_{RL} = 10.6^2 = 360$ W
a.5) $P_{Rg} = 0.6^2 = 0$

Solução para $R_L = 5\Omega$:

$I = 60 / 5 = 12$ A

b.1) $V_0 = 60$ V
b.2) $V_{Rg} = 0.12 = 0$
b.3) $P_g = 60.12 = 720$ W
b.4) $P_{RL} = 5.12^2 = 720$ W
b.5) $P_{Rg} = 0.12^2 = 0$

E.2 - Considere agora, que a fonte ideal do exercício E.1 seja substituída por uma fonte real que possua $V_g = 60$ V e resistência interna $R_g = 2\ \Omega$. Refaça os cálculos feitos em E.1 para os dois valores de R_L.



Equacionamento da solução:

1) $V_0 = V_{RL} = R_L.I$
2) $V_{Rg} = R_g.I$
3) $P_g = V_g.I$
4) $P_{RL} = R_L.I^2$
5) $P_{Rg} = R_g.I^2$

Cálculo de I: $I = V_g / (R_g + R_L)$

Solução para $R_L = 10\Omega$:

$I = 60 / (2 + 10) = 5$ A

a.1) $V_0 = 10.5 = 50$ V
a.2) $V_{Rg} = 2.5 = 10$ V
a.3) $P_g = 60.5 = 300$ W
a.4) $P_{RL} = 10.5^2 = 250$ W
a.5) $P_{Rg} = 2.5^2 = 50$ W

Solução para $R_L = 5\Omega$:

$I = 60 / (2 + 5) = 8,5714$ A

b.1) $V_0 = 5.8,5714 = 42,857$ V
b.2) $V_{Rg} = 2.8,5714 = 17,143$ V
b.3) $P_g = 60.8,5714 = 514,285$ W
b.4) $P_{RL} = 5.(8,5714)^2 = 367,347$ W
b.5) $P_{Rg} = 2.(8,5714)^2 = 146,938$ W

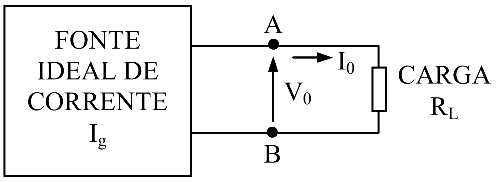
E.3 - Comprove no exercício E.2 que: $V_{RL} + V_{Rg} = V_g$ e $P_{Rg} + P_{RL} = P_g$.

OBSERVAÇÕES IMPORTANTES:

1 - Conforme já explicado, o que ocorre em R_g representa perdas na fonte. É para isto que R_g foi incluída em série com V_g, transformando uma fonte ideal em real.
2 - A potência em R_g é chamada “potência perdida” (vamos representá-la por P_P) e a potência na carga é chamada “potência transferida” (vamos representá-la por P_T). Sempre se tem que: $P_g = P_P + P_T$.
3 - A tensão em R_g é a queda de tensão na fonte (já a chamamos de V_{Rg}) e a tensão na saída é a tensão que será aplicada à carga que for ligada à fonte (já a chamamos de $V_0 = V_{RL}$). Sempre se tem que: $V_g = V_{Rg} + V_{RL}$.
4 - Há uma única situação que a tensão na saída de uma fonte real de tensão é igual à tensão por ela gerada: é quando sua saída está em aberto (não há corrente e a queda de tensão em R_g é zero, logo, $V_0 = V_g$).

1.2 - FONTES REAIS DE CORRENTE.

O comportamento de uma FONTE IDEAL DE CORRENTE pode ser resumido ao seguinte:

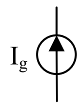


FONTE IDEAL DE CORRENTE - gera uma corrente I_g. Na sua saída tem-se que:

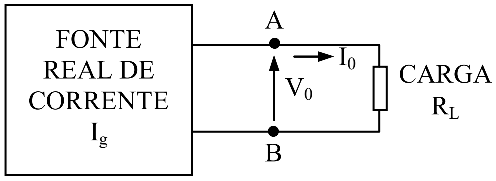
a) $I_0 = I_g$, independentemente da carga R_L ligada a sua saída;
b) V_0 tem valor que depende de R_L.

I_g = corrente que a fonte gera e que só depende dela mesmo.
I_0 = corrente na saída da fonte e aplicada à carga que a ela for ligada.
V_0 = tensão na saída da fonte, cujo valor depende da carga a ela ligada.

O símbolo usado para fonte ideal de corrente, já mostrado, é:



O comportamento de uma FONTE REAL DE CORRENTE pode ser resumido ao seguinte:



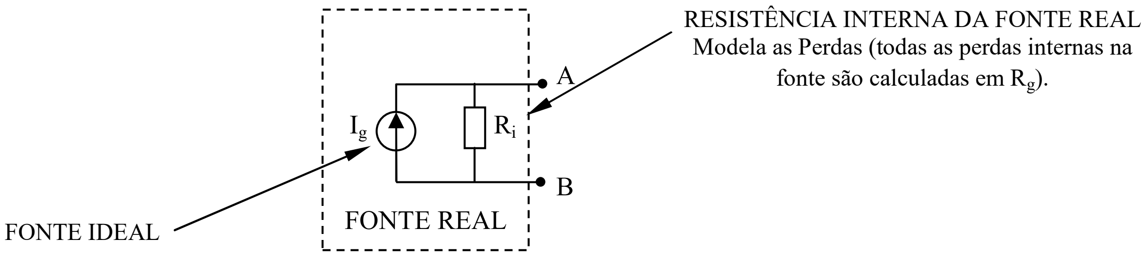
FONTE REAL DE CORRENTE - gera uma corrente I_g . Na sua saída tem-se que:

a) $I_0 < I_g$, e seu valor depende da carga R_L ligada a sua saída;
b) V_0 tem valor que depende de R_L.

I_g = corrente que a fonte gera e que só depende dela mesmo.
I_0 = corrente na saída da fonte e aplicada à carga que a ela for ligada.
V_0 = tensão na saída da fonte, cujo valor depende da carga a ela ligada.

Ora, se a corrente na saída da fonte real de corrente é menor do que a corrente I_g que ela gera, então podemos modelar este fenômeno considerando que há na fonte algum elemento de circuito que se apresenta associado em paralelo com a carga que a ela for ligada e formando com esta mesma carga um divisor de corrente. Isto quer dizer que a corrente gerada (I_g) se divide entre este elemento interno à fonte e a própria carga. Com isto, a corrente disponível em sua saída (I_0), corrente esta que é a efetivamente aplicada à carga, é menor do que a corrente gerada I_g, já que é apenas uma parcela dela.

Assim, nosso modelo para representar uma fonte real de corrente pode ser o mesmo modelo usado para a fonte ideal ao qual associamos uma resistência para formar o divisor de corrente com a carga. A esta resistência chamaremos de **RESISTÊNCIA INTERNA** da fonte real ou **RESISTÊNCIA DO GERADOR**, que representaremos por $\mathbf{R_i}$ (ou R_g). Vamos usar $\mathbf{R_i}$.



Agora, todas as vezes que desejarmos conhecer as perdas internas na fonte, basta que calculemos as informações sobre R_i, ou seja:

a) a perda de corrente na fonte é $\mathbf{I_{Ri}}$
b) a perda de potência é $\mathbf{P_{Ri} = R_i.(I_{Ri})^2 = V_{Ri}.I_{Ri} = (V_{Ri})^2 / R_i}$

Aliás, nada muda em termos de como se faz os cálculos. A novidade é: **o que acontece em R_i está modelando o que acontece dentro da fonte, em termos de perdas**.

OBSERVAÇÕES IMPORTANTES:

a) A tensão desta fonte (V_{fonte} ou V_{AB}, de acordo com as figuras anteriores) não é conhecida, pois depende do que a ela for ligado como carga. Esta tensão será a própria tensão que existir na carga e em R_i, já que se trata de uma associação em paralelo. Assim, poderá ser calculada por:

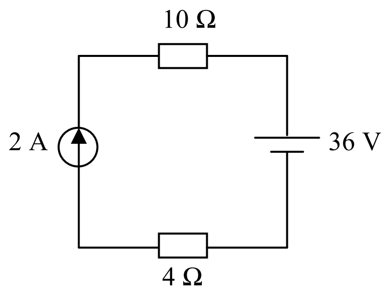
$$V_{fonte} = V_{AB} = R_i.I_{Ri} = R_L.I_0$$

b) Notar que as considerações sobre tensões na fonte de tensão valem para correntes na fonte de corrente e vice-versa. Isto é denominado "dualidade" (estas fontes são "duais", ou seja, o que vale para tensão em uma vale para corrente na outra).

c) Outra vez, nenhuma novidade do ponto de vista dos cálculos foi apresentada, salvo o fato de como interpretamos os resultados destes cálculos: calcula-se tensão, corrente e potência, da mesma forma que já fazíamos antes deste conceito de fontes reais. O que aparece de novidade é podermos identificar o que é perdido na fonte, seja fonte de tensão ou seja fonte de corrente, e o que é transferido para a carga, tanto em termos de tensão quanto de corrente e de potência.

Vejamos alguns exemplos de aplicação deste novo conceito.

E.4 - Analise o circuito abaixo, onde as fontes são ideais, fazendo considerações sobre sua corrente e sobre as diversas tensões e potências nele existente.



ANÁLISE:

a) A primeira observação a se fazer é que a corrente no circuito será de 2 A, devido à fonte de corrente. Seu sentido é o sentido horário, determinado também pela fonte de corrente. A fonte de tensão não tem a menor influências sobre a corrente.

b) As tensões existentes no circuito são:

No resistor de 10 Ω (V_{10}) .... $V_{10} = 10.2 = 20$ V
No resistor de 4 Ω (V_4)...................... $V_4 = 4.2 = 8$ V
Na fonte de corrente (V_{2A}) .... usando LKT .... $36 + 8 - V_{2A} + 20 = 0$ .... $V_{2A} = 64$ V.

c) As potências no circuito são:

Na fonte de 2 A .... $P_{2A} = 64.2 = 128$ W
Na fonte de 36 V .... $P_{36} = 36.2 = 72$ W
No resistor de 10 Ω .... $P_{10} = 10.(2)^2 = 40$ W
No resistor de 4 Ω .... $P_4 = 4.(2)^2 = 16$ W

A **potência fornecida** ao circuito é a potência da fonte de corrente: 128 W. As demais potências são **potências absorvidas** pelos outros componentes. Resistor sempre absorve potência e a fonte de 36 V está, neste circuito, também absorvendo, de acordo como sentido da corrente que circula por ela. E isto confere como fato de que a potência total fornecida e a potência total absorvida têm que ser iguais: 72 W + 40 W + 16 W = 128 W10 Ω.

d) Embora a fonte de tensão não tenha qualquer influência na corrente do circuito, ela tem influência na tensão que a fonte de corrente terá em seus terminais para garantir que ela forneça os 2 A. Se mudarmos o valor da fonte de tensão, não haverá mudança na corrente do circuito, mas haverá mudança na tensão da fonte de corrente e nas potências do circuito.

E.5 - Substitua fonte de tensão do exercício E.4 por uma de 12 V e refaça a análise.

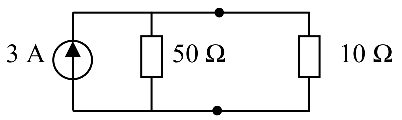
E.6 - Inverta o sentido da fonte de tensão do exercício E.4 e refaça a análise.

IMPORTANTE:

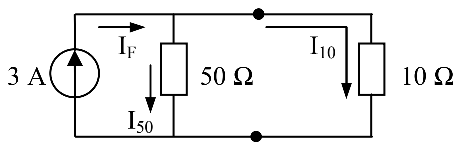
Em um ramo de um circuito onde exista uma fonte de corrente, a corrente deste ramo é a própria corrente da fonte de corrente, independentemente dos outros componentes do ramo.

E.7 - Calcular a potência gerada pela fonte abaixo. Calcular também, as potências perdida e transferida para a carga..

DADO:



SOLUÇÃO:



$P_g = V_F \,.I_F = V_F.\,3$

$V_F = V_{50} = V_{10}$ .... $V_{50} = 50.I_{50}$ .... $I_{50} = [10 / (10 + 50)].3 = 0{,}5$ A .... $V_{50} = 50.0{,}5 = 25$ V

$\mathbf{P_g}$ = 25.3 = **75 W** (potência gerada)

$\mathbf{P_P} = P_{50} = (25)^2 / 50 =$ **12,5 W** (potência perdida)

$\mathbf{P_T} = P_{10} = (25)^2 / 10 =$ **62,5 W** (potência transferida para a carga)

$P_g = P_P + P_T$ .... 75 = 12,5 + 62,5 .... 75 = 75 (confere)

E.8 - Calcular as correntes no circuito do exercício E.7.

No ramo da fonte de corrente, a corrente é a própria corrente desta fonte: **3 A**.
Na resistência interna da fonte, já calculamos no exercício E.7: I_{50} = **0,5 A**.
Na carga, usando a LKC: $I_{10} = I_F - I_{50}$ .... $I_{10} = 3 - 0{,}5 =$ **2,5 A**.

2 - EQUIVALÊNCIA ENTRE FONTES REAIS DE TENSÃO E DE CORRENTE.

De início, é importante ressaltar que este estudo de equivalência entre fontes de tensão e de corrente **SÓ SE APLICA A FONTES REAIS**. Assim **NÃO HÁ EQUIVALÊNCIA ENTRE FONTES IDEAIS**.

É possível se estabelecer uma equivalência entre fontes de tensão e fontes de corrente de tal forma que uma possa substituir a outra e não haver alteração nas características dos fenômenos que ocorrem na carga que a elas estiver ligada. Isto pode facilitar muito, em certos casos, a análise de circuitos.

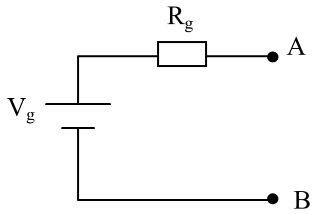
Deve-se observar que O CRITÉRIO DE EQUIVALÊNCIA é: não haver alteração no que ocorre na carga, ou seja, "quem" não nota a menor diferença quando trocamos uma fonte de tensão por uma de corrente equivalente, ou vice-versa, é o que a ela estiver ligado. Internamente às fontes, há mudanças em tensões, correntes e potências, exceto no caso particular de se ter $R_g = R_L$. Assim, é preciso muito CUIDADO ao se usar equivalência: observar bem se a grandeza que se deseja conhecer no circuito (uma tensão, uma corrente ou uma potência) faz parte da carga, ou seja, é uma grandeza que representa algum fenômeno externamente à fonte.

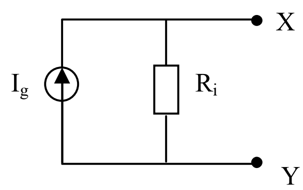
Reforçando a idéia: se certa carga for ligada a uma fonte de tensão e, posteriormente, ligada a uma fonte de corrente, ou vice-versa, e as grandezas elétricas nesta carga (tensão, corrente e potência) não se alterarem, então estas duas fontes são equivalentes entre si. Ou seja, para a carga, tanto faz um tipo de fonte quanto o outro. Em outras palavras: submetendo-se a saída dos dois tipos de fontes às mesmas condições (ambas "em aberto", ambas "em curto-circuito" ou ambas com a mesma carga), o que se encontra na saída, em termos de tensão, corrente e potência, deve ser o mesmo resultado nos dois tipos de fontes. Se isto ocorre, elas são equivalentes.

Mas, quais as relações entre as características da fonte de tensão (V_g e R_g) e as características da fonte de corrente (I_g e R_i) para que isto aconteça, ou seja, para que elas sejam equivalentes entre si?

Vamos considerar uma fonte de cada tipo e fazer um estudo do que ocorre nas suas saídas em duas situações diferentes e verificar o que deve ocorrer para que os resultados sejam iguais. Isto nos conduzirá às condições que devem ser satisfeitas para que elas sejam equivalentes entre si.

1ª. Situação - ambas com saída em aberto:





NA SAÍDA DA FONTE DE REAL DE TENSÃO:

Notar que, estando a saída em aberto, não há corrente e, portanto, não há queda de tensão em R_g. Logo:

$$\mathbf{V_{AB}} = V_g \quad (1)$$

NA SAÍDA DA FONTE DE REAL DE CORRENTE:

Notar que, estando a saída em aberto, a corrente I_g irá circular somente por R_i. Logo:

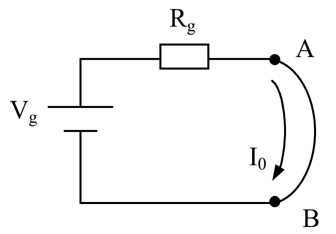
$$\mathbf{V_{XY}} = V_{Ri} = R_i.\, I_g \quad (2)$$

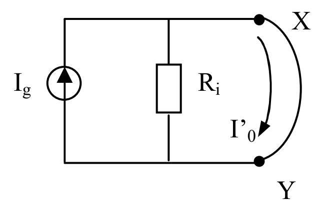
Como a condição para serem equivalentes exige que, na mesma situação para as suas saídas (aberto), se deve ter respostas iguais nestas mesmas saídas, então:

$$V_{AB} = V_{XY} \quad \therefore \quad (1) = (2) \quad \therefore \quad \mathbf{V_g = R_i.I_g} \quad (3)$$

(3) é a primeira relação entre as fontes: a tensão que a fonte de tensão gera (V_g) tem que ter um valor igual ao produto entre o R_i e o I_g da fonte de corrente.

2ª. Situação - ambas com a saída em curto-circuito:





NA SAÍDA DA FONTE DE REAL DE TENSÃO:

Notar que o curto faz com toda a tensão V_g fique aplicada em R_g. Assim:

$$\mathbf{I_o} = V_g \;/\; R_g \quad (4)$$

NA SAÍDA DA FONTE DE REAL DE CORRENTE:

Notar que o curto elimina R_i (que fica em curto). Assim:

$$\mathbf{I'_0} = I_g \quad (5)$$

Como a condição para serem equivalentes exige que, na mesma situação para as suas saídas (curto), deve-se ter respostas iguais nestas mesmas saídas, então:

$$I_0 = I'_0 \quad \therefore \quad (4) = (5) \quad \therefore \quad \mathbf{V_g / R_g = I_g} \quad (6)$$

(6) é a segunda relação entre as fontes: a corrente que a fonte de corrente gera (I_g) tem que ter um valor igual a divisão entre V_g e o R_g da fonte de tensão.

Entretanto, ainda falta a relação entre suas resistências internas: Isto pode ser obtido a partir de:

De (6) sai que: $V_g = R_g.I_g$ (7)

Comparando (7) com (6): $R_g.\cancel{I_g} = R_i.\cancel{I_g} \quad \therefore \quad \mathbf{R_g = R_i} \quad (8)$

Assim, conclui-se que para as duas fonte serem equivalentes é necessário que

$$\boxed{\mathbf{V_g = R_i.I_g} \;\text{ e }\; \mathbf{R_g = R_i}} \quad \text{ou que} \quad \boxed{\mathbf{I_g = V_g / R_g} \;\text{ e }\; \mathbf{R_i = R_g}}$$

Será usando estas relações que poderemos transformar uma fonte real de corrente em uma fonte real de tensão equivalente ou transformar uma fonte real de tensão em uma fonte real de corrente equivalente.

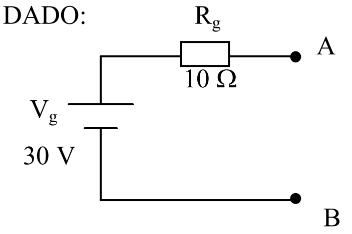
IMPORTANTE: deve-se respeitar a polaridade com que uma fonte estava ligada ao circuito quando em seu lugar for ligada a sua fonte equivalente. A inversão de polaridade modifica completamente o circuito e eles deixam de ser equivalentes entre si, apesar de se ter calculado de forma correta a fonte equivalente. Assim, **ATENÇÃO PARA ISTO**: retire uma fonte e coloque em seu lugar a sua equivalente com a mesma polaridade que a fonte retirada estava ligada ao circuito.

Apenas relembrando as polaridades dos terminais das fontes:

Exercícios:

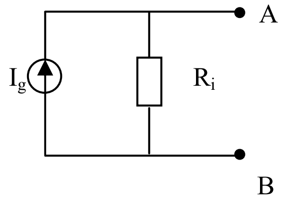
E.9 - Transformar a fonte de tensão abaixo em uma fonte de corrente que lhe seja equivalente:

DADO:



≡

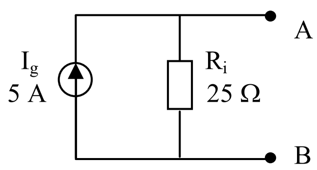
SOLUÇÃO:



Cálculos: $I_g = V_g / R_g = 30 / 10 = 3$ A e $R_i = R_g = 10\ \Omega$ ∴ $\mathbf{I_g = 3\ A}$ e $\mathbf{R_i = 10\ \Omega}$

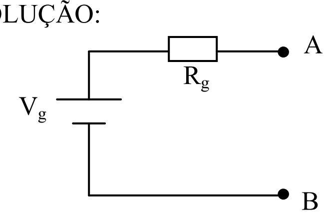
E.10 - Transformar a fonte de corrente abaixo em uma fonte de tensão que lhe seja equivalente:

DADO:



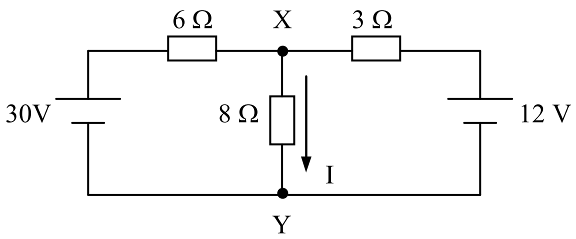
≡

SOLUÇÃO:



Cálculos: $V_g = R_i.I_g = 25.5 = 125$ V e $R_g = R_i = 25\ \Omega$ ∴ $\mathbf{V_g = 125\ V}$ e $\mathbf{R_g = 25\ \Omega}$

E.11) Calcular a corrente no resistor de 8 Ω abaixo.



Há diversas formas de se calcular I, como por exemplo, usando-se as leis de Kirchhoff. Só não é possível se usar a lei de Ohm, tendo em vista que não se sabe a tensão no resistor de 12 Ω. Uma das possibilidades é se usar equivalência de fontes, que vai tornar a solução bem mais simples. Vejamos:

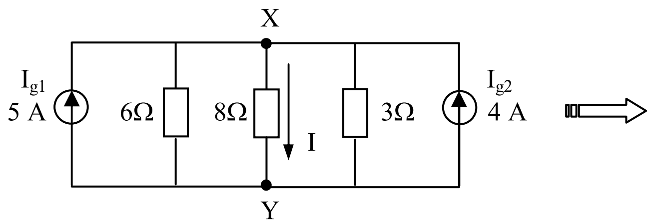
- Transformar a fonte real de tensão com $V_g = 30$ V e $R_g = 6\Omega$ em uma fonte real de corrente equivalente a ela. Isto dará para esta fonte real de corrente:

$$Ig_1 = 30 / 6 = 5\text{ A} \quad \text{e} \quad R_{i1} = 6\ \Omega$$

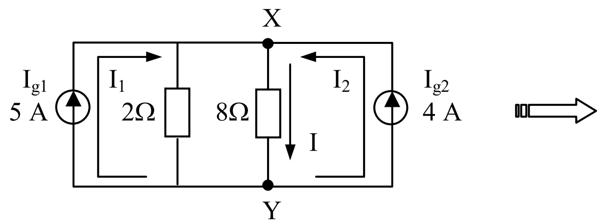
- Transformar também, a fonte real de tensão com $V_g = 12$ V e $R_g = 3\ \Omega$ em uma fonte real de corrente equivalente a ela. Isto dará para esta fonte real de corrente:

$$Ig_2 = 12 / 3 = 4\text{ A} \quad \text{e} \quad R_{i2} = 3\ \Omega$$

Agora, substitui-se as duas fontes de tensão por suas equivalentes de corrente. No resistor de 12 Ω onde se deseja I, nada irá mudar, ou seja, ele continuará tendo a mesma corrente, a mesma tensão e a mesma potência que tem no circuito original. Com as substituições, o novo circuito ficará assim:



Como 6Ω e 3Ω estão em paralelo, podemos substituí-los pela resistência equivalente: $R_{eq} = 6 // 3 = 2\ \Omega$. O circuito ficará como a seguir (notar que para o resistor de 8 Ω nada se alterou, já que todas as substituições feitas foram pelos respectivos equivalentes):



Vemos agora, que a corrente total destes dois resistores é $I_1 + I_2 = 5 + 4 = 9$ A, que se divide entre ambos, sendo uma das partes o I que desejamos. Como 2Ω e 8Ω estão em paralelo, formam um divisor de corrente para esta corrente total. Assim, aplicando divisor de corrente:

$$I = [\ 2 / (2 + 8)\ ].9 = 1{,}8\text{ A} \quad \therefore \quad \mathbf{I = 1{,}8\ A}$$

E.12 - Resolva o exercício E.11 usando somente as leis de Kirchhoff e compare com a solução usando equivalência de fontes.

E.13 - Estude o item 5.4 do livro Fundamentos de Análise de Circuitos Elétricos - David E. Johnson, John L. Hilburn e Johnny R. Johnson e resolva alguns dos exercícios que ele propõe sobre equivalência de fontes reais.

DISCIPLINA: E201 - CIRCUITOS ELÉTRICOS I. **DATA:**

DOCENTE: PROF. NAVANTINO D. B. FILHO **TEMA:** FONTES DEPENDENTES OU CONTROLADAS.

RESUMO:

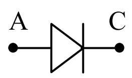
1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS.

A modelagem de fenômenos físicos é um procedimento constante para quem trabalha com análise de circuitos elétricos. O que é esta modelagem? Vamos ver através de um exemplo, que será tomado em sua forma mais simples para, didaticamente, tornar o assunto mais fácil de ser compreendido.

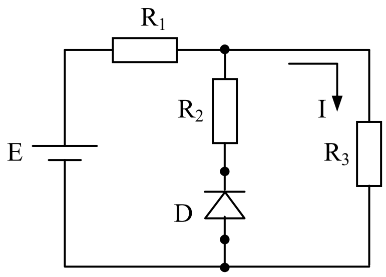
Dentre os diversos componentes de circuitos que poderíamos usar em nosso exemplo, vamos considerar um que já usamos em alguns exercícios de aplicações das leis de Kirchhoff: o diodo. Este componente, cuja representação já vista é repetida na FIG. 1 abaixo, apresenta duas formas de comportamento básico quando em funcionamento:

a) “aberto”, se submetido a uma tensão que o polarize reversamente: + no catodo (C) e - no anodo (A);
b) “conduzindo”, se submetido a uma tensão que o polarize diretamente: + no anodo (A) e - no catodo (C).

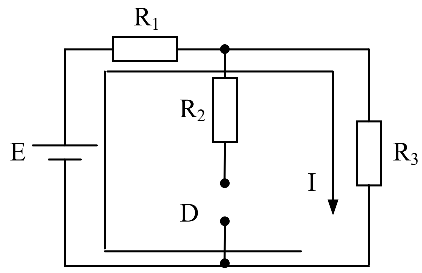
Suponha que estejamos analisando o circuito da FIG. 2, que contém um diodo polarizado reversamente, para calcularmos a corrente I nele indicada. Como fazer para levar em consideração a presença do diodo? Basta que façamos uma modelagem de seu funcionamento nesta situação e usemos este novo desenho do circuito para o cálculo desejado. Como o diodo polarizado reversamente não conduz, o circuito se comporta tal como se estivesse aberto no local onde ele está. Isto resulta na modelagem da FIG. 3, que será usada para o cálculo da corrente I. O cálculo de I é simples: já que no ramo que contém R_2 e D não haverá corrente (ele está aberto), a única corrente do circuito é I, circulando por E, R_1 e R_3, que estarão, neste caso, em série. Logo: $I = V / (R_1 + R_2)$.



- FIG. 1 -

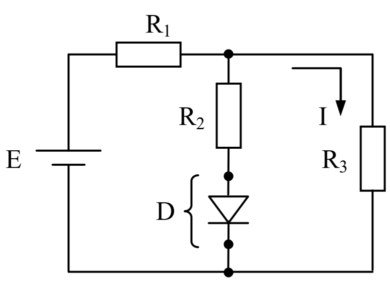


- FIG. 2 -

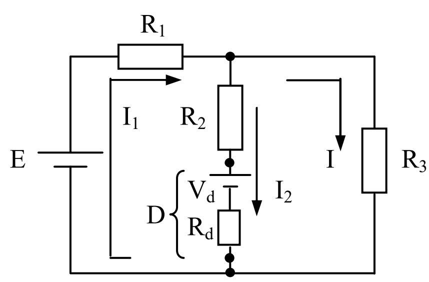


- FIG. 3 -

Suponha agora, que estejamos analisando o circuito da FIG. 4, que contém um diodo polarizado diretamente, para calcularmos a corrente I nele indicada. Como fazer para levar em consideração a presença do diodo? Basta que façamos uma modelagem de seu funcionamento nesta situação e usemos este novo desenho do circuito para o cálculo desejado. O diodo polarizado diretamente conduz e durante seu processo de condução algumas características impostas por fenômenos físicos que nele ocorrem, permitem que sejam feitos diversos tipos de modelagem para representá-lo, dependendo de quais destes fenômenos podem ser desprezados e quais não podem (isto é função das características do projeto, tema que não é objetivo desta disciplina). Entretanto, umas das possibilidades é se considerar apenas dois destes fenômenos: a existência de uma diferença de potencial constante em seu interior e a existência de certa oposição à corrente que circula através dele. Se tomarmos apenas estas duas características ao analisarmos o circuito que o contém, podemos substituí-lo por uma fonte de tensão contínua, para representar a diferença de potencial, associada em série com um resistor, para representar a oposição à corrente. Esta fonte tem uma tensão de valor igual ao valor daquela tensão existente no diodo e este resistor tem uma resistência de valor igual ao daquela oposição por ele oferecida à passagem da corrente. E a modelagem produz o circuito da FIG. 5, que será analisado para o cálculo de I.



- FIG. 4 -



- FIG. 5 -

A análise do circuito da FIG. 5 para se calcular I, mostra uma situação completamente diferente daquela vista no circuito da FIG 3. Isto era de se esperar, já que os dois circuitos são mesmos diferentes, em função dos dois diferentes comportamentos do diodo. Supondo que sejam dados os valores de E, R_1, R_2, R_3, V_d e R_d, é só calcular a corrente I usando o que já vimos até aqui. Veja, entretanto, que não é possível se calcular I por pura e simples aplicação de associações série e/ou paralelo de resistores (não há resistores em série ou em paralelo no circuito da FIG. 5) ou pelo uso direto da lei de Ohm (não é conhecida a tensão em nenhum dos resistores do mesmo circuito, mesmo sendo dados os valores de E e V_d). Será necessário o uso das leis de kirchhoff para se montar um sistema de equações. Nisto consistirá a solução. Monte a solução, de tal forma que ao serem dados os valores de E, R_1, R_2, R_3, V_d e R_d, você apenas substitua estes valores e encontre I.

2 - FONTES DEPENDENTES OU CONTROLADAS.

Tendo em vista o que foi exposto no item 1, vamos agora ver a origem deste tipo de fonte que chamamos de "dependente ou controlada".

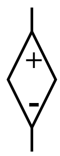
Alguns outros componentes de circuitos, como por exemplo, os transistores e os amplificadores operacionais, que também já usamos em exercícios de aplicação das leis de Kirchoff, podem e devem ser modelados para permitirem a análise de circuitos. Conforme visto, a modelagem consiste em se elaborar uma forma de representar os fenômenos físicos (no nosso caso, fenômenos elétricos) que ocorrem no componente. Há situações em que um transistor ou um ampop, por exemplo, apresentam o comportamento de uma fonte de tensão cuja tensão gerada tem um valor que depende de uma outra tensão ou de determinada corrente. Ou seja, se mudarmos o valor desta outra tensão ou desta determinada corrente, a tensão que está sendo gerada no transistor ou no ampop mudará também de valor. Assim, vemos o transistor ou o ampop como se fosse uma fonte de tensão cuja tensão gerada é dependente ou controlada por outra tensão ou corrente. O mesmo raciocínio vale para situações onde o transistor ou o ampop se comporta como fonte de corrente, cuja corrente gerada é dependente ou controlada por outra tensão ou corrente. A tensão ou a corrente da qual a fonte depende (ou pela qual é controlada) é chamada **VARIÁVEL DE CONTROLE**. É a este tipo de fonte que chamamos de FONTE DEPENDENTE ou CONTROLADA.

Do exposto, podemos concluir que existem os seguintes tipos de fontes dependentes ou controladas (daqui em diante usaremos apenas a expressão "fonte controlada"):

a - FONTE DE TENSÃO CONTROLADA POR TENSÃO (FTCT).
b - FONTE DE TENSÃO CONTROLADA POR CORRENTE (FTCC).
c - FONTE DE CORRENTE CONTROLADA POR TENSÃO (FCCT).
d - FONTE DE CORRENTE CONTROLADA POR CORRENTE (FCCC).

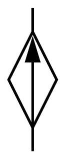
Para se representar estes tipos de fontes nos circuitos, usamos a simbologia seguinte:

FONTE DE TENSÃO CONTROLADA



- FIG. 6 -

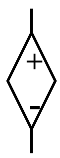
FONTE DE CORRENTE CONTROLADA



- FIG. 7 -

Entretanto, como se saber se a fonte é controlada por tensão ou por corrente? De uma forma geral, através da indicação do valor da tensão ou da corrente da fonte. Assim:

Fonte de tensão controlada por tensão
(FTCT)

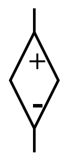


$v = 5.v_1$

onde:
v = tensão da fonte de tensão (FTCT).
v_1 = a outra tensão da qual v depende e que está indicada em algum local do circuito.

- FIG. 8 -

Fonte de tensão controlada por corrente
(FTCC)



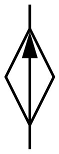
$v = 10.i_1$

onde:
v = tensão da fonte de tensão (FTCC).
i_1 = corrente da qual v depende e que está indicada em algum local do circuito.

- FIG. 9 -

Observe nas FIG. 8 e 9 que a indicação **5.v₁** como valor para a tensão, já mostra que a dependência é em relação a uma tensão (v_1 é tensão, já que a letra "v" é usada para representar este tipo de grandeza, podendo também ser a letra "e"). Por outro lado, a indicação **$10.i_1$** como valor para a tensão, já mostra que a dependência é em relação a uma corrente (i_1 é corrente, já que a letra "i" é usada para representar este tipo de grandeza).

Fonte de corrente controlada por tensão
(FCCT)

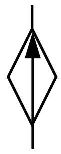


$i = 0,5.v_3$

onde:
i = corrente da fonte de corrente (FCCT).
v_3 = a tensão da qual i depende e que está indicada em algum local do circuito.

- FIG. 10 -

Fonte de corrente controlada por corrente
(FCCC)



$i = 8.i_2$

onde:
i = corrente da fonte de corrente (FCCC).
I_2 = corrente da qual i depende e que está indicada em algum local do circuito.

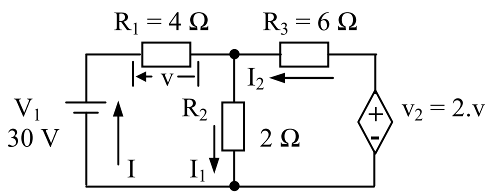
- FIG. 11 -

Observe nas FIG. 10 e11 que a indicação **$0,5.v_3$** como valor para a corrente, já mostra que a dependência é em relação a uma tensão (v_3 é tensão, já que a letra "v" é usada para representar este tipo de grandeza, podendo também ser a letra "e"). Por outro lado, a indicação **$8.i_2$** para a corrente, já mostra que a dependência é em relação a uma corrente (i_2, é corrente, já que a letra "i" é usada para representar este tipo de grandeza).

A outra maneira de se saber que a fonte é controlada por tensão ou por corrente é quando isto é informado diretamente: "a fonte é controlada por tensão" ou "a fonte é controlada por corrente". Que se trata de fonte controlada não há dúvida, já que isto está informado na simbologia usada.

E como se analisar circuitos contendo fontes controladas? Da mesma forma que analisamos circuitos só com fontes independentes. Na verdade, em função dos dados disponíveis, pode ser necessária uma equação a mais, já que introduzimos uma incógnita a mais: a tensão da própria fonte controlada. Vejamos isto em um exemplo.

E.1 - Calcular todas as correntes no circuito abaixo. Após, calcular a tensão da fonte controlada.



OBS.: O circuito poderia não conter as correntes já indicadas. Se fosse assim, era só arbitrar uma corrente para cada ramo, tal como vimos nas aulas sobre leis de Kirchhoff. Como o circuito tem 3 ramos, podemos esperar que ele tenha 3 correntes, daí as 3 correntes indicadas. Os sentidos podem ser arbitrados, ou seja, indicados sem a preocupação de que estejam corretos. Entretanto, de acordo com o sentido já dado para a variável de controle da fonte de corrente, que é a tensão "v" no resistor R_1, o correto seria se indicar a corrente I tal como mostrada no circuito. UM DETALHE COMO ESTE PODE FAZER TODA A DIFERENÇA ENTRE ACERTAR E ERRAR. ELE MOSTRA QUE SE TEM O CONCEITO CORRETO SOBRE O ASSUNTO.

SOLUÇÃO: a solução pode ser estruturada tal como se o circuito não tivesse uma fonte controlada, ou seja, como se a fonte v_2 fosse uma fonte independente, de tensão conhecida. Neste caso,considerando o que já estudamos, vamos necessitar de montar um sistema de equações com 3 equações, envolvendo as 3 incógnitas que queremos determinar: I, I_1 e I_2. Vamos experimentar e ver o que acontece.

$N = 2 \;\therefore\; N - 1 = 1 \;\therefore$ usar a LKC apenas 1 vez.
$B = 3 \;\therefore\; B - (N - 1) = 2 \;\therefore$ usar a LKT 21 vezes.

LKC: aplicada ao nó superior ....: $I + I_2 = I_1$ (1)
LKT: aplicada à malha da esquerda, percorrida no sentido horário ....: $-30 + 4.I + 2.I_1 = 0$ (2)
LKT: aplicada à malha da direita, percorrida no sentido horário ....: $2.v - 2.I_1 - 6.I_2 = 0$ (3)

Porém, temos 3 equações e 4 incógnitas, já que apareceu a tensão "v" da fonte v_2. E aí aparece a diferença de se ter a fonte controlada. Se ela fosse uma fonte independente de tensão igual a 60 V, por exemplo, teríamos na equação (3) este valor no lugar de 2.v. Neste caso, era só resolver o sistema de 3 equações obtido e encontrar as 3 correntes pedidas. Mas, como não é, teremos que obter mais uma equação para ficarmos com 4, já que temos 4 incógnitas. Esta equação pode ser obtida com a lei de Ohm aplicada no resistor onde está a tensão “v”:

$$v = 4.I \qquad (4)$$

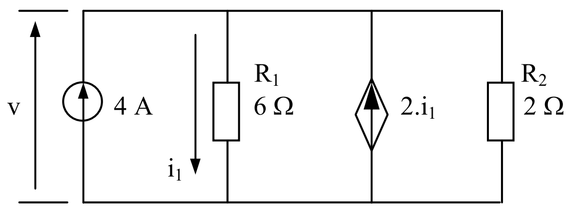
Pronto, agora temos 4 equações e 4 incógnitas e o problema passa a ser puramente de matemática: solução de sistemas de equações.

Substituindo (4) em (3): $8.I - 2.I_1 - 6.I_2 = 0 \qquad (5)$
De (2) podemos tirar: $I_1 = (30 - 4.I) / 2 \;\therefore\; I_1 = 15 - 2.I \qquad (6)$
Substituindo (6) em (5): $8.I - 2.(15 - 2.I) - 6.I_2 = 0 \;\therefore\; 8.I - 30 + 4.I - 6.\,I_2 = 0 \;\therefore\; I_2 = (12.I - 30) / 6 \;\therefore\; I_2 = 2.I - 5 \qquad (7)$
Substituindo (6) e (7) em (1): $I + 2.I - 5 = 15 - 2.I \;\therefore\; 5.I = 20 \;\therefore\; \mathbf{I = 4\ [A]}$.
Com o valor de I em (6) e em (7) encontra-se: $\mathbf{I_1 = 7\ [A]}$ e $\mathbf{I_2 = 3\ [A]}$.

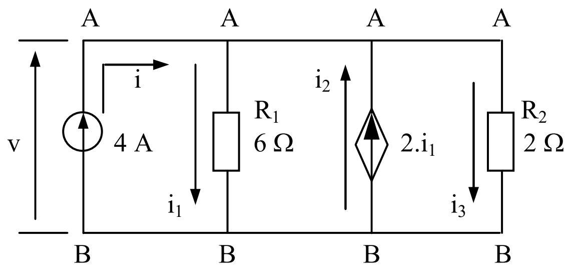
A tensão da fonte controlada é: $v_2 = 2.v = 2.4.I = 2.4.4 = 32$ [V] $\therefore$ $\mathbf{v_2 = 32\ [V]}$.

Os valores encontrados podem estar corretos? Confira.

E.2 - Calcular a tensão “v” da fonte independente de corrente do circuito abaixo.



SOLUÇÃO: para a solução, vamos desenhar de novo o circuito indicando suas correntes. Por outro lado, observamos que seus componentes estão em paralelo e a tensão “v” pedida é a mesma para todos eles.



Tomando o ponto A como o nó onde aplicar a LKC:

$$i + i_2 = i_1 + i_3 \qquad (1)$$

Mas: $i = 4$ A, devido à fonte independente de corrente no seu ramo; (2)
$i_2 = 2.i_1$, devido à fonte controlada de corrente no seu ramo; (3)
$i_1 = v / 6 \quad (4) \quad ; \quad i_3 = v / 2 \quad (5)$

Substituindo (4) em (3): $i_2 = 2.(v / 6) \qquad (6)$.
Substituindo (2), (4), (5) e (6) em (1): $4 + 2.(v / 6) = v / 6 + v / 2 \;\therefore\; 24 + 2.v = v + 3.v \;\therefore\; 2.v = 24 \;\therefore\; \mathbf{v = 12\ [V]}$.

Confira se é possível se ter tal valor para a tensão “v” pedida.

E.3 - Resolver os exercícios de números 3.1 a 3.13, capítulo 3, do livro Fundamentos de Análise de Circuitos Elétricos - David E. Johnson, John L. Hilburn e Johnny R. Johnson.

DISCIPLINA: E201 - CIRCUITOS ELÉTRICOS I. **DATA:**

DOCENTE: PROF. NAVANTINO D. B. FILHO **TEMA:** MÉTODO DOS NÓS.

RESUMO:

1- CONSIDERAÇÕES INICIAIS.

Também conhecido como "método de análise nodal" ou ainda, "método das tensões dos nós", este método, que chamaremos apenas de "método dos nós", tem como **objetivo permitir o cálculo das tensões dos nós do circuito** e, a partir delas, se calcular correntes, potências etc.. Volto a chamar a atenção: **o método em si é para cálculo das "tensões dos nós"**, da mesma forma que o método das malhas foi para cálculo das chamadas "correntes de malhas". A partir das "tensões dos nós" ou das "correntes de malhas", os cálculos de correntes, tensões e outras grandezas elétricas no circuito, tornam-se mais simples.

NOTA: Se calcularmos a **tensão** entre dois nós (por exemplo, X e Y) quando um deles possuir **potencial** zero (por exemplo, $V_Y = 0$), esta tensão entre X e Y (V_{XY}) terá o mesmo valor do potencial do nó X (V_x), já que:

$$V_{XY} = V_X - V_Y = V_X.$$

Para tal caso, podemos dizer "tensão ou potencial do nó X", já que ambas as grandezas têm valores iguais entre si.

Ao conhecermos o potencial elétrico de cada nó fica simples se calcular a d.d.p. entre dois nós quaisquer, ou seja, a tensão entre dois nós quaisquer, o que permitirá o cálculo de qualquer corrente de ramo de maneira simples. Nunca é demais relembrar que cada ramo tem uma única corrente e que, por ser o ramo um trecho do circuito entre dois nós consecutivos, cada corrente de ramo circula entre dois nós consecutivos, ou seja, vai de um nó a outro nó sem passar por qualquer outro nó em seu percurso.

Na determinação das tensões de nós, estaremos buscando o valor para N incógnitas, já que o circuito possui N nós. Porém, o procedimento do método dos nós manda se arbitrar para um dos N nós um valor de tensão qualquer. Feito isto, passaremos a ter **(N - 1) incógnitas**, o que irá exigir um **sistema com (N - 1) equações**. O nó para o qual se arbitrar um valor para a sua tensão é denominado de "**NÓ DE REFERÊNCIA**", sendo que o valor arbitrado pode ser qualquer um (positivo, negativo, inteiro, fracionário, zero). Em geral, toma-se o **valor zero** e escolhe-se para referência o **nó onde se tiver feito o aterramento do circuito**, quando este existir. Mas, pode ser qualquer um dos nós e pode se arbitrar qualquer valor para sua tensão, embora possa haver conveniência, por questões de simplificar a solução, na escolha de um nó em particular e no uso de zero para o valor da tensão para ele arbitrada.

A título de exemplo, veja a seguinte comparação e perceba o que pode resultar de diferença, em termos de cálculos a serem feitos, ao se analisar um circuito usando cada um dos 3 procedimentos citados até aqui: suponha que você esteja querendo conhecer todas as correntes de um circuito que possua **N = 4** e **B = 8**. Veja quantas equações teria o sistema a ser resolvido utilizando cada um dos 3 procedimentos:

a) Uso direto das leis de kirchhoff: B ramos = B correntes ∴ B incógnitas ∴ sistema com B equações ∴ **8 equações**.
b) Uso do método das malhas: B ramos = B correntes, mas calcula-se B - (N - 1) correntes de malhas, o que exigirá um sistema com B - (N - 1) equações ∴ 8 - (4 - 1) = 5 ∴ **5 equações**. O cálculo das B correntes a partir daí, consiste em simples operações de soma e subtração.
c) Uso do método dos nós, que explicaremos a seguir: B ramos = B correntes, mas calcula-se (N - 1) tensões de nós, o que exigirá um sistema (N - 1) equações ∴ (4 - 1) = 3 ∴ **3 equações**. O cálculo das B correntes a partir daí, consiste em simples operações de soma, subtração, produto e divisão, conforme ainda será visto.

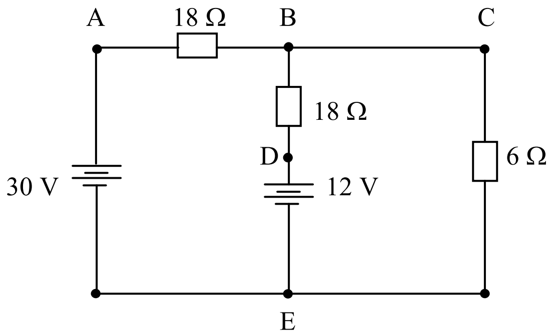
Diante deste quadro, pode surgir a pergunta: por que, então, não usar sempre o método dos nós, já que ele resultou no menor sistema de equações a ser resolvido? É porque ele nem sempre resulta nesta maior facilidade. Há casos onde um método pode ser mais adequado do que outro, ainda que nosso exemplo acima tenha sugerido que o método dos nós é o mais adequado. Tudo dependerá do tipo de circuito e dos dados disponíveis. Alguns exemplos que faremos mostrarão isto. E tudo é, principalmente, uma questão de prática: quanto mais exercícios você fizer, quantos mais problemas de análise de circuitos você tiver, mais você vai adquirir a capacidade de perceber quando usar um ou outro procedimento. Veja, por exemplo, o que aconteceria se o circuito tivesse N = 4 e B = 6.

2 - MÉTODO DOS NÓS.

Considerando as explicações dadas no item anterior, vamos usar aqui a mesma estratégia empregada quando apresentamos o método das malhas: aplicar o método dos nós já diretamente em dois exemplos, seguindo os passos do procedimento e dando os esclarecimentos que se fizerem necessários. Vamos ainda, usar os mesmos circuitos dos exemplos do método das malhas, a ser visto nas próximas aulas, o que nos permitirá também uma primeira comparação entre os dois métodos de análise.

A primeira observação a ser feita é: não confundir "LEI DOS NÓS" com "MÉTODO DOS NÓS". Embora a base do "método dos nós" seja a "lei dos nós", o método e a lei são coisas distintas. Então, cuidado.

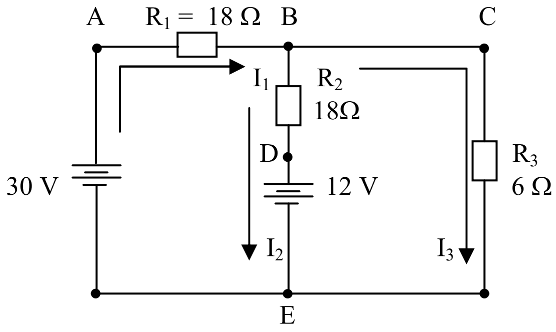
E.1 - Calcular as correntes no circuito a seguir (FIG. 1).



- FIG. 1 -

SOLUÇÃO: usando o método dos nós.

a) As primeiras questões a serem respondidas são: quantas são todas as correntes? Onde está cada uma delas?
Estas questões são respondidas facilmente: são tantas correntes quantos forem os ramos, portanto, B correntes, estando cada uma delas em um dos ramos. Estas são as correntes que podemos esperar que o circuito possua.
b) Identificação de B:
N = 2 (B e F)
B = 3 (BAEF, BDF e BCGF) $\therefore$ B = 3 ramos $\therefore$ 3 correntes, que identificaremos por I_1, I_2 e I_3.
c) Identificação da quantidade de equações do sistema para a determinação das "tensões dos nós", conforme é a proposta do método dos nós (N - 1) = (2 - 1) = 1 $\therefore$ 1 equação $\therefore$ que será obtida pela aplicação da LKC em um dos 2 nós. Antes, escolher o "nó de referência" e arbitrar um valor para sua tensão.
d) Escolha do nó de referência: seja o nó E, com $V_E = 0$ [V].
e) Indicar as correntes do circuito (arbitrar).



- FIG. 2 -

f) **Aplicar a LKC aos nós restantes**. No nosso exemplo restou apenas o nó B, logo:

$$\mathbf{I_1 = I_2 + I_3} \qquad \mathbf{(1)}$$

g) Aqui vem a parte mais interessante ligada à proposta do método: como obtivemos acima uma equação com três incógnitas, o problema ainda não pode ser resolvido. Entretanto, como cada uma das correntes circula entre os mesmos dois nós que o circuito possui e para um deles já conhecemos a tensão ($V_E = 0$), se conseguirmos transformar esta única equação em uma equação onde as **correntes sejam expressas em função das tensões dos nós entre os quais elas circulam**, a equação passará a ter apenas uma incógnita, e aí terá solução. Pois este será o próximo passo.

h) Expressões de I_1, I_2 e I_3 em função das tensões dos nós entre os quais cada uma delas circula. Vamos ver de forma detalhada, como obter tal equação para o caso de I_1 e para as demais vamos já diretamente à equação.

Para I_1, que circula entre os nós B e E, podemos escrever:

$I_1 = V_{R1} / R_1 = V_{R1} / 18$ (2)
$V_{R1} = V_A - V_B$ (3). Notar que é $\mathbf{V_A - V_B}$ e não $V_B - V_A$, já que temos A com potencial maior do que B (A+ e B-) e a equação tem que ser coerente com o que ela representa. Sei que você não se esqueceu, mas não custa repetir: a tensão em um resistor é + onde a corrente "entra" e - onde ela "sai".
Substituindo (3) em (2):

$I_1 = (V_A - V_B) / 18$ (4)

Mas: $V_A - V_E = 30$ (5). Outra vez, a equação é $\mathbf{V_A - V_E}$ e não $V_E - V_A$, já que temos A com potencial maior do que E (A+ e E-), considerando o sentido da fonte de 30V ligada entre A e E.

Como $V_E = 0$, a equação (5) fica: $V_A = 30$ (6).

Substituindo (6) em (4):

$\mathbf{I_1 = (30 - V_B) / 18}$ **(7)**. Notar que esta equação permite o cálculo de I_1, que circula entre os nós B e E, em função das tensões destes dois nós: V_B, cujo valor ainda não sabemos, e V_E, cujo valor já substituímos por zero.

Usando o mesmo procedimento para I_2 e I_3 encontramos:

$\mathbf{I_2 = (V_B - 12) / 18}$ **(8)**

$\mathbf{I_3 = V_B / 6}$ **(9)**

Substituindo (7), (8) e (9) em (1):

$$\mathbf{(30 - V_B) / 18 = [(V_B - 12) / 18] + V_B / 6}$$

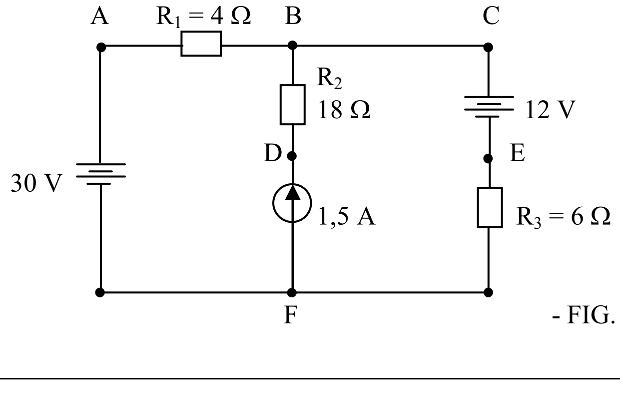
resultando em uma equação e uma incógnita: V_B. Resolvida, encontramos: $\mathbf{V_B = 8{,}4\ V}$.
Com o valor de V_B em (7), (8) e (9):

$I_1 = (30 - 8{,}4) / 18 \quad \therefore \quad \mathbf{I_1 = 1{,}2\ A}$.
$I_2 = (8{,}4 - 12) / 18 \quad \therefore \quad \mathbf{I_2 = -0{,}2\ A}$.
$I_3 = 8{,}4 / 6 = \quad \therefore \quad \mathbf{I_3 = 1{,}4\ A}$.

Estes valores são os mesmos encontrados quando fizemos os cálculos usando as leis de Kirchhoff. É claro, já que variar o método de análise não pode acarretar alteração no comportamento do circuito.

OBS.: há outros procedimentos para se chegar às equações de I_1, I_2 e I_3 em função das tensões dos nós, além daquele usado acima. Qualquer um deles é válido, desde que esteja correto. Experimente descobrir outro.

E.2 - Calcular as correntes no circuito a seguir (FIG. 3).

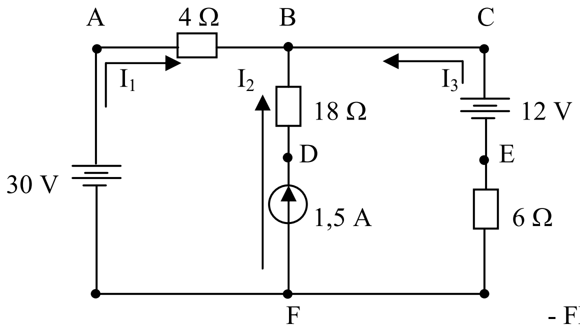


- FIG. 3 -

Seguindo os passos do método:

a) N = 2 (B e F) b) N - 1 = 2 - 1 = 1 $\therefore$ 1 equação, que será obtida com a LKC no nó que restar, após a escolha do nó de referência.

b) Nó de referência; seja o nó F, com $\mathbf{V_F = 0}$ **[V]**.
c) Indicação das correntes no circuito (B = 3 $\therefore$ 3 correntes):



- FIG. 4 -

d) Equação da LKC no nó B: $\mathbf{I_1 + I_2 + I_3 = 0}$
Como I_2 = 1,5 A, devido à fonte de corrente no ramo de I_2, vem:

$$\mathbf{I_1 + 1{,}5 + I_3 = 0} \qquad \textbf{(10)}$$

e) Equações de cada corrente desconhecida (I_1 e I_3) em função das tensões dos nós entre os quais ela circula:

$I_1 = (30 - V_B) / 4$ (11) e $I_3 = (12 - V_B) / 6$ (13).

Com (11) e (12) em (1): $(30 - V_B) / 4 + 1{,}5 + (12 - V_B) / 6 = 0 \therefore 5.V_B = 132 \therefore$ $\mathbf{V_B = 26{,}4}$ **[V]**.

Com V_B em (11) e (12):

$I_1 = (30 - 26{,}4) / 4 \therefore$ $\mathbf{I_1 = 0{,}9}$ **[A]** e

$I_3 = (12 - 26{,}4) / 6 \therefore$ $\mathbf{I_3 = - 2{,}4}$ **[A]** (I_3 foi arbitrada com sentido invertido, mas para o sentido arbitrado a resposta está correta e deve ser mantida com valor negativo).

Resposta: $\mathbf{I_1 = 0{,}9}$ **A ;** $\mathbf{I_2 = 1{,}5}$ **A** e $\mathbf{I_3 = - 2{,}4}$ **A**.

E.3 - Faça os exercícios da 7ª e 8ª Séries de Exercícios usando o Método dos Nós. Analise e estude a solução do exercício da 9ª Série de Exercícios.

E.4 - Do livro Fundamentos de Análise de Circuitos Elétricos - David E. Johnson, John L. Hilburn e Johnny R. Johnson, resolva: exercícios 4.2.1 a 4.2.3; 4.3.1 a 4.3.3; a partir do problema 4.1, inclusive, escolha alguns dos circuitos dados e os resolva usando o método dos nós.

DISCIPLINA: E201 - CIRCUITOS ELÉTRICOS I. **DATA:**

DOCENTE: PROF. NAVANTINO D. B. FILHO **TEMA:** MÉTODO DAS MALHAS.

RESUMO:

1- CONSIDERAÇÕES INICIAIS.

A análise de circuitos com o uso direto das leis de Kirchhoff pode resultar na necessidade de se resolver grandes sistemas de equações, o que gera um trabalho exaustivo e pode levar mais facilmente à ocorrência de erros. Ainda que tenhamos calculadoras que resolvam os sistemas de equações, montá-los e digitar os dados de entrada na calculadora é um trabalho que elas ainda não fazem por nós e que pode também ser bastante grande, em função do tipo de circuito. Imagine antes de existirem estas calculadoras fantásticas que hoje temos?

Com a finalidade de tornar a análise mais simples, foram desenvolvidos alguns "métodos de análise" de circuitos elétricos, dos quais dois serão objetos de estudo nesta disciplina: método das malhas e método dos nós. Não se trata de procedimentos cujo uso seja recomendado em cem por cento dos casos de análise, até porque há situações que se torna impossível empregá-los ou que o uso não resulta em redução no trabalho de análise. De qualquer forma, são métodos muito utilizados e quando empregados de forma correta, são realmente úteis.

2 - MÉTODO DAS MALHAS.

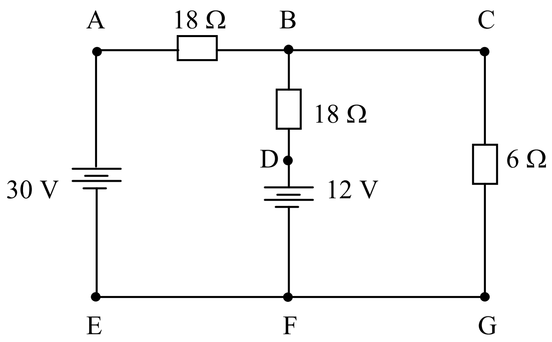
Este método, também chamado de "método das tensões de malhas", "método dos laços", "método das correntes cíclicas de Maxwell", cria uma situação de análise que consiste em admitir a existência de uma quantidade de correntes no circuito menor do que a quantidade que realmente existe. A esta correntes chamaremos de CORRENTES DE MALHAS. Com isto, menos correntes a calcular, menos equações no sistema. A seguir, ele mostra como se obter as correntes que realmente existem no circuito, que são as CORRENTES NOS RAMOS (conforme já vimos), a partir das correntes de malhas anteriormente citadas, o que é feito através de simples operações de soma e subtração. Veja que a idéia básica é se ter um sistema de equações menor, já que o seu tamanho é que determina, basicamente, o maior ou menor trabalho na análise do circuito.

Vimos que para se calcular as correntes de um circuito com o uso direto das leis de Kirchhoff, seria necessário um sistema de B equações, onde B é a quantidade de ramos e, portanto, a quantidade de correntes do circuito. Se temos B incógnitas precisamos de B equações para determiná-las. Pois bem, com o "método das malhas" o mesmo problema será resolvido com um sistema que deverá ter **B - (N - 1) equações**, onde N é a quantidade de nós do circuito. Para tal, o método irá supor que o circuito tenha como correntes apenas UMA PARA CADA UMA DESTAS B - (N - 1) MALHAS, e não uma em cada um dos B ramos, como sabemos que é o que podemos esperar. Cada uma destas "correntes de malhas" pode ser <u>arbitrada</u> com qualquer sentido e circula por toda a malha a qual pertence. As B - (N - 1) equações serão, então, obtidas com o uso da 2ª. lei de Kirchhoff (LKT). Assim, se imaginarmos um circuito com B = 8 e N = 5, teríamos um sistema de **8 equações com o uso direto das leis de Kirchhoff** e um **sistema de 4 equações com o uso do "método das malhas"**. Esta diferença é extremamente significativa quando da solução do sistema.

Vamos aplicar este método já diretamente em dois exemplos, dando os esclarecimentos que se fizerem necessários. Vamos ainda, usar circuitos pequenos para que nossa atenção se concentre no método apenas, e não em alguma outra dificuldade que o circuito possa oferecer em função de seu tamanho.

A primeira observação a ser feita é: não confundir "LEI DAS MALHAS" com "MÉTODO DAS MALHAS". Embora a base do "método das malhas" seja a "lei das malhas", o método e a lei são coisas distintas. Então, cuidado.

E.1 - Calcular as correntes no circuito a seguir (FIG. 1).



- FIG. 1 -

SOLUÇÃO: usando os método das malhas.

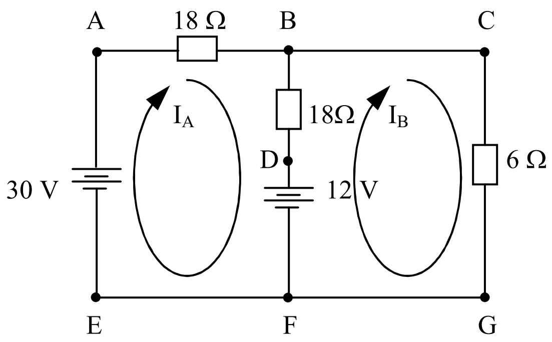
a) As primeiras questões a serem respondidas são: quantas são todas as correntes? Onde está cada uma delas?
Estas questões são respondidas facilmente: são tantas correntes quantos forem os ramos, portanto, B correntes, estando cada uma delas em um dos ramos. Estas são as correntes que podemos esperar que o circuito possua.

b) Identificação de B:
N = 2 (B e F)
B = 3 (BAEF, BDF e BCGF) ∴ B = 3 ramos ∴ 3 correntes, que identificaremos por I_1, I_2 e I_3.

c) Identificação da quantidade de equações do sistema: B - (N - 1) = 3 - (2 - 1) = 2 ∴ 2 equações ∴ escolher 2 malhas para se aplicar a LKT e obter as 2 equações propostas no método.

<u>IMPORTANTE</u>: é necessário que as equações sejam independentes entre si. Para assegurar que isto ocorra, basta que se escolha as malhas de tal forma que **cada uma delas tenha pelo menos um ramo que não pertença a qualquer uma das outras escolhidas**. No nosso exemplo, o circuito tem 3 malhas e para quaisquer 2 escolhidas, cada uma terá mesmo um ramo que não pertence à outra. Entretanto, isto não vai acontecer assim, de forma automática, em circuitos maiores. Logo, cuidado.

d) Escolha das malhas e indicação das CORRENTES DE MALHAS (FIG. 2):
- malha ABDFEA, cuja corrente identificaremos por $I_{A;}$
- malha BCGFDB, cuja corrente identificaremos por I_B.



- FIG. 2 -

OBS.: nunca se deve usar a mesma identificação usada para as correntes dos ramos (I_1, I_2, e I_3, no nosso exemplo) para se identificar também as correntes de malhas. Uma boa prática pode ser: use **<u>subíndice com número para as correntes dos ramos</u>** e **<u>subíndice com letra para as correntes das malhas</u>**, tal como estamos fazendo nesta solução.

e) Aplicação da LKT nas malhas escolhidas, para obtenção das equações do sistema: neste método, adota-se como **sentido de percurso o mesmo sentido da corrente de malha**. Assim, não há necessidade de se indicar se o percurso será horário ou anti-horário. Ele será sempre igual ao da corrente da malha para a qual se está montando a equação da LKT.

- equação da LKT para a malha de I_A: $-30 + 18.I_A + 18.I_A - 18.I_B + 12 = 0 \quad \therefore \quad \mathbf{36.I_A - 18.I_B = 18} \quad \mathbf{(1)}$
- equação da LKT para a malha de I_B: $-12 + 18.I_B - 18.I_A + 6.I_B = 0 \quad \therefore \quad \mathbf{-18.I_A + 24.I_B = 12} \quad \mathbf{(2)}$

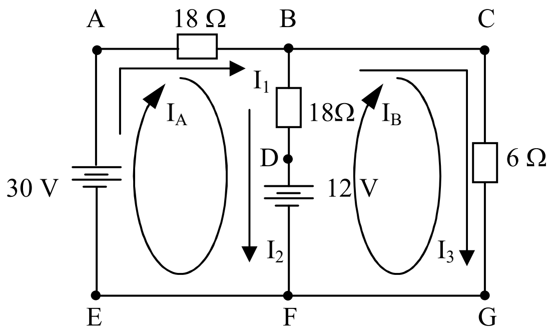
IMPORTANTE: notar que em cada equação aparece(m) a(s) queda(s) de tensão(ões) provocada(s) no(s) resistor(es) da malha em análise pela corrente de outra malha que também por ele(s) circula(m). É o caso da tensão $\mathbf{-18.I_B}$ na equação **(1)** e da tensão $\mathbf{-18.I_A}$ na equação **(2)**. Se a corrente da outra malha circula pelo resistor comum às duas malhas com o mesmo sentido da corrente da malha sob análise, a queda de tensão se soma às demais. Se circular com sentido contrário, a queda de tensão se subtrai, como é o caso no nosso exemplo. Se invertermos o sentido de I_A ou de I_B, os sinais das duas quedas de tensão citadas seriam somadas e não subtraídas.

f) Solução do sistema de equações: vemos que o sistema está pronto e contém duas equações com duas incógnitas (I_A e I_B). Sua solução, que é um assunto puramente matemático, nos leva aos seguintes valores para as corrente de malhas:

$$\mathbf{I_A = 1{,}2\ A}\ \text{ e }\ \mathbf{I_B = 1{,}4\ A}$$

NOTA: se uma ou mais das **correntes de malhas der valor negativo**, **nada deve ser feito**, já que isto é possível e não é um erro. Se o uso deste valor for necessário em alguma outra equação, use-o negativo, tal como encontrado.

g) Cálculo da correntes dos ramos, aquelas que efetivamente existem no circuito: é feito com uma operação muito simples. Entretanto, é preciso para isto, que sejam arbitradas as correntes dos ramos (FIG. 3), o que até aqui não foi feito, já que não era necessário. No caso particular do circuito possuir fontes de corrente, o processo de solução pode ser simplificado se as correntes dos ramos forem arbitradas já no início. Veremos porque em um outro exemplo.

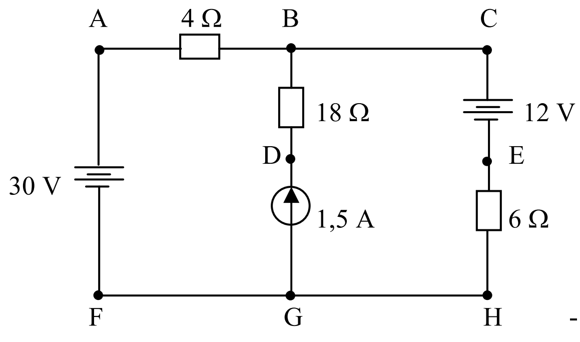


- FIG. 3 -

Cada "corrente de ramo" (I_1, I_2 e I_3) será obtida pela soma algébrica das "correntes de malhas" (I_A e I_B) que circularem pelo ramo, da seguinte forma: as correntes de malha que ao passarem pelo ramo tiverem o mesmo sentido que a corrente do ramo serão somadas, e as que tiverem sentidos contrários serão subtraídas. Vejamos para nosso exemplo:

$I_1 = I_A \quad \therefore \quad \mathbf{I_1 = 1{,}2\ A}$.
$I_2 = I_A - I_B \quad \therefore \quad I_2 = 1{,}2 - 1{,}4 \quad \therefore \quad \mathbf{I_2 = -\,0{,}2\ A}$ (o sentido arbitrado para I_2 está invertido, já que seu valor deu negativo).
$I_3 = I_B \quad \therefore \quad \mathbf{I_3 = 1{,}4\ A}$.

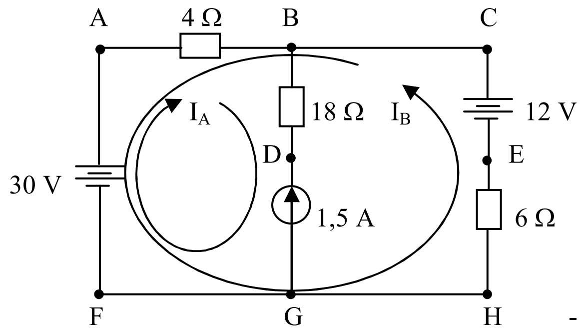
E.2 - Calcular as correntes no circuito a seguir (FIG. 4).



- FIG. 4 -

Aqui valem as mesmas considerações do exemplo E.1.

a) N = 2 (A e G).
b) B = 3 (BAFG, BDG e BCEHG) $\therefore$ 3 correntes (I_1, I_2 e I_3).
c) B - (N - 1) = 3 - (2 - 1) = 2 $\therefore$ 2 malhas a serem escolhidas para se calcular as correntes de malhas (I_A e I_B).
d) Sejam as malhas de I_A e I_B, conforme indicadas na FIG. 5.



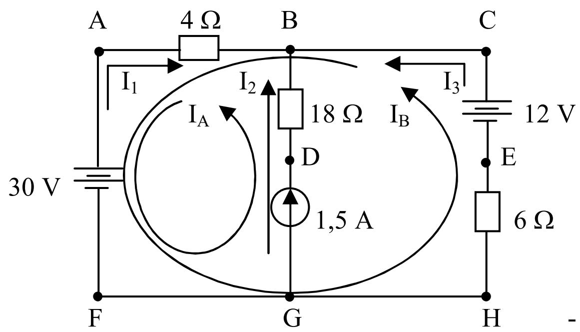
- FIG. 5 -

Como o circuito tem uma fonte de corrente, há uma estratégia de solução que a tornará mais simples: como sabemos que em um ramo que tenha fonte de corrente a corrente deste ramo é a corrente da própria fonte de corrente, já sabemos que o ramo central do circuito dado na FIG.5 tem uma corrente de 1,5 A. Então, se fizermos com que neste ramo passe apenas uma das correntes de malha, ela ficará igual à corrente do próprio ramo, que já é conhecida. Logo, esta corrente de malha também já será conhecida. Com isto, reduz-se o número de equações do sistema, já que ele é para se calcular as correntes das malhas e nós teremos uma corrente desconhecida a menos. Foi por esta razão que as malhas escolhidas acima foram a da esquerda e a externa, e não a da esquerda e a da direita, tal como no exemplo E.1. Ainda, este é o caso onde a indicação das correntes de ramo é necessária já no início da solução, ao contrário do que aconteceu no exemplo E.1. Por outro lado, devemos já montar a equação para o cálculo das correntes dos ramos em função das correntes das malhas, pois isto nos mostrará que uma das correntes de malhas já ficará definida. Veja a seguir:

e) $I_1 = -I_A - I_B$ (3)
$I_2 = I_A$. Como $\mathbf{I_2 = 1,5\ A}$, então: $\mathbf{I_A = 1,5\ A}$, e assim, teremos uma só incógnita a calcular (I_B), o que exigirá só uma equação. Esta equação será obtida com o uso da LKT na malha da corrente desconhecida, ou seja, na malha onde I_B circula.
$I_3 = I_B$ (4)

f) LKT na malha de I_B: $-12 + 4.I_B + 4.I_A + 30 + 6.I_B = 0 \therefore -12 + 4.I_B + 4.1,5 + 30 + 6.I_B = 0 \therefore 10.I_B = -24 \therefore$
$\therefore I_B = -24 / 10 \therefore \mathbf{I_B = -2,4\ A}$.

g) Com os valores de $I_A = 1,5$ A e de $I_B = -2,4$ A em (3) e (4), encontramos as duas outras correntes dos ramos que ainda não conhecíamos:



- FIG. 5 -

$I_1 = -I_A - I_B = -1,5 - (-2,4) \therefore \mathbf{I_1 = 0,9\ A}$.
$I_3 = I_B \therefore \mathbf{I_3 = -2,4\ A}$ (esta corrente foi arbitrada com sentido invertido invertida).

NOTA - Observe que a aplicação da LKC no nó B resulta em $I_1 + I_2 + I_3 = 0$, o que se confirmará se substituirmos nesta equação, os valores encontrados para as 3 correntes de ramos: $0,9 + 1,5 + (-2,4) = 0 \therefore 0 = 0$.

E.3 - Faça os exercícios da 7ª. Série de Exercícios, usando Método das Malhas.
E.4 - Do livro Fundamentos de Análise de Circuitos Elétricos - David E. Johnson, John L. Hilburn e Johnny R. Johnson, resolva os exercícios: capítulo 4, exercícios 4.5.1 a 4.5.4; a partir do problema 4.1, inclusive, escolha alguns dos circuitos dados e os resolva usando o método das malhas. Não resolva ainda os que tiverem AmpOp.

DISCIPLINA: E201 - CIRCUITOS ELÉTRICOS I. **DATA:**

DOCENTE: PROF. NAVANTINO D. B. FILHO **TEMA:** TEOREMA DE THÉVENIN.

RESUMO:

1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS.

Em análise de circuitos, além dos métodos apresentados, existem ainda alguns teoremas que são também muito úteis. Um deles é o TEOREMA DE THÉVENIN. Tendo em vista os objetivos desta disciplina, vamos aqui trabalhar com o teorema de Thévenin apenas no caso particular de circuitos onde somente existem fontes independentes, tanto de tensão quanto de corrente, e resistores. Entretanto, o teorema se aplica a outros tipos de circuitos e isto pode ser visto nas notas de aulas com o título “THÉVENIN E NORTON” disponibilizadas em separado. **Assim, é importante estar atento para não se usar o teorema em circuitos onde sua aplicação envolve procedimentos que são diferentes daqueles que aqui veremos, como é o caso, por exemplo, de circuitos que contenham fontes controladas.**

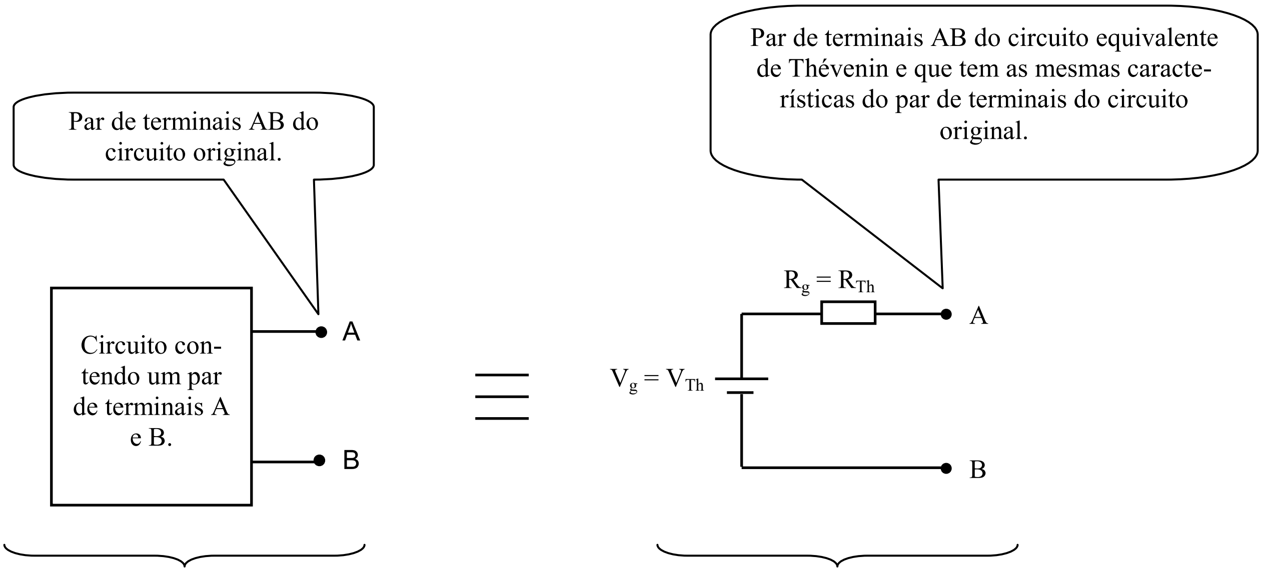
2 - TEOREMA DE THÉVENIN.

Independentemente do tipo de circuito, a idéia geral do teorema de Thévenin pode assim ser enunciada:

“UM CIRCUITO PODE SER SUBSTITUÍDO, A PARTIR DE UM PAR DE TERMINAIS, POR UMA FONTE REAL DE TENSÃO QUE LHE É EQUIVALENTE, EM RELAÇÃO A ESTE MESMO PAR DE TERMINAIS”.

O que é mais importante de se notar já de início, é que a equivalência citada no enunciado se dá em relação ao par de terminais. Isto significa que apenas os fenômenos que ocorrem entre o par de terminais é que serão os mesmos, tanto no circuito original quanto no seu equivalente de Thévenin. Assim, uma carga ligada entre o par de terminais do circuito original ou ligada entre o par de terminais de seu equivalente de Thévenin, estará submetida às mesmas condições elétricas. Logo, encontrar estas condições analisando-se o circuito original ou o circuito equivalente de Thévenin dá no mesmo.

Esquematizando a proposta do teorema de Thévenin temos:



Circuito para o qual se deseja o equivalente de Thévenin. Vamos nos referir a ele como sendo o “circuito original” ou o “circuito sob transformação”.

Circuito equivalente de Thévenin.

- FIG. 1 -

Isto quer dizer que uma carga ligada entre A e B de ambos os circuitos acima estará submetida às mesmas condições elétricas. Assim, optar por fazer a análise usando o equivalente de Thévenin levará a um procedimento de solução mais simples.

Entretanto, duas questões ainda têm que ser respondidas:

a) Como encontrar $V_g = V_{Th}$ e também R_{Th} ?
b) E se o circuito original não possuir um par de terminais?

Ambas as questões são de resposta simples:

a) Usando os procedimentos que o próprio teorema de Thévenin indica e que veremos a seguir (2.1 e 2.2).
b) Não é necessário que o par de terminais exista previamente. Você pode criá-lo abrindo o circuito no ponto onde você deseja conhecer uma corrente, uma tensão, uma potência, uma resistência etc.. Ainda, você pode retirar uma parte do circuito, parte esta onde você deseja obter alguma informação, e encontrar o equivalente de Thévenin da parte que sobrou e que agora tem um par de terminais. A seguir, liga a parte retirada ao circuito equivalente e aí calcula o que deseja. Vai achar a mesma resposta que acharia se tivesse feito o cálculo usando o circuito original, ou seja, sem aplicar Thévenin. Também isto veremos em alguns exemplos.

2.1 - CÁLCULO DA TENSÃO EQUIVALENTE DE THÉVENIN (V_{Th}).

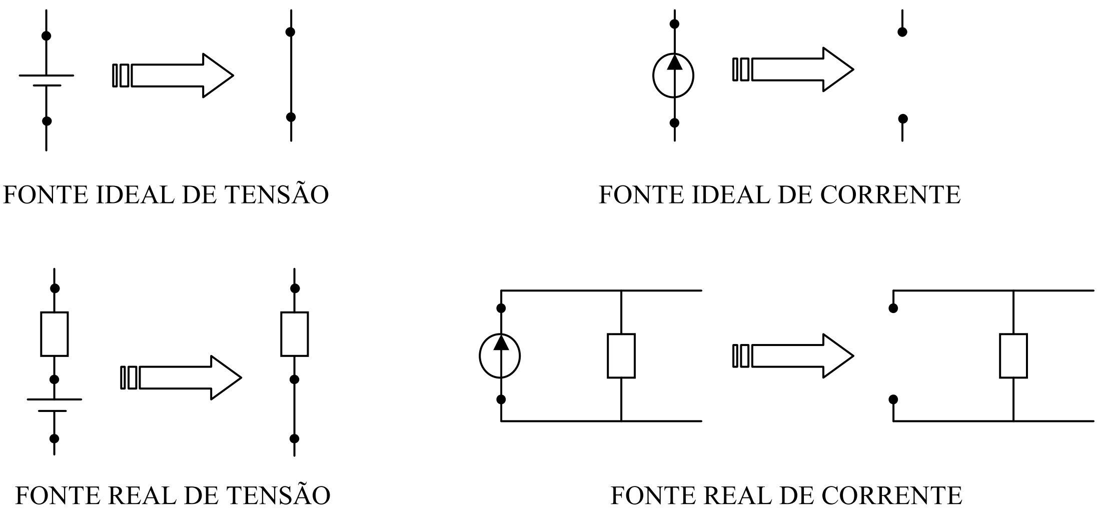
A tensão equivalente de Thévenin (V_{Th}) é a **tensão existente no par de terminais do circuito sob transformação**. Assim, é só calcular esta tensão, tal como já fizemos em assuntos de aulas anteriores. Notar que é a tensão no par de terminais com ele aberto.

IMPORTANTE: no cálculo de V_{Th} deve-se respeitar as polaridades dadas para os 2 terminais. Estas polaridades podem ser dadas de forma direta ou estarem subentendidas em alguma outra informação referente ao circuito sob transformação. Se não ocorrer qualquer uma destas hipóteses, então você pode arbitrá-las. Ao se desenhar o circuito equivalente de Thévenin, os terminais devem ser identificados com as mesmas polaridades que possuem no circuito sob transformação. Por exemplo: se no circuito sob transformação o terminal X for +, então no circuito equivalente de Thévenin o terminal + deve corresponder ao X. Se tomarmos o circuito equivalente da FIG. 1 para ilustrar o que foi dito acima, o terminal X seria aquele onde está a letra A. Ainda, lembrar que o terminal + de uma fonte é aquele por onde a corrente sai, quando ela está fornecendo corrente.

2.2 - CÁLCULO DA RESISTÊNCIA EQUIVALENTE DE THÉVENIN (R_{Th}).

A resistência equivalente de Thévenin (R_{Th}) **é a resistência equivalente (ou resistência total) "vista" a partir do par de terminais do circuito sob transformação**, com as suas fontes substituídas por suas respectivas resistências internas.

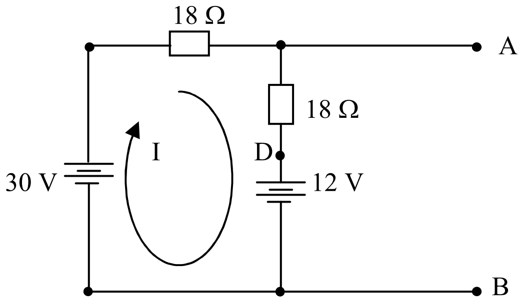
Como sabemos, a resistência interna de uma **fonte ideal de tensão é ZERO**, portanto, modelada por um **curto-circuito**. Já a resistência interna de uma **fonte ideal de corrente é INFINITO**, portanto, modelada por **circuito aberto**. Como uma **fonte real** é modelada por uma fonte ideal e um resistor, é só considerar isto na substituição da fonte ideal que compõe a fonte real. Veja as ilustrações a seguir:



- FIG. 2 -

Vamos a alguns exemplos de aplicação do teorema de Thévenin.

E.1 - Calcular o circuito equivalente de Thévenin em relação ao par de terminais AB do circuito abaixo.



- FIG 3 -

a) Cálculo de V_{Th}.

Como não foram dadas as polaridades dos terminais AB, vamos arbitrá-las de tal forma que: $\mathbf{V_{Th} = V_{AB}}$.

Da aplicação da LKT no percurso A,B, 12V, D, 18Ω, A, com percurso no sentido horário, resulta:

$$V_{AB} - 12 - 18.I = 0 \;\therefore\; \mathbf{V_{AB} = 12 + 18.I} \qquad \mathbf{(1)}$$

NOTA: A corrente I não havia sido dada e foi arbitrada para permitir que a equação acima fosse montada.

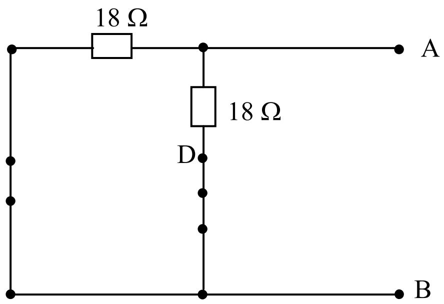
Cálculo de I - Aplicando a LKT na única malha existente no circuito, com percurso com sentido horário resulta:

$$-30 + 18.I + 18.I + 12 = 0 \;\therefore\; I = 18 / 36 \;\therefore\; I = 0{,}5\text{ A.}$$

Levando o valor de I na equação (1): $V_{AB} = 12 + 18.0{,}5 \;\therefore\; \mathbf{V_{AB} = V_{Th} = 21\ V}$.

b) Cálculo de R_{Th}.

Após substituir as fontes por suas resistências internas, tem-se:

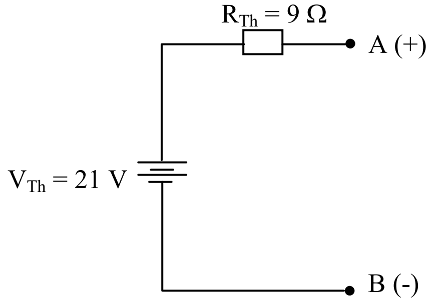


- FIG 4 -

$R_{AB} = 18 \,//\, 18 = 18 / 2 = 9\ \Omega \;\therefore\; \mathbf{R_{AB} = R_{Th} = 9\ \Omega}$.

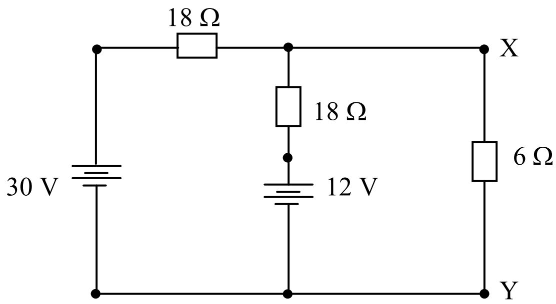
c) O circuito equivalente de Thévenin pedido é:

Obs.: O que for ligado ao par de terminais AB deste circuito (FIG. 5) estará submetido às mesmas condições elétricas que estaria se fosse ligado ao par de terminais AB do circuito original ou sob transformação dado no enunciado (FIG.3).



- FIG 5 -

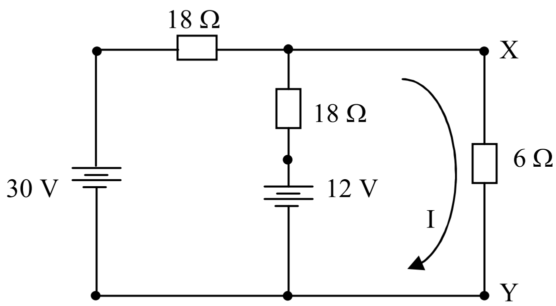
E.2 - Calcular a corrente I no resistor de 6 Ω no circuito abaixo, usando o circuito equivalente de Thévenin.



- FIG. 6 -

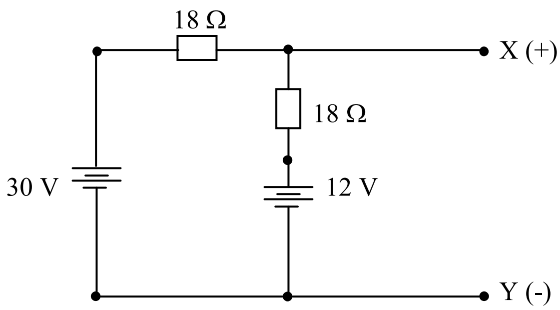
Vamos abrir o circuito e retirar dele o resistor de 6 Ω onde desejamos a corrente I. Vamos encontrar o equivalente de Thévenin para a parte que restou (à esquerda dos pontos X e Y). Em seguida, vamos ligar aos terminais do equivalente de Thévenin encontrado, o resistor de 6 Ω e calcular nele a corrente I. Esta será a corrente pedida.

De início, vamos arbitrar o sentido que queremos para a corrente I, já que ela não foi indicada.



- FIG. 7 -

Em seguida, vamos abrir o circuito para criar o par de terminais onde queremos aplicar o teorema de Thévenin e identificar as suas polaridades:



- FIG. 8 -

Como foram identificadas as polaridades? A melhor forma é fazer o seguinte:

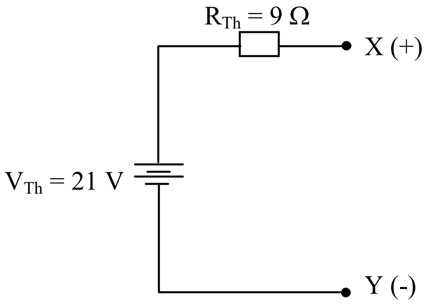
> considere que o par de terminais onde você vai aplicar o teorema (no nosso exemplo, terminais XY da FIG. 8) seja o par de terminais de uma fonte. Verifique o sentido da corrente que circulava entre eles quando lá havia o que você retirou (no nosso exemplo, a corrente I no resistor de 6 Ω da FIG. 7). O terminal por onde a corrente sair para circular pelo que você tirou, será o de maior potencial (+). Confira com o nosso exemplo: quando entre X e Y havia o resistor de 6 Ω (FIG.7), a corrente circulava **saindo de X**, passando por ele e entrando em Y. Como **saiu de X**, este é o terminal +, **já que o terminal por onde a corrente sai de uma fonte é o seu terminal +** (e nós consideramos o circuito onde vamos aplicar o teorema como se fosse uma fonte). <u>Independentemente do que você retirou do circuito para criar o par de terminais onde será aplicado o teorema</u>, o raciocínio acima pode ser aplicado. Mesmo que fosse uma fonte, ao invés do resistor de 6 Ω, e mesmo que ela estivesse com seu negativo ligado em X, teríamos X + para o sentido da corrente arbitrado no nosso exemplo.

<u>ENTENDA</u> E GUARDE BEM ESTA EXPLICAÇÃO. VAMOS USÁ-LA INÚMERAS VEZES.

Agora vamos calcular V_{Th} e R_{Th}. Considerando que o circuito da FIG. 8, para o qual queremos encontrar o equivalente de Thévenin, é o mesmo usado no exemplo E.1, não vamos repetir os cálculos. Já sabemos que:

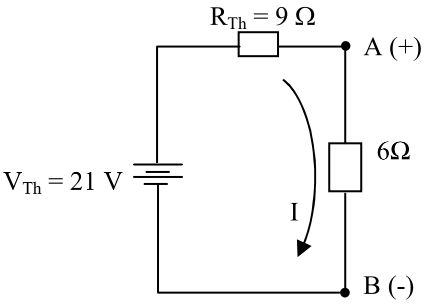
$$\mathbf{V_{Th} = V_{XY} = 21\ V} \quad \text{e} \quad \mathbf{R_{Th} = R_{XY} = 9\ \Omega}$$

O circuito equivalente de Thévenin que precisamos é, então:



- FIG 9 -

O par de terminais XY do circuito das FIG. 9 é a mesma coisa que o par de terminais do circuito da FIG. 8. Logo, se ligarmos o resistor de 6 Ω entre XY na FIG. 9 e aí calcularmos a corrente I, teremos o mesmo resultado que se calculado com este resistor entre XY da FIG. 8 (que resultaria no circuito que foi dado no início do exercício).



- FIG 10 -

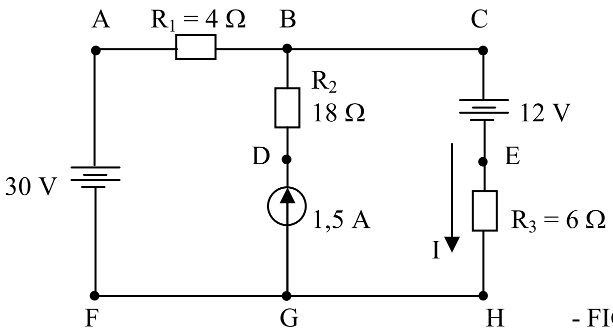
Finalmente:

$$I = 21 / (9 + 6) = 21 / 15 = 1{,}4\ A$$

$$\mathbf{I = 1{,}4\ A}$$

(como já esperávamos, já que esta corrente foi calculada quando usamos este mesmo circuito para exemplificar o uso das leis de Kirchhoff e do Método das Malhas).

E.3 - Calcular a corrente no resistor R_3 = 6 Ω abaixo. Usar o circuito equivalente de Thévenin.

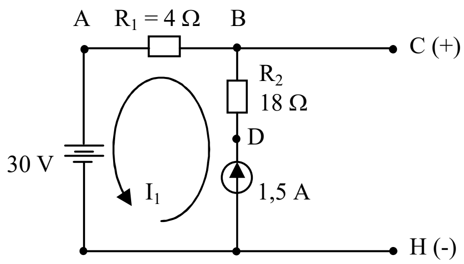


- FIG.11 -

NOTA: o sentido da corrente I pedida não foi dado. Assim, o sentido indicado na FIG. 11 foi arbitrado, como primeiro passo da solução.

Como a corrente pedida é a corrente que circula pelo ramo BCEHG, este ramo pode ser aberto em qualquer ponto para dar origem ao par de terminais. Pode-se retirar todo o ramo, só a fonte de 12 V, só o resistor ou até mesmo um curto-circuito (por exemplo, abrir entre G e H ou entre B e C).

Vamos retirar a fonte de 12V e o resistor R_3. Assim, o circuito com o par de terminais e que será transformado no seu equivalente de Thévenin será:



- FIG. 12 -

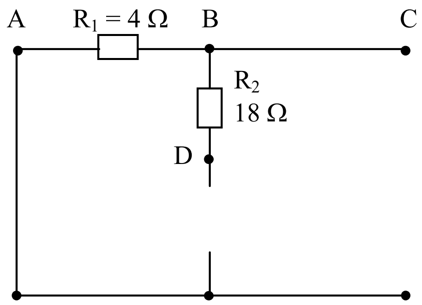
Tendo em vista o sentido arbitrado para a corrente I e as observações feitas no exemplo E.2 sobre a polaridade do par de terminais onde se aplica Thévenin, vemos que: $\mathbf{V_{Th} = V_{CH}}$ (se tivéssemos arbitrado I com sentido oposto ao que escolhemos, teríamos $V_{Th} = V_{HC}$).

Observamos que só há um percurso para a corrente, que foi indicada por I_1 e que é determinada pela fonte de corrente. Neste caso: $\mathbf{I_1 = 1,5\ A}$.

Aplicando LKT no percurso CHGFABC, percorrido no sentido horário, vem:

$V_{CH} - 30 - 4.I_1 = 0 \ \therefore\ V_{CH} = 30 + 4.1,5 \ \therefore\ V_{CH} = 36\ V \ \therefore\ \mathbf{V_{Th} = V_{CH} = 36\ V}$.

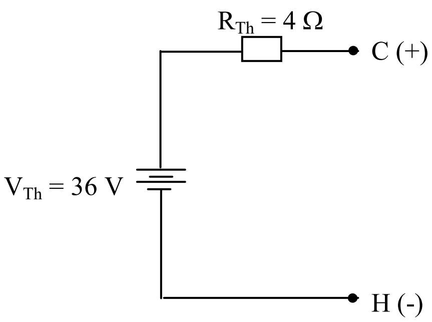
Para o cálculo de R_{Th} temos:



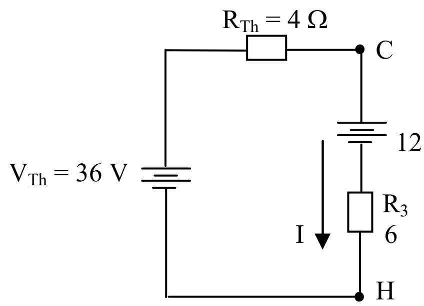
- FIG. 13 -

$\mathbf{R_{Th} = R_{CH} = 4\ \Omega}$ (notar que o resistor de 18 Ω está eliminado da associação, já que um de seus terminais não está ligado a qualquer parte do conjunto).

O circuito equivalente de Thévenin obtido é o da FIG. 14, ao qual ligaremos o que foi retirado do circuito dado originalmente, obtendo o circuito da FIG. 15 onde calcularemos a corrente I pedida.:



- FIG. 14 -



- FIG. 15 -

Assim: $I = (36 - 12) / (4 + 6) = 24 / 10 = 2,4\ A \ \therefore$

I = 2, 4 A (como era de se esperar, já que esta corrente foi calculada quando usamos este mesmo circuito para exemplificar o uso das leis de Kirchhoff e o Método das Malhas, onde foi identificada por I_3. Apenas que agora, ao invertermos o sentido da corrente, seu valor foi positivo, já que este é o sentido correto para ela).

E.4 - Refaça os exercícios E.2 e E.3, invertendo o sentido arbitrado para a corrente I pedida. Analise os resultados, comparando-os com os obtidos anteriormente.

E.5 - Da 10ª Série de Exercícios, faça os exercícios de números: 1 a 8, 12, 13, 15 a 22, 25, 28, 30, 32 a 33, 35.

E.6 - Do livro Fundamentos de Análise de Circuitos Elétricos - David E. Johnson, John L. Hilburn e Johnny R. Johnson, resolva: exercícios 5.3.1 a 5.3.3 (este, usando também Thévenin). Escolha e resolva outros problemas do mesmo capítulo, usando Thévenin.

DISCIPLINA: E201 - CIRCUITOS ELÉTRICOS I. **DATA:**

DOCENTE: PROF. NAVANTINO D. B. FILHO **TEMA:** TEOREMA DE NORTON.

RESUMO:

1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS.

O **TEOREMA DA NORTON** é muito semelhante ao de Thévenin. A proposta de Norton é fazer a equivalência com uma **FONTE REAL DE CORRENTE**, enquanto para o Thévenin vimos a equivalência ser feita com uma fonte real de tensão. Aqui também, tendo em vista os objetivos desta disciplina, vamos trabalhar com o teorema de Norton apenas no caso particular de circuitos onde somente existem fontes independentes, tanto de tensão quanto de corrente, e resistores. Entretanto, ele se aplica a outros tipos de circuitos e isto pode ser visto nas notas de aulas com o título “THÉVENIN E NORTON” disponibilizadas em separado. **Assim, é importante estar atento para não se usar o teorema em circuitos onde sua aplicação envolve procedimentos que são diferentes daqueles que aqui veremos, como é o caso, por exemplo, de circuitos que contenham fontes controladas.**

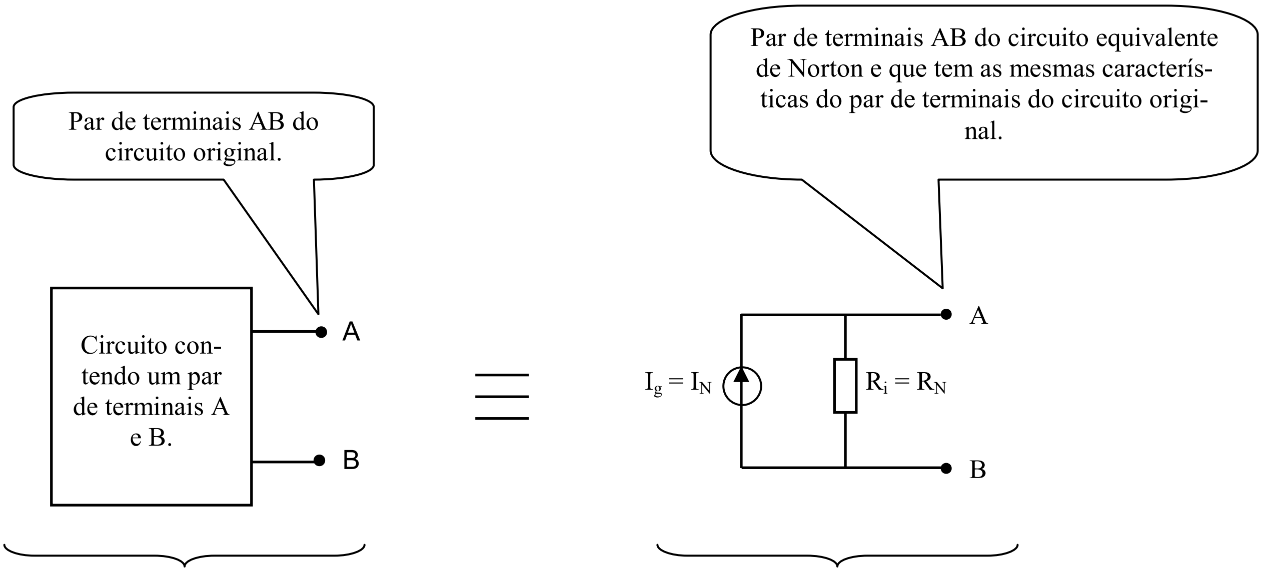
2 - TEOREMA DE NORTON.

Independentemente do tipo de circuito, a idéia geral do teorema de Norton pode assim ser enunciada:

“UM CIRCUITO PODE SER SUBSTITUÍDO, A PARTIR DE UM PAR DE TERMINAIS, POR UMA FONTE REAL DE CORRENTE QUE LHE É EQUIVALENTE, EM RELAÇÃO A ESTE MESMO PAR DE TERMINAIS”.

O que é mais importante de se notar já de início, é que a equivalência citada no enunciado se dá em relação ao par de terminais. Isto significa que apenas os fenômenos que ocorrem **entre o par de terminais** é que serão os mesmos, tanto no circuito original quanto no seu equivalente de Norton. Assim, uma carga ligada entre o par de terminais do circuito original ou ligada entre o par de terminais de seu equivalente de Norton, estará submetida às mesmas condições elétricas. Logo, encontrar estas condições analisando-se o circuito original ou o circuito equivalente de Norton dá no mesmo.

Esquematizando a proposta do teorema de Norton temos:



Circuito para o qual se deseja o equivalente de Norton. Vamos nos referir a ele como sendo o “circuito original” ou o “circuito sob transformação”.

Circuito equivalente de Norton.

- FIG. 1 -

Isto quer dizer que uma carga ligada entre A e B de ambos os circuitos acima estará submetida às mesmas condições elétricas. Assim, optar por fazer a análise usando o equivalente de Norton levará a um procedimento de solução mais simples.

Entretanto, duas questões ainda têm que ser respondidas:

a) Como encontrar $I_g = I_N$ e também R_N ?
b) E se o circuito original não possuir um par de terminais?

Ambas as questões são de resposta simples:

a) Usando os procedimentos que o próprio teorema de Thévenin indica e que veremos a seguir (2.1 e 2.2).
b) Não é necessário que o par de terminais exista previamente. Você pode criá-lo abrindo o circuito no ponto onde você deseja conhecer uma corrente, uma tensão, uma potência, uma resistência etc.. Ainda, você pode retirar uma parte do circuito, parte esta onde você deseja obter alguma informação, e encontrar o equivalente de Norton da parte que sobrou e que agora tem um par de terminais. A seguir, liga a parte retirada ao circuito equivalente e aí calcula o que deseja. Vai achar a mesma resposta que acharia se tivesse feito o cálculo usando o circuito original, ou seja, sem aplicar Norton. Também isto veremos em alguns exemplos.

2.1 - CÁLCULO DA CORRENTE EQUIVALENTE DE NORTON (I_N).

A corrente equivalente de Norton (I_N) é a **corrente que circulará entre o par de terminais do circuito sob transformação, quando este par de terminais for colocado em curto-circuito**. Assim, é só calcular esta corrente, tal como já fizemos em assuntos de aulas anteriores. Notar que é a corrente entre o par de terminais com ele em curto-circuito.

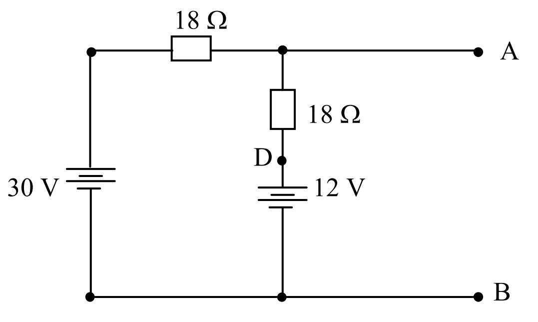
IMPORTANTE: no cálculo de I_N deve-se respeitar as polaridades dadas para os 2 terminais. Estas polaridades podem ser dadas de forma direta ou estarem subentendidas em alguma outra informação referente ao circuito sob transformação. Se não ocorrer qualquer uma destas hipóteses, então você pode arbitrá-las. Ao se desenhar o circuito equivalente de Norton, os terminais devem ser identificados com as mesmas polaridades que possuem no circuito sob transformação. Por exemplo: se no circuito sob transformação o terminal X for +, então no circuito equivalente de Norton o terminal + deve corresponder ao X. Se tomarmos o circuito equivalente da FIG. 1 para ilustrar o que foi dito acima, o terminal X seria aquele onde está a letra A. Ainda, lembrar que o terminal + de uma fonte é aquele por onde a corrente sai, quando ela está fornecendo corrente. É por isto que o terminal A do circuito equivalente de Norton da FIG. 1 foi identificado como sendo o (+).

2.2 - CÁLCULO DA RESISTÊNCIA EQUIVALENTE DE NORTON (R_N).

A resistência equivalente de Norton (R_N) é calculada exatamente da mesma forma que a resistência equivalente de Thévenin. Isto nos permite concluir, portanto, que $R_N = R_{Th}$. Comprovaremos isto de outra forma mais à frente.

Vamos a alguns exemplos de aplicação do teorema de Norton.

E.1 - Calcular o circuito equivalente de Norton em relação ao par de terminais AB do circuito abaixo.

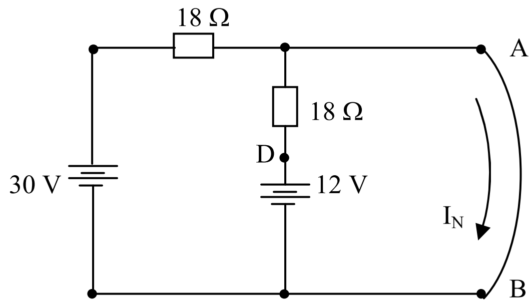


- FIG. 2 -

a) Cálculo de I_N.

Como não foram dadas as polaridades dos terminais AB, vamos arbitrá-las supondo A (+) e B (-).

Devemos agora, colocar o par de terminais em curto, indicar o sentido da corrente que por ele circulará e calcular esta corrente: ela será a I_N que queremos. Como arbitramos A(+) e B(-), a corrente circulará pelo curto-circuito de A para B (ou seja, “saindo” do +, passando pelo curto e “entrando” no -, tal como explicado no teorema de Thévenin).

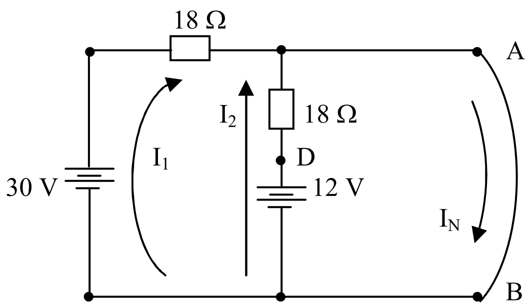


- FIG. 3 -

OBSERVAÇÃO:

Pelo fato de I_N ser a corrente que circula pelo curto-circuito dado entre o par de terminais, ela é também chamada de corrente de curto-circuito, sendo representada por I_{CC}. Assim: $I_N = I_{CC}$.

Para se calcular a corrente I_N acima, você pode usar qualquer um dos procedimentos já vistos, como por exemplo, as leis de Kirchhoff. Encare o cálculo desta corrente como um novo exercício. Estude a solução abaixo e conclua como foi ela montada.



- FIG. 4 -

$I_N = I_1 + I_2$

$- 30 + 18.I_1 = 0 \;\therefore\; I_1 = 30 / 18 = 5 / 3$ [A]

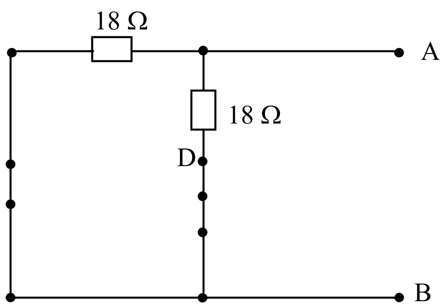
$- 12 + 18.I_2 = 0 \;\therefore\; I_2 = 12 / 18 = 2 / 3$ [A]

Logo:

$I_N = 5 /3 + 2 / 3 = 7 / 3$ [A] $\therefore$ $\mathbf{I_N = 2{,}3333}$ **[A]**.

b) Cálculo de R_N.

Após substituir as fontes por suas resistências internas, tem-se:



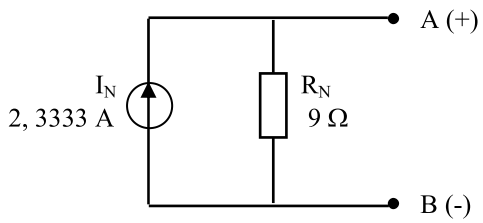
- FIG. 5 -

$R_{AB} = 18 // 18 = 18 / 2 = 9\ \Omega \;\therefore\; \mathbf{R_{AB} = R_N = 9\ \Omega}$.

Note que foi exatamente o mesmo cálculo que fizemos para a resistência equivalente de Thévenin do circuito.

c) O circuito equivalente de Norton pedido é:

Obs.: idem do Teorema de Thévenin.



- FIG. 6 -

IMPORTANTE: como regra geral, calcular a tensão entre um par de terminais em aberto (V_{Th}) é mais simples do que calcular a corrente que circula por ele quando o colocamos em curto (I_N). Há exceções, mas a regra geral é esta. Isto equivale a se dizer que implementar o equivalente de Thévenin é mais simples do que implementar o equivalente de Norton. Entretanto, há um processo que pode facilitar o cálculo de I_N: é calcular o equivalente de Thévenin e, usando equivalência de fontes, se encontrar o equivalente de Norton.

Veja bem isto: suponha que você tenha um circuito A para o qual você quer o circuito equivalente de Thévenin e também o de Norton. Você calcula os dois, tal como explicado anteriormente. Vamos chamar o equivalente de Thévenin de T e o de Norton de N. Se T é equivalente a A e N também é equivalente a A, então T e N são equivalentes entre si. Mas, T e N são, respectivamente, uma fonte real de tensão e uma fonte real de corrente. Logo, deve-se verificar as condições para que uma fonte real de tensão e uma fonte real de corrente sejam equivalentes entre si, conforme visto nas aulas 21 e 22. Assim:

$\mathbf{I_N = V_{Th} / R_{Th}}$, sendo $\mathbf{R_N = R_{Th}}$, o que lhe permitiria encontrar o equivalente de Norton a partir do equivalente de Thévenin.

Da mesma forma:

$\mathbf{V_{Th} = R_N . I_N}$, sendo $\mathbf{R_N = R_{Th}}$, o que lhe permitiria encontrar o equivalente de Thévenin a partir do equivalente de Norton.

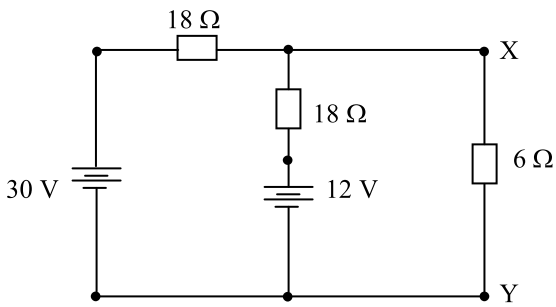
Esta é uma estratégia que se pode usar: encontrar Thévenin a partir de Norton ou encontrar Norton a partir de Thévenin, usando sempre equivalência entre fontes reais. Se está difícil encontrar I_N e fácil encontrar V_{Th} e o que você quer é mesmo I_N, faça o V_{Th} e o R_{Th} e ache I_N com um simples operação de dividir. Note que para a resistência equivalente não há diferença, ou seja, o processo é exatamente o mesmo, tanto para R_{Th} quanto para R_N.

Observe que em nosso exemplo E.1, usamos o mesmo circuito que empregamos para exemplificar Thévenin nas aulas 39 e 40. Lá encontramos para o equivalente de Thévenin deste circuito: $V_Th = 21$ [V] e $R_{Th} = 9$ [Ω]. Pelo exposto acima, então o equivalente de Norton deste mesmo circuito terá:

$$I_N = V_{Th} / R_{Th} = 21 / 9 = 2,3333 \text{ [A] e } R_N = R_{Th} = 9 \text{ [}\Omega\text{]}$$

valores estes encontrados na solução dada sem o uso do equivalente de Thévenin.

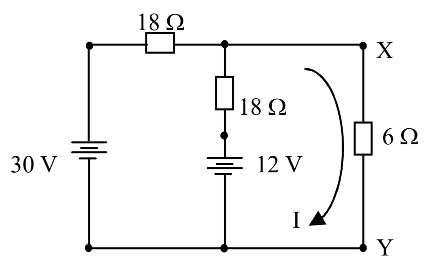
E.2 - Calcular a corrente I no resistor de 6 Ω do circuito abaixo, usando o circuito equivalente de Norton.



- FIG. 7 -

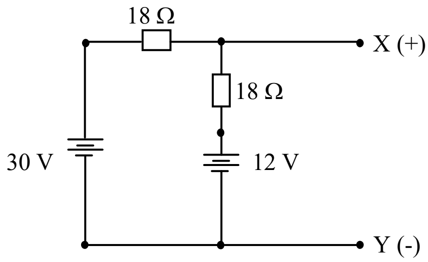
Vamos abrir o circuito e retirar dele o resistor de 6 Ω onde desejamos a corrente I. Vamos encontrar o equivalente de Norton para a parte que restou (à esquerda dos pontos X e Y). Em seguida, vamos ligar aos terminais do equivalente de Norton encontrado, o resistor de 6 Ω e calcular nele a corrente I. Esta será a corrente pedida.

De início, vamos arbitrar o sentido que queremos para a corrente I, já que ela não foi indicada.



- FIG. 8 -

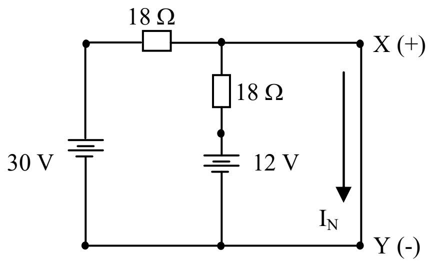
Em seguida, vamos abrir o circuito para criar o par de terminais onde queremos aplicar o teorema de Norton e identificar as suas polaridades:



- FIG. 9 -

As polaridades do par de terminais foram identificadas seguindo os mesmos critérios que usamos para Thévenin.

A seguir, vamos colocar o par de terminais em curto-circuito para calcularmos I_N.

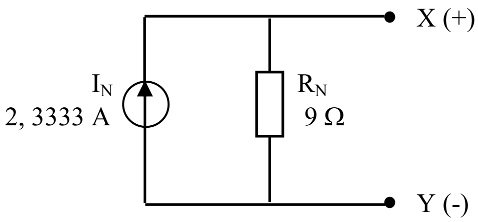


- FIG. 10 -

Considerando que o circuito da FIG. 10, para o qual queremos encontrar I_N, é o mesmo usado no exemplo E.1, FIG. 4, não vamos repetir os cálculos. Já sabemos que:

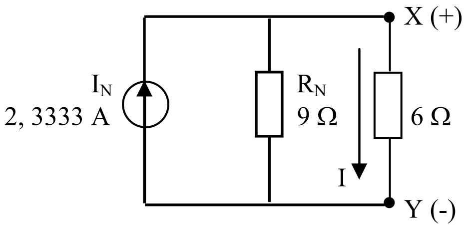
$$\mathbf{I_N = 2{,}3333\ A \quad e \quad R_N = 9\ \Omega}$$

O circuito equivalente de Norton que precisamos é, então:



- FIG. 11 -

Agora, ligaremos entre o par de terminais XY o resistor de 6 Ω retirado do circuito dado no início do exercício. Calcularemos a corrente nele é esta será a corrente I pedida.

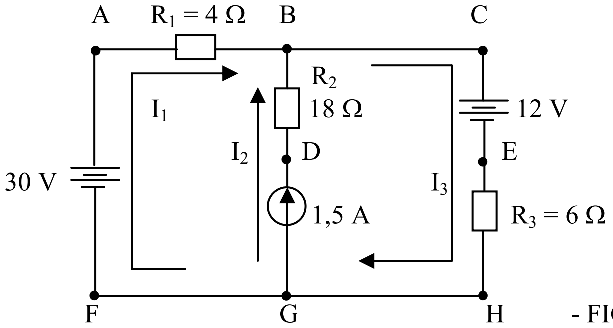


- FIG. 12 -

I = [9 / (9+ 6)].2,3333 = 1,4 A $\therefore$ **I = 1, 4 A** (tal como já havíamos encontrado quando usamos este mesmo circuito em outros exemplos).

Que expressão é esta acima, usada para o cálculo de I ?

E.3 - Calcular a potência P na fonte de 30 V abaixo, informando se ela está absorvendo ou fornecendo energia ao circuito.. Usar Norton.



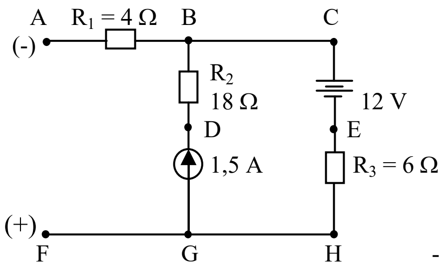
- FIG.13 -

NOTA: o circuito foi dado sem a indicação das correntes. As correntes nele indicadas já fazem parte da solução e seus sentidos foram arbitrados.

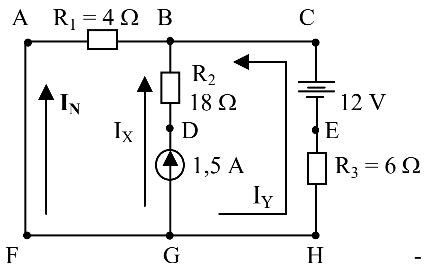
A potência na fonte de 30 V será: $\mathbf{P = 30.I_1}$. Isto significa que nosso primeiro trabalho será o de **calcular I_1**.

Quanto a ela estar absorvendo ou fornecendo energia, vamos verificar pelo resultado da corrente que por ela circula (I_1): se I_1 estiver mesmo com o sentido arbitrado acima, o que equivale a encontrar seu valor positivo, a fonte estará FORNECENDO ENERGIA; se I_1 estiver com sentido contrário ao indicado acima, o que equivale a encontrar seu valor negativo, a fonte estará ABSORVENDO ENERGIA.

Para o cálculo de I_1 vamos usar Norton. Primeiro abrimos o circuito, retirando dele a fonte de 30 V (poderia ser o resistor R_1 ou, ainda, ambos, já que em todos a corrente é I_1). A seguir, identificamos as polaridades dos terminais AF, já **<u>sem</u> <u>a</u> <u>fonte</u> <u>entre</u> <u>eles</u>**. Esta identificação possibilitará que levemos a fonte de 30 V ao circuito de Norton, ligando-a de forma adequada, ou seja, tal como está entre A e F, sem invertê-la (o que mudaria completamente o circuito). Depois, fechamos o par de terminais em curto e calculamos a corrente por este curto: esta será I_N. Veja a seqüência nas FIGURAS 14 e 15.



- FIG.14 -



- FIG.15 -

IMPORTANTE: observe que a identificação das polaridades do par de terminais AF é feita **sem a fonte de 30 V entre eles** (FIG. 14). Isto quer dizer que esta fonte **<u>não</u> <u>tem</u> <u>qualquer</u> <u>influência</u> <u>nestas</u> <u>polaridades</u>**, já que não está presente no circuito.

Cálculo de I_N, de acordo com a FIG. 15: conforme já visto, há algumas possibilidades para calcularmos esta corrente, quais sejam: usar somente as leis de Kirchhoff, ou o Método das Malhas, ou o Método dos Nós ou ainda, o teorema de Thévenin (encontrando o equivalente de Thévenin em relação ao par de terminais AF na FIG. 14 e depois, por equivalência de fontes, converter Thévenin em Norton). O melhor que cada aluno poderia fazer neste momento, é calcular por todos os procedimentos citados acima. Isto permitiria uma excelente análise comparativa entre eles.

Porém, antes responda: em princípio, qual dos procedimentos lhe parece ter solução mais simples?

<u>IMPORTANTE</u>: observe que o circuito da FIG.15, onde vamos calcular I_N, não é mais o circuito dado originalmente, já que retiramos dele a fonte de 30 V. Foi por esta razão que identifiquei as suas correntes de forma diferente: I_N, I_X e I_Y. Estas correntes <u>não</u> <u>são</u> as mesmas correntes I_1, I_2 e I_3 usados na FIG. 13. Inclusive o sentido da corrente no ramo mais à direita, foi trocado. As únicas coisas mantidas foram: o sentido de I_N, que não pode ser mudado tendo em vista as polaridades de A e F identificadas a partir do sentido arbitrado para I_1 (usando o mesmo procedimento explicado quando vimos o teorema de Thévenin) e o sentido da corrente pela fonte de corrente (que, para facilitar, deve ser usado tal como o da própria fonte de corrente).

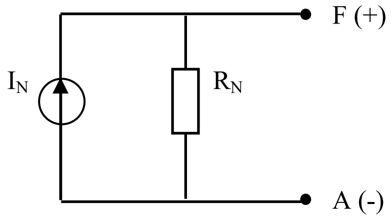
Cálculo de I_N (identifique o procedimento usado e como foi usado):

$4.I_N + 12 - 6.I_Y = 0$ (1). $I_N + I_X + I_Y = 0 \therefore I_N + 1{,}5 + I_Y = 0 \therefore I_Y = - I_N - 1{,}5$ (2)

Substituindo (2) em (1): $4.I_N + 12 - 6.(- I_N - 1{,}5) = 0 \therefore 4.I_N + 12 + 6.I_N + 9 = 0 \therefore I_N = - 21 / 10 \therefore$ $\mathbf{I_N = - 2{,}1}$ **A**.

Cálculo de R_N: $R_N = 4 + 6 = 10\ \Omega \therefore$ $\mathbf{R_N}$ **10 Ω**.

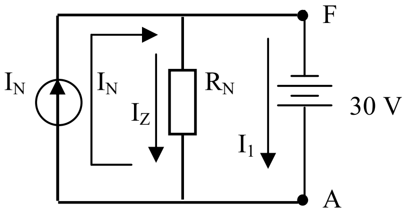
O circuito de Norton procurado fica:



- FIG. 16 -

NOTAR QUE OS TERMINAIS **A** E **F** CONTINUAM COM AS POLARIDADES DO CIRCUITO DA FIG. 13, PARA O QUAL ENCONTRAMOS O EQUIVALENTE DE NORTON ACIMA.

Cálculo da corrente I_1 do circuito original da FIG. 13, necessária ao cálculo de P da fonte de 30 V:



- FIG. 17 -

OBSERVE que a fonte de 30 V está ligada entre os terminais A e F tal como estava no circuito originalmente proposto na FIG. 13 (seu positivo no terminal A e seu negativo no terminal F) e que a corrente I_1 circula no mesmo sentido lá arbitrado, ou seja, de F para A. Isto assegura que nenhuma alteração ocorreu e que, **em relação à corrente $\mathbf{I_1}$**, o circuito da FIG. 17 equivale ao circuito da FIG. 13. Assim:

$I_1 = I_N - I_Z \therefore I_1 = - 2{,}1 - I_Z$ (3).

$- 30 - 10.I_Z = 0 \therefore I_Z = - 30 / 10 \therefore I_Z = - 3$ A (4).

Substituindo (4) em (3): $I_1 = - 2{,}1 - (- 3) \therefore I_1 = 0.9$ A (tal como já havíamos encontrado quando usamos este mesmo circuito em outros exemplos).

Com I_1 na equação de P, encontramos: $P = 30.0{,}9 = 27$ W $\therefore$ **P = 27 W**.

Como I_1 deu valor positivo, significa que seu sentido está correto e a fonte de 30 V está **FORNECENDO ENERGIA**.

E.4 - Refaça o exercício E.2 invertendo o sentido arbitrado para as polaridades do par de terminais AB e o exercício E.3 invertendo o sentido arbitrado para a corrente I pedida. Analise os resultados, comparando-os com os obtidos anteriormente.

E.5 - Da 10ª Série de Exercícios, faça os exercícios de números: 1 a 8, 12, 13, 15 a 22, 25, 28, 30, 32 a 33, 35.

E.6 - Do livro Fundamentos de Análise de Circuitos Elétricos - David E. Johnson, John L. Hilburn e Johnny R. Johnson, resolva: exercícios 5.3.1 a 5.3.3, usando Norton no lugar de Thévenin. Compare os resultados com aqueles obtidos para os mesmos exercícios, quando propostos ao final das Aulas 39 e 40. Escolha e resolva outros problemas do mesmo capítulo, usando Norton (talvez os mesmos que você escolheu para resolver usando Thévenin, conforme também sugerido ao final das Aulas 39 e 40).

DISCIPLINA: E201 - CIRCUITOS ELÉTRICOS I. **DATA:**

DOCENTE: PROF. NAVANTINO D. B. FILHO **TEMA:** TEOREMA DA SUPERPOSIÇÃO.

RESUMO:

1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS.

O **TEOREMA DA SUPERPOSIÇÃO** é também uma boa ferramenta para análise de circuitos. Entretanto, tem algumas limitações quanto a sua aplicabilidade: **os circuitos devem ser lineares e bilaterais**. Sobre LINEARIDADE e BILATERALIDADE, veja as Notas de Aulas com este título, disponibilizadas adicionalmente.

2 - TEOREMA DA SUPERPOSIÇÃO.

A proposta deste teorema é de se analisar em circuitos com mais de uma fonte, o efeito de cada fonte separadamente, como se as outras fontes não existissem, considerando-se em seus lugares somente as suas resistências internas. Depois, fazendo-se uma combinação dos efeitos das diversas fontes analisadas em separado (superposição dos efeitos isolados), obtém-se o efeito de todas atuando ao mesmo tempo. Isto pode resultar em procedimentos mais simples, ainda que se tenha que fazer várias análises separadamente. Por outro lado, não é necessário que se considere sempre cada fonte de forma isolada. Pode-se fazer grupos de fontes e se proceder à análise aos grupos, combinado-se depois seus efeitos.

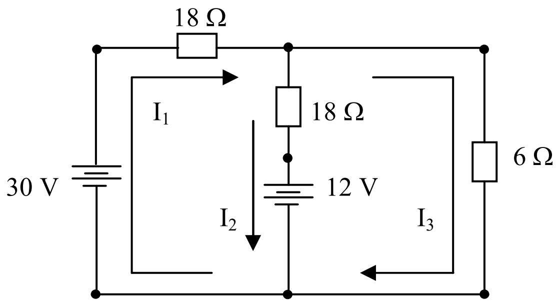
Costuma-se dizer sobre este teorema, que sua implementação se baseia em analisar o efeito de cada fonte “anulando-se” as demais, onde “anular” uma fonte significa substituí-la por sua resistência interna. Depois, se combina (superpõe) os efeitos de cada fonte e tem-se o comportamento do circuito com todas as fontes atuando simultaneamente.

A superposição dos efeitos de cada fonte ou dos grupos de fontes é feito da seguinte forma, considerando-se que o objetivo seja o de se calcular as correntes do circuito:

a) Indica-se no circuito original todas as suas correntes.
b) Deixa-se apenas uma das fontes e anula-se as demais. Calcula-se as correntes devido a esta fonte, agora única.
c) Repete-se este procedimento para cada uma das demais fontes existentes.
d) Para se encontrar as correntes do circuito original, onde todas as fontes atuam ao mesmo tempo, faz-se uma soma algébrica das correntes de cada fonte que foi considerada isoladamente: a corrente de um determinado ramo é a soma algébrica das correntes de cada fonte isolada que circulam por este ramo, devendo ser somadas aquelas que circulam com o mesmo sentido arbitrado para a corrente do ramo no circuito original e subtraídas aquelas que circularem com sentido contrário.

O teorema é de implementação simples e um exemplo pode deixar claro como se deve ele ser usado.

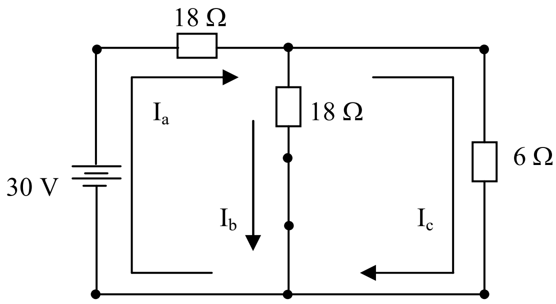
E.1 - Calcular as correntes no circuito abaixo, usando o teorema da superposição.



- FIG. 1 -

O circuito foi dado originalmente sem as correntes. As correntes indicadas nele já foram colocadas como parte da solução.

a) Efeito da fonte de 30V, ou seja, anulando-se a fonte de 12 V:



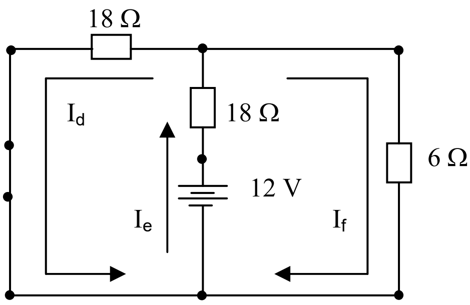
- FIG. 2 -

Observe que este circuito é diferente do original, já que não tem a fonte de 12 V (substituída por sua resistência interna). Por esta razão, identifiquei as suas correntes de forma diferentes, para não se fazer confusão com as correntes do circuito original.

$I_a = 30 / R_T$ onde $R_T = (18 // 6) + 18 = (108 / 24) + 18$ $\therefore$ $R_T = 22{,}5\ \Omega$ $\therefore$ $I_a = 30 / 22{,}5$ $\therefore$ $\mathbf{I_a = 1,\ 3333\ A}$

$I_b = [6 / (6 + 18)].1{,}3333$ $\therefore$ $\mathbf{I_b = 0,\ 3333\ A}$ e $I_c = 1,\ 3333 - 0,\ 3333$ $\therefore$ $\mathbf{I_c = 1\ A}$

b) Efeito da fonte de 12V, ou seja, anulando-se a fonte de 30 V:



- FIG. 3 -

Outra vez, temos um circuito diferente. Ele não é o mesmo da FIG. 1 e nem o mesmo da FIG. 2. Daí a identificação de suas correntes de forma também diferente.

$I_e = 12 / R_T$ onde $R_T = (18 // 6) + 18$ $\therefore$ $R_T = 22{,}5\ \Omega$ $\therefore$ $I_e = 12 / 22{,}5$ $\therefore$ $\mathbf{I_e = 0{,}5333\ A}$

$I_d = [(6 / (6 + 18].0{,}5333$ $\therefore$ $\mathbf{I_d = 0{,}1333\ A}$ e $I_f = 0{,}5333 - {,}01333$ $\therefore$ $\mathbf{I_f = 0{,}3999\ A}$

c) Finalmente, cálculo das correntes do circuito original:

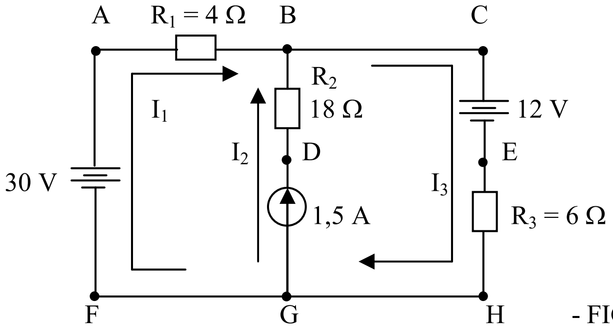
$\mathbf{I_1 = I_a - I_d}$ $\therefore$ $I_1 = 1{,}3333 - 0{,}1333$ $\therefore$ $\mathbf{I_1 = 1{,}2\ A}$

$\mathbf{I_2 = I_b - I_e}$ $\therefore$ $I_2 = 0{,}3333 - 0{,}5333$ $\therefore$ $\mathbf{I_2 = -\ 0{,}2\ A}$ (sentido arbitrado invertido)

$\mathbf{I_3 = I_c + I_f}$ $\therefore$ $I_3 = 1 + 0{,}3999$ $\therefore$ $\mathbf{I_3 = 1{,}4\ A}$

como já esperávamos, uma vez que este circuito já foi analisado em outras aplicações.

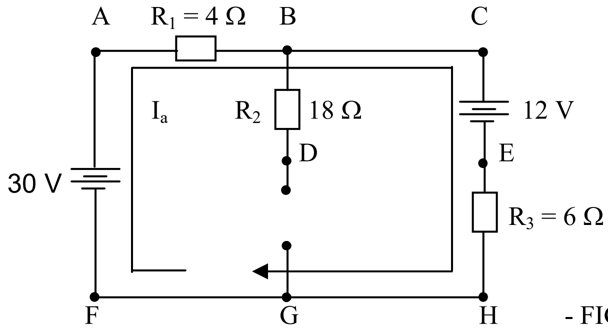
E.2 - Calcular as correntes no circuito abaixo, usando o teorema da superposição.



- FIG.4 -

O circuito foi dado originalmente sem as correntes. As correntes indicadas nele já foram colocadas como parte da solução.

a) Efeito das fontes de 30 V e 12 V juntas, ou seja, anulando-se só a fonte de corrente. Observe que não estamos neste exemplo, analisando cada fonte isoladamente. Fizemos o agrupamento das duas fontes de tensão e vamos analisar o efeito já das duas juntas. Esta opção decorre de uma análise preliminar no circuito, que mostra que calcular as correntes apenas sem a fonte de corrente já é um processo muito simples, portanto, não havendo razão para simplificar mais ainda, considerando uma fonte de cada vez.



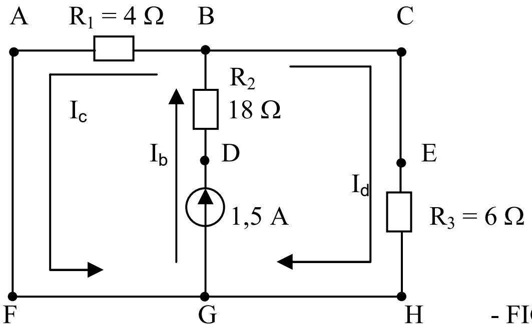
- FIG.5 -

Com a fonte de corrente anulada, o novo circuito passa a ter uma única corrente, já que possui uma única malha.

LKT na única malha existente, percurso no sentido horário: $-30 + 4.I_a + 12 + 6.I_a = 0$ $\therefore$ $I_a = 18 / 10$ $\therefore$ $\mathbf{I_a = 1{,}8\ A}$

Note que esta é a corrente que circula pelo ramo que no circuito original tem I_1 e também no ramo que tem I_3. Veja que não há corrente no ramo que no circuito original corresponde à corrente I_2.

b) Efeito só da fonte de corrente, ou seja, com as demais fontes anuladas.



- FIG.6 -

Temos um novo circuito, onde as correntes são:

$\mathbf{I_b = 1{,}5\ A}$ (devido à fonte de corrente de 1,5 A no ramo de I_b).

$I_c = (6 / 10).1{,}5$ $\therefore$ $\mathbf{I_c = 0{,}9\ A}$

$I_d = 1{,}5 - 0{,}9$ $\therefore$ $\mathbf{I_d = 0{,}6\ A}$

c) Cálculo das correntes do circuito original:

$I_1 = I_a - I_c \quad \therefore \quad I_1 = 1{,}8 - 0{,}9 \quad \therefore \quad \mathbf{I_1 = 0{,}9\ A.}$

$I_2 = 0 + I_b \quad \therefore \quad I_2 = 0 + 1{,}5 \quad \therefore \quad \mathbf{I_2 = 1{,}5\ A.}$

$I_3 = I_a + I_d \quad \therefore \quad I_3 = 1{,}8 + 0{,}6 \quad \therefore \quad \mathbf{I_3 = 2{,}4\ A.}$

E.3 - Use o teorema da superposição em alguns exercícios que você já fez por outros métodos e faça uma comparação entre os procedimentos. Veja em que situações foi mais adequado se usar superposição e em quais foi mais adequado o outro procedimento. Não há um procedimento ou método que seja o melhor em cem por cento dos casos. Cada caso é um caso e você irá, com a prática, aprendendo a identificar qual é o melhor.

DISCIPLINA: E201 - CIRCUITOS ELÉTRICOS I. **DATA:**

DOCENTE: PROF. NAVANTINO D. B. FILHO **TEMA:** MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE TENSÃO E MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE CORRENTE.

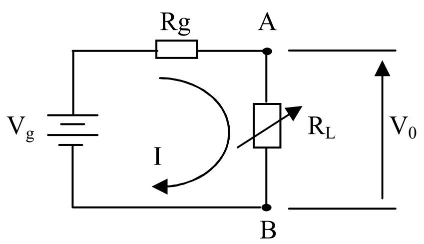
RESUMO:

1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS.

Pode ocorrer que necessitemos de ligar entre dois pontos de um circuito alguma carga, desejando que sobre ela haja a maior tensão ou a maior corrente possível. Para que isto ocorra, teremos que dimensionar o circuito, se já tivemos a carga, ou dimensionar a carga, se já tivermos o circuito. De qualquer forma, há uma situação onde podemos garantir a "máxima transferência de tensão" ou a "máxima transferência de corrente" para uma carga.

2 - MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE TENSÃO.

Para nossa análise e conclusão, vamos admitir que tenhamos uma fonte de tensão (que pode ser representativa de um circuito qualquer, a partir de um par de terminais, segundo Thévenin) e um resistor de <u>resistência</u> <u>variável</u> (pode assumir qualquer valor, de zero a infinito). Veja a FIG. 1 a seguir.



\- FIG 1 -

A pergunta é: para que valor de R_L tem-se a máxima tensão V_0?

Antes de responder a esta pergunta, outra deve ser feita e respondida: qual é a máxima tensão possível entre o par de terminais AB onde R_L está ligado? Ou seja, qual o máximo valor de tensão possível para V_0?

Como a tensão total gerada no circuito é V_g, o limite de V_0 é V_g, ou seja, V_0 não pode ser maior do que V_g., podendo ser, no máximo, igual a V_g.

Isto pode ser mostrado da seguinte forma, com a aplicação da LKT no circuito:

$- V_g + R_g.I + V_0 = 0 \therefore \mathbf{V_0 = V_g - R_g.I} \therefore$ V_0 será menor do que V_g, a menos que $R_g.I$ seja zero, o que resultará em $V_0 = V_g$.

Neste caso, em que situação se tem $V_0 = V_g$? A resposta é simples: se $V_0 = V_g$, então não há queda de tensão em R_g e, portanto, não há corrente no circuito. Assim, toda a tensão V_g estará disponível nos terminais AB. Mas, para que isto ocorra, ou seja, para que não haja corrente pelo circuito, qual deve ser o valor de R_L? Deve ser tal que o circuito se comporte como aberto entre AB. Isto quer dizer R_L = infinito, o que representa circuito aberto.

Entretanto, para que serve se ter a máxima tensão se não se pode ligar algo entre AB? Para nada. Então, a solução é se ligar entre AB uma carga R_L que apresente um valor de resistência muito maior do que R_g, já que sendo R_g muito pequena comparada com R_L, pode-se desprezar a queda de tensão sobre R_g e considerar que toda a tensão V_g está, praticamente, aplicada a R_L. Veja:

$V_g = R_g.I + R_L.I$ e se $R_g.I$ for desprezível diante de $R_L.I$, então $\mathbf{V_g = R_L.I = V_0}$ já que $R_L.I = V_0$.

Observe que a diferença entre $R_g.I$ e $R_L.I$ é devida exclusivamente a R_g e R_L, já que I é a mesma nas duas resistências.

Assim, a máxima tensão em uma carga R_L ligada entre AB ocorre para: $\mathbf{R_L >>> R_g}$.

Mas, o que é ser muito maior? Depende do que precisamos. Pode ser 10 vezes, 100 vezes, 1000 vezes ou outra relação qualquer. Assim, cada caso será um caso particular. Porém, na prática, quando não temos uma definição de quantas vezes maior já podemos considerar ser "muito maior", usa-se como referência **100 vezes**. Assim, <u>se</u> <u>não</u> <u>for</u> <u>dada</u> <u>outra</u> <u>relação</u>, consideramos que R_L é muito maior do que R_g quando:

$$\boxed{\mathbf{R_L \geq 100.R_g}}$$

3 - MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE CORRENTE.

Considere o que foi mostrado para máxima transferência de tensão e substitua tensão por corrente, ou seja, máxima transferência de corrente. Responda às mesmas perguntas, só que para máxima corrente. Você irá concluir que a máxima corrente que se pode ter na saída é quando entre AB há uma resistência de valor zero, ou seja, quando $R_L = 0$, o que significa se ter um curto-circuito. Veja, usando o mesmo circuito da FIG. 1:

$$I = V_g / (R_g + R_L)$$

Sendo R_L variável de 0 a infinito, o que levará ao máximo valor de I será $R_L = 0$, ou seja, curto-circuito.

Outra vez, nenhuma utilidade terá o circuito se entre AB houver um curto-circuito. Qualquer coisa que aí for ligada estará em curto. Assim, estamos diante de situação similar à anterior e a solução é se ter, para este novo caso, R_L muito menor do que R_g (ou R_g muito maior do que R_L), a tal ponto que R_L possa ser desprezado diante de R_g. Com isto, se tem I com valor máximo possível. E neste caso, considerando tudo o que foi dito sobre o que é ser muito maior, toma-se na prática, <u>na ausência</u> <u>de</u> <u>outra</u> <u>relação</u>, $\mathbf{R_L \leq R_g / 100}$ ou, o que dá na mesma:

$$\boxed{\mathbf{R_g \geq 100.R_L}}$$

OBSERVAÇÕES:

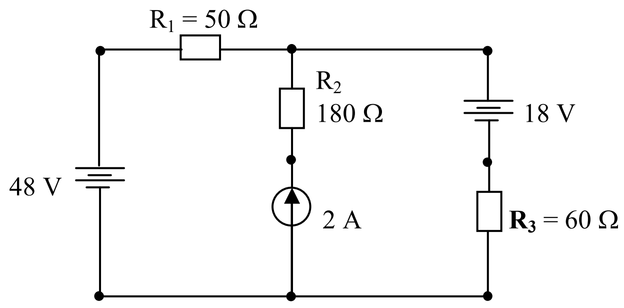
1 - Notar que é impossível se ter ao mesmo tempo, máxima transferência de tensão e máxima transferência de corrente.

2 - Usamos para demonstrar as condições de máxima transferência de tensão e de máxima transferência de corrente, fontes reais de tensão, levando em conta que um circuito pode, a partir de um par de terminais, ser substituído por uma fonte real de tensão que lhe é equivalente em relação a este mesmo par de terminais (Thévenin). Poderíamos ter usado também, uma fonte real de corrente (Norton).

3 - Dada a fonte, dimensiona-se a carga (representada em nosso estudo por R_L) para a condição de máxima transferência de tensão ou de corrente, conforme o que se deseja. Dada a carga, dimensiona-se a fonte para a condição de máxima transferência de tensão ou de corrente, conforme o que se deseja.

EXERCÍCIOS

E.1 - Calcular o menor valor do resistor R que você colocaria no lugar de $\mathbf{R_3}$ abaixo e que ainda assegure nele a máxima tensão transferida pelo restante do circuito.



- FIG.2 -

E.2 - E se o desejável fosse a máxima corrente, qual seria o maior valor de R que ainda asseguraria isto?

E.3 - Calcule a máxima tensão no resistor R_3 encontrado no exercício E.1 e a máxima corrente no resistor R_3 encontrado no exercício E.2.

E.4 - Para que valores de R_3 você atingirá os limites máximos de tensão e de corrente, respectivamente? Calcule esta tensão e esta corrente.

E.5 - Compare os resultados obtidos em E.3 com os obtidos em E.4.

DISCIPLINA: E201 - CIRCUITOS ELÉTRICOS I. **DATA:**

DOCENTE: PROF. NAVANTINO D. B. FILHO **TEMA:** MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA.

RESUMO:

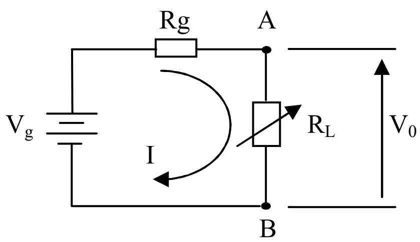
1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS.

É muito comum a necessidade de se ligar entre dois pontos de um circuito alguma carga, desejando que sobre ela haja a maior potência possível. Exemplos práticos disto são as antenas ligadas na saída dos transmissores (emissoras de rádio, de TV, sistemas de telecomunicações etc.), onde as antenas são as cargas que irão receber energia fornecida pelos transmissores, que são as fontes, para que se possa ter a irradiação das ondas eletromagnéticas que resultarão em informações no ponto de recepção (áudio, vídeo etc.). Outro bom exemplo: um amplificador de áudio e os alto-falantes ligados em sua saída. Sempre que desejável, deve ser sempre possível se transferir a máxima potência do amplificador (fonte) para os alto-falantes (carga), ainda que nem sempre sejam usados operando nesta condição.

Tal como ocorreu com a máxima transferência de tensão e de corrente, há uma condição que assegura a "MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA" de uma fonte para uma carga. Aqui se deve entender fonte, tal como destacado no parágrafo anterior, de uma forma mas ampla, ou seja, como tudo aquilo que irá fornecer energia elétrica, podendo ser mesmo uma fonte, com o conceito tradicional de fonte que se tem, ou um transmissor, um amplificador de áudio, que são também fontes, já que fornecem energia para a suas respectivas cargas (antena ou alto-falante).

2 - MÁXIMA TRANSFERÊNCIA POTÊNCIA (**MTP**).

Para nossa análise e conclusão, vamos novamente admitir que tenhamos uma fonte de tensão (que pode ser representativa de um circuito qualquer, a partir de um par de terminais, segundo Thévenin) e um resistor de resistência variável (pode assumir qualquer valor, de zero a infinito). Veja a FIG. 1 a seguir.

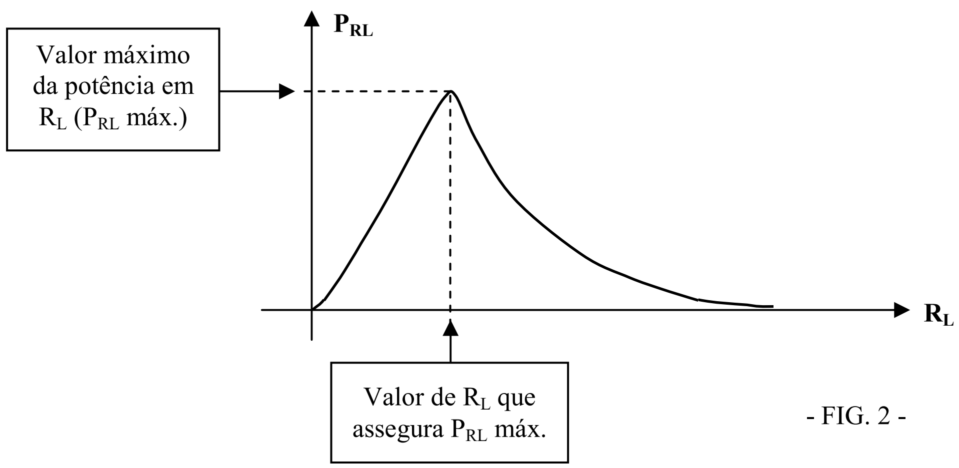


- FIG 1 -

A pergunta é: para que valor da carga R_L tem-se nela a máxima potência possível?

Lembre-se: ao aumentar R_L a corrente I diminui, e vice-versa, de tal forma que, para R_L = máximo possível (infinito) tem-se I = 0 e para I = máximo possível tem-se $R_L = 0$ (curto). Tanto para I = 0 quanto para $R_L = 0$, não há potência transferida para a carga.

Do exposto anteriormente, conclui-se: se R_L variar de zero a infinito, tem-se $P_{RL} = 0$ tanto para $R_L = 0$ quanto para R_L = infinito, ou seja, para os valores mínimo e máximo de R_L a potência nele é zero. Mas, para valores entre zero e infinito, P_{RL} será diferente de zero. Logo, pode-se concluir também que: a partir do valor mínimo de R_L (zero) a potência vai crescendo à medida que R_L cresce e que a partir de certo valor de R_L ela terá que começar a diminuir, já que voltará a ser zero quando R_L chegar ao seu valor máximo (infinito). Isto é óbvio, já que a potencia só poderá voltar a zero se em algum momento ela parar de crescer e começar a diminuir. Conclusão: P_{RL} irá atingir seu valor máximo quando R_L atingir um determinado valor, sendo este o valor de R_L que queremos encontrar. A forma de variação da potência em R_L (P_{RL}) a partir de variações na carga (R_L) tem o aspecto representado no gráfico a seguir:



- FIG. 2 -

Para encontrarmos o valor de R_L que assegura a máxima transferência de potência podemos usara teoria de máximos e mínimos.

$$P_{RL} = R_L.I^2 \quad (1). \text{ Mas: } \quad I = V_g / (R_g + R_L) \quad (2). \text{ Substituindo (2) em (1): } \quad P_{RL} = R_L.[V_g / (R_g + R_L)]^2 \quad \therefore$$

$$\therefore \quad P_{RL} = (V_G)^2.R_L / (R_g + R_L)^2 \quad (3)$$

Se igualarmos a zero a derivada de P_{RL} em relação a R_L, poderemos encontrar o valor de R_L para o qual P_{RL} é máximo, ou seja:

$$(dP_{RL} / dR_L) = 0$$

$$dP_{RL} / dR_L = [(R_g + R_L)^2.\ V_g^2 - V_g^2.R_L.\ (2.R_g + 2.R_L)] / [(R_g + R_L)^2]^2 \quad \therefore$$

$$\therefore \quad [(R_g + R_L)^2.\ V_g^2 - V_g^2.R_L.\ (2.R_g + 2.R_L)] / [(R_g + R_L)^2]^2 = 0 \quad \therefore \quad [(R_g + R_L)^2.\ V_g^2 - V_g^2.R_L.\ (2.R_g + 2.R_L)] = 0 \quad \therefore$$

$$\therefore \quad (R_g^2 + 2.R_g.R_L + R_L^2).\cancel{V_g^2} - 2.\cancel{V_g^2}.R_L.R_g - 2.\cancel{V_g^2}.R_L^2 = 0 \quad \therefore$$

$$\therefore \quad R_g^2 + \cancel{2.R_g.R_L} + R_L^2 - \cancel{2.R_L.R_g} - 2.R_L^2 = 0 \quad \therefore \quad R_g^2 - R_L^2 = 0 \quad \therefore$$

$$\therefore \quad R_g^2 = R_L^2 \quad \therefore \quad \mathbf{R_g = R_L}$$

ou seja, a condição para que haja a máxima transferência de potência da fonte para a carga é que a resistência de carga (R_L) seja igual a resistência da fonte (R_g). Conclusão:

Para máxima transferência de potência (MTP) deve-se ter: $\mathbf{R_L = R_g}$

2.1 - SITUAÇÕES QUE OCORREM QUANDO O CIRCUITO ESTÁ OPERANDO NA CONDIÇÃO DE MTP.

Para o **circuito operando na condição de MTP**, notar, com base no exposto anteriormente, que ocorrem **simultaneamente** as seguintes situações:

a) $\mathbf{R_L = R_g}$.

b) $\mathbf{P_{RL}}$ **tem o máximo valor possível**.

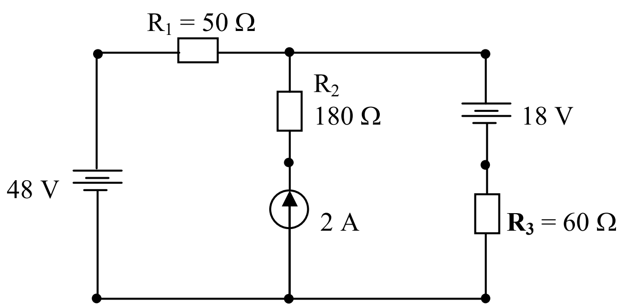
c) $\mathbf{P_{RL} = P_{Rg} = P_g / 2}$ onde $\mathbf{P_{Rg}}$ é a **POTÊNCIA PERDIDA** ($\mathbf{P_P}$) na própria fonte (que não é ideal, logo, tem perdas), $\mathbf{P_g}$ é a **POTÊNCIA GERADA** ($\mathbf{P_g}$) pela fonte e $\mathbf{P_{RL}}$ é a **POTÊNCIA TRANSFERIDA** pela fonte para a carga (às vezes denominada de $\mathbf{P_0}$, ou seja, potência na saída da fonte). Isto significa que o rendimento em termos de transferência de potência é de 50%, ou seja, se o circuito opera na condição de MTP, então temos que nos conformar com o fato de que uma potência igual àquela que está sendo disponibilizada para a carga estará sendo perdida na própria fonte. Por exemplo: se na carga a máxima potência for de 500 W, outros 500 W estarão sendo perdidos na fonte, que estará gerando, assim, 1000 W.

d) $\mathbf{V_{RL} = V_{Rg} = V_g / 2}$

e) A **potência máxima na carga** pode ser calculada diretamente por: $\mathbf{P_{RL} = P_0 = V_g^2 / 4.R_g}$ (demonstre).

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

E.1 - Calcular o valor do resistor R que você colocaria no lugar de $\mathbf{R_3}$ abaixo de tal forma a ter nele a máxima potência possível.

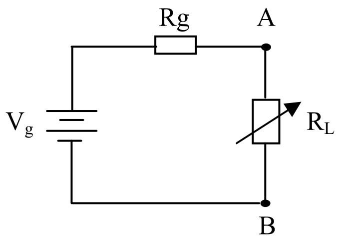


- FIG.3 -

E.2 - Calcule a máxima potência no resistor R encontrado no exercício E.1.

E.3 - Com R_3 substituído pelo R encontrado no exercício E.1, calcular as potências gerada e perdida no circuito e a tensão no próprio R. Compare com as afirmações feitas item 2.1 destas notas de aulas.

E.4 - Considere o circuito abaixo e faça o que se pede.



- FIG 4 -

DADOS:

V_g = 48 V e R_g = 4 Ω

R_L= 2 Ω.
R_L= 4 Ω.
R_L= 6 Ω.
R_L= 8 Ω.

Para <u>cada</u> <u>um</u> <u>dos</u> <u>valores</u> de R_L dos <u>DADOS</u> do exercício, calcular:

a) Potência gerada pela fonte (P_g).
b) Potência transferida para a carga (P_0 ou P_{RL}).
c) Potência perdida na fonte (P_P ou P_{Rg})).
d) Tensão na carga (V_0 ou V_{RL}).
e) Queda de tensão na fonte (V_P ou V_{Rg}).

E.5 - Da 10ª série de exercícios, faça os de números: 9, 10, 11, 14, 23, 24, 26, 27, 29, 31, 34 e 36.

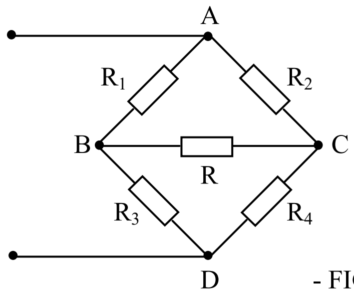
DISCIPLINA: E201 - CIRCUITOS ELÉTRICOS I. **DATA:**

DOCENTE: PROF. NAVANTINO D. B. FILHO **TEMA:** PONTE DE WHEATSTONE.

RESUMO:

Trata-se de uma configuração muito utilizada em circuitos, especialmente na implementação de medidores. Embora possa ser constituída pelos mais diversos componentes de circuitos, trataremos aqui apenas da ponte formada por resistores.

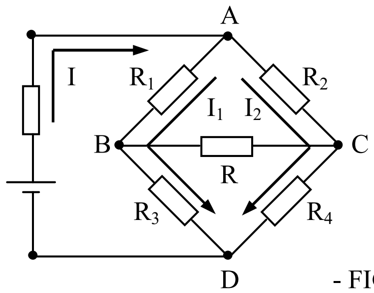
Seu aspecto geral é o ilustrado na FIG. 1 abaixo. É preciso estar atento para o fato de que a ponte nem sempre aparecerá desenhada tal como visto nesta figura, embora esta seja a forma mais usual de ser apresentada.



- FIG. 1 -

É comum se designar os ramos que contém os resistores R_1, R_2, R_3 e R_4 de **BRAÇOS** da ponte, e o ramo onde está R de **RAMO CENTRAL**. Usaremos esta designação sempre que necessário.

Que característica tem esta associação que a faz tão importante? É o fato de que existe uma relação entre os componentes de seus BRAÇOS (no caso, entre R_1, R_2, R_3 e R_4) que faz com que a **tensão** no RAMO CENTRAL (no caso, R) seja **ZERO**, o que acarreta a ausência de corrente neste mesmo ramo, ou seja, fazendo com que a corrente em R também seja **ZERO**. Quando isto ocorre, diz-se que a **PONTE ESTÁ EQUILIBRADA** ou que a **PONTE ESTÁ EM EQUILÍBRIO**. Mas, qual é esta relação? Vejamos a seguir.



- FIG. 2 -

Vamos partir do princípio que V_{BC} é ZERO, o que significa que a corrente em R também é ZERO. A partir disto, vamos ver o que ocorre no circuito, identificando assim, a relação que procuramos. Com $V_{BC} = 0$, a corrente I fornecida pela fonte se divide em duas no nó A: I_1 e I_2. Como não há corrente em R, então I_1 circula por R_1 e R_3 e I_2 circula por R_2 e R_4. Aplicando LKT tanto na malha BACB quanto na malha CDBC, teremos (sentido horário):

$$-R_1.I_1 + R_2.I_2 = 0 \quad \therefore \quad R_1.I_1 = R_2 I_2 \quad \therefore \quad I_1 / I_2 = R_2 / R_1 \qquad (1)$$

$$R_4.I_2 - R_3.I_1 = 0 \quad \therefore \quad R_4.I_2 = R_3.I_1 \quad \therefore \quad I_1 / I_2 = R_4 / R_3 \qquad (2)$$

Vemos que (1) = (2) $\therefore$ $\mathbf{R_2 / R_1 = R_4 / R_3}$ (3) ou $\mathbf{R_1.R_4 = R_2.R_3}$ (4)

A relação (3), que também pode ser escrita na forma (4), é o que procuramos. Tomando (4) como referência, podemos afirmar: **A PONTE ESTARÁ EM EQUILÍBRIO QUANDO OS PRODUTOS DAS RESISTÊNCIAS DOS BRAÇOS OPOSTOS FOREM IGUAIS ENTRE SI**.

Em sala de aula abordaremos alguns tipos de uso deste circuito.

E.1 - Faça o exercício número 37 da 10ª série de exercícios.