Wesley Gonçalves da Silva

A FT do problema dado é então:

$$\frac{P}{S_R}(S) = \frac{0{,}1(S+2{,}83)}{S^2+0{,}19S+1{,}04}$$

Como dado pelo enunciado:

$\omega_n = 2$ rad/s

$\xi = 0{,}6$

Passo 1: Determinar polos e zeros:

do numerador temos:

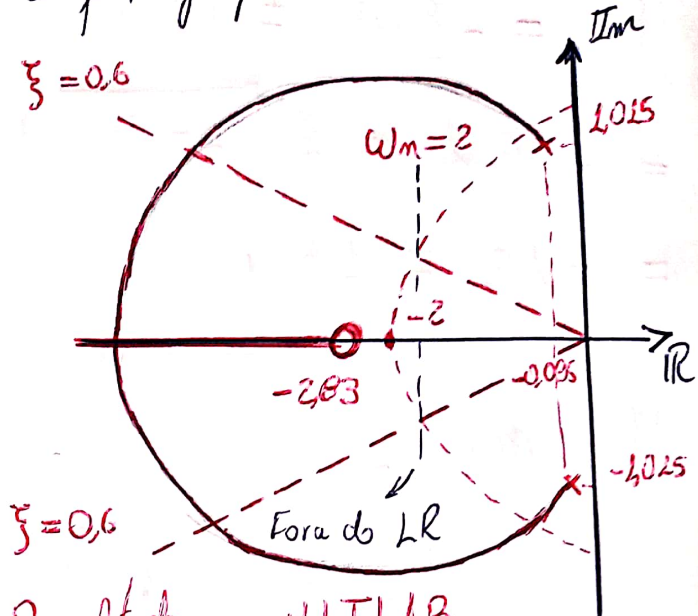
$z = -2{,}83$

do denominador tem-se:

$P_1 = -0{,}095 + 1{,}015\, i$

$P_2 = -0{,}095 - 1{,}015\, i$

o que, graficamente:



LR obtido em MATLAB

Passo 2: Necessário o uso de compensador

Parâmetros já estabelecidos no enunciado:

$\omega_n = 2$ rad/s

$\xi = 0{,}6$

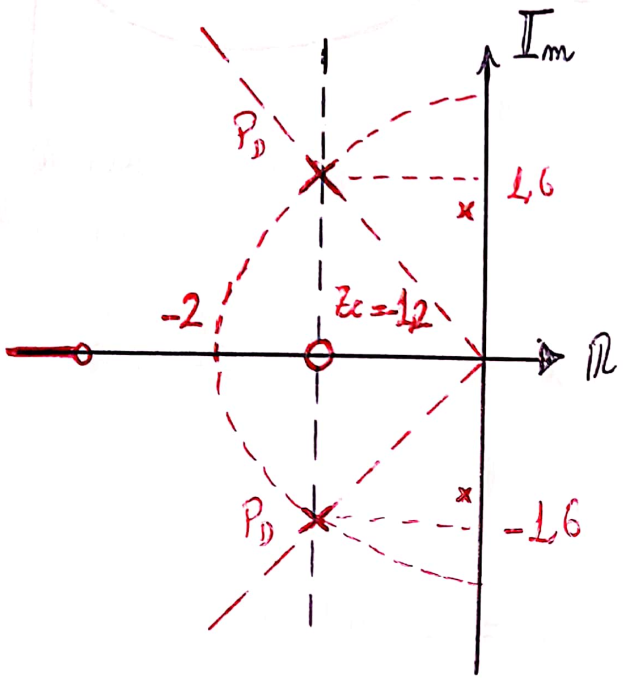
Passo 3: Identificar polo desejado P_D que cruza a reta de zeta e possui o valor do raio que atende às especificações.

$$P_D = -\xi \omega_n \pm i\omega_d$$

$$= -0,6 . 2 \pm 2\sqrt{1-0,6^2}\, i$$

$$= -1,2 \pm 1,6\, i$$

No espaço S:



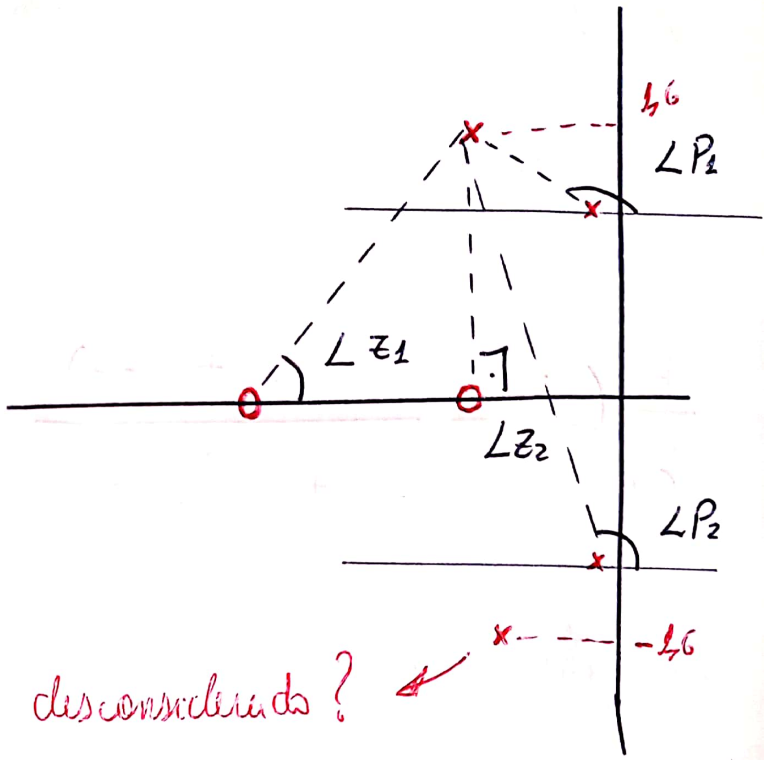
Passo 4: Pela projeção do polo:

$$z_c = -1,2$$

Passo 5: Encontra-se P_c pela condição angular

$$\sum \angle z_i - \sum \angle P_j = \pm 180°$$

Portanto:



Calculando-se os parâmetros:

$$\angle P_1 = \arctg \left| \frac{1,6-1,015}{1,2-0,095} \right| =$$

$$= 27,897° \approx 27,9°$$

ou seja:

$$\angle P_1 = 180° - 27,897°$$

$$\angle P_1 = 152,103° \approx 152,1°$$

$$\angle P_2 = \arctg \left| \frac{1,6-(-1,015)}{1,2-0,095} \right|$$

$= 67{,}092° \approx 67{,}1°$

$\angle P_2 = 112{,}907° \cong 112{,}9°$

$\angle z_1 = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{1{,}6}{2{,}83-1{,}2}\right)$

$= 44{,}467° \approx 44{,}5°$

Portanto:

$90° + 44{,}5° - (152{,}1 + 112{,}9 +$

$\theta_{p3}) = 180°$

$-\theta_{p3} = 180° - 90° - 44{,}5 +$

$152{,}1 + 112{,}9$

$\theta_{p3} = 310{,}9°$

ou seja: $\theta_{p3} = 49{,}5°$

Por trigonometria

$x = \dfrac{1{,}6}{tg\ 49{,}5} \cong 1{,}37$

Onde a posição do polo é

$P_3 = -1{,}37 - 1{,}2 = -2{,}57$

Quantos algarismos signifi-cativos usar no cálculo dos ângulos?

Passo 6 calcular o valor do ganho K_c:

$K_c \dfrac{(s+1{,}2)}{(s+2{,}57)} \dfrac{0{,}1.\ (s+2{,}83)}{s^2+0{,}19s+1{,}04} = 1$

No polo desejado

$s = -1{,}2 + 1{,}6i$

$$K_c \frac{(s+1,2)}{(s+2,57)} \; \frac{0,1(s+2,83)}{s^2+0,29s+1,04} = 1$$

$$K_c \frac{(-1,2+1,6i+1,2)}{(-1,2+1,6i+2,57)} \; \frac{0,1(-1,2+1,6i+2,83)}{(-1,2+1,6i)^2+0,29(-1,2+1,6i)+1,04} = 1$$

$$K_c \frac{1,6i}{(1,37+1,6i)} \cdot \frac{0,1(1,63+1,6i)}{(1,44-2.1,2.1,6i-2,56-0,228+0,304i+1,04)} = 1$$

$$K_c \frac{1,6i}{(1,37+1,6i)} \cdot \frac{(0,163+0,16i)}{(-0,308-3,536i)} = 1$$

$$K_c \frac{-0,256+0,2608i}{-0,308 \cdot 1,37-1,37 \cdot 3,536i-1,6 \cdot 0,308i+1,6 \cdot 3,536} = 1$$

$$K_c \frac{-0,256+0,2608i}{-0,422+5,658-4,844i-0,493i} = 1$$

$$K_c \frac{-0,256+0,2608i}{5,236-5,337i} = 1 \Rightarrow K_c = \frac{5,236-5,337i}{-0,256+0,2608i}$$

$$K_c = \frac{5,236-5,337i}{-0,256+0,2608i} \cdot \frac{(-0,256-0,2608i)}{(-0,256-0,2608i)} = \frac{(5,236-5.337i)(-0,256-0,2608i)}{0,134}$$

$$= \frac{-1,34-\cancel{1,37i}+\cancel{1,37i}-1,39}{0,134} = \frac{-2,73}{0,134} = -20,37$$

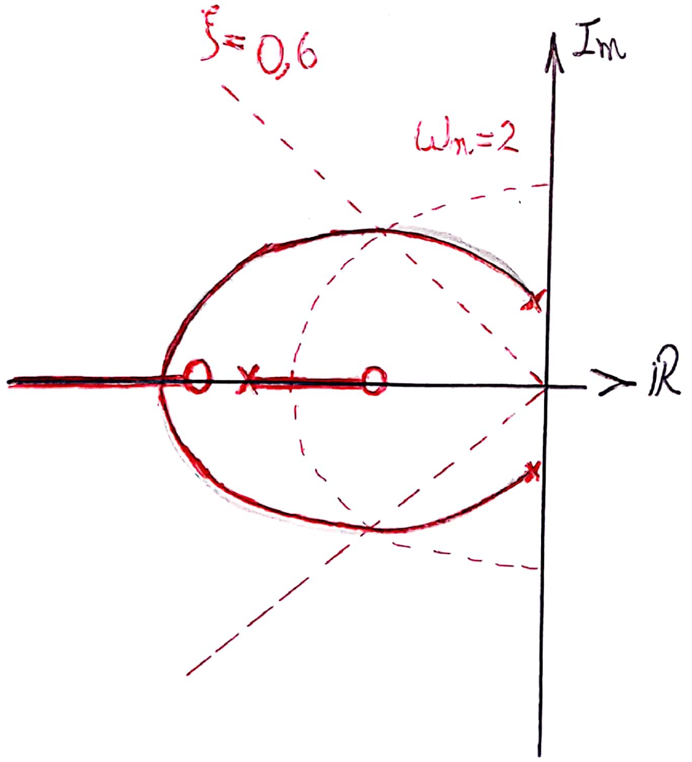
Passo 7 Verificação.

A FT do problema de malha aberta do sistema compensado

$$\frac{20{,}37(S+4{,}2)(S+2{,}83).0{,}1}{(s+2{,}57)(s^2+0{,}19s+4{,}04)}$$

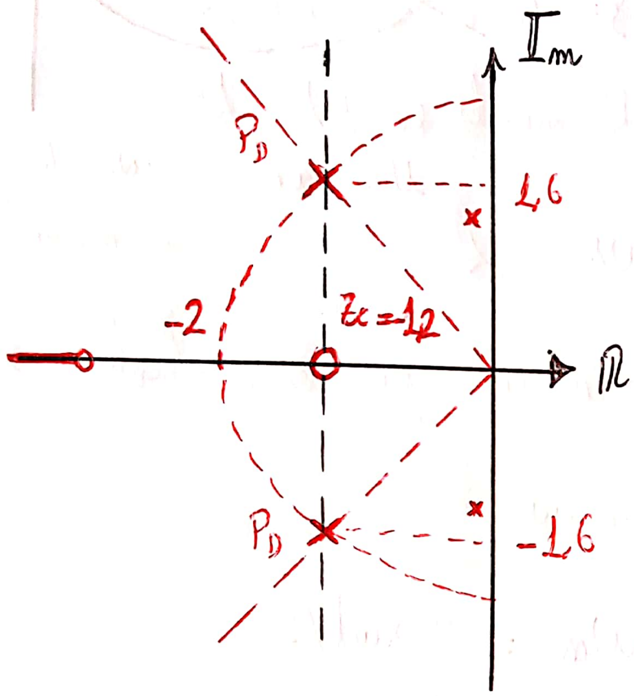
Fazendo a verificação em MATLAB.

Tem-se:



$$P_D = -\xi\omega_n \pm i\omega_d$$
$$= -0{,}6 \cdot 2 \pm 2\sqrt{1-0{,}6^2}\, i$$
$$= -1{,}2 \pm 1{,}6\, i$$

No espaço S:



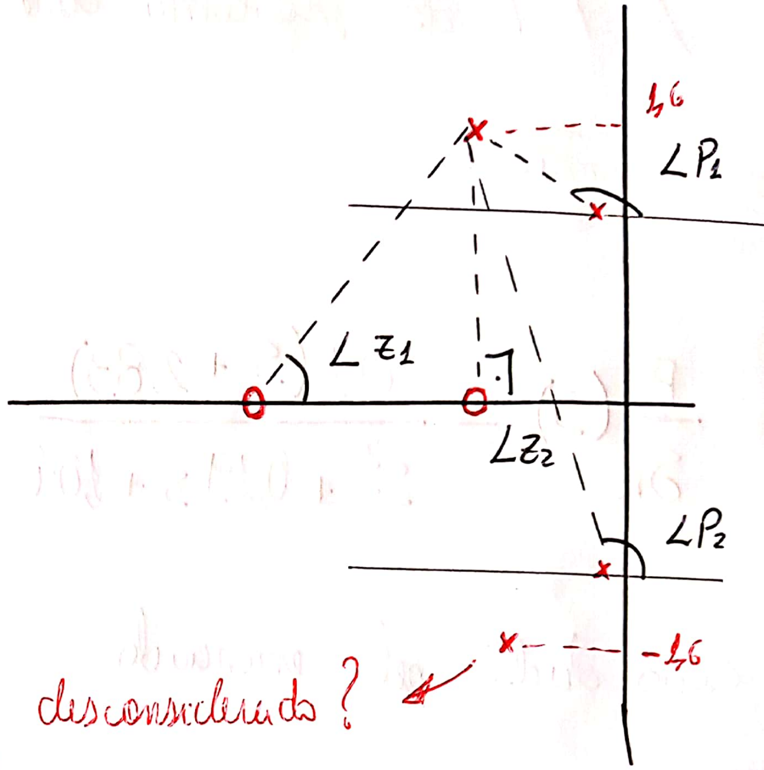
Passo 4: Pela projeção do polo:

$$z_c = -1{,}2$$

Passo 5: Encontra-se P_c pela condição angular

$$\sum \angle z_i - \sum \angle P_j = \pm 180°$$

Portanto:



calculando-se os parâmetros:

$$\angle P_1 = \operatorname{arctg}\left|\frac{1{,}6-1{,}015}{1{,}2-0{,}095}\right| =$$

$$= 27{,}897° \approx 27{,}9°$$

ou seja:

$$\angle P_1 = 180° - 27{,}897°$$

$$\angle P_1 = 152{,}103° \approx 152{,}1°$$

$$\angle P_2 = \operatorname{arctg}\left|\frac{1{,}6-(-1{,}015)}{1{,}2-0{,}095}\right|$$

$= 67{,}092° \approx 67{,}1°$

$\angle P_2 = 112{,}907° \cong 112{,}9°$

$\angle Z_1 = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{1{,}6}{2{,}83-1{,}2}\right)$

$= 44{,}467° \approx 44{,}5°$

Portanto:

$90° + 44{,}467° - (157{,}103 + 112{,}907 + \theta_{P3}) = 180°$

$-\theta_{P3} = 180° - 90° - 44{,}467° + 157{,}103 + 112{,}907 = 315{,}543°$

$\theta_{P3} = -315{,}543°$

ou seja: $\theta_{P3} = 44{,}457°$

Por trigonometria:

$tg\ \theta_{P3} = \dfrac{1{,}6}{x}$

$x = \dfrac{1{,}6}{tg\ 44{,}457°} = 1{,}631$

onde a posição do pólo é:

$-P_3 = x + 1{,}2 =$

$P_3 = -1{,}631 - 1{,}2 = -2{,}831$

Quantos algarismos significativos usar no cálculo dos ângulos?

Passo 6 calcular o valor do ganho K_c:

$$K_c \frac{(s+1{,}2)}{(s+2{,}831)} \frac{0{,}1(s+2{,}83)}{s^2+0{,}19s+1{,}04} = 1$$

No polo desejado:

$s = -1{,}2 + 1{,}6i$