

# X ENCONTRO ACADÊMICO

## MODELAGEM COMPUTACIONAL

### Modelagem e Análise da Malha Aérea Doméstica Brasileira com Grafos MultiAspectos (MAGs)

**Bernardo Costa** (bantunes@lncc.br)

**João Victor Bechara** (joaovmb@lncc.br)

**Klaus Wehmuth** (klaus@lncc.br)

**Artur Ziviani** (ziviani@lncc.br)

Laboratório Nacional de Computação Científica (LNCC)  
Av. Getúlio Vargas, 333, Quitandinha  
CEP 25651-075 – Petrópolis, RJ – Brasil

**Resumo.** *Uma mudança na rede de transporte aérea gera um grande impacto, já que abala a mobilidade da população e a economia no país. Neste artigo foram analisados os impactos que a recente crise econômica provocou na malha aérea brasileira. Essa análise foi efetuada utilizando informações disponibilizadas pela Agência Nacional de Aviação Civil (ANAC) em um momento anterior e um momento posterior ao estabelecimento do cenário de crise econômica atual. Para efetuar a análise dos dados obtidos, a malha aérea doméstica de transporte de passageiros foi modelada antes e depois do estabelecimento da crise, de forma a permitir a comparação entre os dois instantes de tempo. A malha aérea foi modelada por meio de um único Grafo MultiAspecto (MAG), abstração que permite a construção de modelos para redes variantes no tempo e multicamada, permitindo ainda a utilização de múltiplas escalas de tempo. Os resultados apresentados neste trabalho foram obtidos diretamente do modelo construído, através do uso de algoritmos conhecidos para grafos orientados, que podem ser diretamente aplicados a modelos construídos com MAGs.*

**Palavras-chave:** *Redes multicamada, Redes variantes no tempo, K-core, Modelagem computacional, Malha aérea brasileira.*

## 1 Introdução

Os sistemas de transporte estão muito presentes no dia-a-dia das pessoas, sendo componente fundamental da sociedade moderna. Por isso, torna interessante analisá-los para entender como funciona o deslocamento da população e como as empresas que providenciam esse serviço se preparam para suprir a demanda que vem crescendo bem como se modificando ao longo dos anos. Nesse contexto, a malha aérea doméstica brasileira pode ser entendida naturalmente como uma rede não trivial, tendo em vista que existem diversas companhias que atuam em diferentes regiões do país, oferecendo serviços para diferentes tipos de pessoas com um número diferentes de aviões.

Análises recentes da estrutura da malha aérea brasileira [1], bem como da malha aérea global [3, 6] foram elaboradas utilizando grafos agregados da malha aérea, contendo apenas informações sobre aeroportos (localidades) e rotas (ligações entre aeroportos). Esse tipo de análise desconsidera a informação temporal de escalonamento dos voos, fazendo com que caminhos compostos por várias rotas não sejam confiáveis, já que não existe informação que garanta que o encadeamento de voos sugerido por esses caminhos vistos na rede agregada seja mesmo realizável. Ou seja, nesses modelos com rede agregada não é possível garantir a sequência temporal das rotas, uma vez que não há informação temporal no grafo de rotas.

A análise proposta neste trabalho é elaborada de tal forma que todas as informações temporais de agendamento dos voos sejam preservada no modelo de malha aérea considerado. Assim é sempre possível garantir que essas informações de agendamento dos voos sejam automaticamente utilizadas na construção de caminhos no modelo.

Todos os resultados apresentados nesse trabalho são obtidos através de um modelo de malha aérea composto por um único objeto matemático, capaz de representar a malha aérea em estudo com informação temporal em duas escalas distintas. Dessa forma, é possível obter a informação completa do agendamento de voos de todas as empresas aéreas consideradas no estudo em diferentes instantes de tempo (pré e pós-crise financeira), de forma a permitir a comparação da estrutura da malha nesses diferentes instantes de tempo.

## **2 Metodologia**

Nesta seção, serão descritos os métodos e ferramentas utilizados na construção de modelo e obtenção dos resultados apresentados neste artigo.

### **2.1 MAG**

Um Grafo MultiAspecto (MAG) [5] é uma generalização de grafo capaz de representar redes complexas dinâmicas com múltiplas camadas, variantes no tempo e multi-escala. Nesse contexto, um aspecto é uma característica independente da rede a ser modelada, como por exemplo localidades, camadas e instantes de tempo. Uma das principais características de um MAG é a de ser isomorfo a um grafo direcionado. Com isso, torna-se possível aplicar o conhecimento já obtido em teoria de grafos diretamente ao ambiente de MAGs.

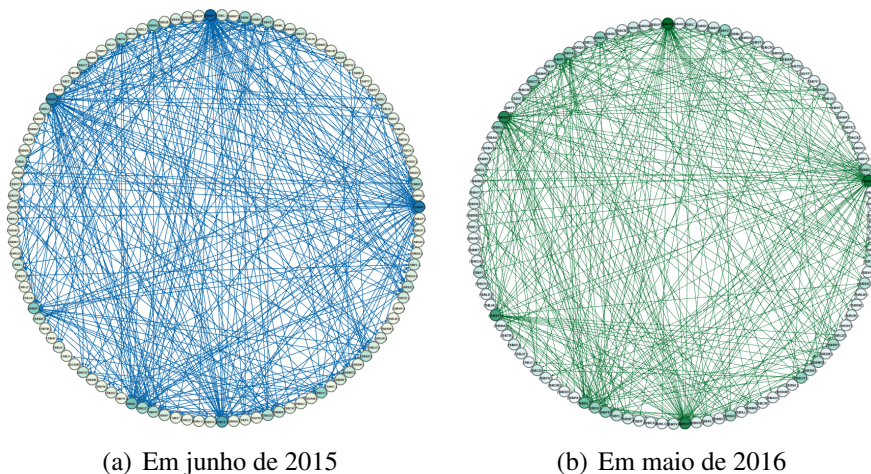
Em particular, algoritmos para aplicação em MAGs podem ser desenvolvidos tomando como base algoritmos já conhecidos para grafos orientados [4], facilitando a análise de redes complexas modeladas por MAGs. Além dos algoritmos e operações normalmente utilizados com grafos direcionados, um modelo baseado em MAGs permite de se faça agregações sobre aspectos, denominadas sub-determinações. As sub-determinações permitem a obtenção de resultados expressos em função de um subconjunto dos aspectos presentes no MAG, porém sempre utilizando todas as informações presentes no modelo para a obtenção do resultado.

Neste trabalho, a malha aérea brasileira é modelada como uma rede composta por localidades (aeroportos), camadas (empresas aéreas) e instantes de tempo. Porém, os resultados obtidos são expressos apenas em termos de localidades (aeroportos) e suas interligações (rotas), implicando o uso de algoritmos sub-determinados. O uso desses algoritmos garante que os resultados obtidos levem em conta a estrutura temporal e de camadas do modelo, de forma a respeitar a sequência temporal dos voos disponíveis, bem como as fronteiras de operação entre empresas aéreas distintas.

## 2.2 Construção do modelo

Para a representação da malha aérea doméstica brasileira foram usadas duas tabelas de voos vigentes nos dias 3 de junho de 2015 e 13 de maio de 2016, publicadas pela Agência Nacional de Aviação Civil (ANAC) em seu sítio eletrônico. Essas tabelas contém dados de voos nacionais, internacionais, postais e de carga no período de uma semana, onde foram extraídas as informações referentes aos voos domésticos comerciais de passageiros que foram o alvo deste trabalho.

O modelo baseado em MAG proposto neste trabalho possui 4 aspectos (aeroportos, empresas aéreas, instantes de tempo e época da base de dados). No primeiro aspecto, trataremos de todos os aeroportos referentes a época da base de dados que estamos utilizando. Para a base de dados de 2015 foram analisados 110 aeroportos e para a base de 2016, 109 aeroportos. No segundo aspecto, são representadas as camadas referentes às companhias aéreas. Para a base de dados de 2015 foram analisadas 7 companhias aéreas (Azul, Avianca, Gol, MAP, Passaredo, TAM, Sete), já para a base de 2016 foram 8 companhias aéreas (Azul, Avianca, Gol, Passaredo, TAM, MAP, TRIP e FlyWays). O terceiro aspecto registra todos os instantes de tempo, equivalentes aos momentos de ocorrência de cada um dos eventos durante uma semana e o quarto aspecto contém uma identificação da tabela referente ao dado analisado (neste trabalho foram utilizados duas tabelas). A Figura 1 mostra as malhas aéreas das duas bases de dados de 2015 e 2016, onde os aeroportos são representados pelos vértices e os voos pelas arestas.



**Figura 1: Malha aérea doméstica brasileira.**

## 3 Método de identificação do núcleo central da rede

Neste estudo de caso, para identificação do núcleo central da rede foi utilizado o algoritmo K-Core [2]. O núcleo correspondente ao K-Core é obtido através de um processo de decomposição progressiva da rede, no qual remove-se progressivamente todos os vértices com conectividade inferior ao valor crescente de  $k$  e suas respectivas conexões. Por exemplo, o 2-Core de uma rede é formado pelo núcleo resultante da remoção de todos os vértices de grau 1, ou seja, o núcleo contendo somente vértices com no mínimo grau 2. O objetivo final do algoritmo é de que o último valor de  $k$  nos forneça apenas o núcleo central da rede, sem que haja a possibilidade de remoção de outros vértices.

A adoção do K-Core disponibiliza maior ganho nas análises, tendo em vista que retorna os nós com maior núcleo da rede, nesse caso, aeroportos com maior incidência de voos. Porém, é possível aplicar qualquer outra métrica na base de dados que seja conveniente para a análise.

Com essa ferramenta de análise é possível encontrar as principais propriedades da malha aérea brasileira das duas bases de dados. Os núcleos dos grafos resultantes de cada empresa aérea informa o quanto cada aeroporto é importante para cada companhia. Outras informações relevantes que são obtidas com o K-Core são: localização da concentração das atividades de cada empresa aérea, comparação entre as estratégias das empresas, identificação dos hubs das empresas e assim por diante. Esse método pode ser aplicado no grafos resultante das operações que serão descritas nas próximas subseções.

A Figura 2 representa o núcleo geo-referenciado da malha aérea referente a primeira base dados analisada. É possível ver que as regiões com maior participação econômica do país também são as regiões com maior índice de voos.

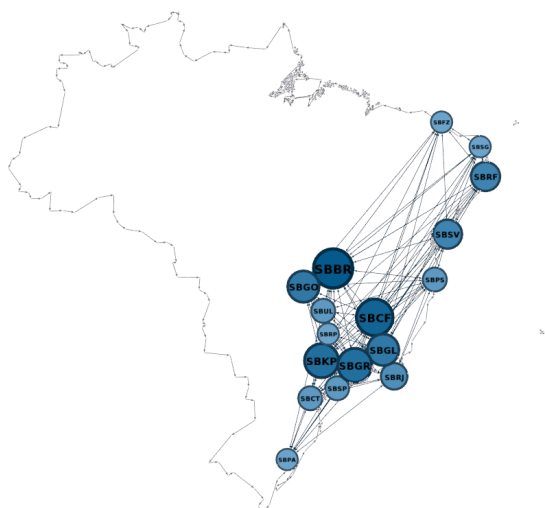


Figura 2: Núcleo geo-referenciado com todas as empresas em junho de 2015.

## 4 Operações MAG

Com a operação de sub-MAG, com um único MAG, é possível separar todas as companhias aéreas e analisar suas características individualmente, gerando um multi-dígrafo para cada companhia em cada período. Essa operação resulta em 14 objetos (para a base de dados de 2015) e 16 objetos (base de dados de 2016), onde se tem a informação da quantidade de voos entre os aeroportos. Para gerar os objetos em dígrafo, é possível realizar a operação de sub-determinação em relação ao aspecto de tempo, resultando nas arestas do MAG com três aspectos: aeroporto, companhia aérea e época. Para analisar somente as rotas de uma empresa, pode-se realizar a operação de subdeterminação nos sub-MAG's em relação ao aspecto de companhia aérea, deixando assim, as arestas com os aspectos de aeroporto, de tempo e de época. Dessa maneira, o resultado será objetos no formato multi-dígrafo. Para analisar apenas as rotas sem a informação da quantidade de voos, pode-se executar a subdeterminação em relação ao aspecto de

tempo, assim ficando com objetos no formato dígrafo, restando nas arestas apenas os aspectos de aeroportos e de época. Da mesma forma, com a operação de subdeterminação, é possível separar apenas umas das duas épocas para analisá-las separadamente. Esse tipo de flexibilidade na análise é alcançada pelo uso do MAG para modelagem.

A Figura 3 representa o núcleo da empresa aérea Azul. Para gerar esse tipo sub-dígrafo é necessário realizar primeiro a operação de sub-MAG, que retorna somente as arestas referentes as empresa aérea Azul. Em seguida, foi realizada a operação de subdeterminação em relação a empresa aérea, que retorna o dígrafo da Azul. Por ultimo, basta aplicar o algoritmo do K-Core no dígrafo resultante.

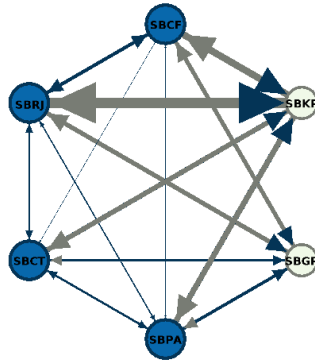


Figura 3: Núcleo da empresa aérea Azul em junho de 2015.

## 5 Comparativo da malha aérea brasileira: 2015 x 2016

A grave crise financeira enfrentada pelo país impacta diretamente diversos setores da economia, levando estes a se ajustarem face à nova realidade. Nesse contexto, o setor de aviação civil não é exceção e houve por parte das companhias aéreas um ajuste na sua disponibilidade de voos, tendo por consequência uma recente modificação na malha aérea doméstica brasileira.

Durante a análise comparativa das malhas aéreas em 2015 e 2016, foram encontradas diversas mudanças estruturais. Em primeiro, o número total de aeroportos foi reduzido de 110 para 109, mas a interseção da primeira base de dados (2015) e da segunda (2016) são apenas 101. Assim, 9 aeroportos não funcionam mais e 8 novos aeroportos começaram a operar. Outra mudança estrutural refere-se às companhias aéreas. A base de dados de 2015 possui 7 companhias aéreas, já a base de dados de 2016 possui 8 companhias aéreas. Porém, a interseção entre o conjunto das companhias das bases de dados resultam em 6 companhias aéreas. A companhia aérea Sete parou de operar da primeira (2015) para a segunda base de dados (2016). Enquanto isso, duas companhias aéreas começaram a operar voos comerciais nesse intervalo de tempo, as companhias TRIP e a FlyWays.

O número de componentes fortemente conexas na primeira base de dados foi de 7, uma por empresa aérea. Agora, este número aumentou para 10. Fato curioso é que a companhia aérea Trip possui 3 componentes fortemente conexas, mostrando como a crise econômica afetou a demanda dos voos e assim, as companhias aéreas tentaram se adaptar.

Uma das principais formas que as empresas aéreas encontraram para otimizar a utilização dos aviões, foi através do *codeshare*, ou seja, as companhias estão fazendo mais parcerias entre

si para compartilhar mesmos voos. Entre as bases de dados analisadas, o número de *codeshare* passou de 923 para 1234 voos compartilhados por semana, um aumento de cerca de 33% no número de voos compartilhados por semana entre junho de 2015 e maio de 2016.

A Tabela 1 mostra a diferença do número de voos entre junho de 2015 e maio de 2016. É possível notar que as três maiores companhias aéreas do país (Gol, Azul e TAM) e uma das empresas pequenas (Passaredo) tiveram reduções significativas em seus voos, especialmente a Gol com 37% de redução no período. Já as empresas médias e pequenas (Avianca e Map) tiveram aumento no seu número de voos (13% e 46% de aumento respectivamente). O crescimento em média das empresas menores em tempos de crise pode ser visto como estratégia de preenchimento das lacunas dos voos deixadas pelas empresas maiores.

**Tabela 1: Número de voos.**

Empresa aérea	Voos antes da crise	Voos depois da crise	Diferença (%)
Gol	6644	4188	-37
Azul	5839	5075	-13
TAM	4814	4158	-14
Avianca	1386	1561	13
Passaredo	661	612	-7
Map	98	143	46

## 6 Conclusão

Neste trabalho foi possível analisar as principais características da malha aérea brasileira nas duas bases de dados (junho de 2015 e maio de 2016). Uma análise comparativa traz resultados preliminares sobre como a crise econômica impactou na malha aérea brasileira e nas estratégias adotadas pelas companhias aéreas para se adaptar a essa crise.

Como resultado deste artigo, foi possível verificar os métodos adotados pelas companhias em resposta ao contexto de crise econômica. Verificou-se que, em média, as principais companhias aéreas tiveram um decréscimo considerável em sua quantidade de voos disponibilizados. Fato esse que levou a quantidade de voos cair cerca de 22% de uma base de dados para a outra. Enquanto isso, as pequenas e médias empresas viram como uma oportunidade de crescimento e por isso expandiram sua quantidade de voos e o número de aeroportos que operam. Foi visto que um dos principais métodos utilizados pelas grandes empresas foi a utilização do *codeshare*, havendo um aumento de 33% da quantidade de voos compartilhados de uma base de dados para a outra.

## Agradecimentos

Este trabalho foi parcialmente financiado pelo CNPq, FAPERJ e Ministério de Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações (MCTIC).

# Referências Bibliográficas

- [1] G. S. COUTO, A. P. C. D. SILVA, L. B. RUIZ, AND F. BENEVENUTO, *Structural Properties of the Brazilian Air Transportation Network*, Anais da Academia Brasileira de Ciências, 87 (2015), pp. 1653 – 1674.
- [2] S. B. SEIDMAN, *Network structure and minimum degree*, Social Networks, 5 (1983), pp. 269 – 287.
- [3] T. VERMA, N. A. M. ARAÚJO, AND H. J. HERRMANN, *Revealing the structure of the world airline network*, Scientific Reports, 4 (2014), pp. 1–6.
- [4] K. WEHMUTH, É. FLEURY, AND A. ZIVIANI, *MultiAspect Graphs: Algebraic representation and algorithms*, arXiv: 1504.07893, (2015), pp. 1–61.
- [5] —, *On MultiAspect graphs*, Theoretical Computer Science, 651 (2016), pp. 50–61.
- [6] P. WEI, L. CHEN, AND D. SUN, *Algebraic connectivity maximization of an air transportation network: The flight routes' addition/deletion problem*, Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 61 (2014), pp. 13–27.