Mechanik

Kinematik

Geschwindigkeit: $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ Beschleunigung: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

Beschleunigungskomponenten: $a_Z = \frac{v^2}{r}$, $a_T = \frac{d|\vec{v}|}{dt}$

Winkelgeschwindigkeit: $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ Bahngeschwindigkeit: $v = r \cdot \omega$

Dynamik

Impuls: $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Newtonsche Axiome: $\vec{F} = m\vec{a}$, $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

Gewichtskraft: $\vec{G} = m\vec{g}$

Coulombkraft: $F_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$

Haftreibung: $F_H \leq \mu_H F_N$ Gleitreibung: $F_R = \mu_G \cdot F_N$

Federkraft: $F_F = -Dx$

Zentripetalkraft: $F_z = m\frac{v^2}{r} = mr\omega^2$

Kraftstoss: $\Delta p = \int_0^\tau F(t)dt = \overline{F} \cdot \tau$

Drehmoment: $\vec{M}_o = \vec{r} \times \vec{F}$

Mechanisches Gleichgewicht: $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{0}$ und $\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_{o,i} = \vec{0}$

Energie und Arbeit

Kinetische Energie: $E_{\text{kin}} = \frac{m}{2}v^2$ Arbeit: $W_{1\to 2} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r}$

Pot. Energie in konserv. Kraftfeld: $E_{\text{pot}}(2) - E_{\text{pot}}(1) = -\int_1^2 \vec{F}_{Feld} \cdot d\vec{r}$

$E_{\text{pot}} = mgh$ (Schwerkraft) $E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}Dx^2$ (Feder)

Energiesatz: $W_{1\to 2} = E_{\text{kin}}(2) - E_{\text{kin}}(1)$

Energieerhaltungssatz: $E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = konst$

Festigkeit

Zugspannung/Druck: $\sigma = \frac{dF_N}{dA}$, Schubspannung: $\tau = \frac{dF_T}{dA}$

Dehnung: $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$, Hookesches Gesetz: $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$

Scherung: $\gamma = \frac{\tau}{G}$

Biegebelastung eines Balkens:

Flächenträgheitsmoment: $I_z = \int_A z^2 dA$

max. Spannung: $\sigma_{max} = \frac{F \cdot L \cdot H}{2I_z}$ max. Durchbiegung: $z_{max} = \frac{F \cdot L^3}{3E \cdot I_z}$

Torsion:

max. Schubspannung: $\tau_{max} = \frac{2M_\circ}{\pi R^3}$ max. Verdrehwinkel: $\phi_{max} = \frac{2LM_\circ}{\pi G R^4}$

Zylindrisches Gefäss:

Dehnbarkeit: $D = \frac{2R}{E \cdot d}$ Rel. Volumenänderung: $\frac{\Delta V}{V} = D \cdot \Delta p$

Flüssigkeiten / Gase

Druck: $p = \frac{dF}{dA}$

Druckverteilung in Flüssigkeiten: $p(z) = p_0 + \rho \cdot g \cdot z$

Druckverteilung in Zentrifuge: $p(r) = p_0 + \frac{1}{2}\rho\omega^2(r^2 - r_0^2)$

Barometerformel: $p(h) = p_0 e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_0}} = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}$

Auftrieb: $F_A = \rho_{Fl} \cdot g \cdot V_e$

Volumenstromstärke: $I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A \cdot v$ (für v homogen)

Kontinuitätsgleichung: $v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$

Bernoulli-Gleichung: $p + \frac{\rho}{2}v^2 + \rho g h = p_o =$ konst.

Newtonsches Reibungsgesetz: $\tau = \eta \cdot \frac{dv}{dy}$

Hagen-Poiseuille-Gesetz: $I_V = \frac{\pi R^4 (p_1 - p_2)}{8\eta L}$, Strömungswiderstand: $R_V = \frac{8\eta L}{\pi R^4}$

Serieschaltung: $R_V^{tot} = \sum R_V^i$ Parallelschaltung: $\frac{1}{R_V^{tot}} = \sum \frac{1}{R_V^i}$

Turbulenzkriterium: $Re = \frac{2 \cdot \rho \cdot \bar{v} \cdot R}{\eta}$ Rohr: $Re_{\text{krit}} = 2300$

Stokes'sches Reibungsgesetz: $F_R = 6\pi\eta R v$

Thermodynamik

Ideale Gase

Innere Energie: $U = N \cdot \overline{\frac{m}{2}v^2}$, Druck: $p = \frac{2}{3}\frac{N}{V}\overline{\frac{m}{2}v^2}$

Geschwindigkeitsverteilung: $n(v) = A_v \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$

Zustandsgleichung (ν Mole): $p \cdot V = \nu \cdot R \cdot T$, $R = 8.31$ J/(mol · K)

Wege zum thermodynamischen Gleichgewicht

Diffusion: $j_x = -D \cdot \frac{dn}{dx}$, Wärmeleitung: $j_{wx} = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx}$

Osmotischer Druck: $p_{\text{osm}} = c \cdot R \cdot T$ (Konzentration: $c = \frac{\nu}{V_{Fl.}}$)

Sättigungskonz. von Gasen in Flüssigkeiten: $c_i^s = K(T) \cdot p_i$

Abs. Luftfeuchtigkeit: $f_a = \frac{m_{H_2O}}{V}$ Rel. Luftfeuchtigkeit: $f_r = \frac{p_{H_2O}}{p_D(T)}$

Partialdruck Wasserdampf: $p_{H_2O} = f_a \cdot \frac{RT}{M_{H_2O}}$

1. Hauptsatz der Wärmelehre $\Delta U = Q + W$

Änderung der inneren Energie:

Schmelzen/Erstarren: $Q_S(proMol)$

Verdampfen/Kondensieren: $Q_D(proMol)$

Temperaturänderung: $Q = C \cdot \Delta T = \nu \cdot c_{molar} \cdot \Delta T$

Elektrizität und Magnetismus

Elektrostatik

Coulomb-Gesetz: $F_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$

elektrische Feldstärke: $\vec{E} = \frac{\vec{F}_c}{q}$

elektrisches Dipolmoment: $\vec{p} = Q \cdot \vec{d}$

elektrische Spannung: $U_{21} = \frac{W_{1\to 2}}{q} = -\int_1^2 \vec{E} d\vec{s} = \varphi(2) - \varphi(1)$

Kapazität: $C = \frac{Q}{U}$ (Plattenkondensator: $C = \varepsilon_\circ \frac{A}{d}$)

Gleichströme

Stromstärke: $I = \frac{dQ}{dt}$

Stromdichte: $\vec{j} = \rho_q \cdot \vec{v} = n \cdot z \cdot e \cdot \vec{v}$

Ohmsches Gesetz: $U = R \cdot I$ mit $R =$ konst.; $\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$

Leistung: $P = I \cdot U$

Drahtwiderstand: $R = \rho_w \frac{\ell}{A} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{\ell}{A}$

Kirchhoff-Gleichungen: $\sum I_{zufl.} = \sum I_{wegfl.}$

$\sum E_m = \sum U_i$

Serieschaltung: $R_s = \sum R_i$

Parallelschaltung: $\frac{1}{R_p} = \sum \frac{1}{R_i}$

Ruhepotential einer Zelle: $U_D = \frac{kT}{ze} \cdot \ln \frac{c_i}{c_a}$

Magnetfelder

Gerader Leiter: $B = \frac{\mu_\circ I}{2\pi r}$

Spule: $B = \frac{\mu_\circ N I}{L}$

Lorentzkraft: $\vec{F}_L = q\ (\vec{v} \times \vec{B})$, Kraft auf geraden Leiter: $\vec{F}_L = I\ (\vec{\ell} \times \vec{B})$

Induktionsgesetz: $U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt}$, magn. Fluss: $\Phi = \int B \cdot dA \cdot \cos\alpha$

Schwingungen / Wellen / Optik / Akustik / Röntgen

Schwingungen

Harmonische Schwingung: $x(t) = x_\circ \sin(\omega_\circ t + \varphi_\circ)$

Eigenfrequenz des Federoszillators: $\omega_\circ = \sqrt{\frac{D}{m}}$, $\omega_\circ = 2\pi f_\circ$

Gedämpfte Schwingung: $x(t) = x_\circ e^{-\frac{\delta t}{2}} \sin(\omega_d t + \varphi_\circ)$

$E_{\text{tot}}(t) = E_{\text{tot}}(0) \cdot e^{-\delta t}$

Resonanz: $\omega_{\text{Res}} \cong \omega_\circ$ für schwache Dämpfung

Wellen

Harmonische, eindimensionale Welle: $u(x,t) = u_\circ \sin(kx - \omega t)$

$c = f\lambda, \;\; \omega = 2\pi f, \;\; k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$f = \frac{1}{T}$ = Frequenz

Akustik

Ausbreitungsgeschwindigkeiten (Schallgeschwindigkeit)

in Festkörpern: longitudinal $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

transversal $c = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$

in Flüssigkeiten: $c = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$ (Kompressionsmodul K: $\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta p}{K}$)

in Gasen: $c = \sqrt{\frac{R \cdot T \cdot \kappa}{M}} = \sqrt{\frac{\kappa \cdot p_\circ}{\rho}}$ ($\kappa \approx 7/5$ für Luft)

Intensität: $I = \frac{\rho}{2} \cdot u_\circ^2 \cdot \omega^2 \cdot c = \frac{\rho}{2} \cdot v_\circ^2 \cdot c = \frac{(p_s^\circ)^2}{2 \cdot Z_W} = \frac{(p_s^\circ)^2}{2 \cdot \rho \cdot c}$

Wellenwiderstand: $Z_W = \rho \cdot c = \sqrt{\rho \cdot E}$

Schallpegel: L $[dB] = 10 \cdot \log_{10} \frac{I}{I_\circ}$; $\quad I_\circ = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$

Dopplereffekt: Bewegte Quelle: $f' = \frac{f}{1 \mp \frac{v_Q}{c}}$

Bewegter Beobachter: $f' = f\left(\, 1 \pm \frac{v_B}{c} \,\right)$

Optik

Brechungsindex: $n = \frac{c_\circ}{c}$

Reflexionsgesetz: $\alpha = \beta$

Brechungsgesetz: $\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{n_2}{n_1}$

Totalreflexion: $n_2 < n_1$; $\quad \sin\alpha_\kappa = \frac{n_2}{n_1}$

Brechkraft einer dünnen Linse: $\frac{1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{n_1}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$

Abbildungsgleichung: $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$

Vergrösserungsverhältnis: $m = \frac{B}{G} = -\frac{b}{g}$

Röntgenstrahlung

Minimale Wellenlänge: $\lambda_{min} = \frac{h \cdot c}{e \cdot U}$

Absorption von Röntgenstrahlung: $I(x) = I_\circ e^{-\mu x}$ (μ: Absorptionskoeffizient)

Halbwertsdicke: $d_{\frac{1}{2}} = \frac{ln 2}{\mu}$