

Lista de Exercícios - Método de Gradiente e Gradiente conjugado

SME0305 - Métodos Numéricos e Computacionais I

Professor responsável: Leandro Franco de Souza — lefraso@icmc.usp.br

Estagiário PAE: Juniormar Organista — juniormarorganista@usp.br

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, ICMC - USP

Exercícios

Gradientes

1. Deseja-se resolver um sistema $Ax + b = 0$, onde a é real e:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ a & 1 & a \\ a & a & a \end{pmatrix}$$

pelo método dos gradientes.

(a) Quais os valores possíveis para a ?

(b) Sendo $b = (1, 2, 3)^t$ e considerando $a = 0.4$, obtenha a solução do sistema com duas casas decimais corretas usando o método dos gradientes.

2. Usando o método dos gradientes, obtenha a solução do sistema:

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

com erro relativo inferior a 10^{-3} .

Gradientes Conjugados

3. Usando o método dos gradientes conjugados resolver os sistemas dados nos exercícios (1) e (2).

Complementares

4. Dado os sistemas:

$$(I) = \begin{cases} 9x_1 & - & x_2 & = & 7 \\ -x_1 & + & 9x_2 & = & 17 \end{cases}, \quad (II) = \begin{cases} 31x_1 & + & 29x_2 & = & 33 \\ 29x_1 & + & 31x_2 & = & 27 \end{cases}$$

(a) Construa as funções quadráticas cujos mínimos são as soluções dos sistemas.

(b) Determine o número de condição para cada sistema.

(c) Com base no número de condição de cada sistema o que você pode concluir?

(d) Resolva o sistema (II) pelo método dos gradientes conjugados. Qual é a aproximação ao fim de dois estágios?

5. Dado o sistema de equações:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -15 \\ 7 \end{pmatrix},$$

cuja solução é $x = (2, 1, 3, 2)^t$,

(a) Resolva-o pelo método dos gradientes conjugados, efetuando os cálculos com 4 algarismos significativos;

(b) Mostre a ortogonalidade dos vetores resíduos (como verificação dos cálculos efetuados).