

Fundamentos

Lógica Proposicional Booleana

Prof. Edson Alves

Faculdade UnB Gama

Sumário

1. Conceitos elementares

Lógica Proposicional Booleana

Termos Primitivos

Os termos primitivos da Lógica Proposicional Booleana são:

1. proposição
2. verdadeiro
3. falso

Axiomas

Princípio do Terceiro Excluído: uma proposição é verdadeira ou é falsa.

Princípio da Não-Contradição: uma proposição não pode ser, simultaneamente, verdadeira e falsa.

Exemplos

Exemplos de proposições:

- ▶ A duração de um dia é de 24 horas
- ▶ A metade de dois mais dois é igual a três
- ▶ $F_n = 2^{2^n} + 1$ é primo para qualquer n natural

Não são proposições:

- ▶ Cuidado! Curva acentuada à esquerda!
- ▶ Onde fica a agência bancária mais próxima?
- ▶ $x > \pi$

Proposições Compostas

Operadores Lógicos

Sejam p e q duas proposições. São proposições:

1. a **conjunção** $p \wedge q$: verdadeira somente quando ambas p e q são verdadeiras
2. a **disjunção** $p \vee q$: falsa somente quando ambas p e q são falsas
3. a **disjunção exclusiva** $p \underline{\vee} q$: falsa somente quando ambas p e q tem mesmo valor lógico
4. a **condicional** $p \rightarrow q$: falsa somente quando p é verdadeira e q é falsa
5. a **bicondicional** $p \leftrightarrow q$: falsa somente quando p e q tem valores lógicos distintos
6. a **negação** $\neg p$: verdadeira quando p é falsa, falsa quando p é verdadeira

Exemplos de proposições compostas

- ▶ “O meu pai era paulista / Meu avô, pernambucano / O meu bisavô, mineiro / Meu tataravô, baiano / Meu maestro soberano / foi Antonio Brasileiro”
(Paratodos, Chico Buarque)
- ▶ “Ser ou não ser.” (Hamlet, William Shakespeare)
- ▶ “Penso, logo existo.” (René Descartes)
- ▶ “Um conjunto de \mathbb{R}^n é sequencialmente compacto se, e somente se, é fechado e limitado.” (Teorema de Bolzano-Weierstrass)
- ▶ “Não pode ser seu amigo quem exige seu silêncio.” (Alice Walker)

Sentença aberta

Sentença aberta (informal)

Uma sentença aberta $S(x)$ em x é uma expressão na qual o símbolo x ocorre uma ou mais vezes e que, caso todas as ocorrências de x sejam substituídas por um mesmo valor v , $S(v)$ se torna uma proposição.

Quantificadores

Quantificador existencial

Seja $S(x)$ uma sentença aberta. O quantificador existencial \exists é utilizado na construção $\exists x.S(x)$, a qual significa que existe pelo menos um x tal que $S(x)$ é verdadeira.

Quantificador universal

Seja $S(x)$ uma sentença aberta. O quantificador universal \forall é utilizado na construção $\forall x.S(x)$, a qual significa que, para todos os valores de x , $S(x)$ é verdadeira.

Referências

1. **FILHO**, E. A. *Iniciação à Lógica Matemática*, São Paulo, Nobel, 2002.
2. **HALE**, M. *Essentials of Mathematics: Introduction to Theory, Proof, and the Professional Culture*, Mathematical Association of America, 2003. (**eBrary**)
3. letras.mus.br, acesso em 18/12/2019.
4. **Wikipédia**. [Teorema de Bolzano-Weierstrass](#), acesso em 18/12/2019.