Lista de Exercícios - Método de Cholesky

SME0305 - Métodos Numéricos e Computacionais I
Professor responsável: Leandro Franco de Souza — lefraso@icmc.usp.br
Estagiário PAE: Juniormar Organista — juniormarorganista@usp.br

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, ICMC - USP

Exercícios

1. Aplicando-se o processo de Cholesky à matriz A, obteve-se:

$$A = \begin{pmatrix} \cdots & 2 & \cdots & \cdots \\ \cdots & 8 & 10 & -8 \\ 3 & 10 & 14 & -5 \\ \cdots & -8 & \cdots & 29 \end{pmatrix} = GG^t$$

onde:

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & \cdots & 2 \end{pmatrix}.$$

Preencher os espaços pontilhados com valores adequados.

2. Considere as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}; \ B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Escolha adequadamente e resolva um dos sistemas $Ax = b$, $Bx = b$, pelo processo de Cholesky, onde $b = (2, 1, 5)^t$.

3. Mostre que: Se o sistema de equações algébricas $Ax = b$, onde A é matriz não singular, é transformado no sistema equivalente $Bx = c$, com $B = A^t A$; $c = A^t b$, onde A^t é a transposta de A, então o último sistema pode sempre ser resolvido pelo processo de Cholesky (isto é, a matriz B satisfaz as condições para a aplicação do método). Aplicar a técnica acima para determinar pelo processo de Cholesky, a solução do sistema:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$