

# Naturwissenschaftliche Grundlagen der Medizin

Physik für Mediziner

Prof. Jürg Osterwalder  
[osterwal@physik.unizh.ch](mailto:osterwal@physik.unizh.ch)  
HS 2011

Michal Sudwoj  
[michal.sudwoj@uzh.ch](mailto:michal.sudwoj@uzh.ch)

Geschrieben in  
 $\text{\LaTeX}$

# Inhaltsverzeichnis

<b>I Vorlesungsnotizen</b>	<b>7</b>
o Wozu Physik für Mediziner?	8
<b>1 Mechanik</b>	<b>10</b>
1.1 Kinematik . . . . .	10
1.1.1 Weg-Zeit-Diagramm . . . . .	10
1.1.2 Geschwindigkeit . . . . .	10
1.1.3 Geschwindigkeits-Zeit Diagramm . . . . .	11
1.1.4 Nicht-gleichförmige Bewegungen . . . . .	11
Schreibweise . . . . .	12
1.1.5 Bewegungen in der Ebene . . . . .	15
Ortsvektor $\vec{r}(t)$ . . . . .	15
Schnelligkeit . . . . .	16
Momentanbeschleunigung . . . . .	16
1.1.6 Wann ist eine Bewegung beschleunigt? . . . . .	17
1.1.7 Bewegungen im 3D-Raum . . . . .	18
1.2 Dynamik . . . . .	19
1.2.1 Kraft/Masse . . . . .	19
1.2.2 Die Newtonschen Prinzipien (1686) . . . . .	19
1. Newtonsches Prinzip (Trägheitsprinzip) . . . . .	20
Newtonsches Prinzip (Reaktionsprinzip) . . . . .	20
1.2.3 Arten von Kräften . . . . .	21
Gravitationskraft . . . . .	21
Elektromagnetische Kräfte . . . . .	22
starke Kraft . . . . .	22
schwache Kraft . . . . .	22
1.2.4 Coulombkraft und ihre Erscheinungsformen . . . . .	22
Coulombgesetz . . . . .	23
Kraftgesetz zwischen zwei Atomen . . . . .	23
Kraftkurve . . . . .	23
1.2.5 Reibungskräfte . . . . .	23
Haftreibung . . . . .	24
1.2.6 Gleitreibung $\vec{F}_R$ . . . . .	24
1.2.7 Kraftstöße . . . . .	25

	Experiment . . . . .	26
	Vereinfachung . . . . .	27
1.2.8	Das Drehmoment . . . . .	27
1.2.9	Gleichgewicht starrer Körper . . . . .	27
1.2.10	Der Schwerpunkt SP . . . . .	28
	Denkexperiment Spazierstock . . . . .	28
1.3	Festigkeitslehre (Elastizitätslehre) . . . . .	29
1.3.1	Materialverhalten . . . . .	29
	Das Spannungs-Dehnungs Diagramm . . . . .	30
1.3.2	Scherung . . . . .	32
1.3.3	Spannungszustand . . . . .	33
1.3.4	Die Biegebelastung eines Balkens . . . . .	34
	Wahl des Koordinatensystems . . . . .	34
1.3.5	Drehmomentgleichgewicht . . . . .	35
1.4	Hydrostatik . . . . .	37
1.4.1	Der Hydrostatische Druck $p$ . . . . .	37
1.4.2	Der Luftdruck (Gase) . . . . .	37
	Experiment: Bierglas . . . . .	37
	Magdeburger Halbkugeln . . . . .	38
	Aneurysma . . . . .	39
	Druckverteilung in Flüssigkeiten . . . . .	40
	Atmung beim Tauchen . . . . .	41
	Luftdruck . . . . .	41
1.4.3	Der Auftrieb . . . . .	41
	Druckverteilung in Zentrifuge . . . . .	42
1.5	Energie und Arbeit . . . . .	43
1.5.1	verschiedene Energieformen . . . . .	43
1.5.2	Arbeit . . . . .	43
1.5.3	Energie und Energieerhaltungssatz . . . . .	46
	Situation . . . . .	46
	Situation Energieerhaltungssatz . . . . .	47
1.6	Hydrodynamik: Strömungen in Flüssigkeiten . . . . .	50
1.6.1	Stationäre Strömungen . . . . .	50
1.6.2	Kontinuitätsgleichung . . . . .	51
1.6.3	Die Bernoulligleichung . . . . .	51
	Druckmessung in Strömungen . . . . .	53
	Mariott'sche Flasche . . . . .	54
1.6.4	Innere Reibung . . . . .	54
1.6.5	Das Newtonsche Reibungsgesetz . . . . .	55
	Rohrströmungen . . . . .	56
1.6.6	Gesetz von Hagen-Poiseuille . . . . .	56
	Rohrsysteme . . . . .	56
	Parallelschaltung . . . . .	59
1.6.7	Das Stokesche Reibungsgesetz . . . . .	59
1.6.8	Turbulente Stömungen . . . . .	60
	Rohrströmung . . . . .	60

---

Turbulenzkriterium . . . . .	61
Kapillare . . . . .	62
<b>2 Thermodynamik (Wärmelehre) . . . . .</b>	<b>63</b>
2.1 Modell des idealen Gases . . . . .	63
2.1.1 Zustandsgrößen . . . . .	63
2.1.2 Die Geschwindigkeitsverteilung . . . . .	64
2.1.3 Der Gasdruck . . . . .	65
2.2 Temperatur . . . . .	66
2.2.1 Was ist Temperatur . . . . .	69
2.2.2 Wärmeaustausch . . . . .	69
Temperatur beim idealen Gas . . . . .	70
2.3 Diffusion . . . . .	70
2.3.1 Quantitative Beschreibung . . . . .	71
2.3.2 Diffusion durch porösen Ton . . . . .	72
2.3.3 Gasaufnahme in Flüssigkeiten . . . . .	72
Im TD-GGW . . . . .	72
2.4 Osmose . . . . .	73
2.5 Physiologische Kochsalzlösung . . . . .	74
2.6 Der Dampfdruck . . . . .	75
2.7 Luftfeuchtigkeit . . . . .	76
2.8 1. Hauptsatz der Wärmelehre . . . . .	76
2.9 Wärmeleitung . . . . .	77
2.10 2. Hauptsatz der WL . . . . .	79
<b>3 Elektrizitätslehre . . . . .</b>	<b>81</b>
3.1 Elektrostatik . . . . .	81
3.1.1 Das Elektrische Feld . . . . .	81
Feldlinien . . . . .	82
Mehrere Punktladungen . . . . .	82
Das Dipolfeld . . . . .	83
Dipol in äusserem Feld . . . . .	84
Homogenes $\vec{E}$ -Feld . . . . .	84
Plattenkondensator . . . . .	84
3.1.2 Die Elektrische Spannung . . . . .	85
3.1.3 Bewegung $\perp \vec{E}$ -Feld . . . . .	87
Beliebiges $\vec{E}$ -Feld . . . . .	88
Beschleunigung in Röntgenröhre . . . . .	89
Materialien in elektrischen Feldern . . . . .	89
Metalle . . . . .	89
Isolator . . . . .	90
Metalle . . . . .	90
Metall in äusserem Feld . . . . .	91
Isolator im äusseren Feld . . . . .	91
3.1.4 Elektrische Gleichströme: Leiter . . . . .	91
Metalle . . . . .	93

Elektrolyt . . . . .	94
Inhomogenes $\vec{j}(\vec{r})$ . . . . .	94
3.1.5 Strömungsgesetze . . . . .	95
3.1.6 Strom-Spannung-Charakteristik . . . . .	96
Metall . . . . .	96
3.1.7 Joulsche Wärme . . . . .	96
3.1.8 Elektrische Leitfähigkeit . . . . .	96
3.1.9 Elektrokardiogramm . . . . .	97
3.1.10 Spannungsquellen . . . . .	97
Reale Spannungsquellen . . . . .	101
3.1.11 Kirchhoffsche Maschenregel . . . . .	101
Kirchoffsche Knotenregel . . . . .	102
<b>4 Magnetfelder</b>	<b>103</b>
4.1 Stabmagnet . . . . .	103
4.2 Magnetfeld eines el. Stromes . . . . .	104
4.3 $B$ -Feld einer geraden Spule . . . . .	104
4.4 Die Lorentzkraft . . . . .	105
4.5 Elektrischer Leiter in $B$ -Feld . . . . .	107
4.6 Das Induktionsgesetz . . . . .	108
4.6.1 $B$ inhomogen . . . . .	109
4.6.2 Flussänderung . . . . .	109
<b>5 Schwingungsvorgänge</b>	<b>110</b>
5.1 Energiebetrachtung . . . . .	110
5.2 Gedämpfte Schwingung . . . . .	113
5.3 Erzwungene Schwingung . . . . .	113
5.3.1 Nur noch stationärer Zustand . . . . .	114
5.3.2 Erklärung der Phase bei Resonanz . . . . .	114
5.4 Anwendung: Magnetische Resonanztomographie (MRI) . . . . .	115
5.4.1 Wasserstoffkern . . . . .	115
5.4.2 H-Kerne in starkem Magnetfeld . . . . .	115
5.4.3 Kernresonanz-Spektroskopie . . . . .	116
5.4.4 Gradientenfeld $\vec{B}_z(\vec{r})$ . . . . .	117
5.5 Wellen . . . . .	118
5.5.1 Polarisation . . . . .	118
5.5.2 Ausbreitungsgeschwindigkeit $c$ . . . . .	118
5.5.3 Mathematische Beschreibung . . . . .	119
5.5.4 Welle im Ortsbild . . . . .	119
5.5.5 Welle im Zeitbild . . . . .	119
5.5.6 Wichtiger Zusammenhang . . . . .	120
5.5.7 Intensität . . . . .	121
5.5.8 Menschliches Ohr . . . . .	121
Schallpegel . . . . .	121
5.5.9 Hören von Schallwellen . . . . .	123
5.5.10 Ultraschall . . . . .	125

Reflexion und Transmission . . . . .	125
<b>II Anhänge</b>	<b>126</b>
<b>A Vorlesungsvorlagen</b>	<b>127</b>
A.1 Formelsammlung zur Hilfe beim Lösen der Übungsblättern und der Prüfung . . . . .	128
A.2 Verteilung der Normalkräfte hängt von der Belastung ab. Beispiel Schuh . . . . .	132
A.3 Das Drehmoment . . . . .	133
A.4 Das Vektorprodukt, Rechte Hand Regel . . . . .	134
A.5 Tabelle Elastizitätsmodule, Bruchspannungen . . . . .	135
A.6 Bruchspannungen für Knochen . . . . .	136
A.7 Viskoelastische Materialien: Gummi und Muskel . . . . .	137
A.8 Verformungen, Dehnung, Torsion . . . . .	138
A.9 Flächenträgheitsmomente . . . . .	139
A.10 Modell für Wirbelsäule - falsche Belastung . . . . .	140
A.11 Torsion eines zylindrischen Stabes . . . . .	141
A.12 Druckverteilung in der Atmosphäre, Barometerformel . . . . .	142
A.13 Interatomare Kraft und deren Linearisierung - Federmodell . . . . .	143
A.14 Von der interatomaren Kraft zur interatomaren potentiellen Energie . . . . .	144
A.15 Hagen-Poiseuille-Gesetz: Starke Abhängigkeit des Volumendurchflusses vom Rohr-Radius . . . . .	145
A.16 Druckabfall entlang verzweigtem Rohrsystem . . . . .	146
A.17 Druckverhältnisse in Infusionsgefäß/-leitung ohne und mit Kanüle . . . . .	147
A.18 Schematische Darstellung des Kreislaufsystems . . . . .	148
A.19 Zahlenmässige Charakterisierung des Kreislaufsystems . . . . .	149
A.20 Verteilung des Druckabfalls im Kreislaufsystem . . . . .	150
A.21 Blutdruckamplitude entlang des Kreislaufsystems . . . . .	151
A.22 Strömung in Kapillaren: nicht-newtonsche Strömung . . . . .	152
A.23 Maxwell-Boltzmannsche Geschwindigkeitsverteilung: Temperaturabhängigkeit . . . . .	153
A.24 Maxwell-Boltzmannsche Geschwindigkeitsverteilung: Massenabhängigkeit . . . . .	154
A.25 Gasaustausch in einer Lungen-Alveole . . . . .	155
A.26 Dialysepatrone . . . . .	156
A.27 Dampfdruckkurven von Wasser, Äthanol und Äther . . . . .	157
A.28 elektrisches Dipolfeld . . . . .	158
A.29 zwei ganz unterschiedliche Feldlinienbilder! . . . . .	159
A.30 Dipole erzeugen Drehmomente und Kräfte auf andere Dipole . . . . .	160
A.31 Hydratationsschale in wässrigen Lösungen . . . . .	161
A.32 Kelvin-Generator . . . . .	162
A.33 Der Mensch als elektrischer Leiter . . . . .	163
A.34 Bereiche der Wirkung elektrischer Ströme auf den menschlichen Körper . . . . .	164
A.35 Schädigungen des Körpers durch elektrische Ströme . . . . .	165
A.36 Ströme in der Elektro-Physiotherapie . . . . .	166
A.37 Zum Elektrokardiogramm (Figuren aus Kamke/Walcher) . . . . .	167
A.38 Zum Begriff der "elektromotorischen Kraft" . . . . .	168
A.39 Schematisches Bild einer Zellwand . . . . .	169

A.40 Beispiel für die Komplexität elektrischer Schaltkreise, Analogie zu Strömungen . . . . .	170
A.41 Beispiel zur Anwendung der Kirchhoffschen Regeln . . . . .	171
A.42 Parallel- und Serieschaltung von elektrischen Widerständen . . . . .	172
A.43 Der Spannungsteiler . . . . .	173
A.44 Sind magnetische Feldlinien tatsächlich immer geschlossen ? Magnetische Monopole ?	174
A.45 Der Wechselspannungsgenerator . . . . .	175
A.46 Funktionsweise eines Fehlerstrom-Schutzschalters (FI) . . . . .	176
A.47 Veranschaulichung der Kernspinresonanz . . . . .	177
A.48 Schema eines Magnetresonanztomographen . . . . .	178
A.49 Magnetresonanztomographie: Kodierung des Ortes via Gradientenfeld . . . . .	179
A.50 Magnetresonanztomographie: Aufnahme von Querschnitten . . . . .	180
A.51 Magnetresonanztomographie: Aufnahme von Längsschnitten . . . . .	181
A.52 Laufende Welle . . . . .	182
A.53 Ausbreitung von Schallwellen . . . . .	183
A.54 Vergleich von Schallgeschwindigkeiten in verschiedenen Medien . . . . .	184
A.55 Diagramm zur dB- und Phonskala . . . . .	185
A.56 typische Hörbereiche des menschlichen Ohrs für Sprache und Musik . . . . .	186
A.57 Gefahrenbereiche für Gehörschädigungen . . . . .	187
A.58 Beispiel einer Schwebung . . . . .	188
A.59 Ausbreitung von Schall in verschiedenen Materialien - Wellenwiderstand (aus Kamke/Walcher)	189
A.60 Ultraschall-Echographie . . . . .	190
A.61 Prinzip des B-Bild-Verfahrens . . . . .	191
A.62 Der Dopplereffekt . . . . .	192
A.63 Der Hertzsche Dipol . . . . .	193
A.64 E- und B-Feld in einer elektromagnetischen Welle . . . . .	194
A.65 Das elektromagnetische Spektrum . . . . .	195
A.66 Wellenausbreitung im 3D Raum: ebene und Kugelwellen . . . . .	196
A.67 Brechzahlen für verschiedene Materialien (aus Kamke/Walcher) . . . . .	197
A.68 Strahlenoptik: Reflexion und Brechung . . . . .	198
A.69 Strahlenoptik: Luftspiegelung, "Fata Morgana" . . . . .	199
A.70 Strahlenoptik: Abbildung durch ebenen Spiegel . . . . .	200
A.71 Strahlenoptik: Abbildung durch sphärische Spiegel . . . . .	201
A.72 Formen von sphärischen Linsen . . . . .	202
A.73 Fresnelsche Stufenlinsen . . . . .	203
A.74 Abbildungen mit Sammellinsen . . . . .	204
A.75 Linsensystem: das Mikroskop . . . . .	205
A.76 Nah- und Fernakkommodation der Augenlinse . . . . .	206
A.77 Altersabhängigkeit der Akkommodationsfähigkeit . . . . .	207
A.78 Übersicht über verschiedene Fehlsichtigkeiten . . . . .	208
A.79 Das Sonnenspektrum über und unterhalb der Atmosphäre . . . . .	209
A.80 Röntgenspektren: Bremsstrahlung und charakteristische Linien . . . . .	210
<b>Index</b>	<b>211</b>
<b>ToDo</b>	<b>212</b>

---

# Teil I

# Vorlesungsnotizen

## Kapitel 0

# Wozu Physik für Mediziner?

Physik = Lehre der Naturgesetze

1. Mensch & Tier: Teil der Natur → Verständnis des Organismus

Bsp.:

- Hüftgelenk → Mechanik, Festigkeitslehre
- Auge → Optik
- Reizübertragung (Nerven) → Elektrizität
- Blutzirkulation → Strömungslehre

2. Diagnostik-/Therapiewerkzeuge → physikalische Apparate

Bsp.:

- Röntgenapparatur, CT, MRI → Verstehen der Resultate → Schutz von Patient + Personal

3. Besondere Berufsbilder
  - Gerichtsmediziner

- Sicherheit, Unfallverhütung
  - Strahlenschutz
4. Analytisches Denken! Probleme lösen: (Diagnose, Entscheidungen treffen)

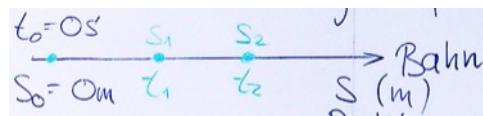
# Kapitel 1

## Mechanik

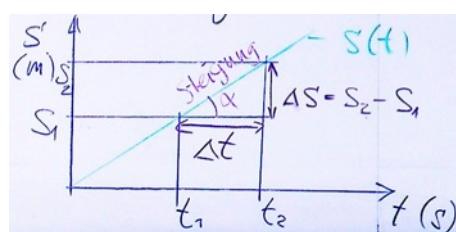
### 1.1 Kinematik

Beschreibung von Bewegungen  
einfachster Fall:

- geradlinige Bahn (1D)
- gleichförmige Bewegung



#### 1.1.1 Weg-Zeit-Diagramm



$$\tan \alpha = \frac{\Delta s}{\Delta t} = v$$

konst. Steigung von  $s(t) \Rightarrow$  konst.  $v$

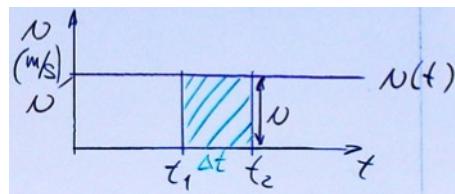
#### 1.1.2 Geschwindigkeit

**Def.: Geschwindigkeit:**

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$[v] = \frac{m}{s}$$

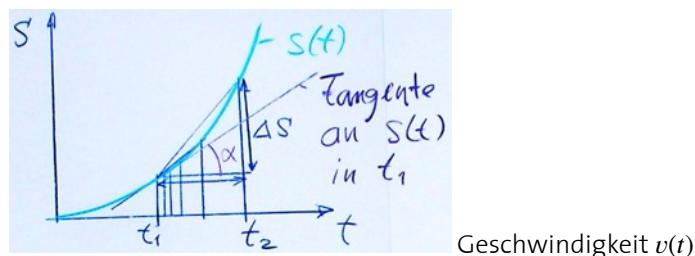
### 1.1.3 Geschwindigkeits-Zeit Diagramm



$$v(t) = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Fläche =  $v \cdot \Delta t = \Delta s$  ! = zurückgelegter Weg

### 1.1.4 Nicht-gleichförmige Bewegungen



$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \text{mittlere Geschwindigkeit zw. } t_1 \text{ und } t_2$$

$$v(t_1) = \lim_{t_1 \rightarrow t_2} \frac{\Delta s}{\Delta t} \underset{\text{Math.}}{=} s'(t)$$

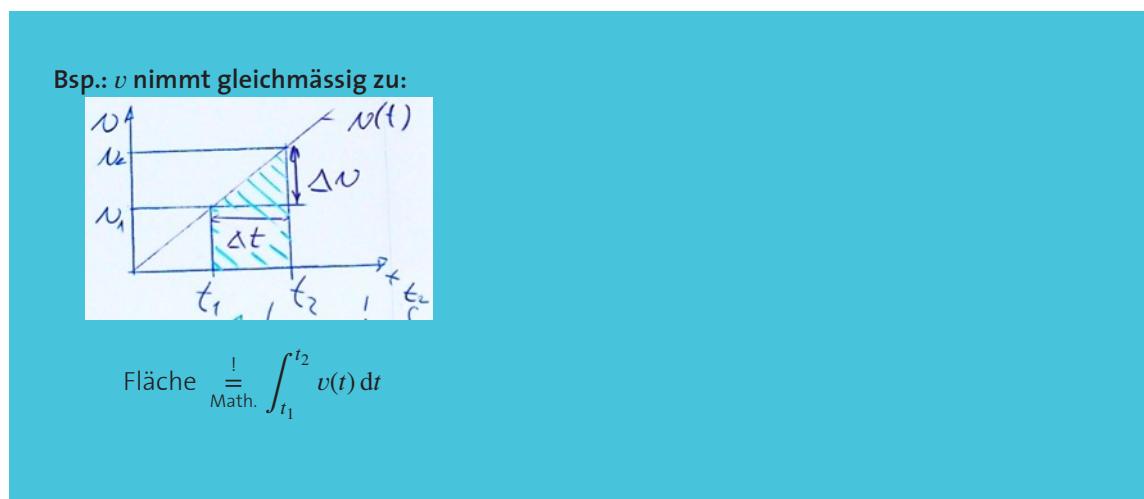
$$v(t) = s'(t)$$

**Schreibweise**

$$\Delta t \rightsquigarrow dt$$

$$v(t) = s'(t) =: \frac{ds}{dt}$$

1. Ableitung

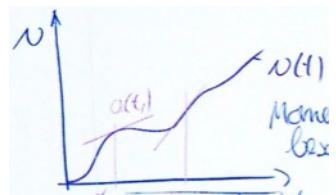
 $v(t)$ : Momentangeschwindigkeit

Änderung der Geschwindigkeit mit der Zeit:



Fall:

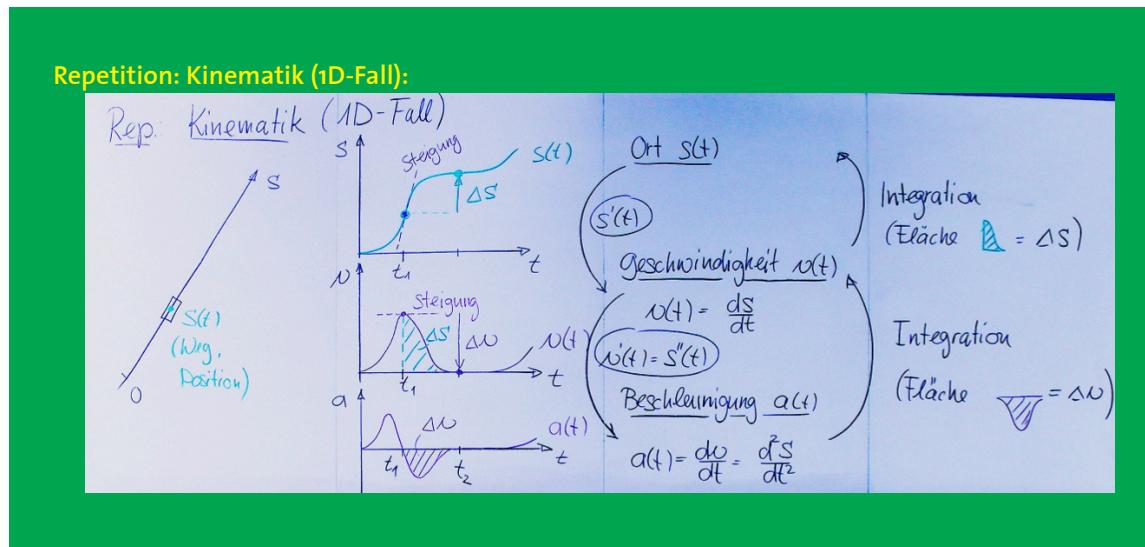
- gleichförmige Beschleunigung:  $a = \text{konst.}$
- beliebige Funktion  $a(t)$



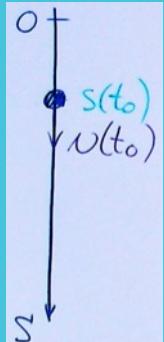
analog:

$$a(t) = \frac{dv}{dt}$$

$$a(t) = \frac{d}{dt} \left( \frac{ds}{dt} \right) = s''(t) =: \frac{d^2 s}{dt^2}$$

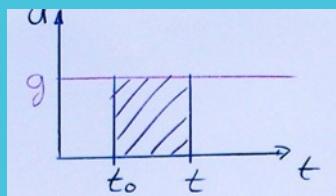


Bsp.: Der freie Fall:

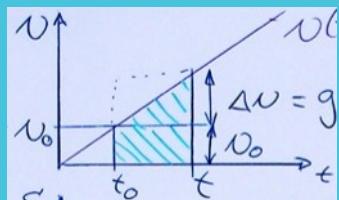


auf der Erdoberfläche

$$a(t) = a_{\text{Fall}} = g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

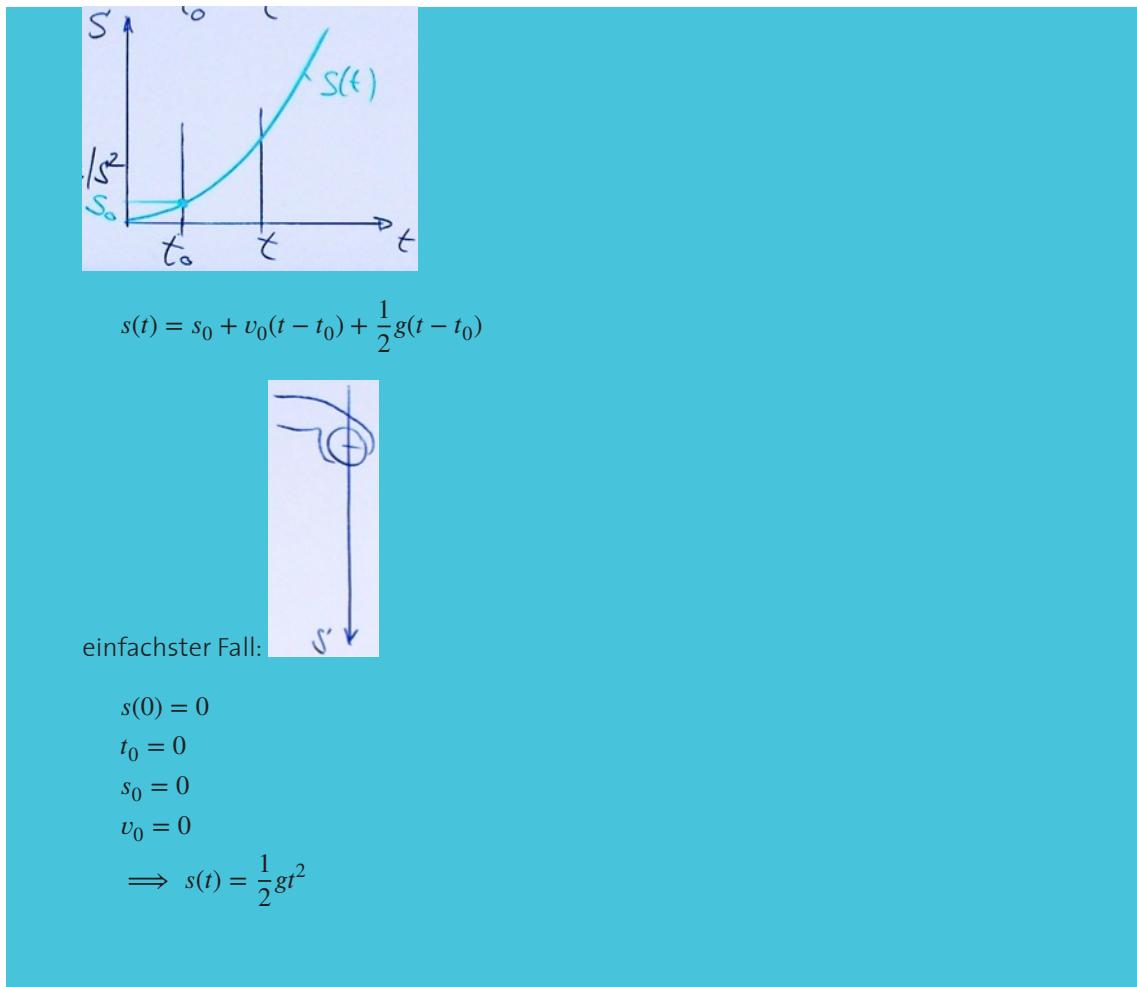


$$\text{Fläche} = g(t - t_0)$$



$$v(t) = v_0 + g(t - t_0)$$

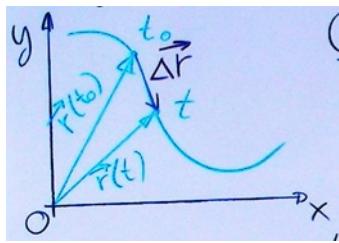
$$\Delta v = g(t - t_0) \quad \text{Fläche} = v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}g(t - t_0)^2 = \Delta S$$



$$\begin{aligned}s(0) &= 0 \\t_0 &= 0 \\s_0 &= 0 \\v_0 &= 0 \\\implies s(t) &= \frac{1}{2}gt^2\end{aligned}$$

### 1.1.5 Bewegungen in der Ebene

Ortsvektor  $\vec{r}(t)$



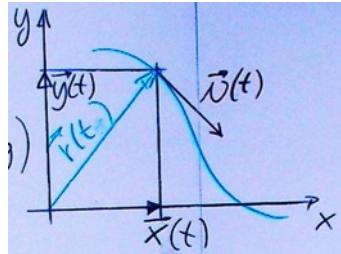
→ Länge (Betrag)

→ Richtung

Geschwindigkeit:  $\frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}$  Weg:  $\Delta \vec{r} = \vec{r}(t) - \vec{r}(t_0)$

$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$  mittlere Geschwindigkeit

Momentangeschwindigkeit:  $\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \stackrel{\text{Math.}}{=} \frac{d \vec{r}}{dt}$



$$\vec{r}(t) = \vec{x}(t) + \vec{y}(t)$$

⇒ Komponentenschreibweise

$$\vec{r}(t) = (x(t), y(t))$$

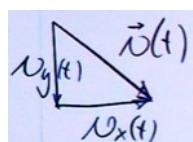
$$\frac{d \vec{r}}{dt} = \left( \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right)$$

$v(t)$ :

- Betrag (Schnelligkeit)
- Richtung! (tangential zu Bahn)

### Schnelligkeit

$$|\vec{v}(t)| = v(t) = \sqrt{v_1^2(t) + v_2^2(t)}$$



### Momentanbeschleunigung

$$\vec{a}(t) = \frac{d \vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{s}}{dt^2}$$

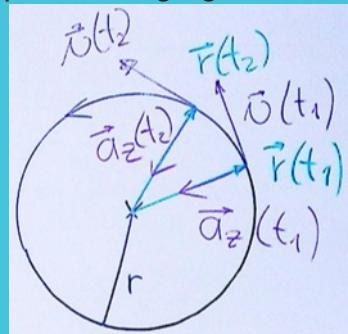
### 1.1.6 Wann ist eine Bewegung beschleunigt?

Wenn  $\vec{v}$  sich ändert!

→ Betrag

→ Richtung!

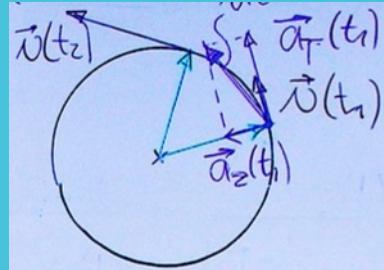
Bsp.: Kreisbewegung mit konstanter Umlaufgeschwindigkeit:



$\Rightarrow v = \text{konst.}, \vec{v} \text{ dreht} \Rightarrow \text{Zentripetalbeschleunigung}$

$$a = \frac{v^2}{r}$$

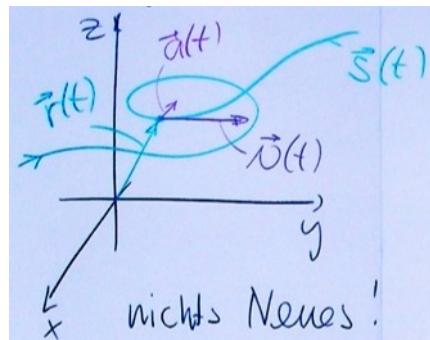
Bsp.: beliebige Kreisbewegung ( $v \neq \text{konst.}$ ):



$$a_Z(t) = \frac{v^2(t)}{r} \quad \text{Zentripetalbeschleunigung}$$

$$a_T(t) = \frac{dv}{dt} \quad \text{Tangentialbeschleunigung}$$

### 1.1.7 Bewegungen im 3D-Raum



nicht Neues!

$$\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$$

## 1.2 Dynamik

⇒ Ursache der Bewegung

### 1.2.1 Kraft/Masse

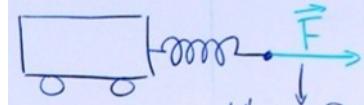
**Def.: Kraft:**  
...Wirkung!

Bsp.:

- Gewicht heben
- Deformation (Messung!)
- Bewegung

**Def.: Masse:**  
"Trägheit" ("...schwieriger in Bewegung zu setzen")

Kraft: Vektor!



Länge, Richtung, Angriffspunkt

### 1.2.2 Die Newtonschen Prinzipien (1686)

$$\underbrace{\vec{F}}_{\text{Ursache}} = \underbrace{m \cdot \vec{a}}_{\text{Wirkung}}$$

$$[F] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N} \quad (\text{Newton})$$

⇒ 2. Newtonsche Prinzip (Axiom) (Aktionsprinzip)  
Anwendung:

- Mann kennt Kraft ⇒ Beschleunigung + Bahn berechnen
- Ich sehe Beschleunigung ⇒ Was für Kräfte wirken

### 1. Newtonsches Prinzip (Trägheitsprinzip)

kräftefreie Körper ( $\vec{F} = \vec{0}$ ,  $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$ )

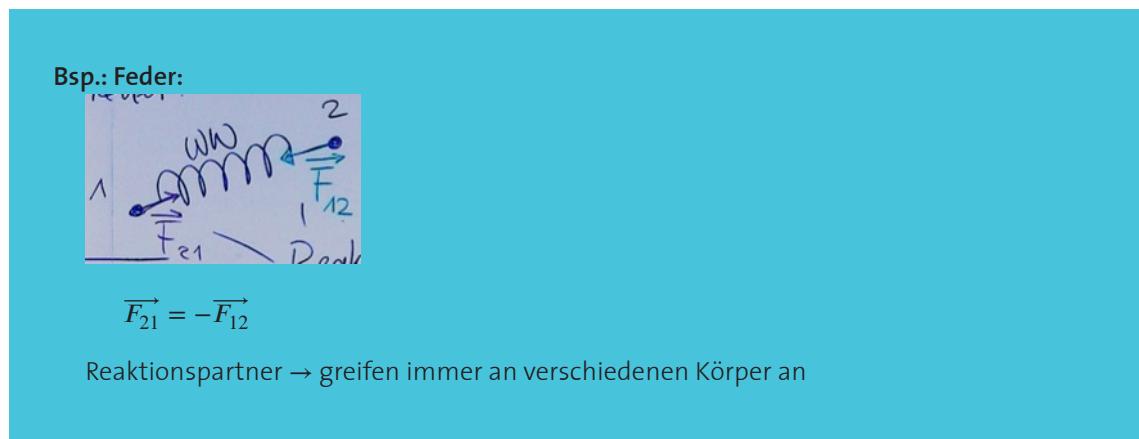
- Körper in Ruhe (ist + bleibt)
- bewegt sich mit konst. Geschwindigkeit  $\vec{v} = \text{konst.}$

⇒ Bewegungszustände

### Newton'sches Prinzip (Reaktionsprinzip)

(action = reactio)

Kräfte röhren immer von Wechselwirkungen (WW)



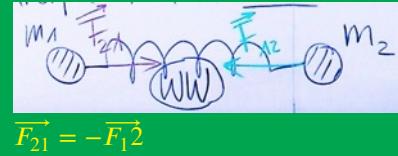
### Repetition: Dynamik:

Kraft: erzeugt Bewegung  
Masse: Trägheit  
Newtonsche Prinzipien

1. kräftefreier Körper:  $\vec{v} = \text{konst.}$  (z.B.  $\vec{v} = \vec{0}$ )

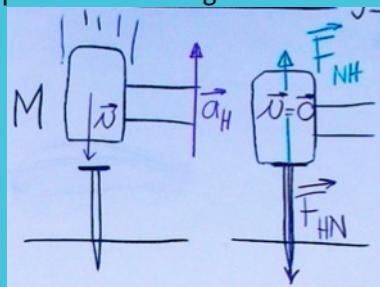
2.  $\vec{F} = m\vec{a}$  Ursache & Wirkung

3. Kräfte röhren **immer** von WW her



$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

Bsp.: Hammer & Nagel:



$$2. \vec{F}_{NH} = M\vec{a}_H$$

$$3. \vec{F}_{HN} = -\vec{F}_{NH}$$

### 1.2.3 Arten von Kräften

#### Gravitationskraft

(Anziehung von Massen)

auf Erdoberfläche Gewichtskraft  $\vec{G}$

Betrag:  $mg$

Richtung: zum Erdmittelpunkt

Angriffspunkt: Schwerpunkt



Reaktionspartner:

**Elektromagnetische Kräfte**

(Anziehung / Abstossung von Ladungen)

- Coulombkraft (elektrische Kraft; verschiedene Erscheinungsformen)
- magnetische Kraft
- Lorentzkraft

**starke Kraft**

- Stabilität der Atomkeime

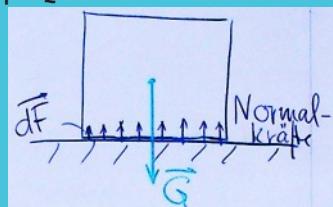
**schwache Kraft**

- Radioaktivität

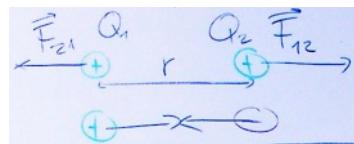
**1.2.4 Coulombkraft und ihre Erscheinungsformen**

- elastische Kräfte im festen Körpern (Kohäsion)
- Berührungs Kräfte - Die Normalkraft

Bsp.: Quader auf Tisch in Ruhe:

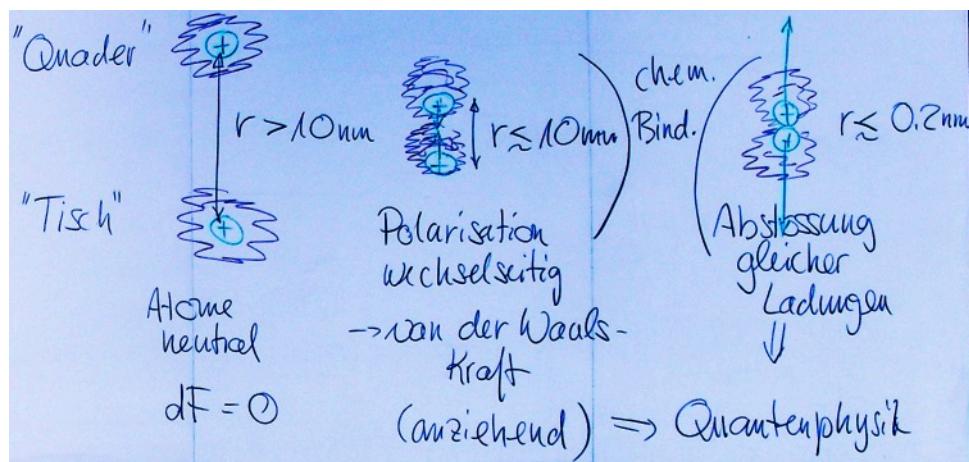
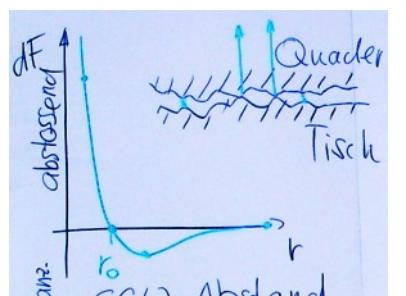


$$\begin{aligned}\sum \vec{F}_a &= \vec{0} \\ \Rightarrow \vec{G} + \sum \vec{dF} &= \vec{0}\end{aligned}$$

**Coulombgesetz**

$$F_{21} = F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

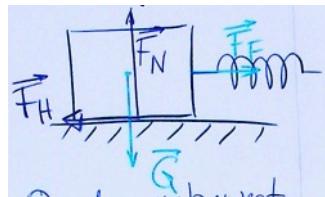
elektrische Feldkonstante  $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{m}}$

**Kraftgesetz zwischen zwei Atomen****Kraftkurve**

GGW-Abstand (chemische Bindung)

**1.2.5 Reibungskräfte**

(parallel zur Berührungsfläche)

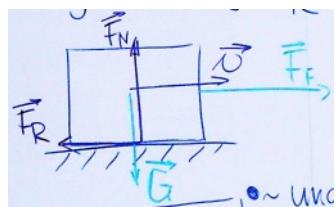
**Haftreibung**

Quader unbewegt

$$\vec{F}_H = -\vec{F}_F$$

maximale Haftreibung:

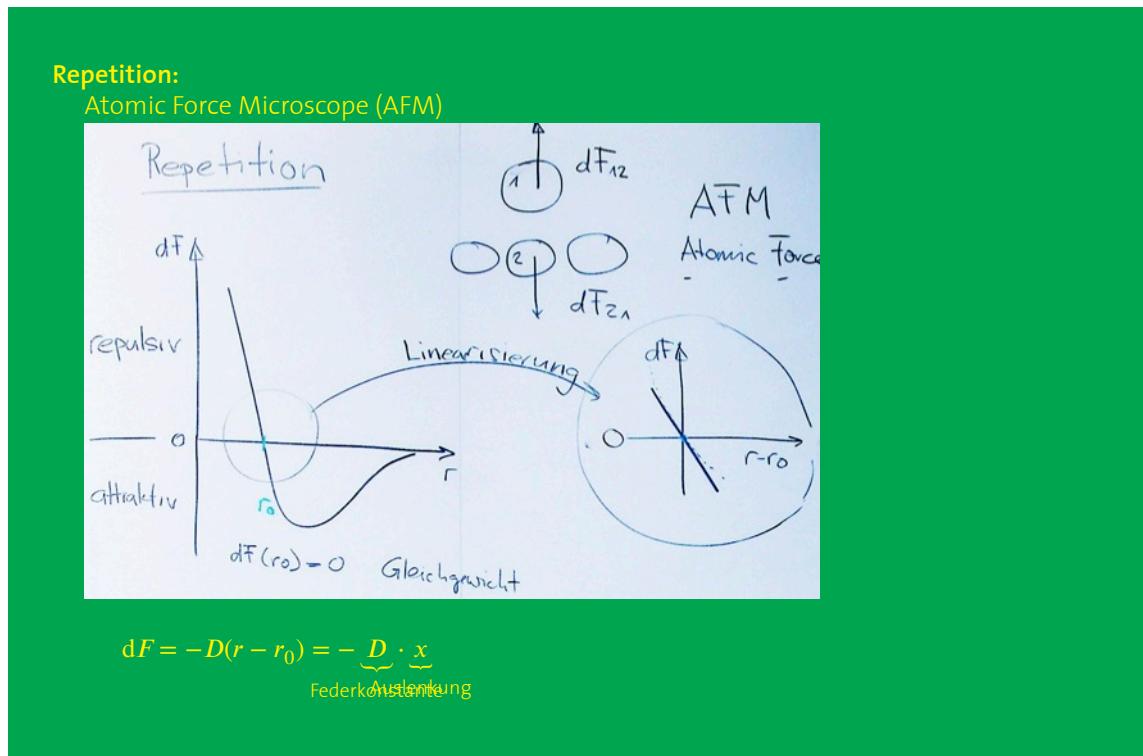
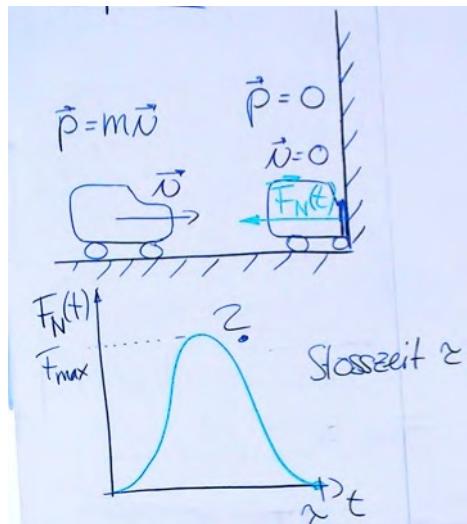
$$F_H \leq \underbrace{\mu_H}_{\text{Haftreibungszahl}} F_N$$

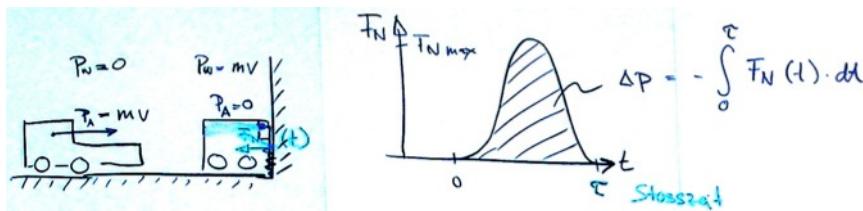
**1.2.6 Gleitreibung  $\vec{F}_R$** 

- Richtung: versucht immer Relativbewegung zu bremsen.
- unabhängig von  $v$

$$F_R = \mu_G \cdot F_N$$

### 1.2.7 Kraftstöße





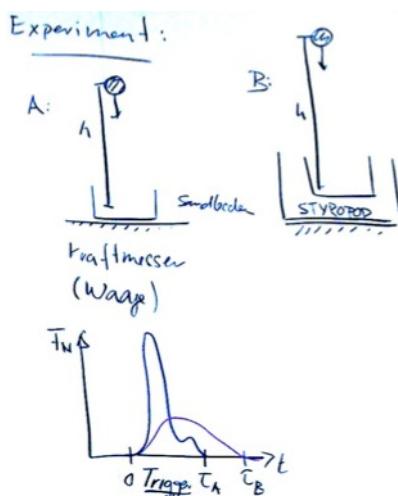
$$\Delta p = - \int_0^\tau F_n(t) \cdot dt$$

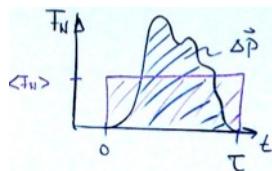
$\tau$  Stosszeit

kleine Kräfte  $F_N$ :

- wenn  $\tau$  gross
- wenn  $\Delta p$  klein

### Experiment



**Vereinfachung**

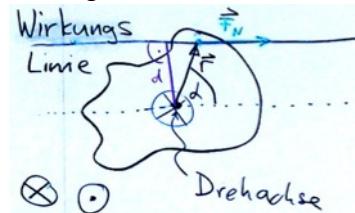
$$\Delta \vec{p} = m\vec{v} = - \left\langle \vec{F}_N \right\rangle \tau = - \int_0^\tau F_N(t) dt$$

**1.2.8 Das Drehmoment**

**Def.: Drehmoment:**

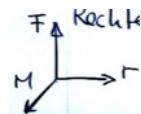
$$\overrightarrow{M}_0 = \vec{r} \times \vec{F}$$

(Hebelgesetz)



$$M_0 = r \cdot F_N \cdot \sin \alpha = dF_N$$

Rechte-Hand-Regel:

**1.2.9 Gleichgewicht starrer Körper**

keine Bewegung:

$$\sum \vec{F}_i = 0 \quad \text{Translation}$$

$$\sum \vec{M}_i = 0 \quad \text{Rotation}$$

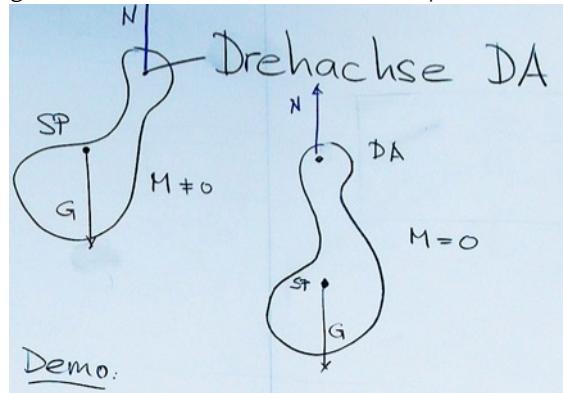
### 1.2.10 Der Schwerpunkt SP

**Def.: Schwerpunkt:**

$$\vec{r}_s = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$$

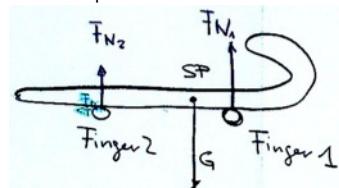
Massenelement

gewichtetes Mittel aller Orte der Körpermassen und ist der Angriffspunkt der Gewichtskraft



#### Denkexperiment Spazierstock

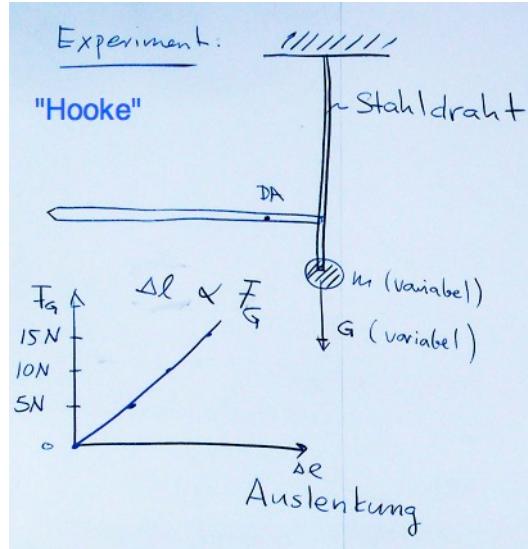
Schwerpunkt des



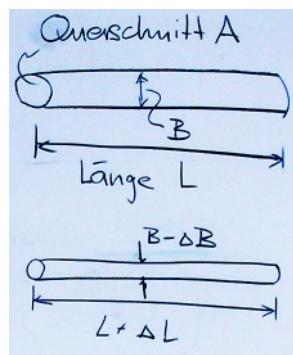
wenn  $F_{R_1} > F_{R_2}$  bewegt sich Finger 2.

## 1.3 Festigkeitslehre (Elastizitätslehre)

Reale Körper sind deformierbar (reversibel und/oder irreversibel). Festigkeit hängt vom Material und Form ab.



### 1.3.1 Materialverhalten



Def.: Dehnung:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

$$[\varepsilon] = 1$$

Def.: Querkontraktion:

$$\beta = \frac{\Delta B}{B}$$

Def.: Normalspannung:

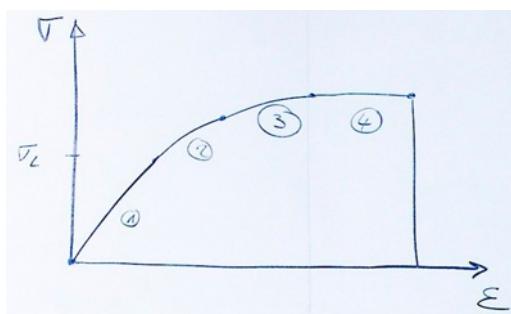
$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

$$[\sigma] = \text{Pa}$$

Zugspannung  $\sigma > 0$

Druckspannung  $\sigma < 0$

### Das Spannungs-Dehnungs Diagramm



1. linearer Bereich  $\sigma = E\epsilon^1$

2. nichtlinearer Bereich

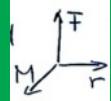
3. plastischer Bereich

4. Fliessen

5. Bruch

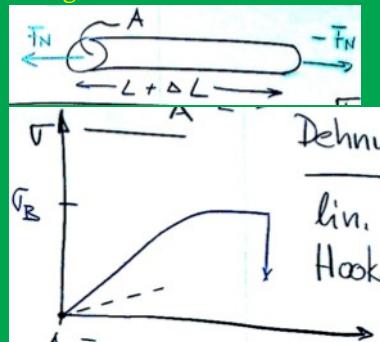
### Repetition:

- Kraftstoß  $\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}$
- Drehmoment  $\vec{M}_o = \vec{r} \times \vec{F}$   
(Folien)  
gerichtete Größe mit Drehsinn  
rechte Hand Regel



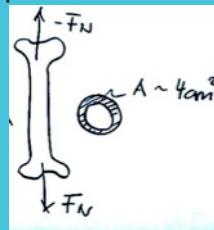
- Schwerpunkt  $\vec{r}_{SP} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$

### Festigkeitslehre



<sup>1</sup> E Elastizitätsmodul, z.B. Stahl 200 GPa , Nanotubes 1TPa

Bsp.:



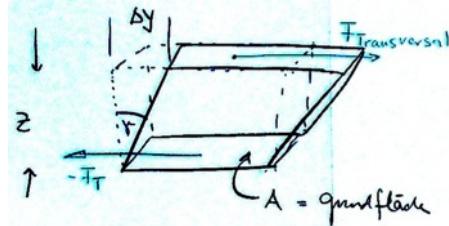
$$\begin{aligned}\sigma_B \text{ Knochen} &= 85 \text{ MPa} \\ \Rightarrow F_{N \max} &= \sigma_B \cdot A = 34 \text{ kN}\end{aligned}$$

Spannungs-Dehnungsdiagramm  
lin. Bereich Hooke'sches Gesetz:

$$\begin{aligned}\sigma &= \underbrace{E}_{\text{Elastizitätsmodul}} \cdot \varepsilon \\ \varepsilon &= \frac{\Delta L}{L} \quad [\text{ }]\end{aligned}$$

### 1.3.2 Scherung

Demo: Schaumgummiquader



Scherwinkel

$$\gamma = \frac{\Delta y}{z}$$

**Def.: Schubspannung:**

$$\tau = \frac{F_T}{A}$$

$[\tau] = \text{Pa}$

für den linearen Bereich (Hooke) gilt:

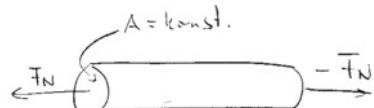
$$\tau = \underbrace{G}_{\text{Schubmodul [Pa]}} \cdot \gamma$$

### 1.3.3 Spannungszustand

Dehnung, Stauchung

Scherung, Biegung

Torsion



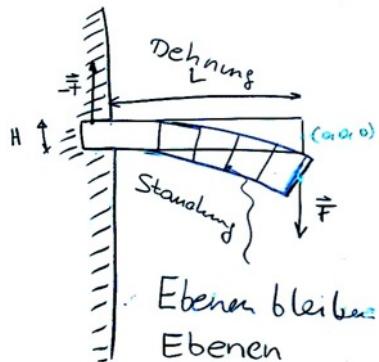
Spannungsfelder

$$\sigma(x, y, z) = \sigma(\vec{r}) = \frac{F_N}{A} = \text{konst.}$$

$$\tau(\vec{r}) = 0 \quad (\text{keine Scherung})$$

Die Spannung in einem Körper lässt sich für jeden Punkt bestimmen.

### 1.3.4 Die Biegebelastung eines Balkens



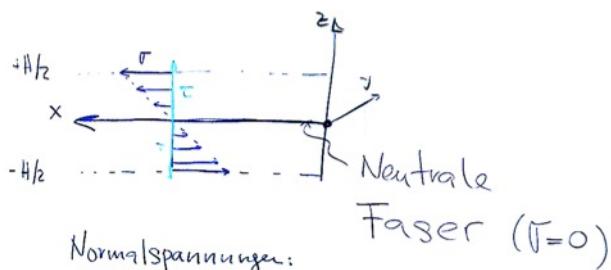
Querschnitt  $A = H \cdot B$

Biegung:

- $\sigma$  Normalspannung
- $\tau$  Schubspannungen

Problem: Bestimmung von  $\sigma(\vec{r})$ ;  $\tau(\vec{r})$  unter Berücksichtigung des Gleichgewichts

#### Wahl des Koordinatensystems



Normalspannungen:

$$\sigma(x, y, z) = \alpha(x) \cdot z$$

prop. zur Dehnung.

Annahme: Gewichts des Balken  $\ll F$

Kräfte Gleichgewicht:

$z$ -Komponente

$$-F + A \cdot \tau(x) = 0 \implies \tau(x) = \frac{F}{A} = \text{konst.}$$

$x$ -Komponente:

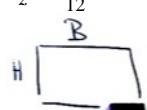
$$\begin{aligned} \int_A \sigma(x, y, z) dA &= 0 \\ \Rightarrow \int_{-\frac{H}{2}}^{+\frac{H}{2}} \alpha(x) \cdot z \cdot B \cdot dz &= 0 \\ \Rightarrow \alpha(x) \cdot B \underbrace{\int_{-\frac{H}{2}}^{+\frac{H}{2}} z \cdot dz}_{\text{muss } 0 \text{ sein}} &= 0 \\ \Rightarrow \text{neutrale Faser liegt in der Mitte} \end{aligned}$$

### 1.3.5 Drehmomentgleichgewicht

$$\begin{aligned} |M_\gamma| &= F \cdot x \\ |M_\gamma| &= \int_A z \cdot \sigma(x, y, z) \cdot dA \\ \text{Gleichgewicht: } |M_\gamma| &= |M_\gamma| \\ F \cdot x &= \int_A z \cdot \alpha(x) \cdot z \cdot dA = \alpha(x) \cdot \underbrace{\int_A z^2 dA}_{\substack{\text{geometrischer Faktor} \\ \text{Flächenträgheitsmoment } I_z}} \\ \Rightarrow \alpha(x, z) &= \alpha(x) \cdot z = \frac{x \cdot z}{I_z} \cdot F \end{aligned}$$

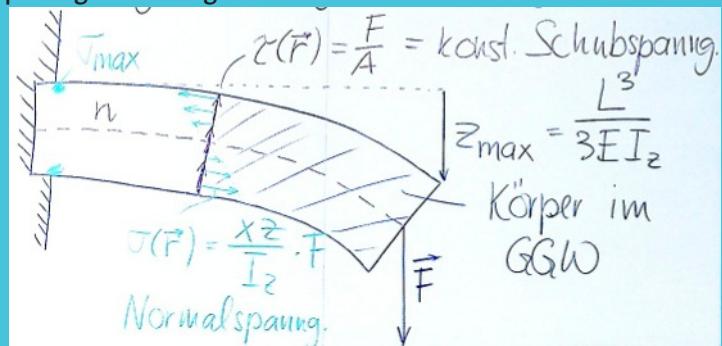
Diskussion:

- Neutrale Faser liegt bei  $z = 0$
- wo bricht der Balken bei  $(L, y, \frac{H}{2})$
- $I_z = \frac{1}{12} BH^3$

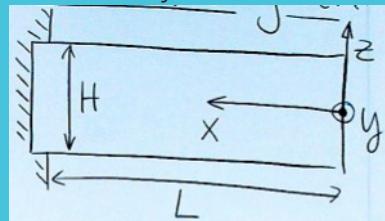


Repetition: Verteilung von Spannungen in festen Körper:

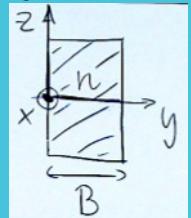
Bsp.: Biegebelastung von Balken:



Koordinatensystem



Querschnitt A



$$I_z = \frac{1}{12} BH^3$$

Flächenträgheitsmoment  $I_z$

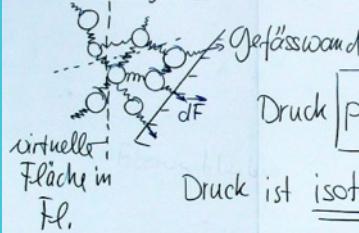
$$\text{allg.: } I_z = \int_A z^2 dz$$

Abstand von n

## 1.4 Hydrostatik

### 1.4.1 Der Hydrostatische Druck $p$

Bsp.: Flüssigkeit:



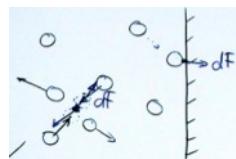
The diagram shows a container with a liquid. A vertical dashed line represents a "virtuelle Fläche im Fl." (virtual surface in the liquid). A small area element  $dF$  is shown on this surface, with a force vector  $dF$  pointing towards the center of the container. The label "Gefäßwand" points to the wall of the container. To the right, a pressure symbol  $p$  is shown with the text "Druck ist isotrop!" below it.

$$\text{Druck } p = \frac{\sum dF}{A}$$

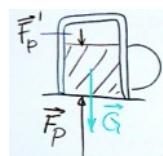
$$[p] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

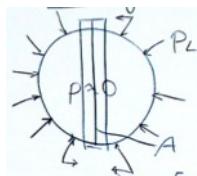
Druck ist isotrop!

### 1.4.2 Der Luftdruck (Gase)



Experiment: Bierglas



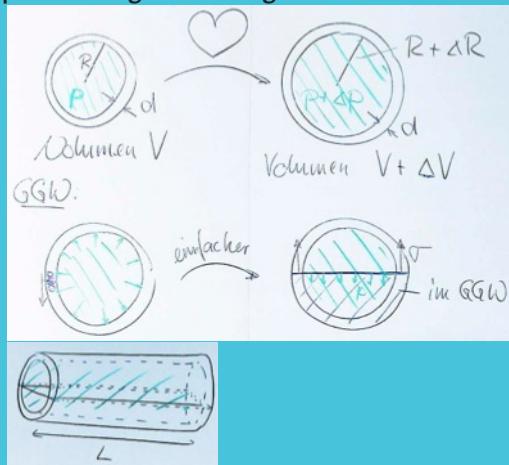
**Magdeburger Halbkugeln**

$$p_L \approx 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$A \approx 100 \text{ cm}^2$$

$$F = p_L \cdot A = 10^3 \text{ N} \approx 100 \text{ kg}$$

**Bsp.: Dehnung eines Blutgefäßes:**



$$\underbrace{p \cdot 2 \cdot R \cdot L}_{\text{Länge}} = \underbrace{2 \cdot \sigma \cdot d \cdot L}_{\text{Dehnung}}$$

$$\Rightarrow \text{Spannung } \sigma = \frac{R}{d} \cdot p \text{ mit } \epsilon = \frac{\sigma}{E}$$

$\Rightarrow V$  nimmt zu

⋮

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{2 \cdot R}{E \cdot d} \cdot \Delta p =: \overbrace{D}^{\text{Dehnbarkeit}} \cdot \Delta p$$

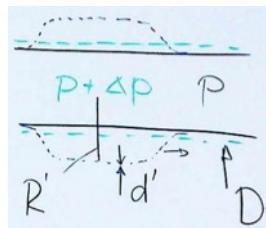
Physiologie oft:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta p}{k}$$

Volumenelastizitätsmodul

$$k = \frac{1}{D}$$

### Aneurysma



$$D = \frac{2R}{Ed}$$

$$D' = \frac{2R'}{Ed'} > D$$

altendes Blutgefäß  $E \nearrow \Rightarrow D \searrow$

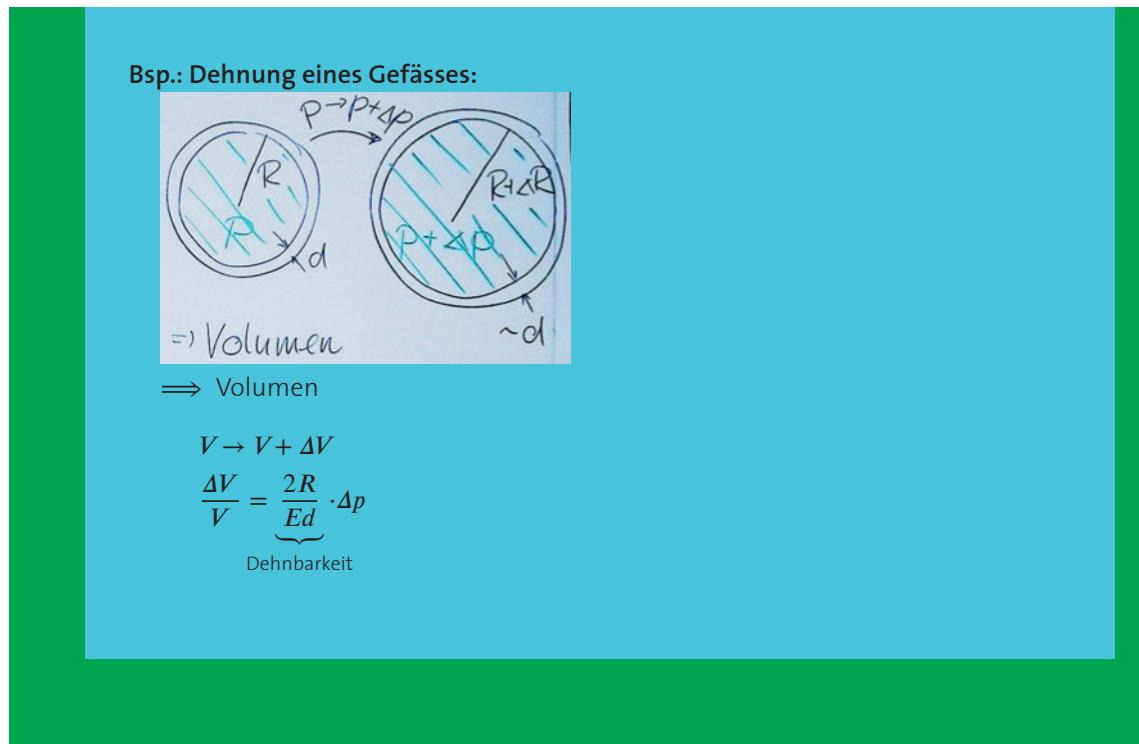
$\Rightarrow$  krakhafte Gefässerweiterung

**Repetition: Hydrostatik:**  
hydrostatischer Druck in Flüssigkeiten / Gasen:

$$p = \frac{\sum dF}{A}$$

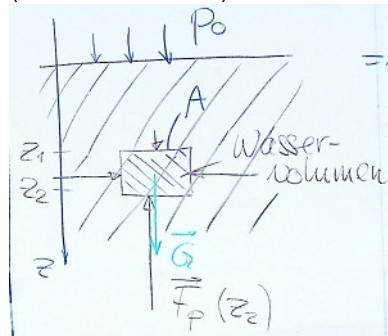
- isotrop!
- Luftdruck  $p_0$

$$p_0 \approx 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ bar} \hat{=} 1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$



### Druckverteilung in Flüssigkeiten

(auf Erdoberfläche)



GGW

$$F_p(z_1) + G = F_p(z_2)$$

$$F_p (= p \cdot A)$$

$$\Rightarrow p(z_2) = p(z_1) + \frac{G}{A}$$

$$\Rightarrow p(z_2) = p(z_1) + \frac{(z_2 - z_1) \cdot A \cdot \rho \cdot g}{A}$$

Wähle  $z_1 = 0, z_2 = z$

$$p(z) = p_0 + z \cdot \rho \cdot g$$

10m Wassertiefe

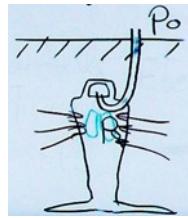
$$\rho \cdot g \cdot z = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10\text{m} = 10^5 \text{Pa} = 1\text{bar}$$

$$1\text{mmH}_2\text{O} \Rightarrow p = 9.8\text{Pa}$$

$$1\text{mmHg} \Rightarrow p = 133\text{Pa} =: 1\text{torr}$$

$$\text{Blutdruck } \bar{p} \approx 100\text{mm Hg} = 133\text{mbar}$$

### Atmung beim Tauchen



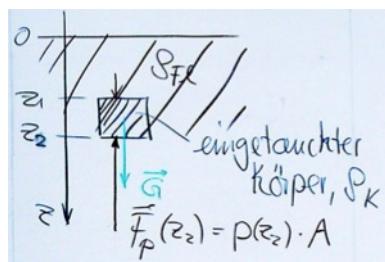
### Luftdruck

$$p_L(z) = ?$$

$$\rho_L \approx 1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_W \approx 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

### 1.4.3 Der Auftrieb



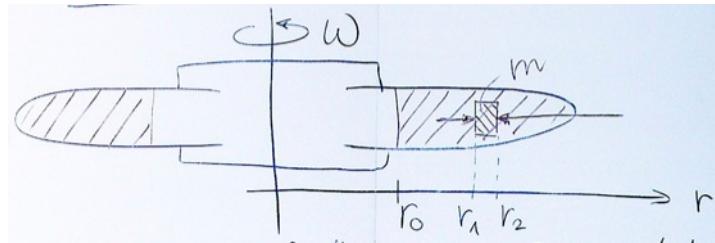
$$F_{\text{res}} = F_p(z_1) + G - F_p(z_e) = G - (p(z_2) - p(z_1)) \cdot A = (z_2 - z_1)A \cdot \rho_K \cdot g - \underbrace{(z_2 - z_1)A \cdot g \cdot \rho_F}_{F_A}$$

$$F_{\text{res}} = \underbrace{(z_2 - z_1)}_{V_K} \cdot A \cdot g(\rho_K - \rho_{\text{Fl}})$$

$$\rho_K > \rho_{\text{Fl}} = F_{\text{res}} > 0 \quad \downarrow$$

$$\rho_K < \rho_{\text{Fl}} = F_{\text{res}} < 0 \quad \uparrow$$

## Druckverteilung in Zentrifuge



$\Rightarrow$  Trennung von Stoffen durch Sedimentation  $m$  auf Kreisbahn  $\Rightarrow$  Zentripetalbeschleunigung  $a_z$

$$a_z = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$

2.N.P  $F_z = ma_z$ ; Rechnung:

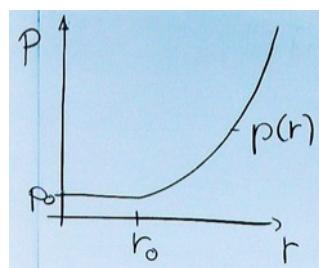
$$\dots p(r) = p_0 + \frac{1}{2}\rho_{\text{Fl}}\omega^2(r^2 - r_0^2)$$

Ultrazentrifuge 100000  $\frac{\text{U}}{\text{min}}$

$$\omega = 2\pi f = 10500 \text{ s}^{-1}$$

$$r \approx 5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow p \approx 1.3 \text{ kbar}$$



## 1.5 Energie und Arbeit

### 1.5.1 verschiedene Energieformen

**kinetische Energie** BILD

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$$

**potentielle Energie** BILD

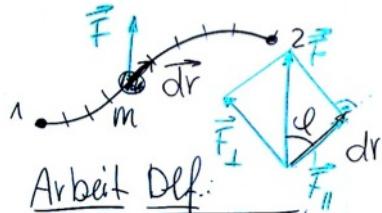
$$E_{\text{pot}} = mgh$$

**Federenergie** BILD

$$E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}Dx^2$$

### 1.5.2 Arbeit

Umwandlung einer Energieform in die andere via Kräfte



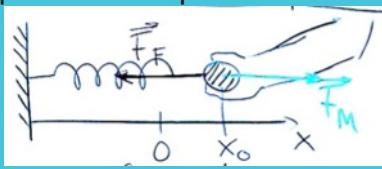
**Def.: Arbeit:**

$$\begin{aligned} dW &= \vec{F} \cdot \vec{dr} \\ &= F \cdot dr \cdot \cos \varphi \\ &= F_{||} \cdot dr \end{aligned}$$

**Gesamte Arbeit**

$$\begin{aligned} W_{1 \rightarrow 2} &= \int_1^2 \vec{F} \cdot \vec{dr} \\ [W] &= \text{N} \cdot \text{m} = \text{J (Joule)} \end{aligned}$$

**Bsp.: Arbeit zum Spannen einer Feder:**



The diagram shows a spring attached to a fixed wall on the left. A hand is applying a force  $\vec{F}_M$  to the right, stretching the spring. The spring's displacement is labeled  $x$ , and its equilibrium position is marked as  $x_0$  on a horizontal axis below the spring.

ganz langsam!

$$\implies E_{\text{kin}} = 0$$

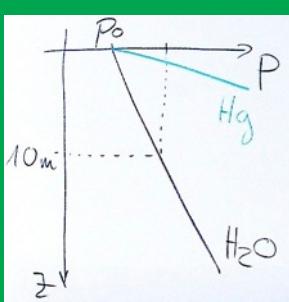
$$\vec{F}_M = -\vec{F}_F$$

$$F_F = -D \cdot x$$

$$\text{Arbeit der Hand } W_{0 \rightarrow x_0} = \int_0^{x_0} \vec{F}_M \cdot d\vec{r}$$

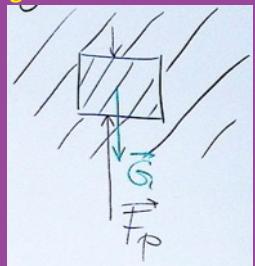
$$W_{0 \rightarrow x_0} = \int_0^{x_0} F_M \cdot dx = \int_0^{x_0} D \cdot x \, dx = \frac{1}{2} D x^2 \Big|_0^{x_0} = \frac{1}{2} D x_0^2$$

**Repetition: Hydrostatik:**  
Druckverteilung in Flüssigkeiten:

$$p(z) = p_0 + \rho_{\text{fl.}} g z$$


The diagram illustrates the hydrostatic pressure distribution in a fluid column. A vertical coordinate system is shown with the origin at the top surface of a fluid layer. The pressure at the top surface is labeled  $p_0$ . A point at depth  $z$  is labeled with pressure  $p$ . The fluid is composed of two layers: a top layer labeled  $Hg$  (mercury) and a bottom layer labeled  $H_2O$  (water). A dashed line connects the top surface of the water layer to the point at depth  $z$ , indicating the total height of  $10 \text{ m}$  from the bottom of the water layer to the point of interest.

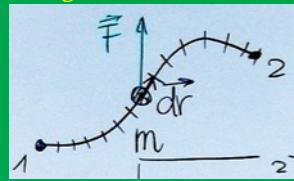
Folge: Auftrieb:



Zentifuge:

$$p(r) = p_0 + \frac{1}{2} \rho_{\text{FL}} \omega^2 (r^2 - r_0^2)$$

Energie und Arbeit:



Arbeit:

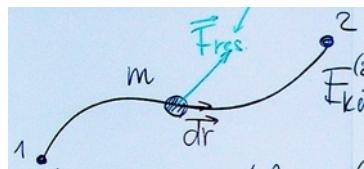
$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \vec{F} \cdot \overline{dr}$$

z.B. Spannen einer Feder

$$W_{0 \rightarrow x_0} = \frac{1}{2} D x_0^2$$

### 1.5.3 Energie und Energieerhaltungssatz

Situation

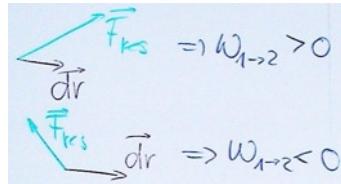


$W_{1 \rightarrow 2}$ : Arbeit sämtlicher an  $m$  angreifender Kräfte ( $\vec{F}_{\text{res}}$ )

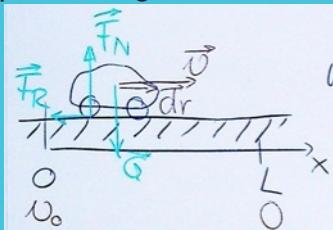
$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \vec{F}_{\text{res}} \cdot d\vec{r}$$

**Satz: Energiesatz:**

$$W_{1 \rightarrow 2} = E_{\text{kin}}^{(2)} - E_{\text{kin}}^{(1)}$$



**Bsp.: Bremsung:**



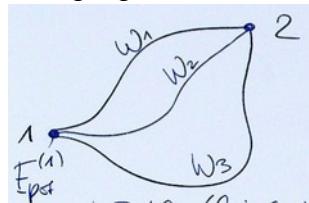
$$\vec{F}_{\text{res}} = \underbrace{\vec{G} + \vec{F}_N}_{0} + \vec{F}_R$$

$$W_{1 \rightarrow 2} = - \int_0^L F_R \, dx = - \int_0^L \mu_G mg \, dx = -\mu_G mg L = 0 - \frac{1}{2} mv_0^2$$

$$L = \frac{v_0^2}{2\mu_G g}$$

**Situation Energieerhaltungssatz**

Bewegungen unter Einfluss **konservativer Kräfte** (z.B. Gewichtskraft , Federkraft )



$W_1$ : Arbeit der **konservativen Kraft**

**konservativ:**  $W_1 = W_2 = W_3$ ;  $W_{1 \rightarrow 2}$  ist unabhängig vom Weg

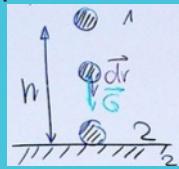
$\Rightarrow$  zwei Zahlen (bei Ort 1,2 genügen)

$\Rightarrow W_{1 \rightarrow 2}$  hängt nur von Lage ab

**Def.: potentielle Energie:**

$$E_{\text{pot}}^{(2)} - E_{\text{pot}}^{(1)} = -W_{1 \rightarrow 2}$$

Bsp.:



$$E_{\text{pot}}^{(1)} = mgh$$

$$E_{\text{pot}}^{(2)} = 0$$

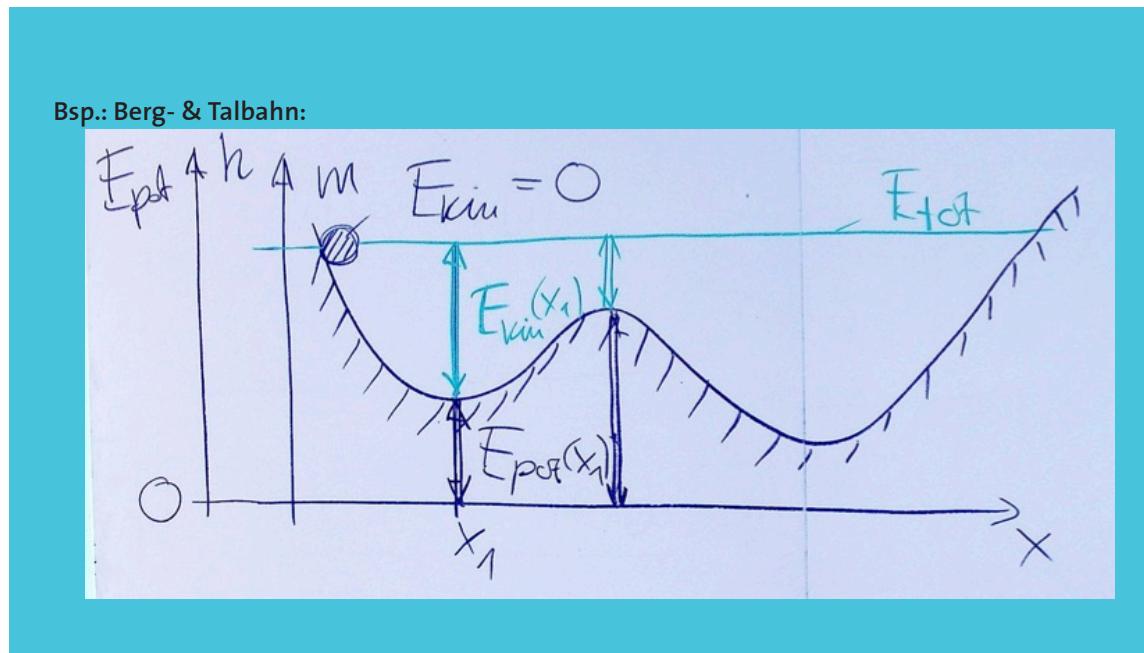
$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 mg \, dz = mgh$$

Also:

$$0 - mgh = -mgh \quad \checkmark$$

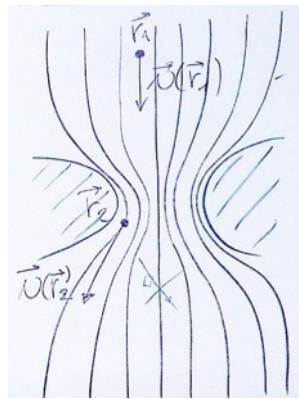
**Satz: Energie-Erhaltungssatz:**

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \text{konst.}$$



## 1.6 Hydrodynamik: Strömungen in Flüssigkeiten

### 1.6.1 Stationäre Strömungen



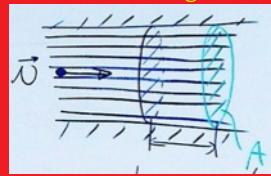
Geschwindigkeitsfeld

- $\vec{v}(\vec{r})$  zeitlich konst.  
→ stationär
- laminare Strömung  
( $\bar{v} > v_{\text{krit.}} \implies$  turbulente Strömung)

Def.: Volumenstromstärke (Volumendurchfluss):

$$I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} \text{ durch Querschnitt } A$$

Zusammenhang mit  $\bar{v}$



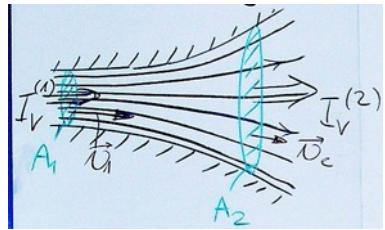
$$L = v \cdot \Delta t$$

in Zeit  $\Delta t$

$$\Delta V = v \cdot A \cdot \Delta t$$

$$\Rightarrow I_v = A \cdot v$$

### 1.6.2 Kontinuitätsgleichung



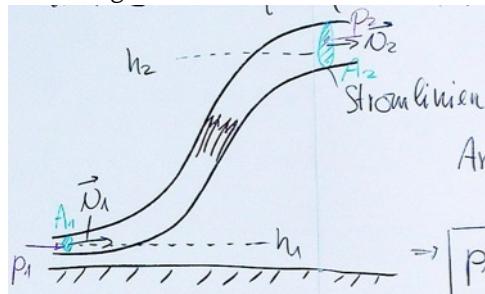
hinein:  $I_V^{(1)} = A_1 \cdot v_1$

hinaus:  $I_V^{(2)} = A_2 \cdot v_2$

$$\Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2$$

### 1.6.3 Die Bernoulligleichung

Strömung unter Einfluss Druckkräfte und Schwerkraft (keine Reibung!)



Energiebilanz für Gewegung der Fl.

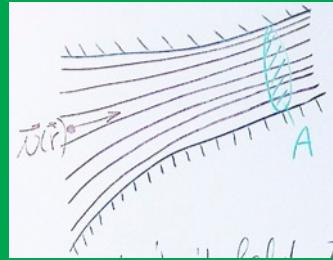
Arbeit  $\Delta W$  (Druckkräfte)  $-\Delta E_{\text{kin}} + \Delta E_{\text{pot}}$

$$\Rightarrow p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Gesamtdruck:  $p_0 = p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h =$  statischer Druck + dynamischer Druck + Schweredruck

**Repetition: Strömungen in Flüssigkeiten:**

Stationäre, laminare Strömungen

Geschwindigkeitsfeld  $\vec{v}(\vec{r})$  Zeitunabhängig

Volumenstromstärke:

$$I_v = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A \cdot v$$

(wenn  $\vec{v}(\vec{r})$  homogen sonst:

$$I_v = \iint_A \vec{v} \cdot d\vec{A}$$

(Fluss-Integral))

Kontinuitätsgleichung

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Bernoulli-Gleichung

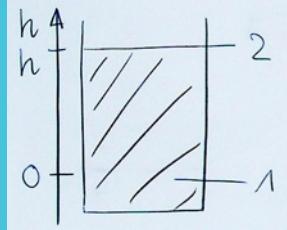
Entlang einer reibungsfreien laminaren Strömung gilt

$$\underbrace{p}_{\text{Gesamtdruck}} = \underbrace{p_0}_{\text{stat. Druck}} + \underbrace{\frac{1}{2} \rho v^2}_{\text{dyn. Druck}} + \underbrace{\rho g h}_{\text{Schweredruck}}$$

(aus Energiesatz)  $h$  nach oben!

Bsp.: Hydrostatik:

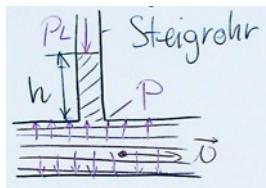
(spez.  $v \equiv 0$ )



BGl.:

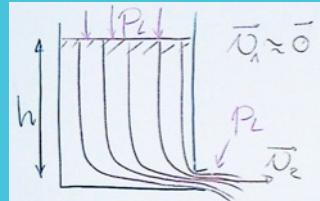
$$\begin{aligned} p_1 + 0 + \rho g \cdot 0 &= p_2 + 0 + \rho g h \\ \implies p_1 &= p_2 + \rho g h \end{aligned}$$

### Druckmessung in Strömungen



$$p = p_L + \rho g h$$

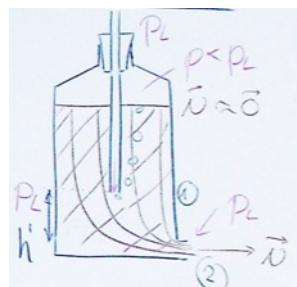
Bsp.: Infusion:



BGI.:

$$\cancel{p_L} + 0 + \rho gh = \cancel{p_L} + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + 0 \\ \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh}$$

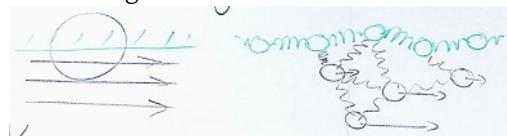
Mariott'sche Flasche



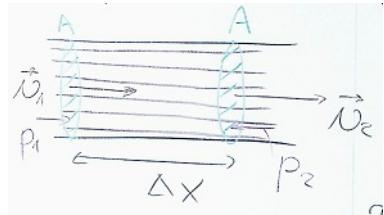
$$\Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \text{konst.}$$

### 1.6.4 Innere Reibung

reale Flüssigkeiten



Konsequenz:



Energiesatz:

$$\underbrace{dW}_{\text{Druckkräfte}} = dE_{\text{kin}} + dE_{\text{pot}} + \underbrace{dW_R}_{\text{innere Reibung}}$$

$$\text{BGl: } p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \frac{\Delta F_R}{A}$$

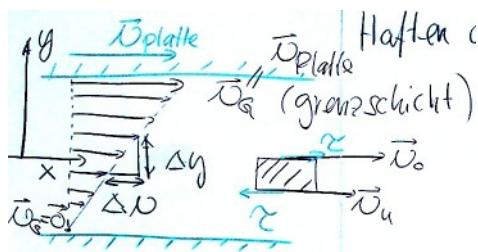
Kontinuitätsgleichung:

$$v_2 = v_1 !$$

$$\Rightarrow p_2 \neq p_1; p_2 - p_1 = \Delta p = -\frac{\Delta F_R}{A}$$

$\Rightarrow$  Druckabfall entlang Strömung

### 1.6.5 Das Newtonsche Reibungsgesetz



Haften der Grenzschicht!

dynamische Schubspannung

Newton's Gesetz:

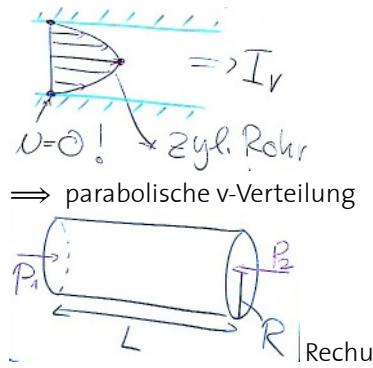
$$\tau = \eta \frac{dv}{dy}$$

Geschwindigkeitsgefälle

$\eta$  Viskosität

$$[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s}$$

$$1 \text{ Poise} = 1 \text{ P} = 0.1 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

**Rohrströmungen**

$$v(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta L} (R^2 - r^2)$$

$$\Rightarrow I_v = \iint_A \vec{v}(r) \cdot d\vec{A}$$

**1.6.6 Gesetz von Hagen-Poiseuille**

$$I_v = \frac{\pi R^4}{8\eta L} (p_1 - p_2)$$

$$I_v \sim R^4$$

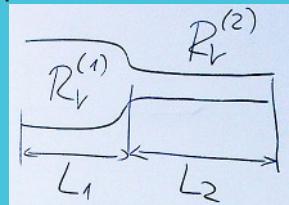
Def.: **Rohrwiderstand:**

$$I_v = \frac{p_1 - p_2}{R_V}$$

$$\Rightarrow R_V = \frac{8\eta L}{\pi R^4}$$

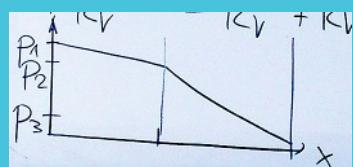
**Rohrsysteme**

Bsp.: 2 Rohrstücke:

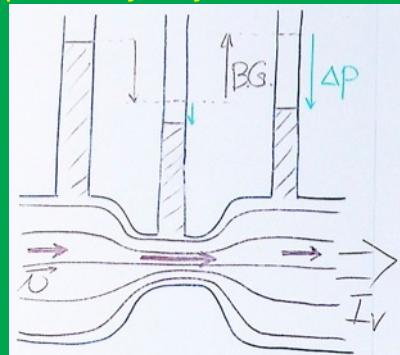


Serieschaltung

$$\Rightarrow R_V^{\text{Gesamt}} = R_V^{(1)} + R_V^{(2)}$$



Repetition: Hydrodynamik:

Innere Reibung  $\Rightarrow$  Druckabfall  $\Delta p$  entlang Strömung

**Newton'sches Reibungsgesetz**

dynamische Schubspannung

$$\tau = \eta \frac{dv}{dy}$$

$\eta$ : Viskosität

$$[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s}$$

**Rohrströmungen**

$$I_v = \frac{\pi R^4}{8\eta L} (p_1 - p_2) = (A \bar{v})$$

**Rohrwiderstand**

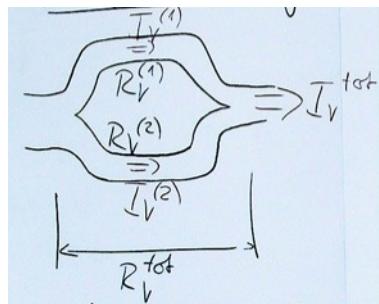
$$I_v = \frac{p_1 - p_2}{R_v}$$

( cf.  $I = \frac{U}{R}$  )

Gesetz von Hagen-Poiseuille

Serie:

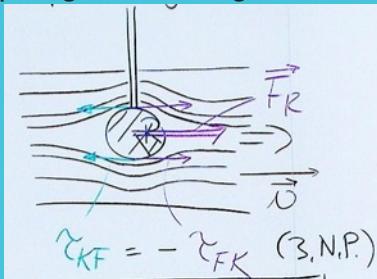
$$R_v^{\text{tot}} = R_v^{(1)} + R_v^{(2)}$$

**Parallelschaltung**

$$\Rightarrow \frac{1}{R_V^{\text{tot}}} = \frac{1}{R_V^{(1)}} + \frac{1}{R_V^{(2)}}$$

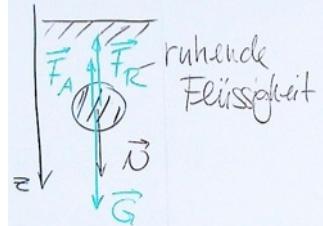
**1.6.7 Das Stokesche Reibungsgesetz**

Bsp.: Kugel in Strömung:



$$F_R = \underbrace{6\pi R \eta v}_{\text{Kugel}}$$

Anwendung: Sedimentation



2.N.P.

$$ma = mg - m_{\text{Fl}} \cdot g - 6\pi R \cdot \eta \cdot v$$

Exp.

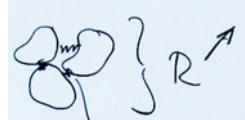
$$v = \text{konst.} \implies a = 0$$

$$v_s = \frac{mg - m_{\text{Fl}}g}{6\pi R\eta}$$

$$v_s = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3(\rho_K - \rho_{\text{Fl}})}{6\pi R\eta} \cdot g$$

$$v_s = \frac{2(\rho_K - \rho_{\text{Fl}})}{9\eta} g R^2$$

$\frac{50 \text{ mm}}{30 \text{ min}} \rightarrow \text{Pferdeblut}$



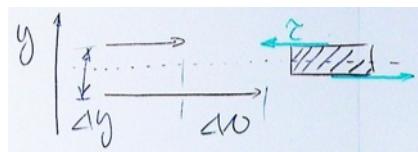
WW zwischen Blutkörperchen

Mann:  $3 - 7 \frac{\text{mm}}{\text{h}}$

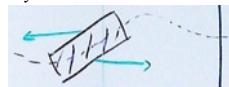
Frau:  $7 - 11 \frac{\text{mm}}{\text{h}}$

Baby:  $1 - 2 \frac{\text{mm}}{\text{h}}$

### 1.6.8 Turbulente Strömungen

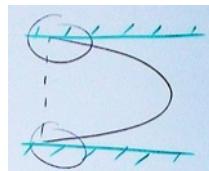


$$\frac{\Delta v}{\Delta y} \text{ grösser} \implies$$



Wirbelbildung

#### Rohrströmung



$$\frac{\Delta v}{\Delta y} \text{ gross}$$

Ab wann Turbulenz?

Reynoldsche Zahl  $Re$

$$Re = \frac{2R\rho}{\eta} \cdot \underbrace{\bar{v}}_{\text{mittlere Strömungsgeschwindigkeit}}$$

### Turbulenzkriterium

$$Re \gtrsim \underbrace{2300}_{\text{zyl. Röhre}}$$

kritische Geschwindigkeit  $v_{\text{krit}}$

$$Re = \frac{2R\rho}{\eta} \underbrace{\bar{v}}_{v_{\text{krit}}} = 2300$$

#### Bsp.: Blutströmung:

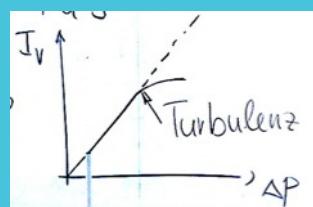
mittlere Strömungsgeschwindigkeit  $\bar{v}$

$$\text{H.P: } I_V = \frac{\pi R^4}{8\eta L} \Delta p = A\bar{v} = \pi R^2 \bar{v}$$

$$\bar{v} = \frac{R^2}{8\pi L} \Delta p$$

Blut:  $\rho = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ;  $\eta \approx 4 \cdot 10^{-3} \text{Pa} \cdot \text{s}$   
Aorta:

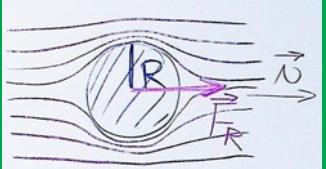
$$\left. \begin{array}{l} R \approx 1 \cdot 10^{-2} \text{m} \\ L \approx 0.4 \text{m} \\ \Delta p \approx 40 \text{Pa} \end{array} \right\} \bar{v} = 0.3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow Re = 1500$$



**Kapillare**

$$\left. \begin{array}{l} R \approx 4 \cdot 10^{-6} \text{m} \\ L \approx 0.001 \text{m} \\ \Delta p \approx 10^3 \text{Pa} \end{array} \right\} \overline{v} = 5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \Rightarrow \quad \text{nie Turbulent}$$

**Repetition: Hydrodynamik:**  
Das Stoke'sche Reibungsgesetz



$F_R = 6\pi R \eta v$

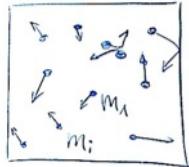
Turbulente Strömung  
Reynoldszahl  $Re = \frac{2R \cdot \rho}{\eta} \overline{v}$   
Turbulenzkriterium:  $\overline{v} \gtrsim v_{\text{krit}}$   
Rohrströmung:  $Re \gtrsim 2300$

## Kapitel 2

# Thermodynamik (Wärmelehre)

Gesetz der Mechanik angewandt auf sehr viele Teilchen

### 2.1 Modell des idealen Gases



$N$  Teilchen  
ideales Gas

- Teilchen punktförmig
- WW nur während Stößen

$m_i, \vec{r}_i(t), \vec{v}_i(t) \implies$  vollständige Beschreibung  
 $\implies$  ist irrelevant (unmöglich bei  $N \approx 10^{23}$ )

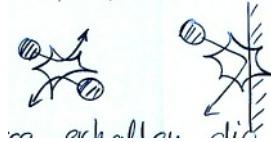
TD: Wichtige Größen des gesamten Gases, die sich zeitlich nicht ändern!

#### 2.1.1 Zustandsgrößen

Innere Energie

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i v_i^2 \stackrel{!}{=} \text{konst.}$$

Wie so?



Einzelstöße erhalten kinetische Energie!

**mittlere Energie pro Teilchen**

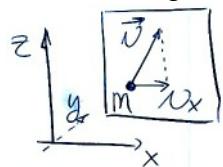
$$\overline{E_{\text{kin}}} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{U}{N}$$

### 2.1.2 Die Geschwindigkeitsverteilung

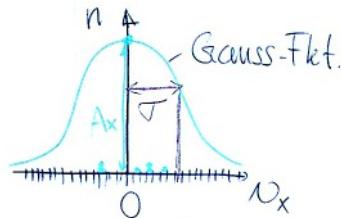
Nicht alle Teilchen sind gleich schnell!

Zufallsbewegung, Stöße

⇒ Verteilung im Gas



Histogramm!

 $v_x$  ist Zufallsvariable

Normalverteilung

$$n(v_x) = A_x e^{-\frac{v_x^2}{2\sigma^2}}$$

$$v_x = \sigma$$

$$n(\sigma) = A_x e^{-\frac{1}{2}} \approx 0.6 \cdot A_x$$

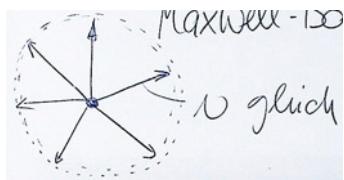
⇒  $v_x$ -Verteilung bleibt konstant, die einzelnen Teilchen änder dauernd  $\vec{v}$ .⇒ Mittelwert  $\bar{v}_x = 0$ 

Wichtiger: Verteilung der Schnelligkeit

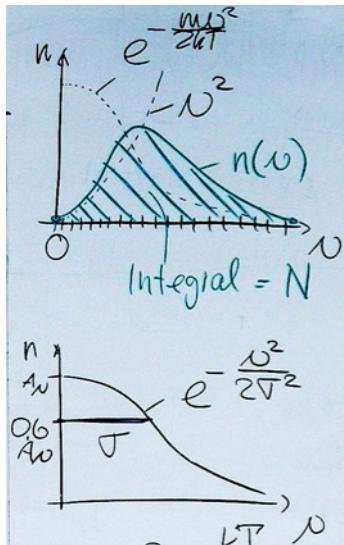
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \geq 0$$

Resultat:

$$n(v) = A_v v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$



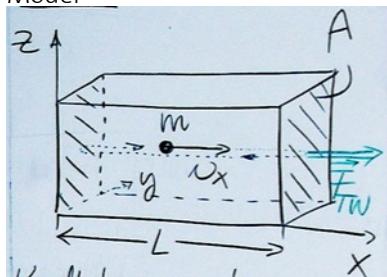
Maxwell-Boltzmann-Geschwindigkeitsverteilung



$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{kT}{m}$$

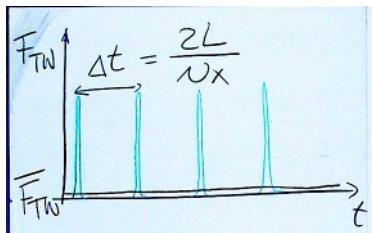
### 2.1.3 Der Gasdruck

Modell



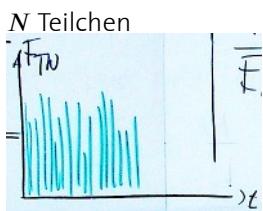
Kraftstoss auf Wand:

$$\Delta p_x = 2mv_x = \int F_{TW} \cdot dt$$



$$\Delta p_x = \overline{F_{TW}} \cdot \Delta t = \overline{F_{TW}} \cdot \frac{2L}{v_x}$$

$$\overline{F_{TW}} = \frac{mv_x^2}{L}$$



⇒ Brownsche Bewegung  
Druck  $p$ :

$$p = \frac{\overline{F_{TW}}}{A} \cdot N \cdot \underbrace{\frac{1}{3}}_{\text{Bewegung in } x\text{-Richtung}}$$

$$p = \frac{1}{3} N \frac{m \bar{v}^2}{V}$$

$$\overline{E_{\text{kin}}} = \frac{1}{2} m \bar{v}^2$$

$$\Rightarrow p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \overline{E_{\text{kin}}}$$

## 2.2 Temperatur

...was ist das eigentlich?

All diese Größen beschreiben einen bestimmten Zustand des Gases.

Zustandsänderungen (äußere Einwirkung)

⇒ Zustandsgleichung (ideales Gas)

Für 1 mol =  $6.02 \cdot 10^{23}$  Teilchen =  $N_A$  (Avogadro-Konstante)

$$p \cdot V = R \cdot T$$

$R$ : universelle Gaskonstante

**Def.:**

$$1 \text{ mol } {}^{12}\text{C} \hat{=} 12.0 \text{ g}$$

$$R = 8.31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

*T* in Kelvin!**Bsp.: Volumen verringern (*T* = konst.):**

$$p = \frac{RT}{V}$$

**Bsp.: Abkühlen (*p* = konst.):**

$$V = \frac{R}{p} \cdot T$$

Für  $v$  mole:

$$p \cdot V = v \cdot R \cdot T$$

Für Gasgemische:

$$\begin{aligned} &v_1, v_2, v_3, \dots \text{ mole} \\ \implies &pV = (v_1, v_2, v_3 + \dots) \cdot RT \end{aligned}$$

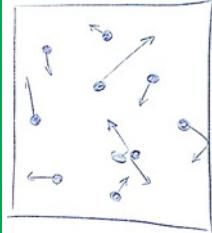
Partialdruck:

$$p_i = v_i \cdot \frac{RT}{V}$$

mit

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots$$

**Repetition: Thermodynamik:**  
Modell des idealen Gases



$N$  Teilchen ( $10^{23}!$ )  
 $m_i, \vec{r}_i(t), \vec{v}_i(t)$  Zustand des Gases:

- Innere Energie

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

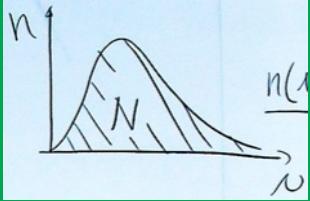
- Mittlere kinetische Energie pro Teilchen:

$$\overline{E_{\text{kin}}} = \frac{U}{N}$$

- Gasdruck:

$$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \overline{E_{\text{kin}}}$$

- Temperatur: ...
- Maxwell-Boltzmann-Geschwindigkeitsverteilung



$$n(v) = A_v v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

Stellt sich durch Stöße ein!

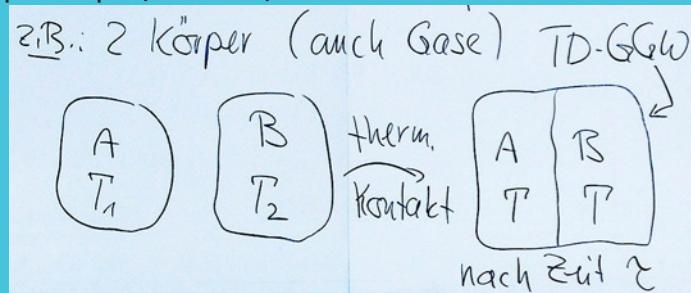
Zustandsgleichung

$$p \cdot V = \underbrace{n}_{\text{Anzahl Mole}} \cdot \underbrace{R}_{\text{universelle Gaskonstante} = 8.31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}} \cdot T$$

### 2.2.1 Was ist Temperatur

**Def.: thermodynamisches Gleichgewicht:**  
Zustandsgrößen sind zeitlich konstant

Bsp.: 2 Körper (auch Gase):



### 2.2.2 Wärmeaustausch

- Berührung (Wärmeleitung)
- Wärmestrahlung ( $\rightarrow$  später)

$\rightarrow$  Temperaturmessung!

## Temperatur beim idealen Gas

1 mol :

$$p \cdot V = RT$$

$$p \cdot V = \frac{2}{3} N_A \overline{E_{\text{kin}}}$$

$$\Rightarrow \overline{E_{\text{kin}}} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{3}{2} k T$$

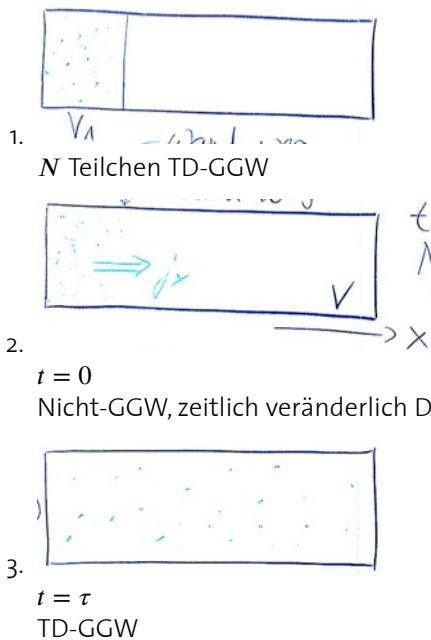
Boltzmann-Konstante =  $1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$

 $\Rightarrow$  Temperatur  $\approx$  Energie

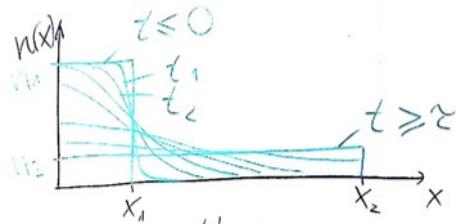
$$\Rightarrow \overline{E_{\text{kin}}} = \frac{1}{2} \overline{mv^2} = \frac{3}{2} kT$$

TD-GGW: weitere Situation

## 2.3 Diffusion



### 2.3.1 Quantitative Beschreibung



alles gleiche Fläche  
 Teilchendichte  $n(x)$   
 zeitliche Änderung von  $n(x)$   
 Ursache: Dichtegefälle

1.

$$n_1 = \frac{N}{V_1}$$

2.

$$[j_x] : \text{Teilchen/m}^2\text{s}$$

3.

$$n_2 = \frac{N}{V}$$

$$j_x = -D \cdot \frac{dn}{dx}$$

Fick'sche Diffusionsgleichung  
 $D$ : Diffusionskonstante

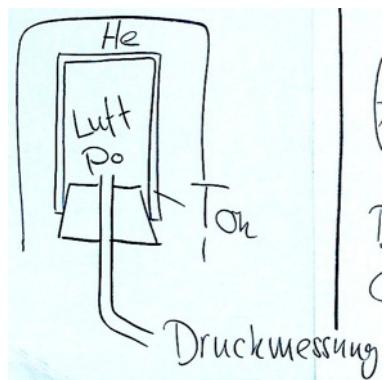
$$[D] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Man findet:  $D \sim \underbrace{l}_{\text{mittlere freie Weglänge}} \cdot \underbrace{\bar{v}}_{\text{mittlere Schnelligkeit}}$

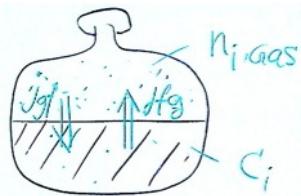
In Lösungen

$$\left. \begin{array}{l} \text{Konzentration} \\ c_i = \frac{v_i}{V_{\text{Lsg.}}} \end{array} \right\} \quad j_x = -D \cdot \frac{dc_i}{dx}$$

### 2.3.2 Diffusion durch porösen Ton



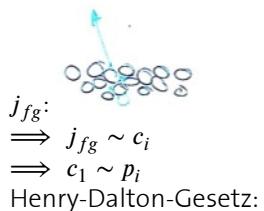
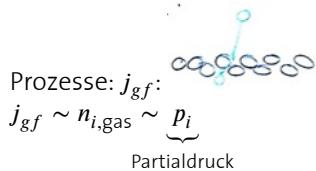
### 2.3.3 Gasaufnahme in Flüssigkeiten



Diffusion Gas  $\rightleftharpoons$  Flüssigkeit  
Gleichgewichtskonzentration  $c_i^S$  (Sättigungskonzentration)

Im TD-GGW

$$j_{gf} = j_{fg}$$



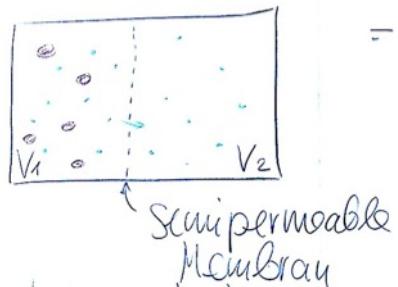
$$c_i^S = K(T) \cdot p_i$$

$K(T)$ : Gassorte, Flüssigkeit

$K(T) \downarrow$  wenn  $T \nearrow$

## 2.4 Osmose

Im TD-GGW



Druck:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

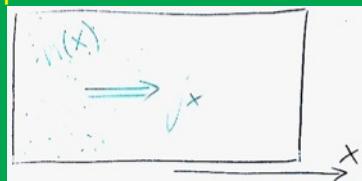
$$\Rightarrow p = \frac{n \cdot N_A \cdot k \cdot T}{V} = n \cdot kT$$

$$\text{Druck in } V_1 : p = n_{\text{gas}} \cdot kT + n_{\text{sol}} \cdot kT$$

$$\text{in } V_2 : p = n_{\text{sol}} \cdot kT$$

$$\Rightarrow \Delta p = n_{\text{sol}} \cdot kT \quad \text{osmotischer Druck (auch in Lösungen!)}$$

Repetition: Diffusion:



$$\text{Gase: } j_x = -D \frac{dn}{dx}$$

$$\text{Lösungen: } j_x = -D \frac{dc}{dx}$$

Diffusionskonstante

$$D \sim \underbrace{\bar{l}}_{\substack{\text{hohe Dichte} \\ \rightarrow \text{langsam}}} \cdot \underbrace{\bar{v}}_{\substack{\text{kleine Massen} \\ \rightarrow \text{Schnell}}}$$

**Gasaufnahme in Flüssigkeiten**

$$c_i^S = K(T) \cdot p_i$$

**Osmose**

Gase:  $\Delta p = n_{\bullet} \cdot kT$   
 Lösungen:  $p_{\text{osm.}} = c_{\bullet} \cdot RT$

$$\left( \text{aus } c_{\bullet} \cdot R = \frac{\nu}{V} R = \underbrace{\frac{\nu \cdot N_A}{V}}_{n_{\bullet}} k \right)$$

## 2.5 Physiologische Kochsalzlösung

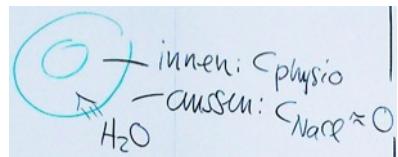
$$c_{\text{physio}} = 9 \frac{\text{g}}{\text{l}} = \frac{\nu}{V_{\text{Lösg}}}$$

Molmasse:  $m_{\text{NaCl}} = 23 \text{ g} + 35.5 \text{ g} = 58.5 \text{ g} \hat{=} 6.02 \cdot 10^{23} \text{ NaCl Paare!}$

$$c = \frac{9 \frac{\text{g}}{\text{l}}}{58.5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 2 = 0.308 \frac{\text{mol}}{\text{l}} = 308 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$$

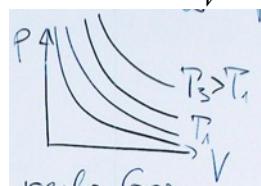
$$p_{\text{osm.}} = c \cdot R \cdot T = 308 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \cdot 8.31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 310 \text{ K} = 7.93 \cdot 10^5 \text{ Pa} \approx 8 \text{ bar}$$

Infusion mit reinem Wasser: Hämolyse

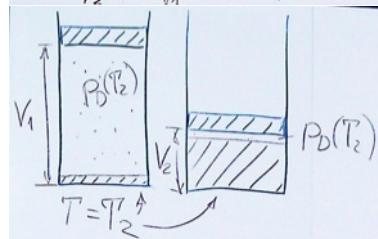
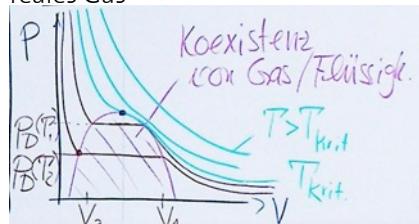


## 2.6 Der Dampfdruck

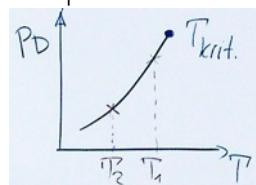
ideales Gas  $p = \frac{RT}{V}$



reales Gas

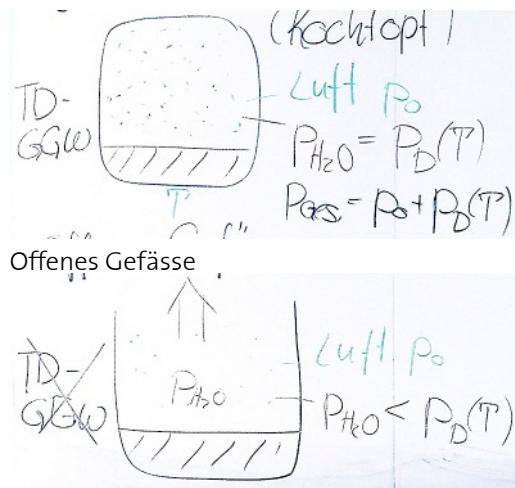


Dampfdruck-Kurve



2 Situationen

Geschlossenes Gefäß (Kochtopf)



## 2.7 Luftfeuchtigkeit

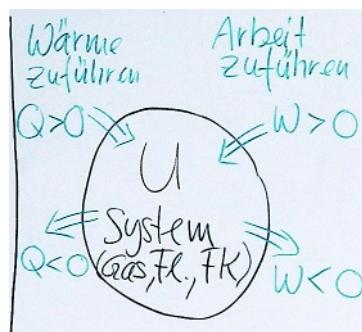
$$\text{absolute LF } f_a = \frac{m_{H_2O}}{V} \text{ in } \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\text{relative LF } f_r = \frac{p_{H_2O}}{p_D(T)} \text{ in \%}$$

$f_r = 100\% \Rightarrow$  Kondensation

$$p_{H_2O} = \underbrace{\frac{m_{H_2O}}{M_{H_2O}}}_{v_{H_2O}} \cdot \frac{R \cdot T}{V} = f_a \cdot \frac{RT}{M_{H_2O}}$$

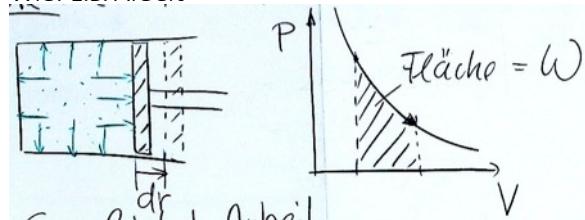
## 2.8 1. Hauptsatz der Wärmelehre



Prozess: Man tut etwas mit dem System

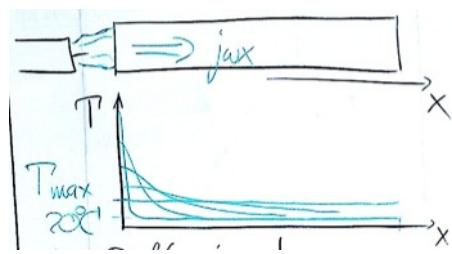
$$\Delta U = U_{\text{nach Prozess}} - U_{\text{vor Prozess}} = Q + W$$

Wie? z.B. Arbeit



Gas leistet Arbeit  $\Rightarrow W < 0$

## 2.9 Wärmeleitung

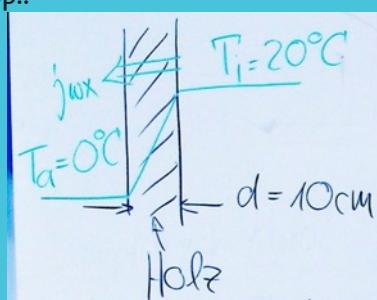


Wie Diffusion!

$$j_{wx} = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx}$$

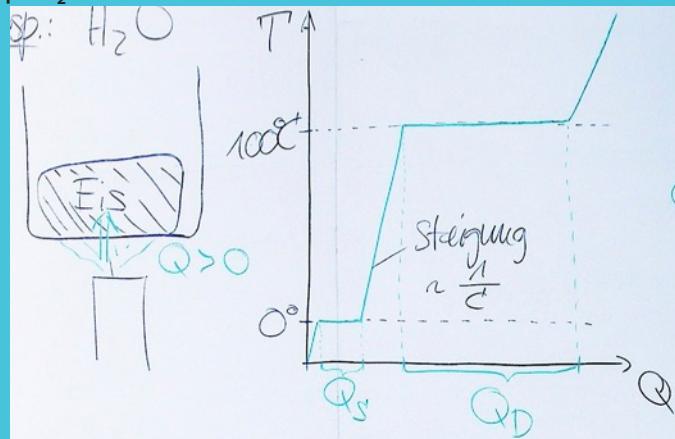
$\lambda$  Wärmeleitzahl  $[ \frac{W}{K \cdot m} ]$  stark materialabhängig

Bsp.:



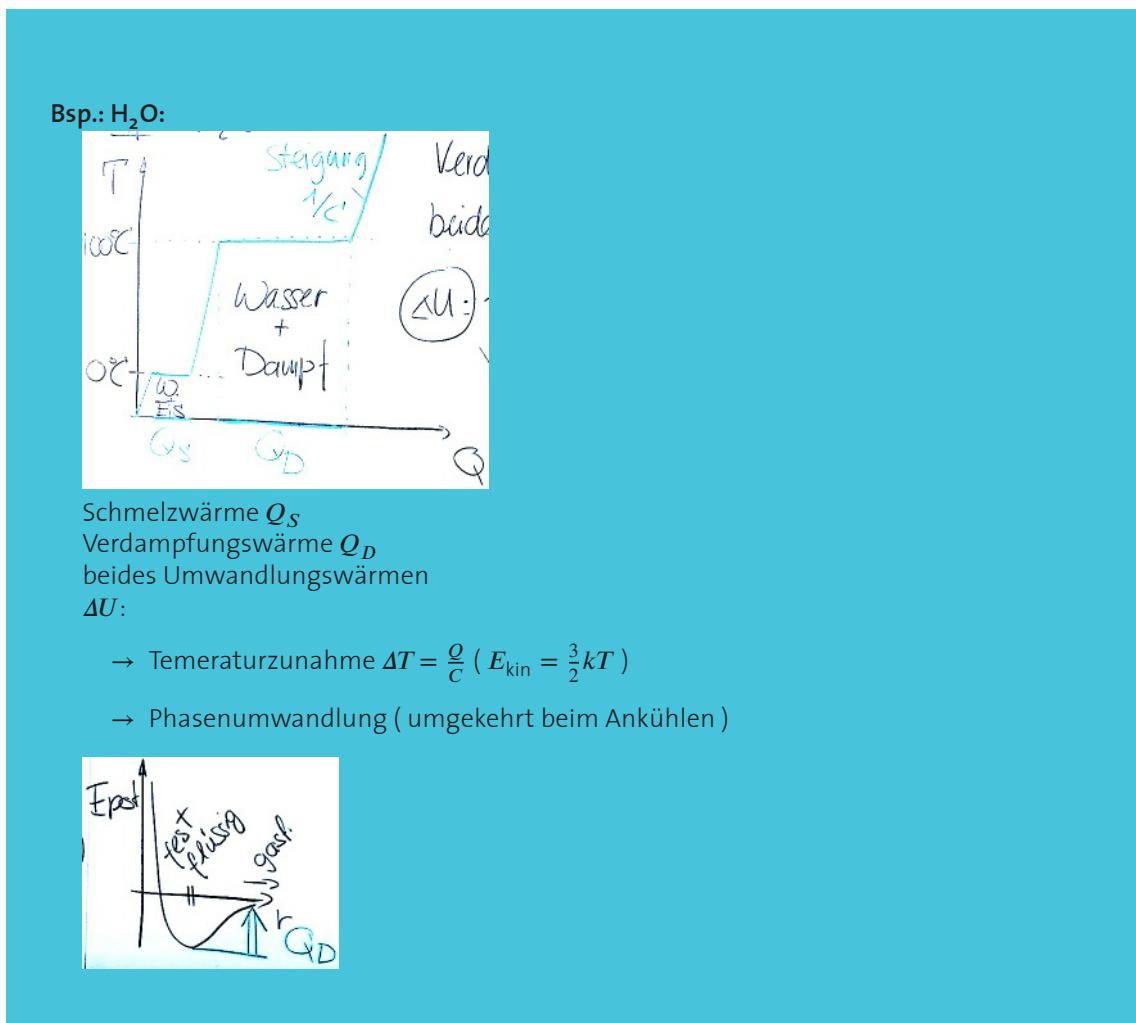
$$\lambda = 0.1 \frac{W}{K \cdot m}$$

$$j_{wx} = -0.1 \frac{W}{K \cdot m} \cdot \frac{20 K}{0.1 m} = 20 \frac{W}{m^2}$$

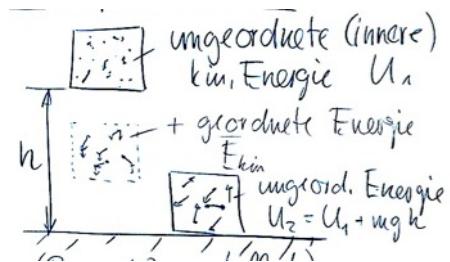
Bsp.: H<sub>2</sub>O: $Q_S$ : Schmelzwärme  $6.03 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$  $Q_D$ : Verdampfungswärme  $40.7 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \xrightarrow{Q>0} T_1 \xrightarrow{\tau} T_2$  $\Delta T = \frac{Q}{C}$  Wärmekapazität (des Systems)molare Wärmekapazität  $C_{\text{mol}} = \frac{C}{v} \left[ \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \right]$  $Q$ (Wasser von  $0^\circ\text{C} \rightarrow 100^\circ\text{C}$ )  $\approx 8 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$ 

**Repetition: 1. Hauptsatz der Wärmelehre:**

$$\boxed{\Delta U = Q + W} \quad (= Q' + W')$$



## 2.10 2. Haupsatz der WL



Bsp.:  
Wasserfall

**Prozess ist irreversibel!**

2. HS: Welcher Anteil an ungeordneter Energie lässt sich wieder in geordnete Energie umwandeln?

**Def.: Entropie:**  
**Entropie  $S$  = Mass für die Unordnung**

Antwort: freie Energie  $F = U - TS$

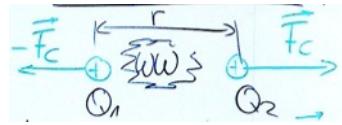
## Kapitel 3

# Elektrizitätslehre

zuerst Elektrostatik!

### 3.1 Elektrostatik

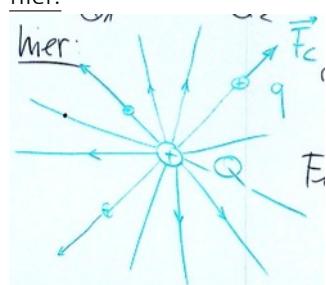
#### 3.1.1 Das Elektrische Feld



$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{m}}$$

hier:



**Def.: elektrische Feld:**

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_C}{q}$$

hier:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

für Punktladung

### Feldlinien

- $\vec{E}$  tangential zu FL



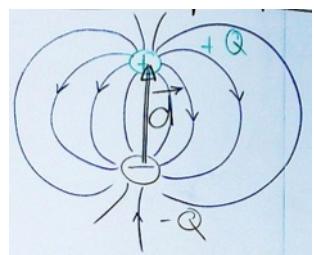
- Richtungssinn!
- Dichte der FL  $\sim |\vec{E}(\vec{r})|$
- Vorzeichen:



### Mehrere Punktladungen

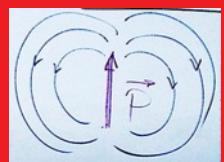


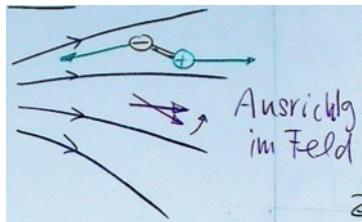
## Das Dipolfeld



Def.: Dipolmoment:

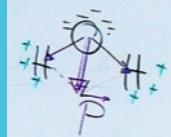
$$\vec{p} = Q \cdot \vec{d}$$



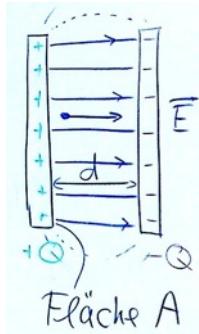
**Dipol in äusserem Feld**

- Drehmoment
- Kraft (inhomogenes Feld)

z.B.: H<sub>2</sub>O-Molekül:

**Homogenes  $\vec{E}$ -Feld****Plattenkondensator**

(kontinuierliche Ladungsverteilung)

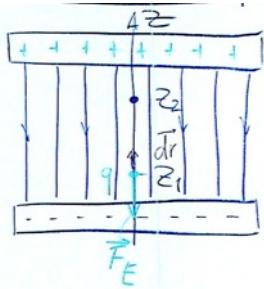


Im Innern:

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

Aussen:  $E \approx 0$

### 3.1.2 Die Elektrische Spannung



Arbeit von mir

$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_{z_1}^{z_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = qE(z_2 - z_1) > 0$$

$(\vec{F} = -\vec{F}_E = -q\vec{E} = \text{konst.})$

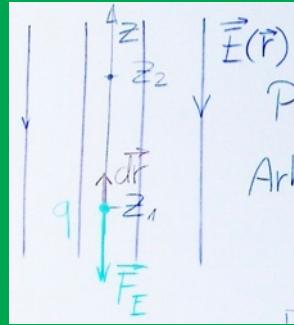
Def.: elektrische Spannung:

$$U_{21} = \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{q}$$

( = Arbeit / Ladung )

$$[U] = \frac{\text{J}}{\text{C}} = \text{V}$$

## Repetition: Die elektrische Spannung:

 $\vec{E}(\vec{r})$  hier homogenProbeladung  $q$ 

$$\text{Arbeit } W_{1 \rightarrow 2} = \int_{z_1}^{z_2} \underbrace{\vec{F}}_{\text{"meine Kraft"} \vec{F} = -\vec{F}_E = -q \cdot \vec{E}} \cdot d\vec{r} = q \cdot E(z_2 - z_1)$$

## Def.: Spannung:

$$U_{21} = \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{q}$$

konservatives Kraftfeld

 $\Rightarrow W_{1 \rightarrow 2}$  unabhängig vom Weg $\Rightarrow W_{1 \rightarrow 2} = E_{\text{pot}}(z_2) - E_{\text{pot}}(z_1)$ Das **elektrische Potential**

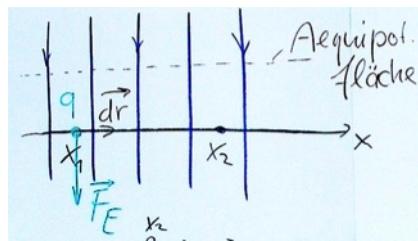
$$\boxed{\varphi(x) = \frac{E_{\text{pot}}(z)}{q}}$$

 $\Rightarrow U_{21} = \varphi(z_2) - \varphi(z_1)$ 

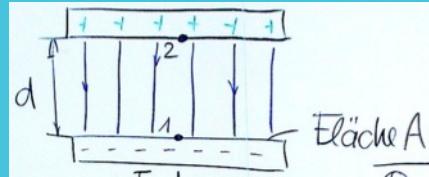
Spannung = Potenzialdifferenz

**Bsp.:**hier  $W_{1 \rightarrow 2} > 0$  $z_2$  liegt auf höherem Potential

### 3.1.3 Bewegung $\perp \vec{E}$ -Feld



$$\begin{aligned} W_{1 \rightarrow 2} &= \int_{x_1}^{x_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0 \\ &= U_{21} = 0 \\ &= \varphi(x_2) - \varphi(x_1) \end{aligned}$$

**Bsp.: Plattenkondensator:**

$$U_{21} = -\frac{qEd}{q} = \underbrace{Ed}_{E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}} = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

$$U_{21} = U \implies E = \frac{U}{d} \quad [\text{V/m}]$$

**Def.: Kapazität:**

$$C = \frac{Q}{U}$$

Plattenkondensator  $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$

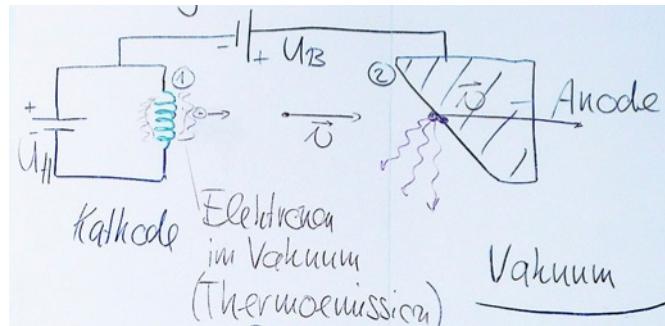
**Beliebiges  $\vec{E}$ -Feld**

$$U_{21} = \varphi(2) - \varphi(1)$$

$$= \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{q}$$

$$= - \int_1^2 \vec{E}(r) dr$$

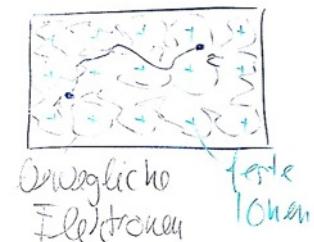
$$\begin{aligned} U_{21} &= \varphi(2) - \varphi(1) \\ &= \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{q} \\ &= - \int_1^2 \vec{E}(r) dr \end{aligned}$$

**Beschleunigung in Röntgenröhre**

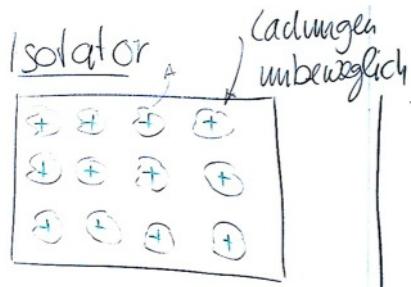
$$\left. \begin{array}{l} \varphi(2) > \varphi(1) \\ q = -e \end{array} \right\} \quad E_{\text{pot}}(2) < E_{\text{pot}}(1)$$

EEH:  $-e\varphi(1) + \underbrace{\frac{1}{2}mv_1^2}_0 = -e\varphi(2) + \frac{1}{2}mv_2^2$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 = e(\varphi(2) - \varphi(1)) = e \cdot U_B$$

**Materialien in elektrischen Feldern****Metalle**

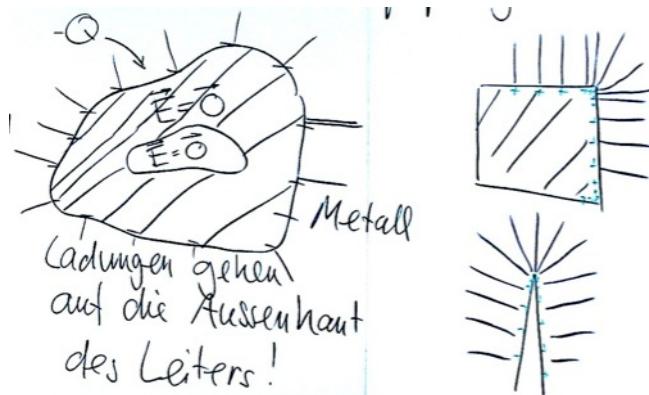
laden  
 $+Q$  Elektronen weg  
 $-Q$  Elektronen dazu

**Isolator****Metalle**

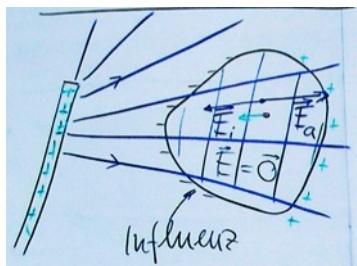
Elektrostatik  $\vec{v} = \vec{0}$

$\Rightarrow$  im Innern  $\vec{E} = \vec{0}$

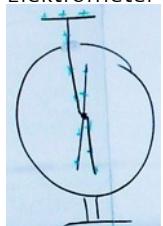
$\Rightarrow$  Metalle sind Aequipotentialgebiete



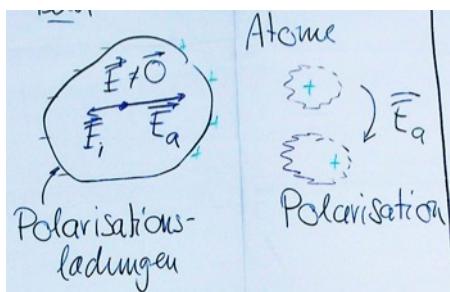
## Metall in äusserem Feld



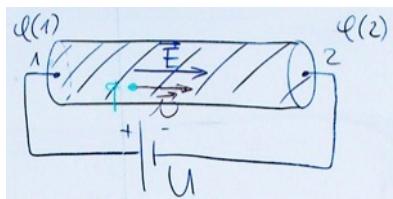
Elektrometer



## Isolator im äusseren Feld



## 3.1.4 Elektrische Gleichströme: Leiter



$$\Rightarrow \varphi(1) > \varphi(2)$$

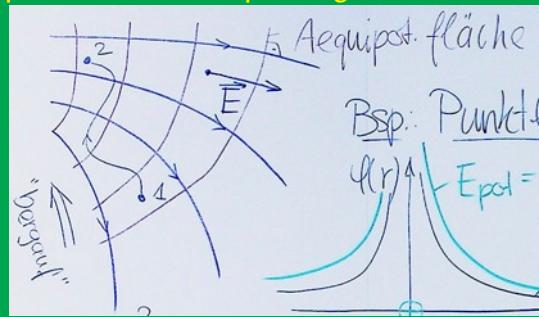
$\Rightarrow$  keine Aequipotentialfläche

$\vec{E}$ -Feld beschleunigt Ladungen

Reibung an Ionen bremst sie

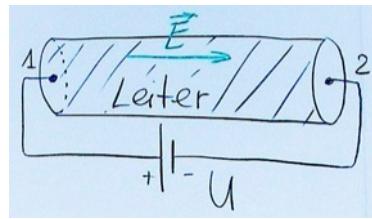
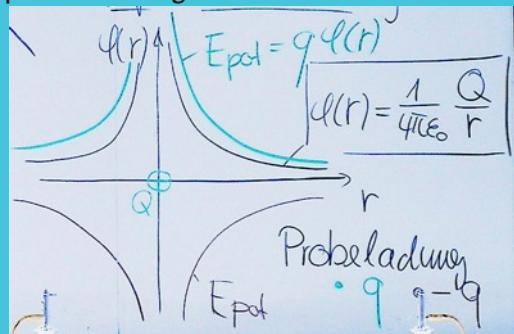
$$\Rightarrow \vec{v} = \text{konst.}$$

**Repetition: Elektrische Spannung - elektrisches Potential:**



$$U_{21} = - \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

**Bsp.: Punktladung:**

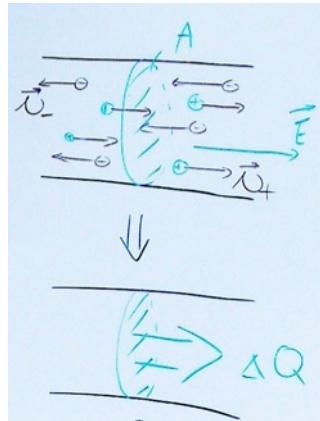


$$U_{21} = U$$

$\Rightarrow \vec{E} \neq \vec{0}$  im Leiter

⇒ Ladungsträger beschleunigt

+ Reibung ⇒  $\vec{v} = \text{konst.}$



pos. Stromrichtung in Feldrichtung

**Def.: Stromstärke:**

$$\boxed{I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}} \quad [\text{A}]$$

**Def.: Stromdichte:**

$$\boxed{\vec{j} = \rho \cdot \vec{v}} \quad \left[ \frac{\text{A}}{\text{m}^2} \right]$$

mit Ladungsdichte  $\rho = \underbrace{n}_{\text{Teilchendichte}} \cdot \underbrace{z}_{\text{Ladung pro Teilchen}} \cdot \underbrace{e}_{\text{Elementarladung} \approx 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}$

## Metalle

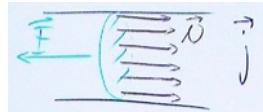
i.A. Elektronen:  $z = -1$

**Elektrolyt**

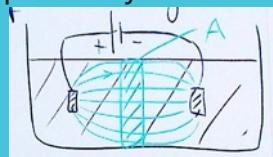
$$\vec{j} = \vec{j}_+ + \vec{j}_- = n_+ z_+ e \vec{v}_+ + n_- z_- e \vec{v}_-$$

**z.B.:** $\text{Mg}_2^+$ -Ionen:  $z = +2$ 

In zylindrischem Leiter:  
homogene Stromdichte



$$I = Aj \implies j = \frac{I}{A}$$

**Inhomogenes  $\vec{j}(\vec{r})$** **Bsp.: Elektrolyt:**

$$I = \iint_A \vec{j} \cdot d\vec{A}$$

### 3.1.5 Strömungsgesetze

$$\text{Hydro: } I_V = \frac{p_1 - p_2}{\underbrace{R_V}_{\substack{\text{innere} \\ \text{Reibung}}}}$$

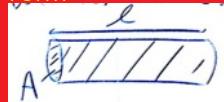
el. Strom:  $I = \frac{U}{\underbrace{R}_{\substack{\text{Reibung} \\ \text{an Ionen,} \\ \text{Elektronen}}}}$   $\Rightarrow$

Def.: elektrischer Widerstand:

$$R = \frac{U}{I} \quad [\Omega]$$

hängt ab von

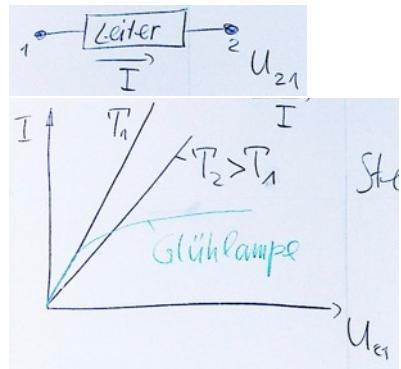
- Material ( $\rightarrow$  spez. Widerstand  $\rho_W$ )
- Form



$$R = \rho_W \frac{l}{A}$$

### 3.1.6 Strom-Spannung-Charakteristik

Metall

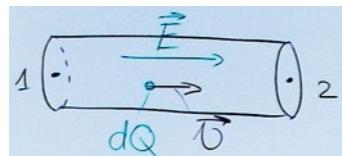


$$\text{Steigung: } \frac{I}{U}$$

$$\Rightarrow R = \frac{U}{I} = \text{konst.}$$

Ohmsches Gesetz

### 3.1.7 Joulsche Wärme



$\vec{E}$ -Feld leistet Arbeit (Batterie!)

$$dW_{1 \rightarrow 2} = dQ \cdot U_{21}$$

$\Rightarrow$  elektrische Leistung:

$$P = U \cdot I$$

$$P = \frac{dW_{1 \rightarrow 2}}{dt} = \underbrace{\frac{dQ}{dt}}_I \cdot U_{21}$$

$$[W] = \text{V} \cdot \text{A}$$

### 3.1.8 Elektrische Leitfähigkeit

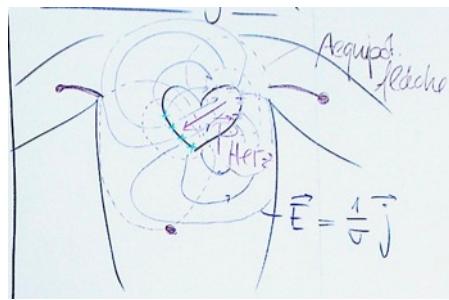
$$I = \frac{1}{R} \cdot U \rightarrow \boxed{\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}} \quad (\text{von } \vec{j} = \rho \cdot \vec{v})$$

Bilanzgewinnung im ganzen Leiter  
vektorielles Gesetz gilt überall im Leiter

**Def.: elektrische Leitfähigkeit:**

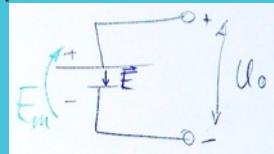
$$\sigma = \frac{1}{\underbrace{\rho_W}_{\text{spez. Widerstand}}}$$

### 3.1.9 Elektrokardiogramm



### 3.1.10 Spannungsquellen

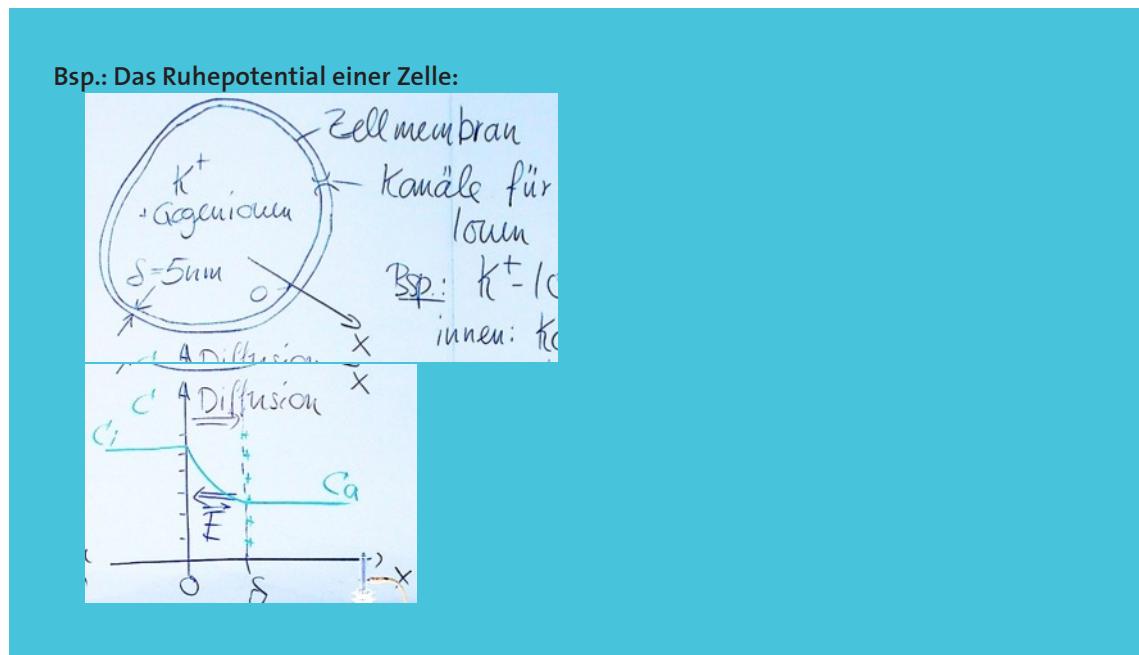
**Bsp.: Batterie:**



"Elektromotorische Kraft" (EMK)

$$E_m = \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{q}$$

Leerlaufspannung  $U_0 = E_m$



**Bsp.:**K<sup>+</sup>-Ioneninnen Konz.  $c_i$ außen Konz.  $c_a$ Im GGW sorgt Körper für  $c_i > c_a$ Lösung: Konzentration in der Zellwand

$$c(x) = c_i e^{-\frac{ze \cdot E \cdot x}{kT}}$$

am äusseren Rand

$$c(\delta) = c_a = c_i e^{-\frac{ze \cdot \overbrace{E \cdot \delta}^{\text{Diff. Spannung}}}{kT}}$$

Diff'spannung  $U_D = E\delta$

$$U_D = \frac{kT}{z \cdot e} \ln \frac{c_i}{c_a}$$

Ruhepotential  $U_D \approx 90 \text{ meV}$

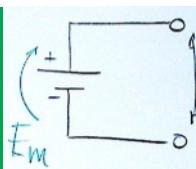
**Repetition: El. Gleichströme:**

Stromstärke:  $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$

Stromdichte:  $\vec{j} = \rho \cdot \vec{v}$

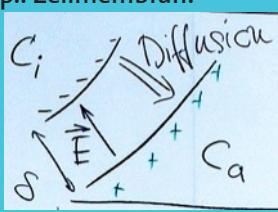
Strömungsgesetze:

$$I = \frac{U}{R} \quad \vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$$



Spannungsquellen  
 $E_m$ : elektromotorische "Kraft"  
 $\Rightarrow$  Arbeit, um Ladung gegen E-Feld zu verschieben

**Bsp.: Zellmembran:**



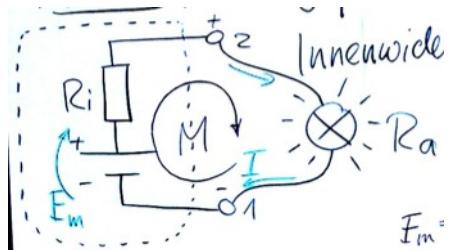
$c_i > c_a$   
 $K^+$ -Konzentration  
 $\delta = 5 \text{ mm}$   
Diffusion transportiert Ladungen ( $K^+$ ) gegen E-Feld

$$\Rightarrow U_D = \frac{kT}{ze} \ln \frac{c_i}{c_a}$$

Ruhepotential  $\approx 90 \text{ mV}$

$$E = \frac{U_D}{\delta} = \frac{90 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{5 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 2 \cdot 10^7 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

## Reale Spannungsquellen



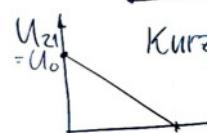
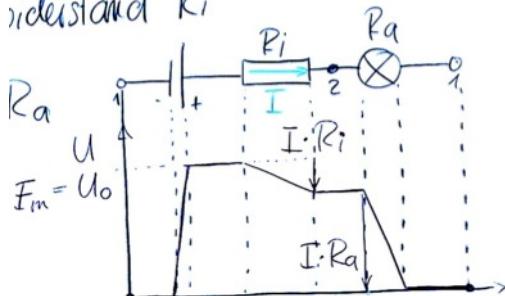
Innenwiderstand  $R_i$  Spannungsabfall am  $R_i$

$$U_i = I \cdot R_i$$

Klemmanspannung

$$U_{21} = E_m - I \cdot R_i = U_0 - I \cdot R_i$$

Widerstand  $K_1$

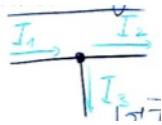


Kurzschluss:

$$I_{\max} = \frac{U_0}{R_i}$$

### 3.1.11 Kirchhoffsche Maschenregel

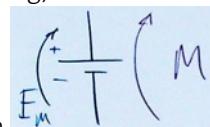
$$\sum E_m = \underbrace{\sum U_i}_{\text{alle Spannungsabfälle}}$$

**Kirchoffsche Knotenregel**

Hier  $I_1 = I_2 + I_3$

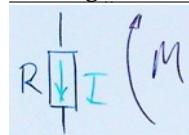
$$\sum I_{\text{zufl.}} = \sum I_{\text{abfl.}}$$

(Kontinuitätsgleichung)



Wichtig: Vorzeichen

$E_M$  positiv



$I \cdot R$  negativ

Rezept:

- 1) Stromrichtungen einzeichnen (beliebig)
- 2) Knotenregel anwenden
- 3) Maschenregel anwenden
- 4) Gleichungen nach  $I_1, I_2, \dots$  auflösen

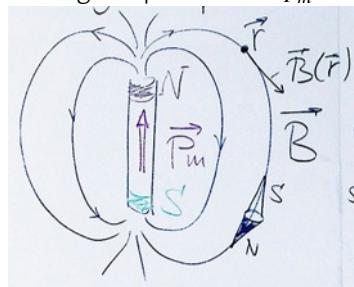
## Kapitel 4

# Magnetfelder

### 4.1 Stabmagnet

(Permanentmagnet)

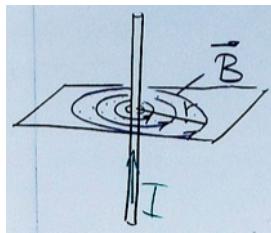
→ magn. Dipolmoment  $\vec{p}_m$



"magn. Induktion"

$$\begin{matrix} S \\ N \end{matrix} = \Downarrow \vec{p}_m$$

## 4.2 Magnetfeld eines el. Stromes



$\vec{B}$ -Feldstärke

$$B(r) = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r}$$

gerader leiter

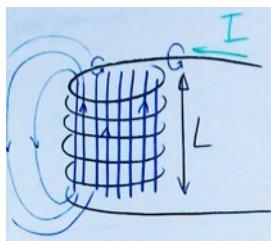
- $\vec{B}$ -Feldlinien sind Kreise
- Drehrichtung: rechte Hand-Regel
- $\vec{B}$ -Feldlinien sind immer geschlossen!

$$[B] = \text{Tesla} = T = \frac{N}{A \cdot m}$$

magn. Feldkonstante

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$$

## 4.3 $B$ -Feld einer geraden Spule



Innen: homogenes  $B$ -Feld, stark

Zahl der Windungen

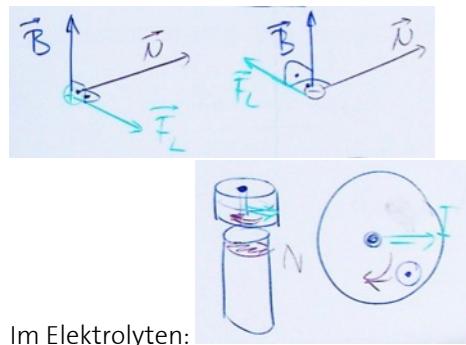
$$B = \frac{\mu_0 \tilde{N} I}{L}$$

aussen: schwaches Dipolfeld

## 4.4 Die Lorentzkraft

Nur auf bewegte Ladungen!

$$\vec{F}_L = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$



Im Elektrolyten:

**Repetition: Magnetfelder:**

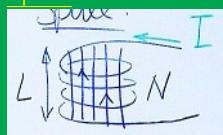
magn. Dipolmoment in **B**-Feld

- Drehmoment ( $\vec{p}_m \rightarrow \parallel \vec{B}$ )
- Kraft in inhom. **B**-Feld

**B**-Felder von Strömen gerader Leiter

- Kreisförmige Feldlinien
- rechte-Hand-Regel
- 

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

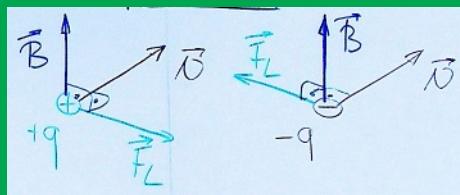
Spule

- im Innern homogen
- 

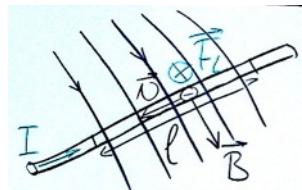
$$B = \frac{\mu_0 NI}{L}$$

Lorentzkraft...auf bewegte Ladungen ( $\vec{v}$ )

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B})$$



## 4.5 Elektrischer Leiter in $B$ -Feld



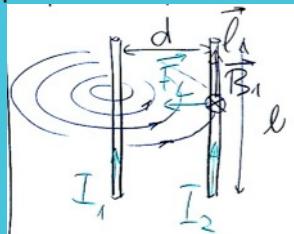
$$d\vec{F}_L = -e(\vec{v} \times \vec{B})$$

↳ in Tafel hinein  
 $\Rightarrow$  Kraft auf Leiter  
 Leiterstück, Länge  $l$ , Stromstärke  $I$

$$\boxed{\vec{F}_L = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})}$$

Richtung des Stromes  $I$

Bsp.: Kraft zwischen zwei Leitern:



Rollenverteilung!  
 $I_1$ : felderzeugend  
 $I_2$ : Strom auf den Kraft wirkt  
 (3.N.P.: Situation symmetrisch)

$$F_L = I_2 \cdot l_2 \cdot B_1$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi d}$$

$$\Rightarrow F_L = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d} l_2$$

symmetrisch in  $I_1, I_2$

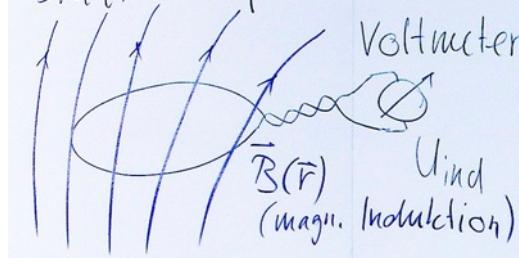
Bsp.: im Experiment:

$$I_1 = I_2 = 140 \text{ A}$$

$$d = 1 \text{ cm} \implies F_L = 0.04 \text{ N}$$

## 4.6 Das Induktionsgesetz

Drahtsschleife:

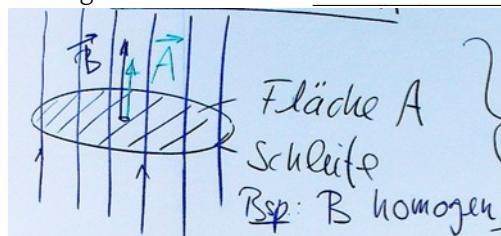


$U_{\text{ind.}}$ : Induktionsspannung

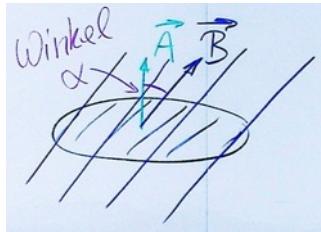
Faradaysches Induktionsgesetz

$$U_{\text{ind.}} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$\Phi$ : magnetischer Feldfluss durch die Schleife



$$\Phi = B \cdot A \text{ Hydro: } I_V = v \cdot A$$

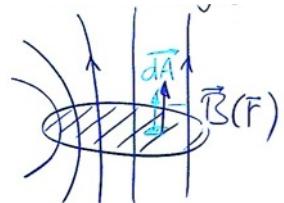


$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = B \cdot A \cdot \cos \alpha$$

z.B.:

$$\alpha = 90^\circ \implies \Phi = 0$$

#### 4.6.1 $B$ inhomogen



$$\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{A} = \iint B \cdot \cos \alpha \cdot dA$$

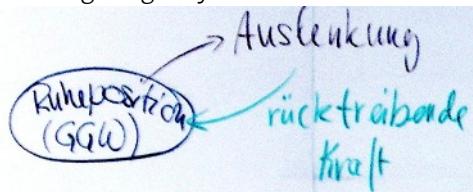
#### 4.6.2 Flussänderung

- Fläche  $A$  ändern
- Winkel  $\alpha$  ändern

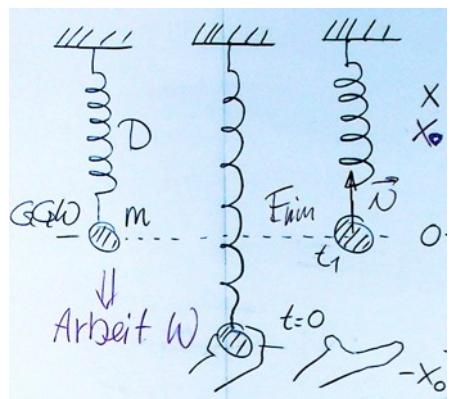
## Kapitel 5

# Schwingungsvorgänge

schwingfähiges System



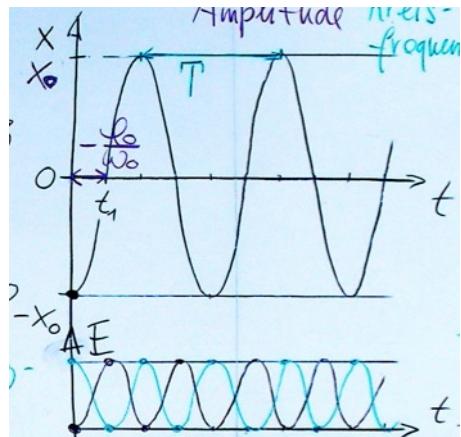
### 5.1 Energiebetrachtung



- gegeben durch Schwingsystem
- Anfangsbedingungen

harmonische Schwingung

$$x(t) = \underbrace{x_0}_{\text{Amplitude}} \sin(\underbrace{\omega_0}_{\text{Kreisfrequenz}} t + \underbrace{\varphi_0}_{\text{Phase}})$$



$$E_{\text{tot}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = \text{konst.} = W$$

$$E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} D x^2$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$$

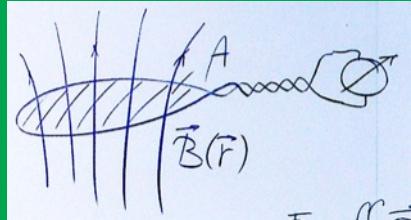
Kreisfrequenz  $\omega_0$

$$(2.\text{N.P.}) \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Schwingungsperiode  $T$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

$$\text{Frequenz } f = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

**Repetition:**Das Induktionsgesetz

magn. Fluss

$$\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Faraday's Induktionsgesetz

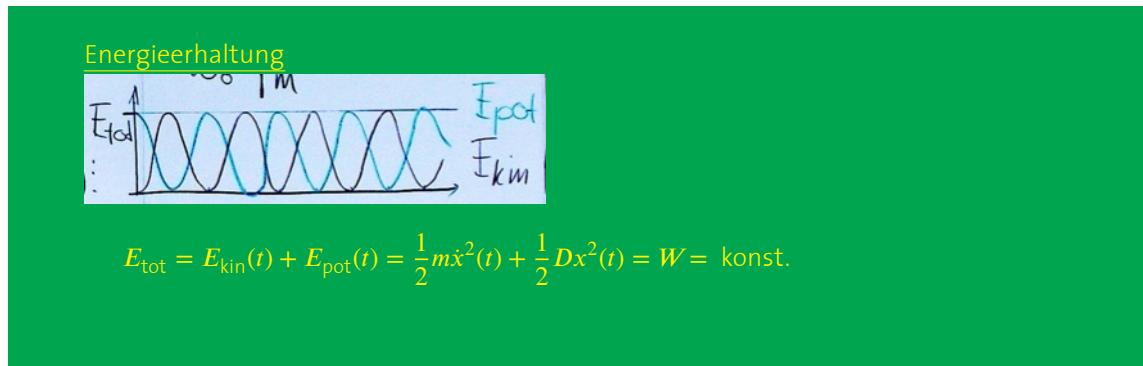
$$U_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Schwingungsvorgängeharmonische Schwingung:

$$x(t) = \underbrace{x_0}_{\text{Amplitude}} \sin(\underbrace{\omega_0}_{\text{Kreisfrequenz}} t + \underbrace{\varphi_0}_{\text{Phase}})$$

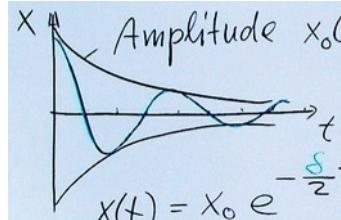
**Bsp.: Federpendel:**

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$$



## 5.2 Gedämpfte Schwingung

Energie geht durch Reibung verloren!

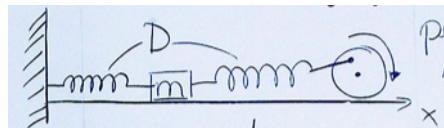


$$\text{Amplitude } x_0(t) = x_0 e^{-\frac{\delta}{2}t}$$

$$x(t) = x_0 e^{-\frac{\delta}{2}t} \sin(\omega_d t + \varphi_0)$$

schwache Dämpfung ( $\delta$  klein)  $\omega_d \approx \omega_0$  Energieverlust:  $E_{\text{tot}} = E_{\text{pot}}(0) \cdot e^{-\delta t}$

## 5.3 Erzwungene Schwingung



periodische Anregung  $F_0 \sin \omega t$   
2 Frequenzen!

- ohne Anregung:  $\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$  Eigenfrequenz
- Anregungsfrequenz  $\omega$  frei wählbar

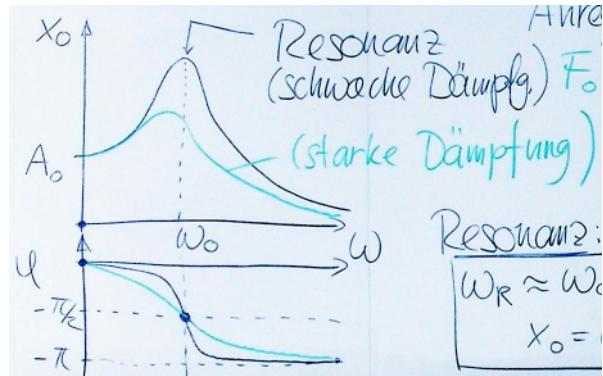
Frage: Bewegung mit  $\omega$  oder  $\omega_0$ ?

Zu Beginn: Einschwingung mit  $\omega_0$  (gedämpft) und  $\omega$ !  
 $t \rightarrow$  gross: stationärer Zustand. Nur noch  $\omega$ !

### 5.3.1 Nur noch stationärer Zustand

(mit Dämpfung: rasch im stationärem Zustand)

$$x(t) = x_0(\omega) \cdot \sin(\omega t + \varphi(\omega))$$

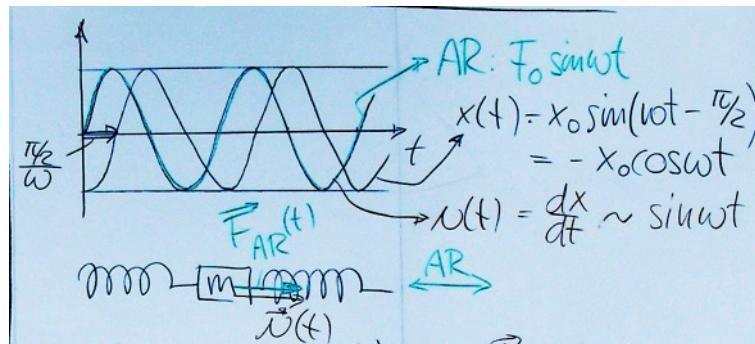


Anregung:  $F_0 \sin \omega t$

Resonanz:

$$\omega_R \approx \omega_0, \varphi = -\frac{\pi}{2}, x_0 = \text{maximal}$$

### 5.3.2 Erklärung der Phase bei Resonanz



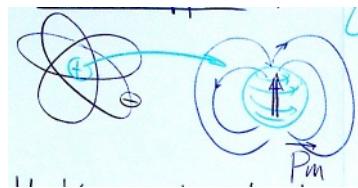
$$x(t) = x_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = -x_0 \cos \omega t$$

$\Rightarrow$  Verschiebung  $\vec{dr}$

$\Rightarrow \vec{F}_{AR}$  verrichtet immer positive Arbeit!

## 5.4 Anwendung: Magnetische Resonanztomographie (MRI)

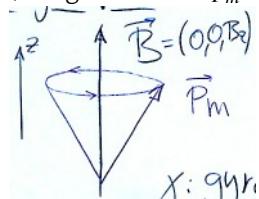
### 5.4.1 Wasserstoffkern



- Ladung  $+e$
- Eigendrehimpuls (Spin)
- magn. Moment  $\vec{p}_m$

### 5.4.2 H-Kerne in starkem Magnetfeld

$\downarrow$  magn. Moment  $\vec{p}_m$  + Drehimpuls



$\Rightarrow$  Präzessionsbewegung

$$\vec{B} = (0, 0, B_z)$$

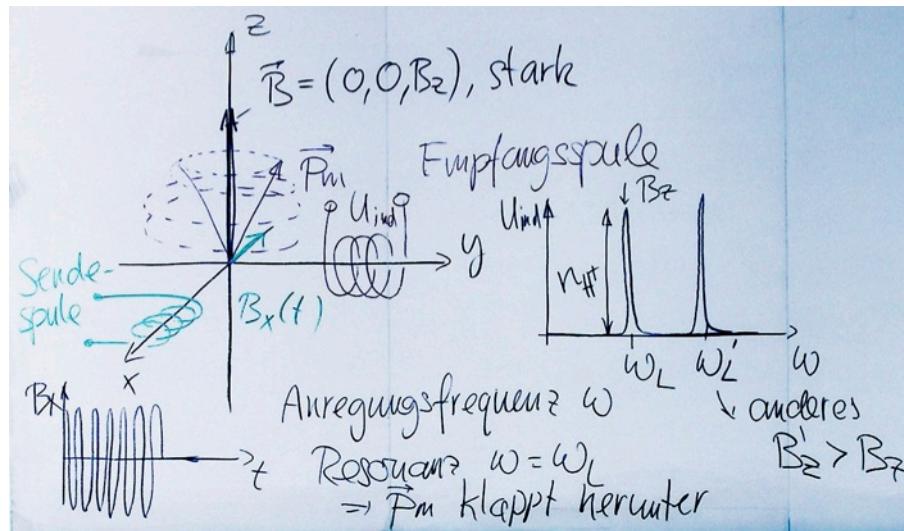
Präzessions-(Larmor-)Frequenz

$$\boxed{\omega_L = \gamma \cdot B_z}$$

$\gamma$ : gyromagn. Verhältnis

Wasserstoffkern:  $\gamma = 2\pi \cdot 42.58 \frac{\text{MHz}}{\text{T}}$

## 5.4.3 Kernresonanz-Spektroskopie

Anregungsfrequenz  $\omega$ Resonanz  $\omega = \omega_L$  $\Rightarrow \vec{P}_m$  klappt herunter

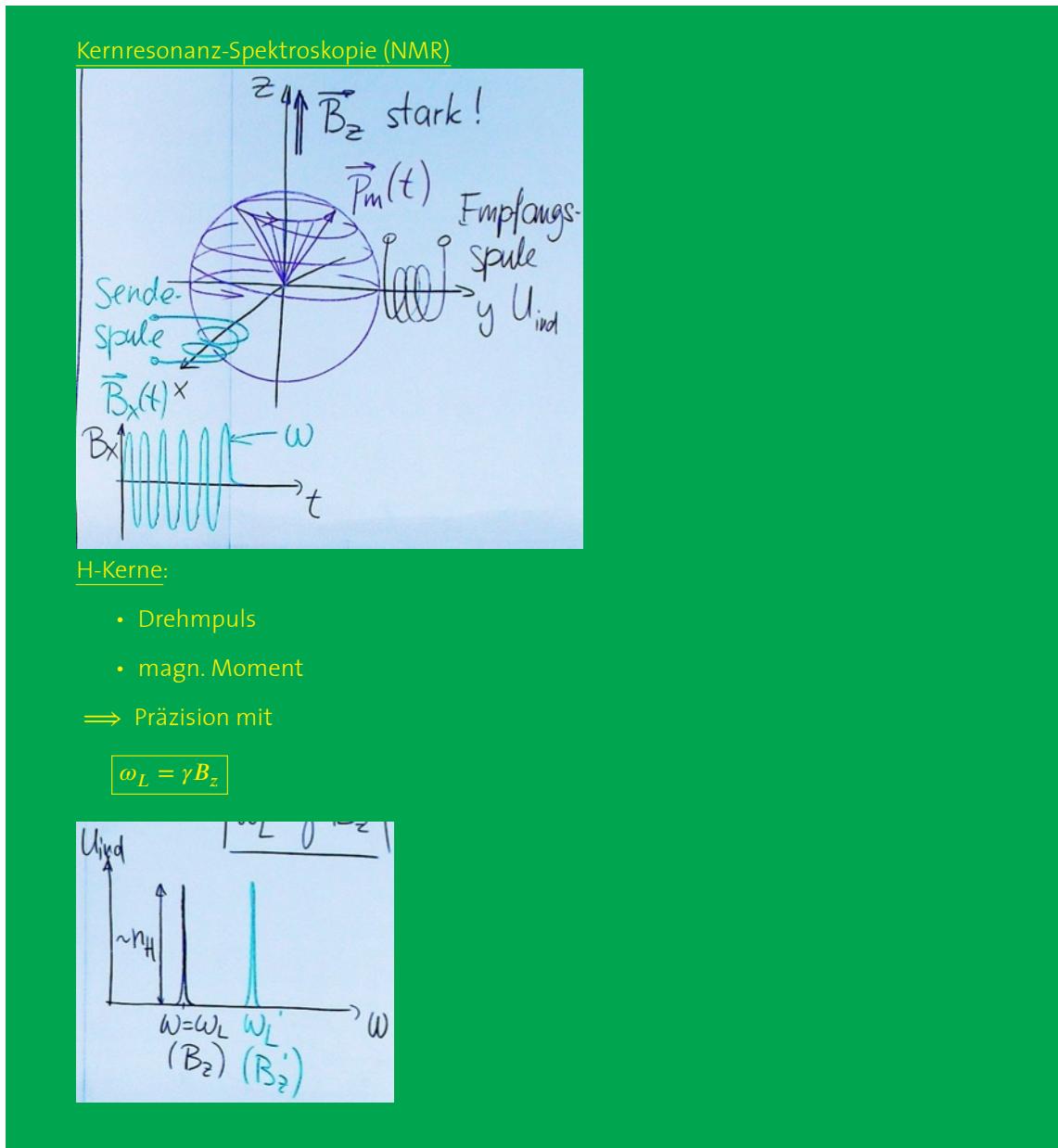
**Repetition: Erzwungene Schwingung:**

Anregung:  $F_0 \sin \omega t$   
Schwingungssystem, Eigenfrequenz  $\omega_0$   
 $\Rightarrow$  stationärer Zustand:

$$x(t) = x_0(\omega) \sin(\omega t + \varphi(\omega))$$

Resonanz:

$$\begin{aligned} \omega_R &\approx \omega_0 \\ x_0(\omega_R) &\text{ maximal} \\ \varphi(\omega_R) &= -\frac{\pi}{2} \end{aligned}$$



#### 5.4.4 Gradientenfeld $\vec{B}_z(\vec{r})$

genau kennen!

$\Rightarrow$  Messe  $U_{\text{ind}}$  bei  $\omega_L(\vec{B}_z)$

⇒ erhalte  $U_{\text{ind}}(\vec{B}_z(\vec{r}))$

⇒  $n_H(\vec{r})$

## 5.5 Wellen

Was braucht es?

- Medium:

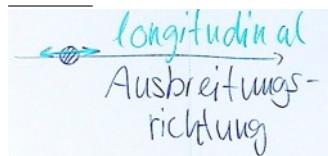


⇒ viele Schwingungssysteme, "Oszillatoren" + Kopplung zwischen Oszillatoren  
Oszillatoren identisch ⇒ resonante Ausbreitung

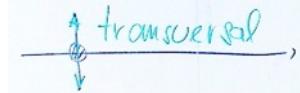
- Anregung (=Welle): "Störung", die sich im Medium ausbreitet  
⇒ Welle transportiert Energie, nicht Masse!

### 5.5.1 Polarisation

= Bewegungsrichtung der einzelnen Oszillatoren  
Pendel:



Wellenmaschine:



### 5.5.2 Ausbreitungsgeschwindigkeit $c$

...hängt ab von Medium ( $m, D$ )

### 5.5.3 Mathematische Beschreibung

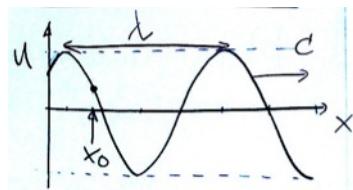
$$u(x, t) = u(x - ct) \quad (\rightarrow \text{pos. } x\text{-Richtg.})$$

$$u(x, t) = u(x + ct) \quad (\rightarrow \text{neg. } x\text{-Richtg.})$$

harmonische Wellen:

$$\begin{aligned} u(x, t) &= u_0 \sin(k(x - ct)) \\ &= u_0 \sin(\underbrace{k}_{\substack{\text{Wellenzahl [m}^{-1}\text{]} \\ \text{Kreisfreq.}}} x - \underbrace{\omega}_{\substack{\text{Frequenz}}} t) \\ &= u_0 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - 2\pi \underbrace{f}_{\substack{\text{Frequenz}}} \cdot t\right) \end{aligned}$$

### 5.5.4 Welle im Ortsbild



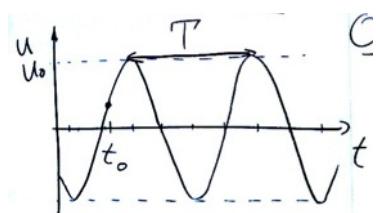
Zeit  $t_0$  fest

$$u(x, t) = u_0 \sin(kx - \underbrace{\omega t_0}_{\substack{\text{konst. Phase}}})$$

Wellenlänge  $\lambda$

$$\boxed{\lambda = \frac{2\pi}{k}}$$

### 5.5.5 Welle im Zeitbild



Ort  $x_0$  fest (1 Oszillator!)

$$u(x_0, t) = u_0 \sin(\underbrace{kx_0 - \omega t}_{\substack{\text{konst. Phase}}})$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

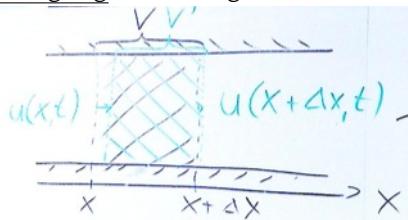
### 5.5.6 Wichtiger Zusammenhang

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$

Schallwellen (Akustik)

Medium: Luft, Wasser, FK

Anregung  $u(x, t)$ : longitudinale Auslenkung von Luftsichten



$$u(x, t) = u_0 \sin(kx - \omega t)$$

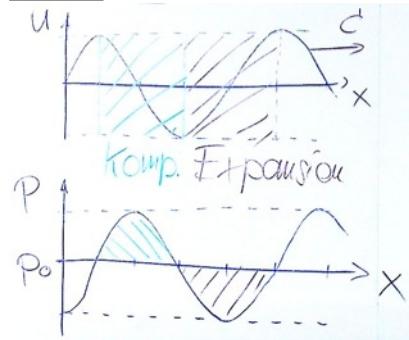
hier:  $V' < V$

Luft komprimiert!

Def.: Schalldruck:

$$p_s(x, t) = p(x, t) - p_0 = - \underbrace{p_s^0}_{\text{Schalldruckamplitude}} \cos(kx - \omega t)$$

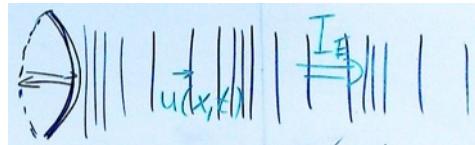
Ortsbild:



Schallgeschwindigkeit  $c$

Luft:

$$c = \sqrt{\frac{RTk}{M}} = \sqrt{\frac{\frac{7}{5}p_0}{\rho}} \approx 350 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**5.5.7 Intensität**Energiestrom  $I_E$  ( $\frac{\text{J}}{\text{s}} = \omega$ )

$$I_E = \underbrace{\frac{1}{2}\rho}_{\text{kin. Energie pro Vol.}} \underbrace{v_0^2}_{\text{"Schallschnelle"}} \cdot A \cdot c$$

$$u(x, t) \quad x = x_0$$

$$\Rightarrow v(x, t) = \frac{du(x, t)}{dt}$$

Amplitude  $v_0$ Intensität:

$$I = \frac{I_E}{A} = \frac{1}{2}\rho v_0^2 \cdot c = \frac{1}{2}\rho\omega^2 u_0^2 c$$

$$\left[ u(x, t) = u_0 \sin(kx - \omega t) \right] \quad \dots \quad \boxed{I = \frac{(p_s^0)^2}{2 \cdot \rho \cdot c}}$$

$$\boxed{I \sim u_0^2}$$

**5.5.8 Menschliches Ohr**Hörschwelle  $I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ Schmerzgrenze  $I_S \approx 1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$  $\Rightarrow$  Wahrnehmung logarithmisch!**Schallpegel**

$$\boxed{L = 10 \cdot \log_{10} \frac{I}{I_0}} \text{ in dezibel dB}$$

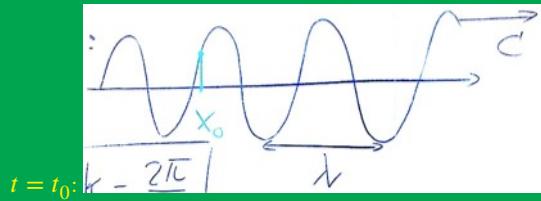
Bsp.:

$$I = I_0 \implies L = 0$$

$$\text{Schalldruckampl. } p_s^0 = \sqrt{2\rho c I} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} = 2 \cdot 10^{-10} \text{ bar}$$

Repetition: Harmonische Wellen:

$$u(x, t) = u_0 \sin(kx - \omega t)$$



$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$c = \frac{\lambda}{T}$$

Schallwellen (in Gasen)

$u(x, t)$ : longitudinale Auslenkung von Luftschichten

$p_s(x, t)$ : Schalldruck

Schallgeschwindigkeit

$$c = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho}} \approx 350 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Intensität:

$$I = \frac{1}{2} \rho \omega^2 u_0^2 c = \frac{(p_s^0)^2}{2 \rho c}$$

Schallpegel:

$$L = 10 \cdot \log_{10} \frac{I}{I_0} \quad \text{in dB; mit } I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

z.B.:

$$L = 80 \text{ dB}$$

$$80 = 10 \log \frac{I}{I_0} \implies 10^8 = \frac{I}{10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}$$

### 5.5.9 Hören von Schallwellen

- reiner Ton: genau 1 Frequenz  $f = \frac{\omega}{2\pi}$

$$\implies u(x, t) = u_0 \sin(kx - \omega t)$$

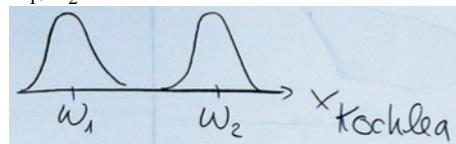
Mittelohr:  $x = x_0 = 0$ 
 $\implies u_0 \sin \omega t \implies$  Frequenz  $\sim$  Ort der Anregung auf Kochlea

- Zwei Frequenzen

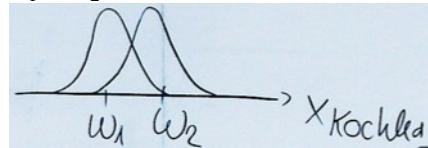
$$u(t) = u_0 \sin \left( \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \right) t \cdot \cos \left( \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \right)$$

2 Fälle:

- $\omega_1, \omega_2$  stark verschieden

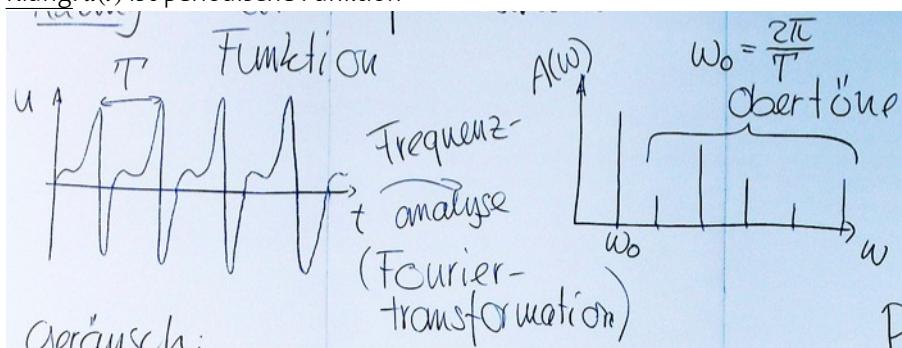


- $\omega_1 \approx \omega_2$

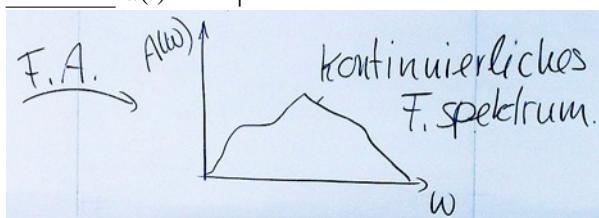


$$\begin{aligned} &\Rightarrow \text{mittlere Frequenz } \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \\ &\Rightarrow \text{Amplitude } 2u_0 \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right) t \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Schwebung} \\ \text{ } \end{array} \right\}$$

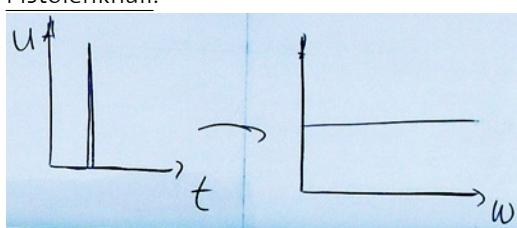
- Klang:  $u(t)$  ist periodische Funktion



- Geräusch:  $u(t)$  nicht periodisch



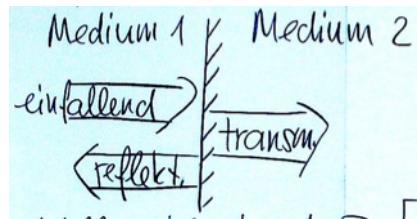
Pistolenknall:



### 5.5.10 Ultraschall

( $f \approx 20 \text{ kHz} - 100 \text{ MHz}$ )

#### Reflexion und Transmission

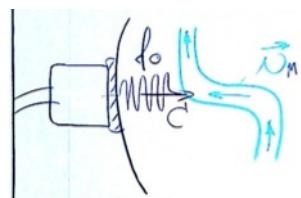


$M_1$ : Luft

$M_2$ : Wasser

Wellenwiderstand  $Z_W$

$$Z_W = \rho \cdot c$$



Reflexion an inhomogenitäten im Blut ( $\Rightarrow$  bewegtes Medium)  
Erregung des Mediums (Blut)

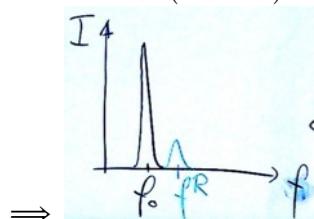
$$f' = f_0 \left( 1 + \frac{v_M}{c} \right)$$

(D.E. bei bewegtem Empfänger)  
Erzeugt reflektierte Welle

$$f^R = \frac{f'}{\left( 1 - \frac{v_M}{c} \right)}$$

(D.E. bei bewegtem Sender)

$$\Rightarrow f^R \approx f_0 \left( 1 + 2 \frac{v_M}{c} \right)$$



---

## Teil II

# Anhänge

## Anhang A

# Vorlesungsvorlagen

# Mechanik

## Kinematik

Geschwindigkeit:	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	Beschleunigung:	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$
Beschleunigungskomponenten:	$a_Z = \frac{v^2}{r}, \quad a_T = \frac{d \vec{v} }{dt}$		
Winkelgeschwindigkeit:	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$	Bahngeschwindigkeit:	$v = r \cdot \omega$

## Dynamik

Impuls:	$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$		
Newton'sche Axiome:	$\vec{F} = m\vec{a}, \quad \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$		
Gewichtskraft:	$\vec{G} = mg\vec{g}$		
Coulombkraft:	$F_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$		
Haftreibung:	$F_H \leq \mu_H F_N$	Gleitreibung:	$F_R = \mu_G \cdot F_N$
Federkraft:	$F_F = -Dx$		
Zentripetalkraft:	$F_z = m\frac{v^2}{r} = mr\omega^2$		
Kraftstoss:	$\Delta p = \int_0^\tau F(t)dt = \vec{F} \cdot \tau$		
Drehmoment:	$\vec{M}_o = \vec{r} \times \vec{F}$		
Mechanisches Gleichgewicht:	$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0}$	und	$\sum_{i=1}^n \vec{M}_{o,i} = \vec{0}$

## Energie und Arbeit

Kinetische Energie:	$E_{\text{kin}} = \frac{m}{2}v^2$	Arbeit:	$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r}$
Pot. Energie in konserv. Kraftfeld:	$E_{\text{pot}}(2) - E_{\text{pot}}(1) = - \int_1^2 \vec{F}_{\text{Feld}} \cdot d\vec{r}$		
$E_{\text{pot}} = mgh$ (Schwerkraft)	$E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}Dx^2$ (Feder)		
Energiesatz:	$W_{1 \rightarrow 2} = E_{\text{kin}}(2) - E_{\text{kin}}(1)$		
Energieerhaltungssatz:	$E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \text{konst}$		

## Festigkeit

Zugspannung/Druck:	$\sigma = \frac{dF_N}{dA}, \quad \sigma = \frac{F_N}{A}$	Schubspannung:	$\tau = \frac{dF_T}{dA}, \quad \tau = \frac{F_T}{A}$
Dehnung:	$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}, \quad \varepsilon = \frac{L' - L}{L}$	Hooke'sches Gesetz:	$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}, \quad \sigma = E\varepsilon$
Scherung:	$\gamma = \frac{\tau}{G}, \quad \gamma = \frac{\tau}{G}$		
<i>Biegebelastung eines Balkens:</i>			
Flächenträgheitsmoment:	$I_z = \int_A z^2 dA$		
max. Spannung:	$\sigma_{\text{max}} = \frac{F \cdot L \cdot H}{2I_z}$	max. Durchbiegung:	$z_{\text{max}} = \frac{F \cdot L^3}{3E \cdot I_z}$
Torsion:			
max. Schubspannung:	$\tau_{\text{max}} = \frac{2M_o}{\pi R^3}$	max. Verdrehwinkel:	$\phi_{\text{max}} = \frac{2LM_o}{\pi GR^4}$
<i>Zylindrisches Gefäß:</i>			
Dehnbarkeit:	$D = \frac{2R}{E \cdot d}$	Rel. Volumenänderung:	$\frac{\Delta V}{V} = D \cdot \Delta p$

## Flüssigkeiten / Gase

Druck:	$p = \frac{dF}{dA}$
Druckverteilung in Flüssigkeiten:	$p(z) = p_0 + \rho \cdot g \cdot z$
Druckverteilung in Zentrifuge:	$p(r) = p_0 + \frac{1}{2} \rho \omega^2 (r^2 - r_0^2)$
Barometerformel:	$p(h) = p_0 e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_0}} = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}$
Auftrieb:	$F_A = \rho_{Fl} \cdot g \cdot V_e$
Volumenstromstärke:	$I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A \cdot v \quad (\text{für } v \text{ homogen})$
Kontinuitätsgleichung:	$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$
Bernoulli-Gleichung:	$p + \frac{\rho}{2} v^2 + \rho g h = p_o = \text{konst.}$
Newton'sches Reibungsgesetz:	$\tau = \eta \cdot \frac{dv}{dy}$
Hagen-Poiseuille-Gesetz:	$I_V = \frac{\pi R^4 (p_1 - p_2)}{8 \eta L}, \quad \text{Strömungswiderstand: } R_V = \frac{8 \eta L}{\pi R^4}$
Serieschaltung:	$R_V^{tot} = \sum R_V^i \quad \text{Parallelschaltung: } \frac{1}{R_V^{tot}} = \sum \frac{1}{R_V^i}$
Turbulenzkriterium:	$Re = \frac{2 \cdot \rho \cdot \bar{v} \cdot R}{\eta} \quad \text{Rohr: } Re_{krit} = 2300$
Stokes'sches Reibungsgesetz:	$F_R = 6 \pi \eta R v$

## Thermodynamik

### Ideale Gase

Innere Energie:	$U = N \cdot \frac{\overline{m} v^2}{2}, \quad \text{Druck: } p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \frac{\overline{m}}{2} v^2$
Geschwindigkeitsverteilung:	$n(v) = A_v \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$
Zustandsgleichung ( $\nu$ Mole):	$p \cdot V = \nu \cdot R \cdot T, \quad R = 8.31 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$

### Wege zum thermodynamischen Gleichgewicht

Diffusion:	$j_x = -D \cdot \frac{dn}{dx}, \quad \text{Wärmeleitung: } j_{wx} = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx}$
Osmotischer Druck:	$posm = c \cdot R \cdot T \quad (\text{Konzentration: } c = \frac{\nu}{V_{Fl}})$
Sättigungskonz. von Gasen in Flüssigkeiten:	$c_i^s = K(T) \cdot p_i$
Abs. Luftfeuchtigkeit:	$f_a = \frac{m_{H_2O}}{V} \quad \text{Rel. Luftfeuchtigkeit: } f_r = \frac{p_{H_2O}}{p_D(T)}$
Partialdruck Wasserdampf:	$p_{H_2O} = f_a \cdot \frac{RT}{M_{H_2O}}$

### 1. Hauptsatz der Wärmelehre

$$\Delta U = Q + W$$

Änderung der inneren Energie:

Schmelzen/Erstarren:	$Q_S(\text{proMol})$
Verdampfen/Kondensieren:	$Q_D(\text{proMol})$
Temperaturänderung:	$Q = C \cdot \Delta T = \nu \cdot c_{molar} \cdot \Delta T$

# Elektrizität und Magnetismus

## Elektrostatik

Coulomb-Gesetz:	$F_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$
elektrische Feldstärke:	$\vec{E} = \frac{\vec{F}_c}{q}$
elektrisches Dipolmoment:	$\vec{p} = Q \cdot \vec{d}$
elektrische Spannung:	$U_{21} = \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{q} = - \int_1^2 \vec{E} d\vec{s} = \varphi(2) - \varphi(1)$
Kapazität:	$C = \frac{Q}{U}$ (Plattenkondensator: $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$ )

## Gleichströme

Stromstärke:	$I = \frac{dQ}{dt}$
Stromdichte:	$\vec{j} = \rho_q \cdot \vec{v} = n \cdot z \cdot e \cdot \vec{v}$
Ohmsches Gesetz:	$U = R \cdot I$ mit $R = \text{konst.}; \quad \vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$
Leistung:	$P = I \cdot U$
Drahtwiderstand:	$R = \rho_w \frac{\ell}{A} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{\ell}{A}$
Kirchhoff-Gleichungen:	$\sum I_{zufl.} = \sum I_{wegfl.}$ $\sum E_m = \sum U_i$
Serieschaltung:	$R_s = \sum R_i$
Parallelschaltung:	$\frac{1}{R_p} = \sum \frac{1}{R_i}$
Ruhepotential einer Zelle:	$U_D = \frac{kT}{ze} \cdot \ln \frac{c_i}{c_a}$

## Magnetfelder

Gerader Leiter:	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$
Spule:	$B = \frac{\mu_0 N I}{L}$
Lorentzkraft:	$\vec{F}_L = q (\vec{v} \times \vec{B}) , \quad \text{Kraft auf geraden Leiter: } \vec{F}_L = I (\vec{l} \times \vec{B})$
Induktionsgesetz:	$U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} , \quad \text{magn. Fluss: } \Phi = \int B \cdot dA \cdot \cos \alpha$

# Schwingungen / Wellen / Optik / Akustik / Röntgen

## Schwingungen

Harmonische Schwingung:	$x(t) = x_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$
Eigenfrequenz des Federoszillators:	$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} , \quad \omega_0 = 2\pi f_0$
Gedämpfte Schwingung:	$x(t) = x_0 e^{-\frac{\delta t}{2}} \sin(\omega_d t + \varphi_0)$ $E_{tot}(t) = E_{tot}(0) \cdot e^{-\delta t}$
Resonanz:	$\omega_{\text{Res}} \cong \omega_0$ für schwache Dämpfung

## Wellen

Harmonische, eindimensionale Welle:  $u(x, t) = u_0 \sin(kx - \omega t)$

$$c = f\lambda, \quad \omega = 2\pi f, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$f = \frac{1}{T} = \text{Frequenz}$$

## Akustik

Ausbreitungsgeschwindigkeiten (Schallgeschwindigkeit)

in Festkörpern:	longitudinal	$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$
	transversal	$c = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$
in Flüssigkeiten:	$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$	(Kompressionsmodul $K$ : $\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta p}{K}$ )
in Gasen:	$c = \sqrt{\frac{R \cdot T \cdot \kappa}{M}} = \sqrt{\frac{\kappa \cdot p_0}{\rho}}$	( $\kappa \approx 7/5$ für Luft)
Intensität:	$I = \frac{\rho}{2} \cdot u_0^2 \cdot \omega^2 \cdot c = \frac{\rho}{2} \cdot v_0^2 \cdot c = \frac{(p_0)^2}{2 \cdot Z_W} = \frac{(p_0)^2}{2 \cdot \rho \cdot c}$	
Wellenwiderstand:	$Z_W = \rho \cdot c = \sqrt{\rho \cdot E}$	
Schallpegel:	$L [dB] = 10 \cdot \log_{10} \frac{I}{I_0}; \quad I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$	
Dopplereffekt:	Bewegte Quelle:	$f' = \frac{f}{1 \mp \frac{v_Q}{c}}$
	Bewegter Beobachter:	$f' = f \left( 1 \pm \frac{v_B}{c} \right)$

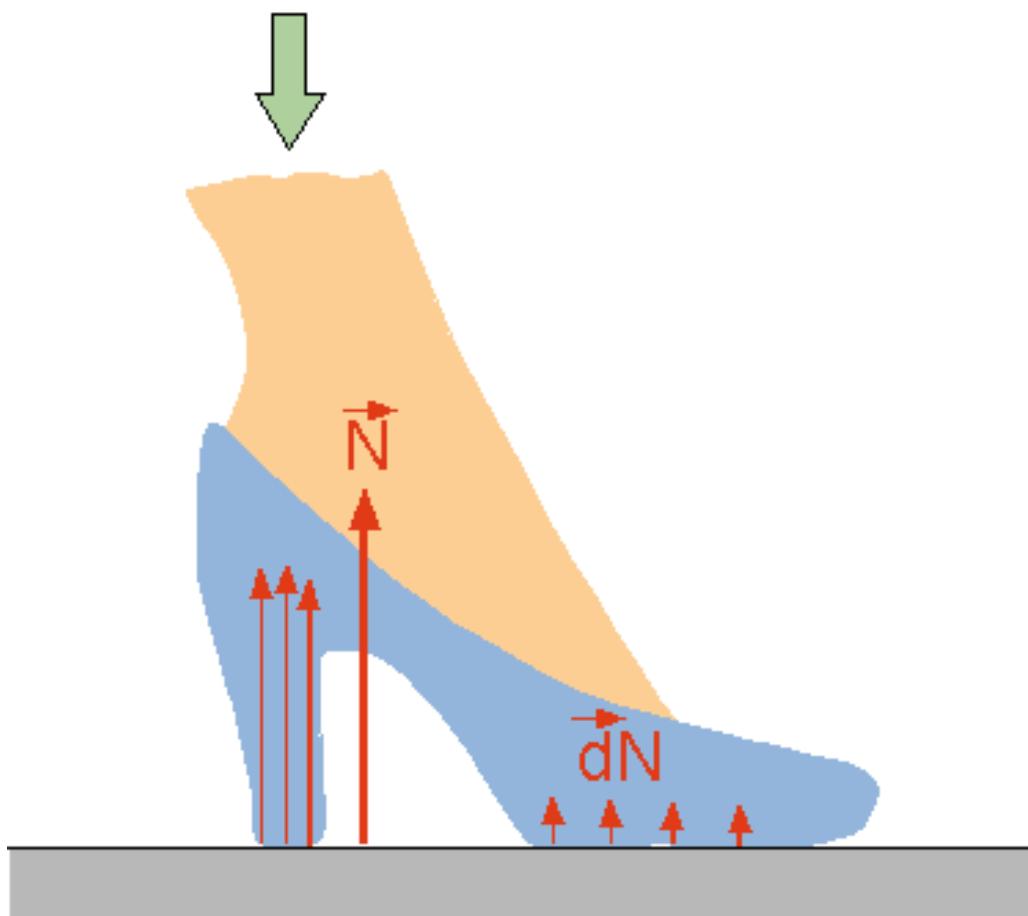
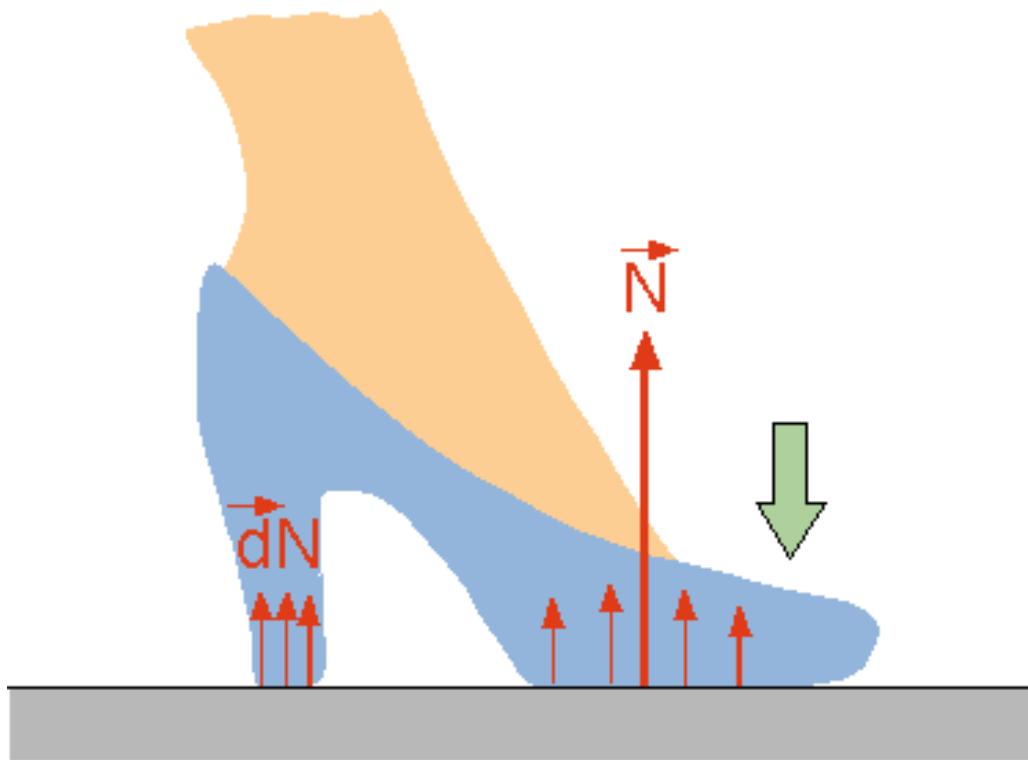
## Optik

Brechungsindex:	$n = \frac{c_0}{c}$
Reflexionsgesetz:	$\alpha = \beta$
Brechungsgesetz:	$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{n_2}{n_1}$
Totalreflexion:	$n_2 < n_1; \quad \sin \alpha_\kappa = \frac{n_2}{n_1}$
Brechkraft einer dünnen Linse:	$\frac{1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$
Abbildungsgleichung:	$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$
Vergrösserungsverhältnis:	$m = \frac{B}{G} = -\frac{b}{g}$

## Röntgenstrahlung

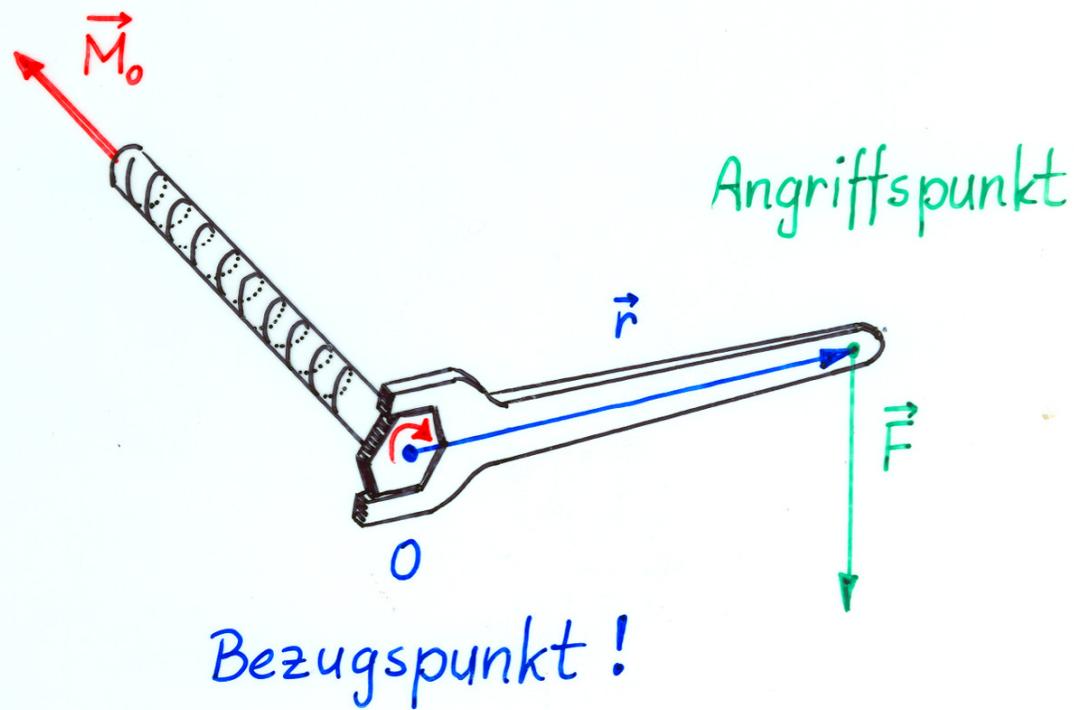
Minimale Wellenlänge:	$\lambda_{min} = \frac{h \cdot c}{e \cdot U}$
Absorption von Röntgenstrahlung:	$I(x) = I_0 e^{-\mu x}$ ( $\mu$ : Absorptionskoeffizient)
Halbwertsdicke:	$d_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\mu}$

SCHUH



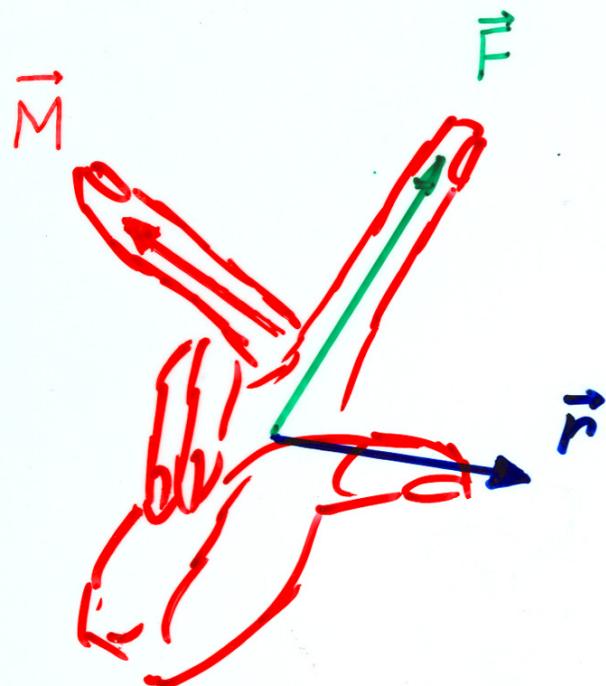
# Das Drehmoment

$$\vec{M}_o = \vec{r} \times \vec{F}$$



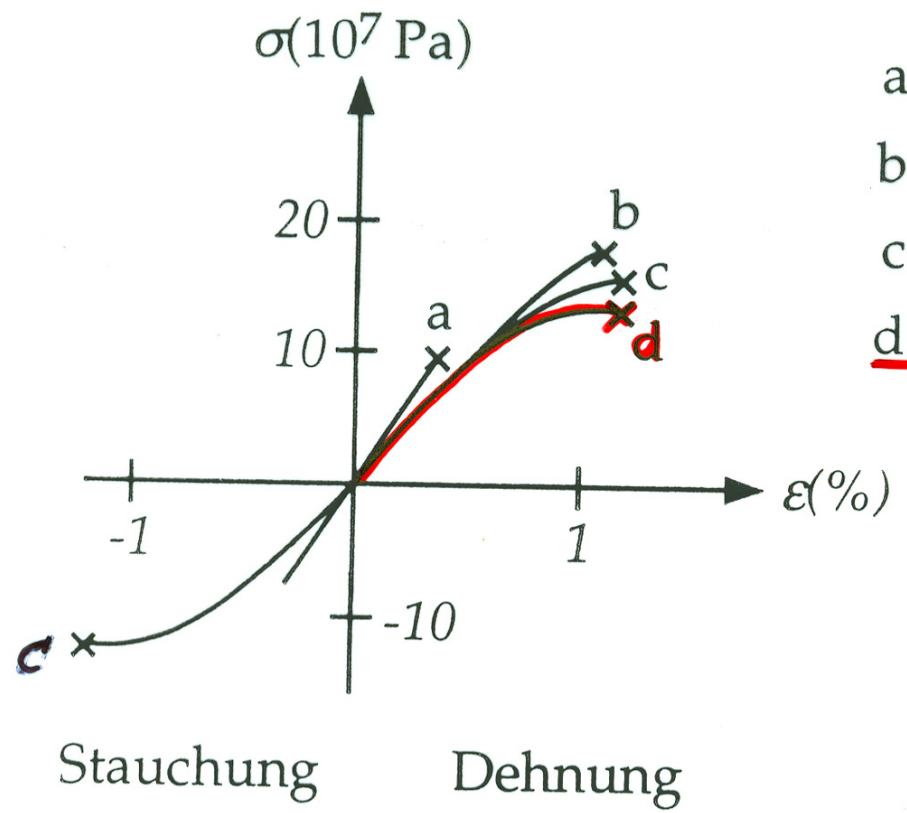
## Das Vektorprodukt

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$



"rechte - Hand - Regel "

Material	Elastizitätsmodul $E$ (GPa = $10^9$ N/a)	Bruchfestigkeit $\sigma_B$ ( $10^7$ Pa)	Bruchdehnung $\varepsilon_B$ (%)
Aluminium (rein weich)	72	1.3	50
$\alpha$ -Eisen	218	10	50
CrV-Federstahl	212	155	5
Beton	40	5	
Hölzer //	15	5-20	
Hölzer $\perp$	1.5	0.3-1	
Knochen kompakt	18	12	
Knochen spongiös	0.08	0.22	
Knochen //	16	8.5	0.6
Knochen $\perp$		1	0.2
Sehnen	0.7	6.5	
Bandscheiben		1.1	
Menschenhaar	3.6		

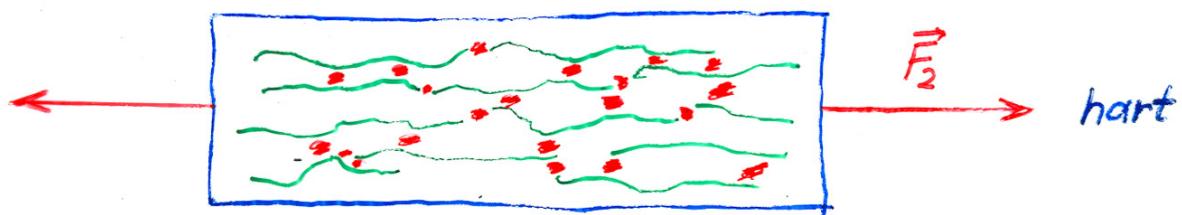
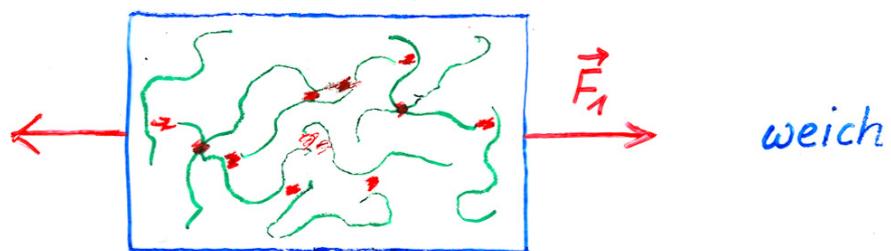
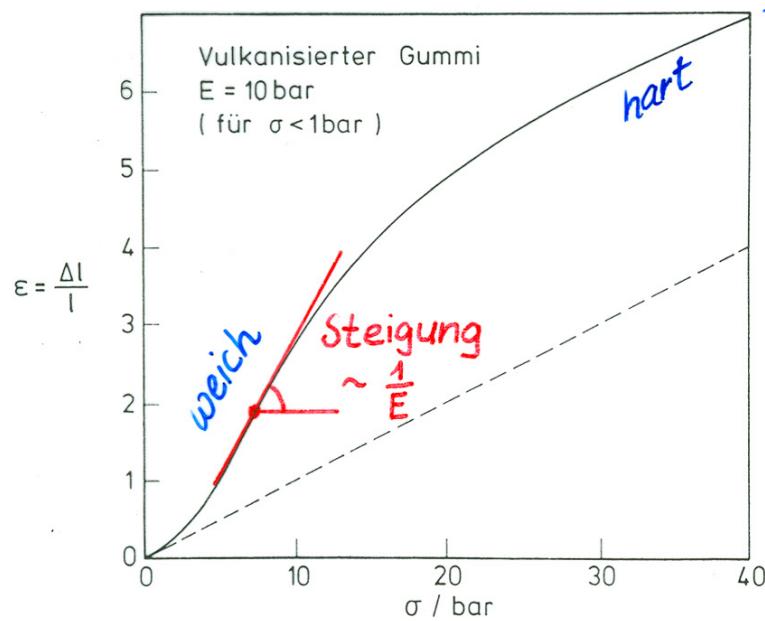


- a: trockener Knochen
- b: Schienbeinknochen
- c: Wadenbeinknochen
- d: Oberschenkelknochen

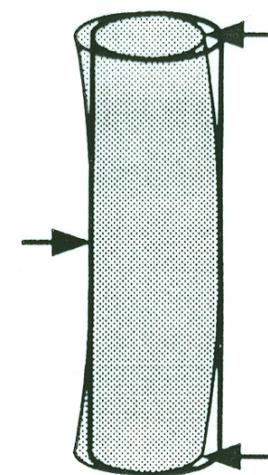
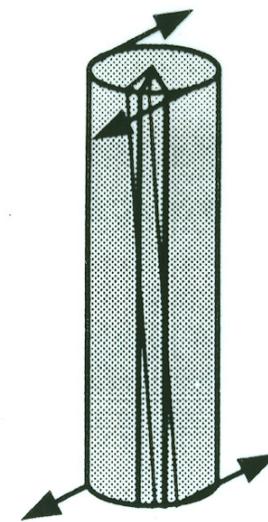
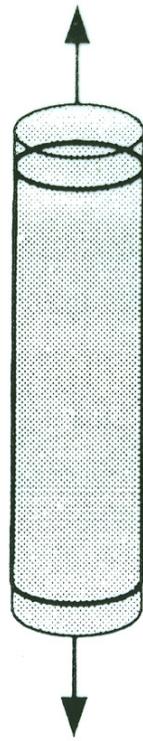
# Gummi, Muskel



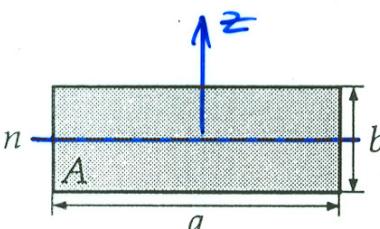
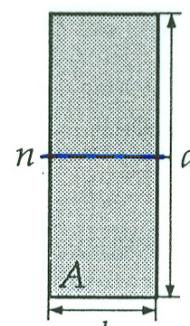
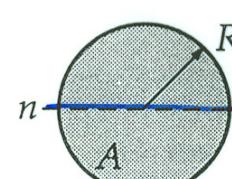
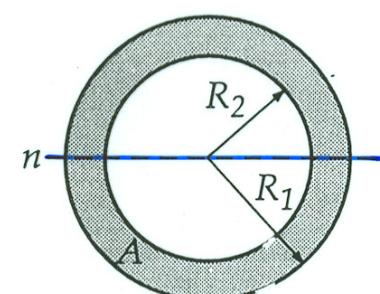
(makromolekulare Polymere)



Dehnung      Stauchung      Scherung      Torsion      Biegung



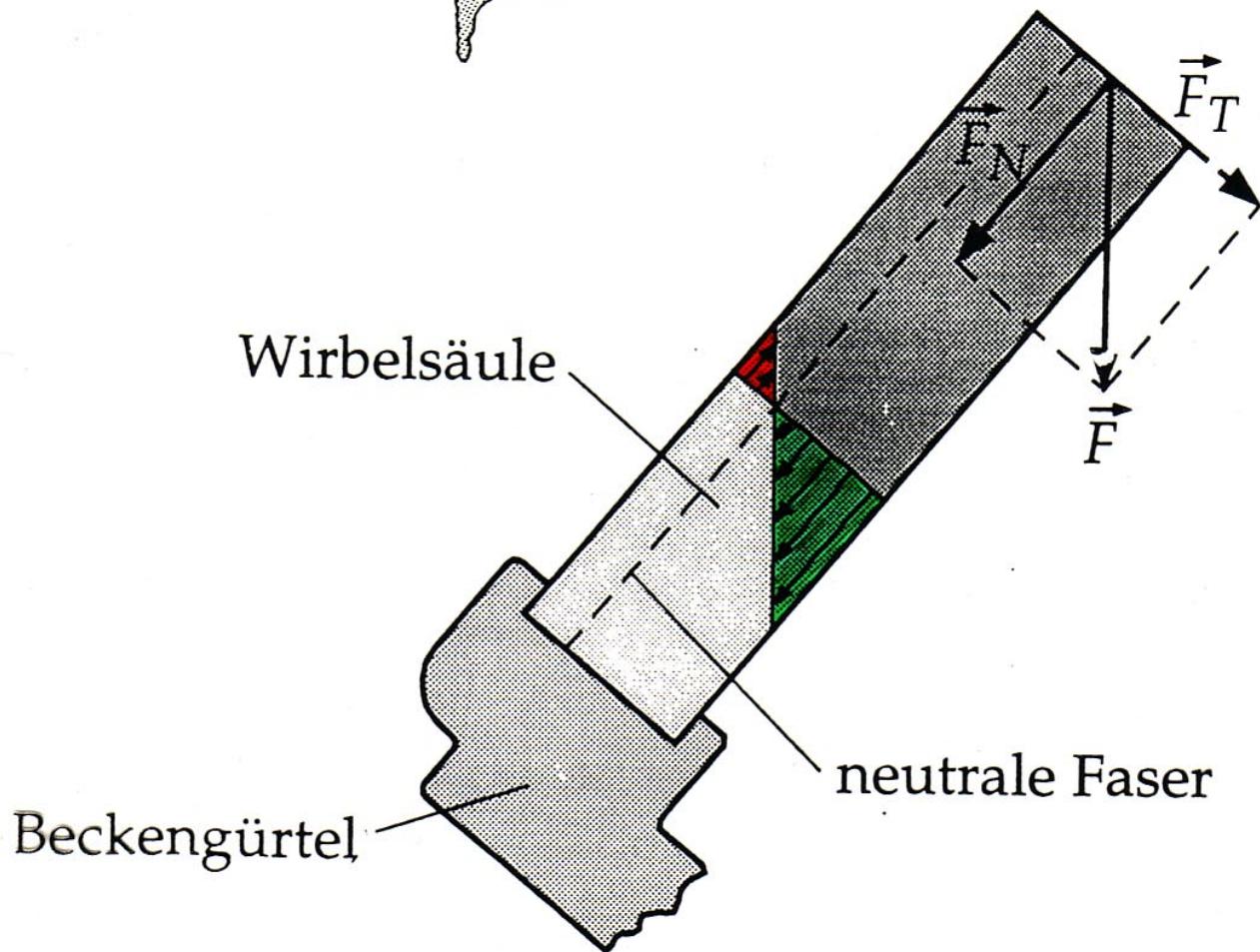
optimale Form  
für Knochen!

Flächenträgheitsmoment $I_z$			
	$I_z = \frac{1}{12} ab^3$		$I_z = \frac{1}{12} ba^3$
	$I_z = \frac{\pi}{4} R^4$		$I_z = \frac{\pi}{4} (R_1^4 - R_2^4)$

gleiche Querschnittsfläche!

Biegung:

$I_z$  gross  $\Rightarrow \sigma_{\max}$  klein



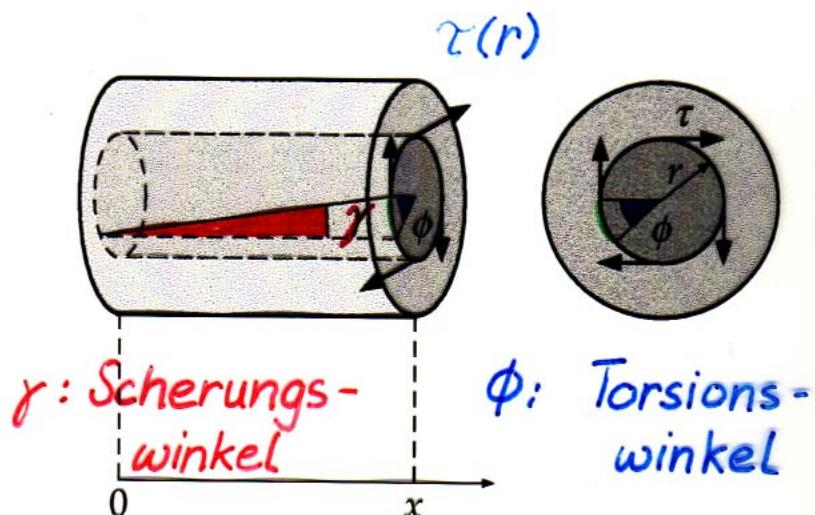
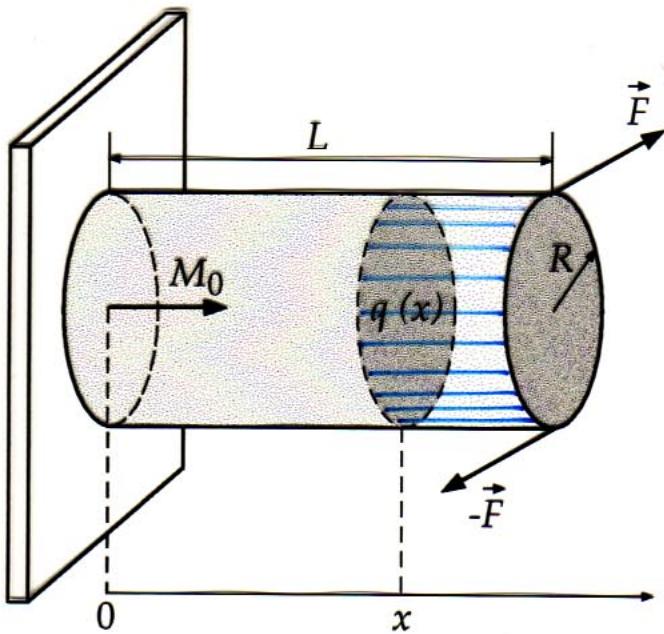
# TORSION EINES ZYLINDRISCHEN STABES

Drehmoment

$$|\vec{M}_O| = |\vec{M}_L| = 2 F \cdot R$$

im Gleichgewicht mit Summe aller

Schubspannungen



$$r\phi = \gamma \cdot x = \frac{\tau}{G} x$$

Verdrehwinkel

$$\varphi(x) = \frac{2x}{\pi G R^4} M_O$$

$$\varphi_{max} = \frac{2L}{\pi G R^4} M_O \sim \frac{1}{R^4} !$$

Schubspannung

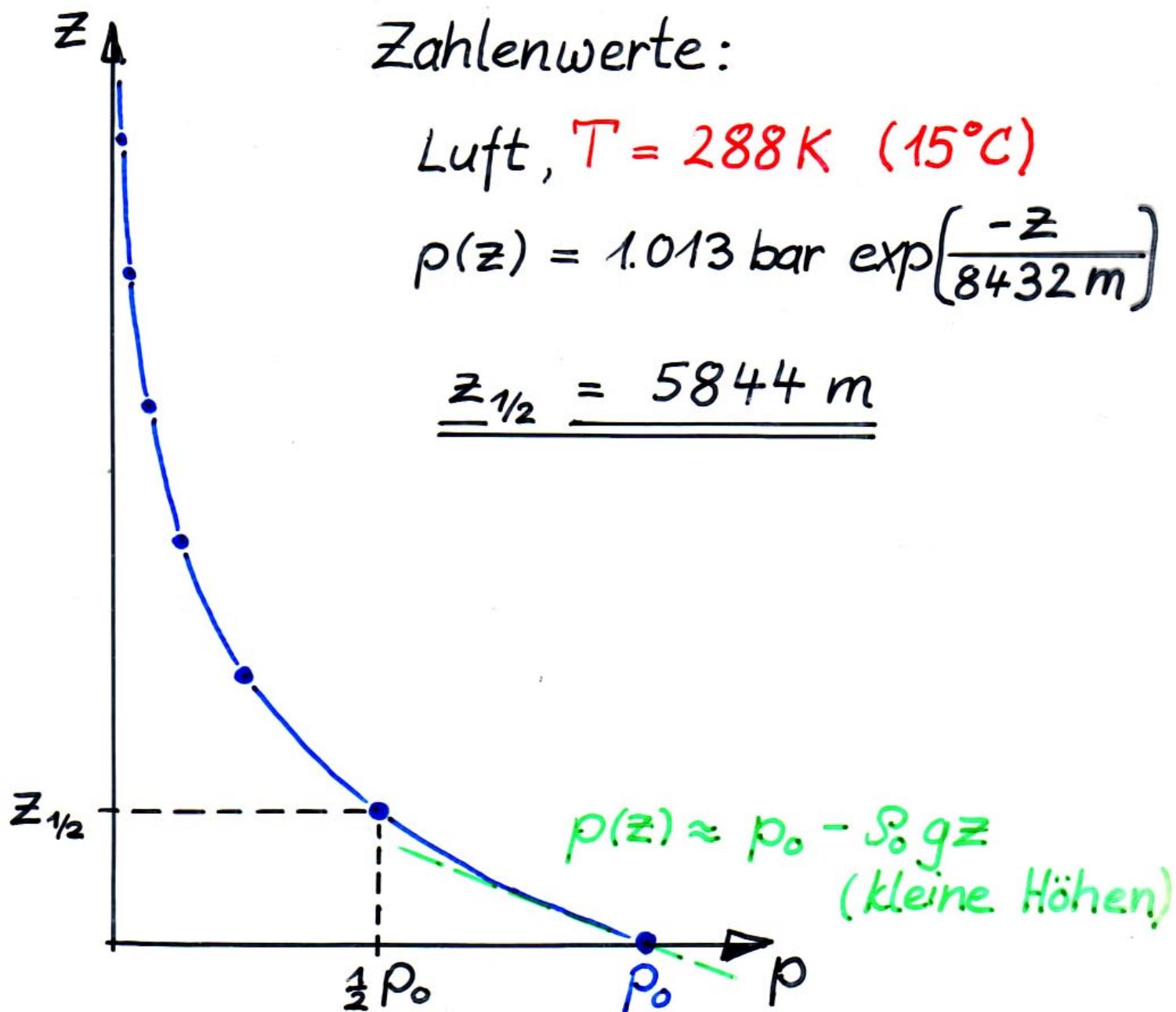
$$\tau(r) = \frac{2r}{\pi R^4} M_O$$

$$\tau_{max} = \frac{2}{\pi R^3} M_O \sim \frac{1}{R^3} !$$

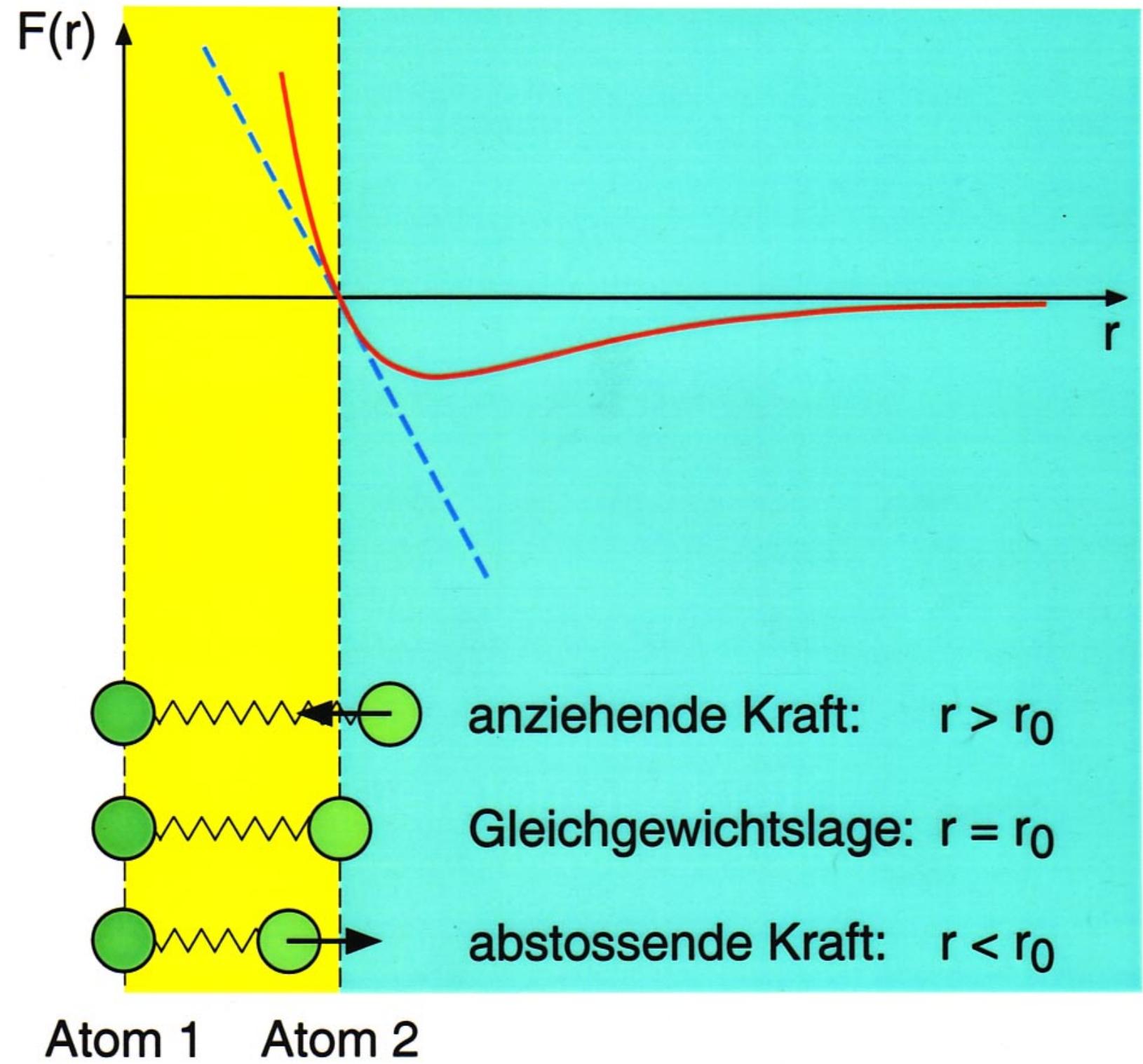
# Die Barometerformel

$$p(z) = p_0 \exp\left[-\frac{\rho_0}{p_0} g z\right]$$

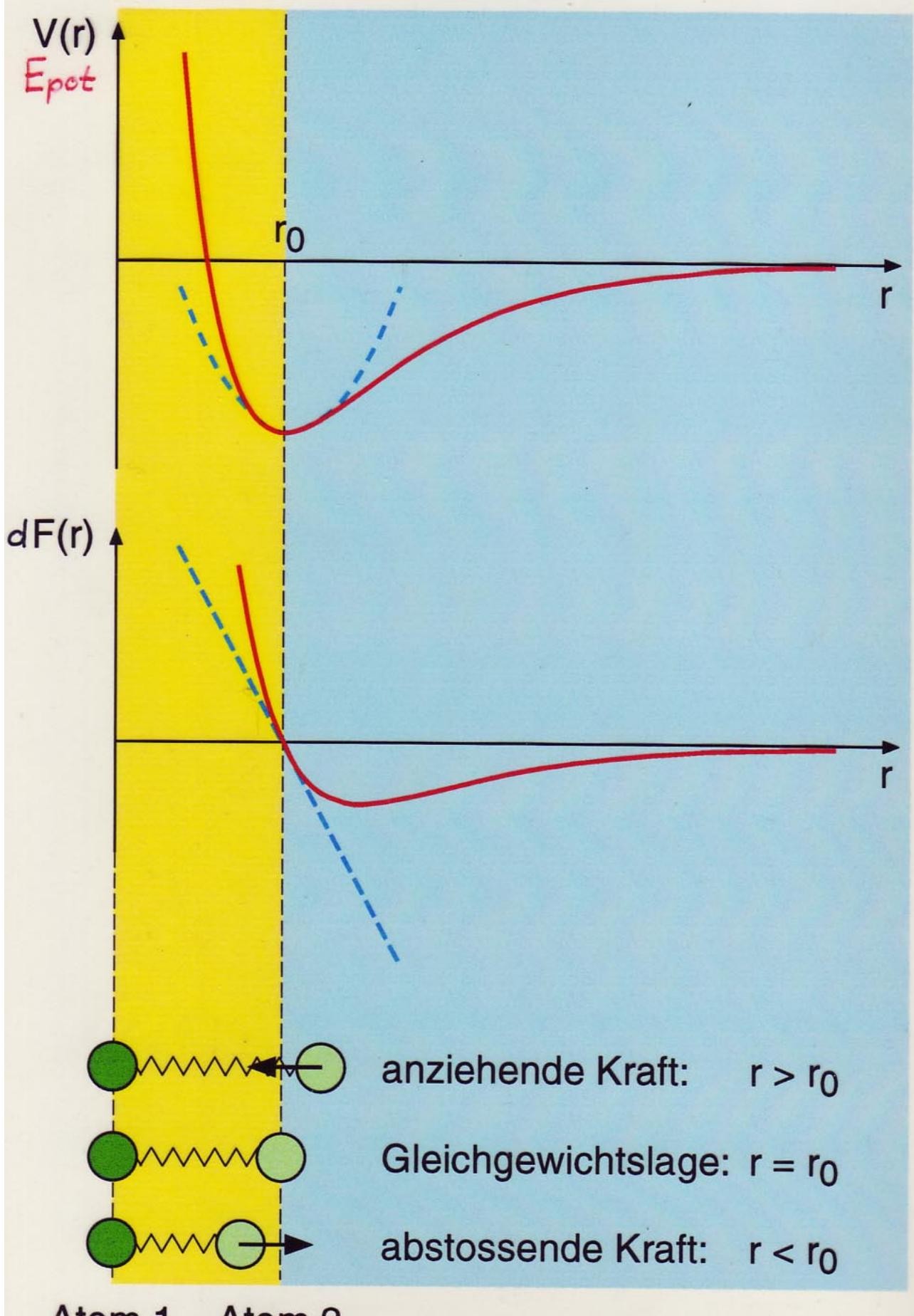
$$= p_0 \exp\left[-\frac{m g}{k T} z\right]$$

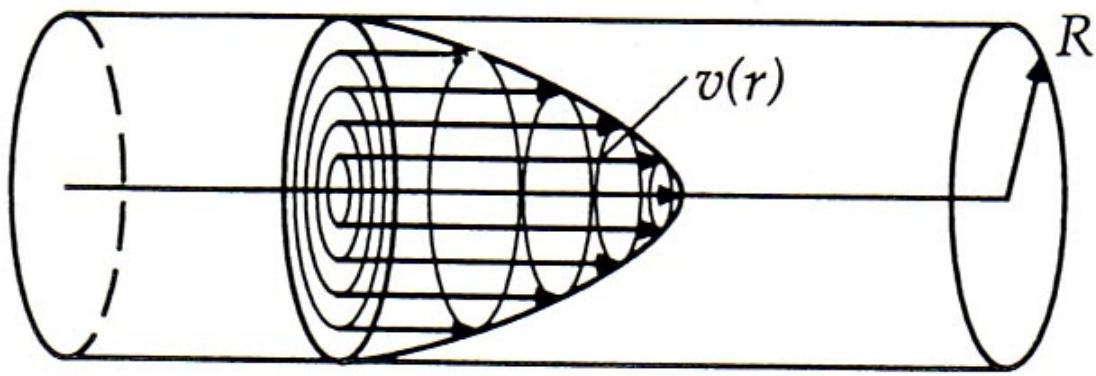


# Interatomare Kraft

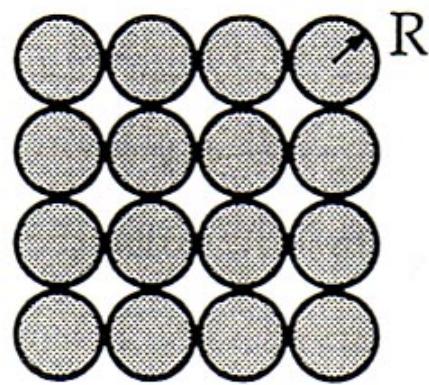


# Interatomare Kraft





$N$  Rohre mit Radius  $R$

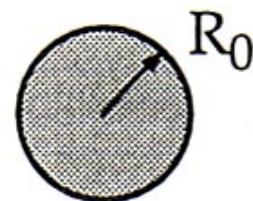


$$N=16$$

$$R=1\text{cm}$$

$$A_{\text{tot}} = N\pi R^2 = 50.3\text{cm}^2$$

1 Rohr mit Radius  $R_0$



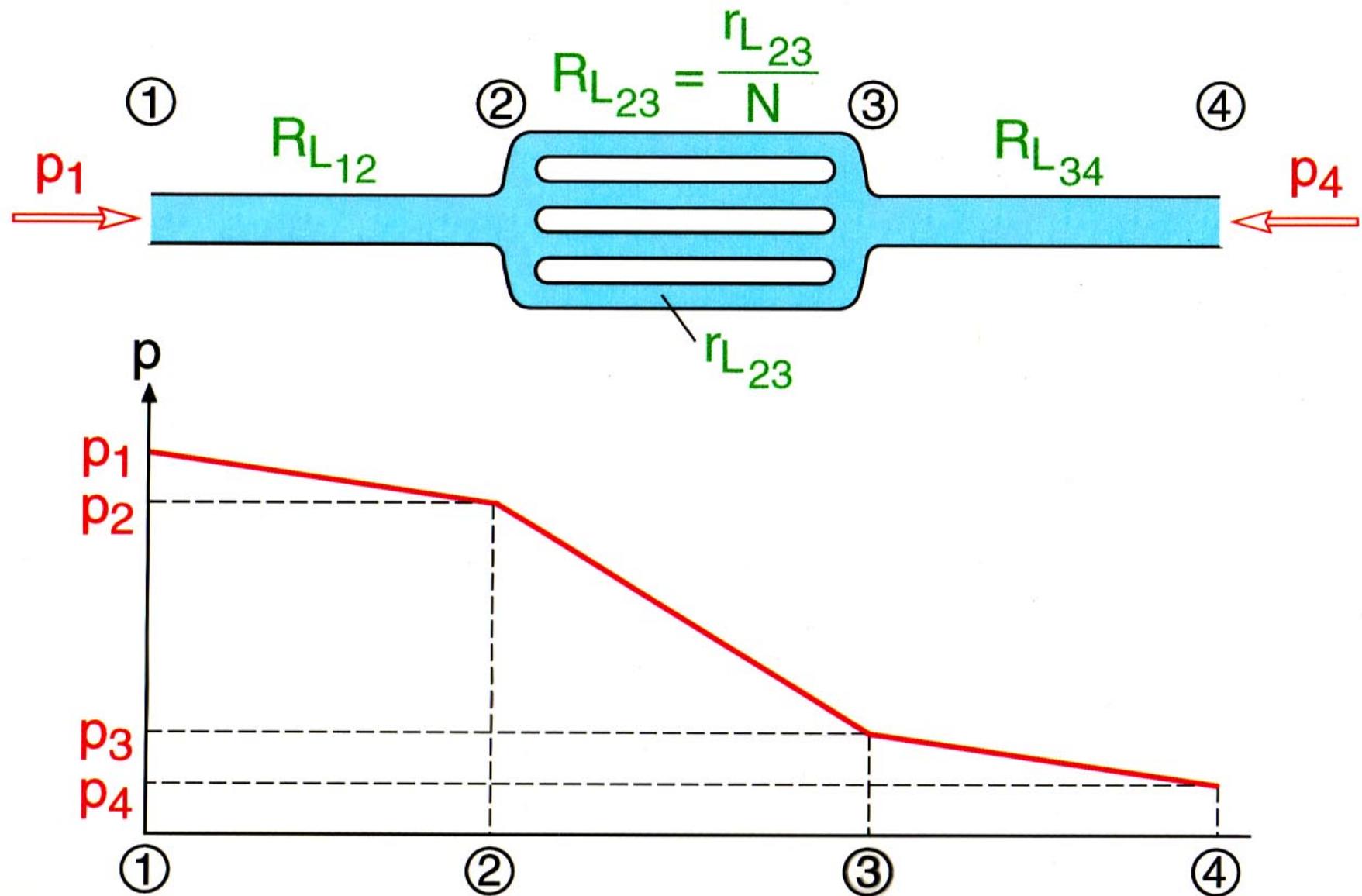
$$N=1$$

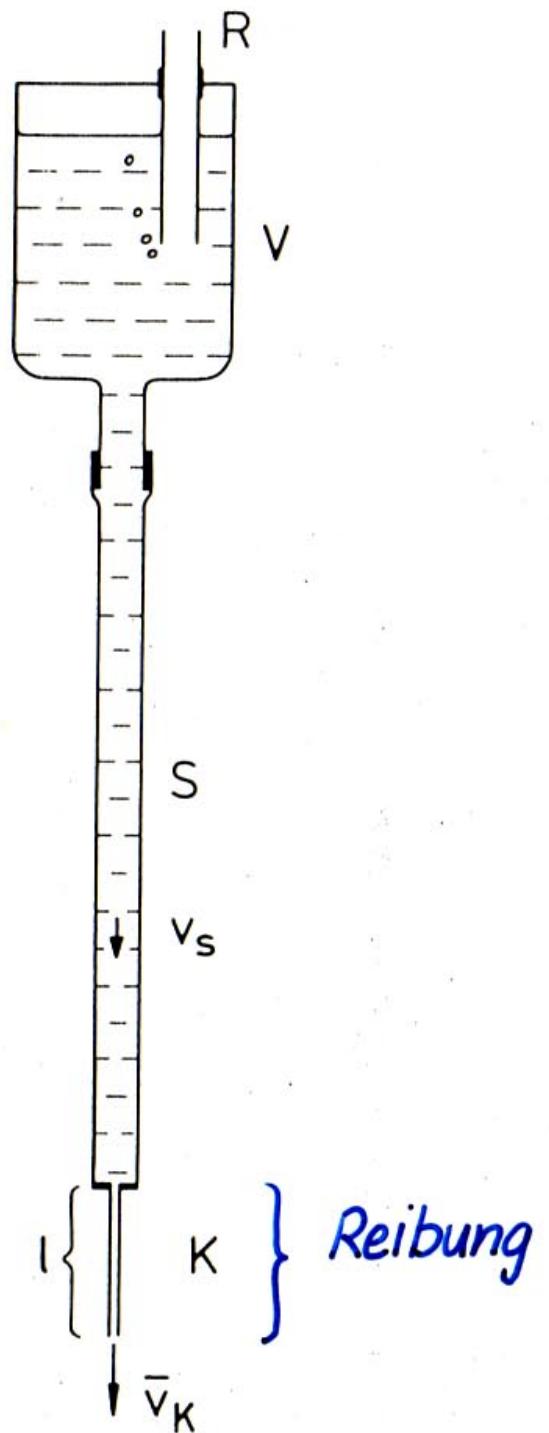
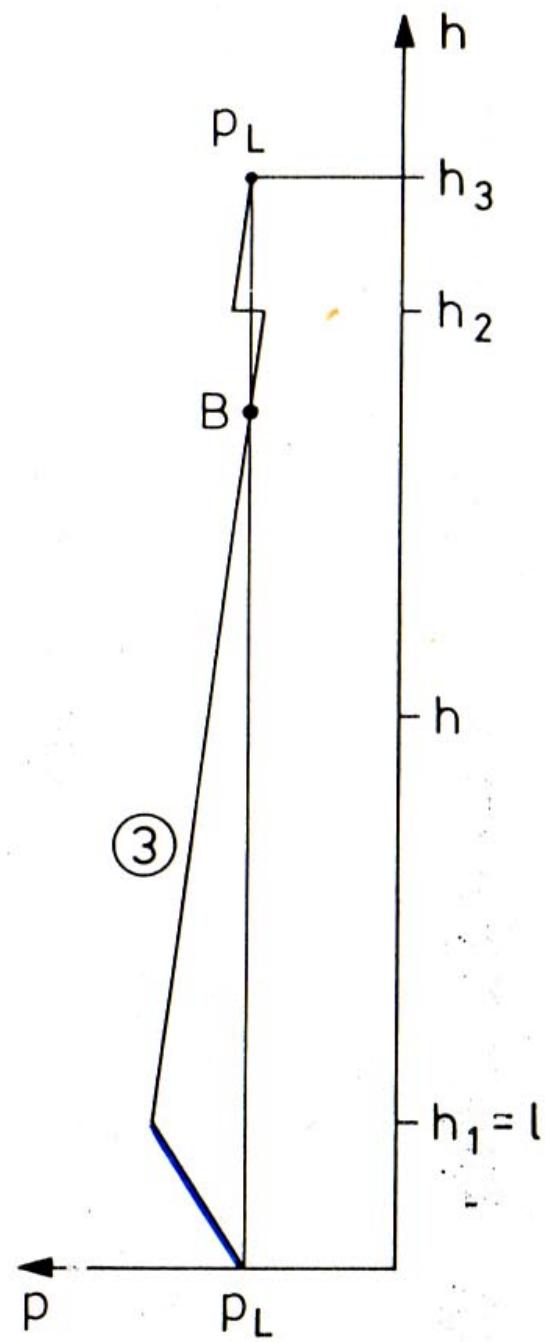
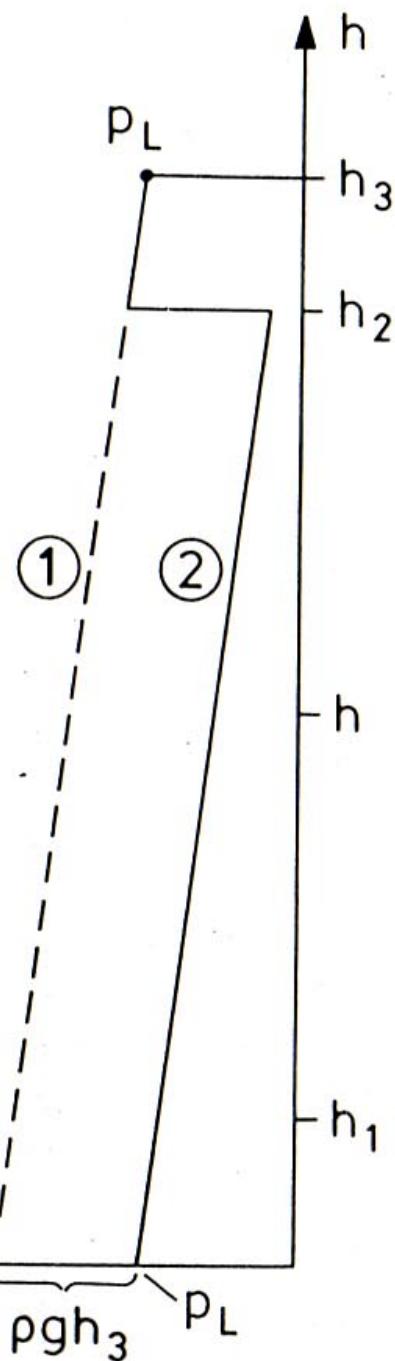
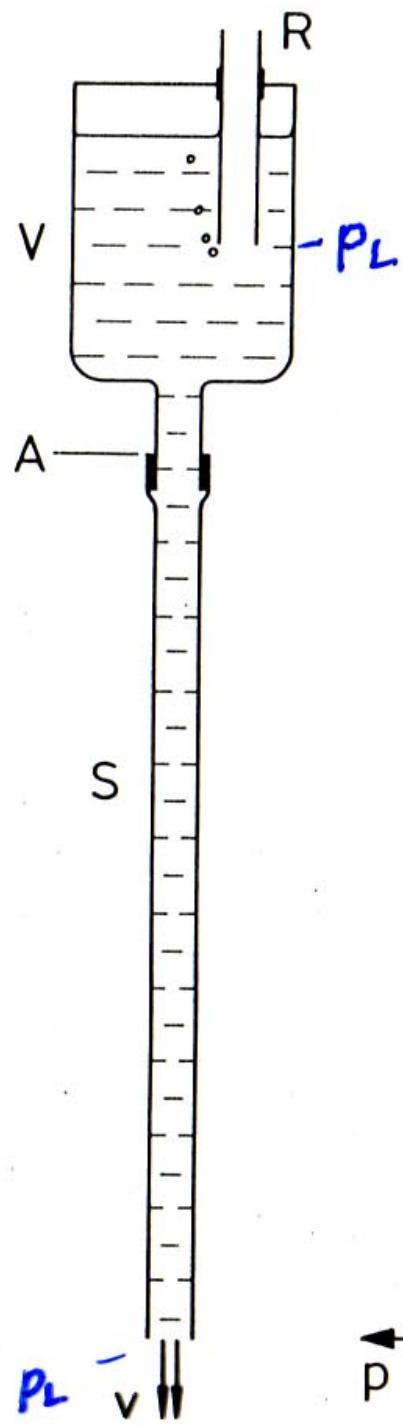
$$R_0=2\text{cm}$$

$$A_0 = \pi R_0^2 = 12.6\text{cm}^2$$

# Druckabfall in einem Rohrsystem

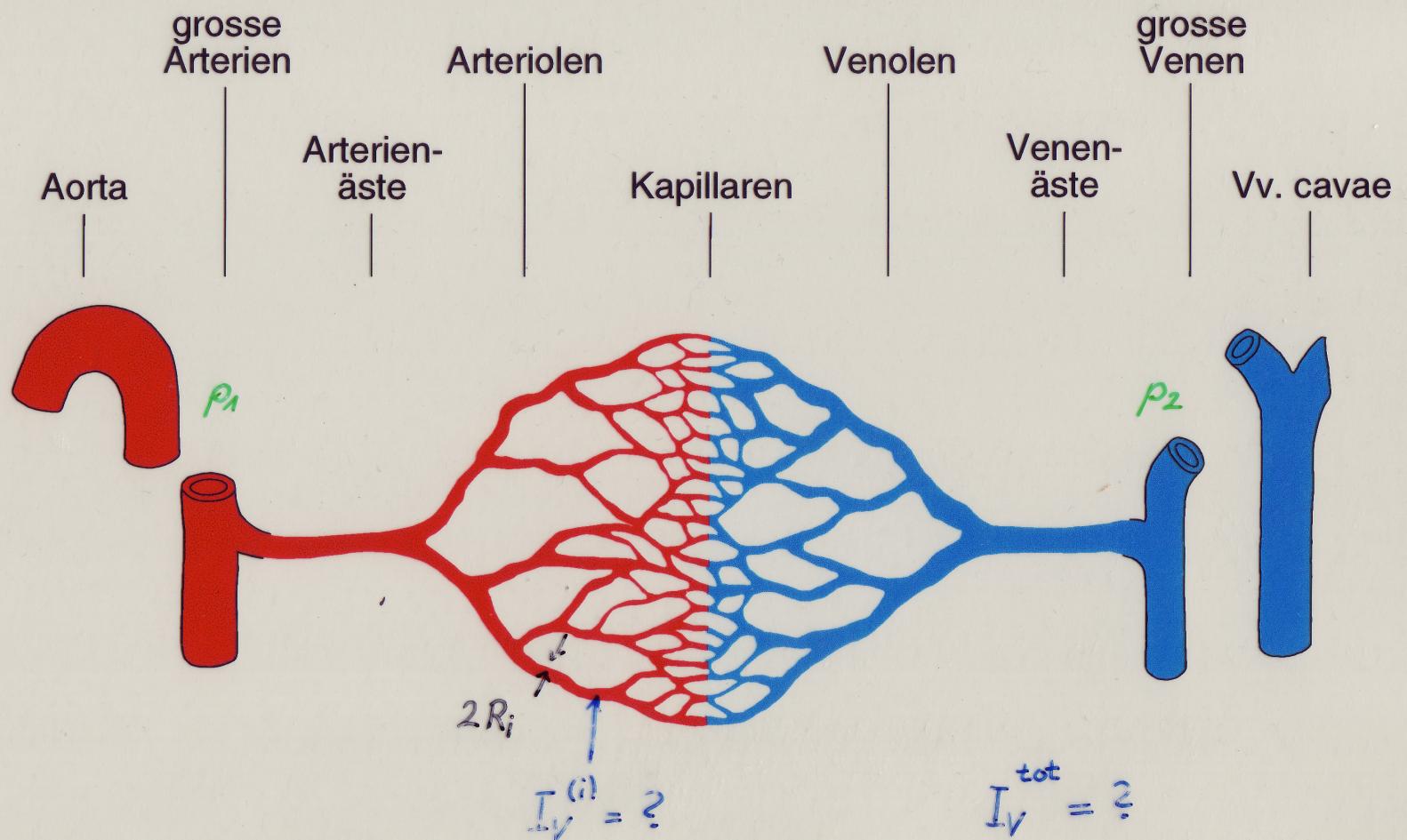
$$R_{L12} = R_{L34} < R_{L23}$$



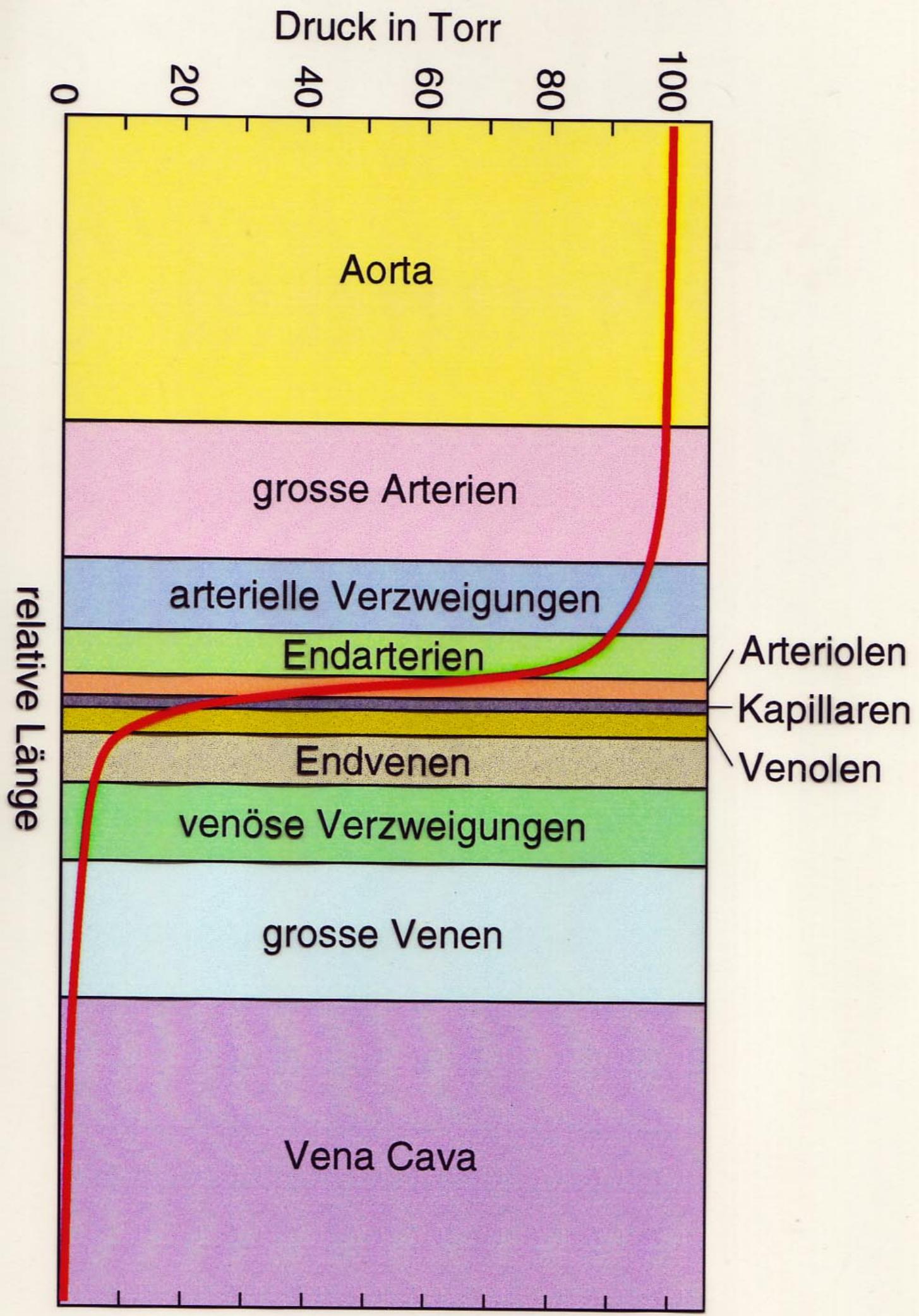


aus Kamke/Walcher

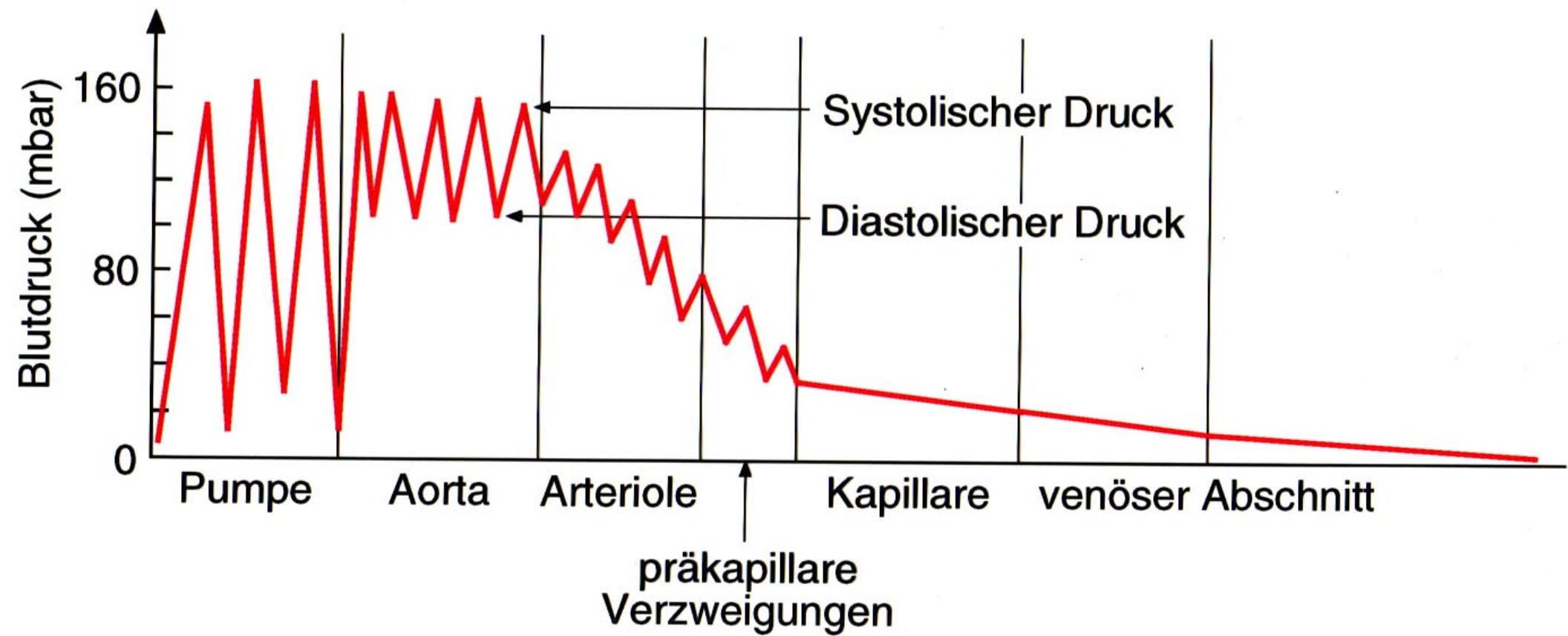
# Der Blutkreislauf



Gefäss	$R$ (m)	$N$	$A$ ( $\text{m}^2$ )	$L$ (m)	$v$ (m/s)	$R_{L_{\text{eff}}}/R_{L_{\text{tot}}} (\%)$
Aorta	$1 \cdot 10^{-2}$	1	$3 \cdot 10^{-4}$	0.4	0.3	
Grosse Arterie	$2 \cdot 10^{-3}$	40	$6 \cdot 10^{-4}$	0.2	0.15	25
Arterie	$5 \cdot 10^{-4}$	2000	$1.5 \cdot 10^{-3}$	0.05	0.06	
Arteriole	$1 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^7$	$1.3 \cdot 10^{-2}$	0.002	0.007	40
Kapillare	$4 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^9$	$1.5 \cdot 10^{-1}$	0.001	0.0006	28
Venole	$1.5 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^7$	$6 \cdot 10^{-2}$	0.002	0.0015	7
Vene	$1 \cdot 10^{-3}$	1200	$4 \cdot 10^{-3}$	0.05	0.02	



## Verlauf des Blutdruckes im Kreislaufsystem



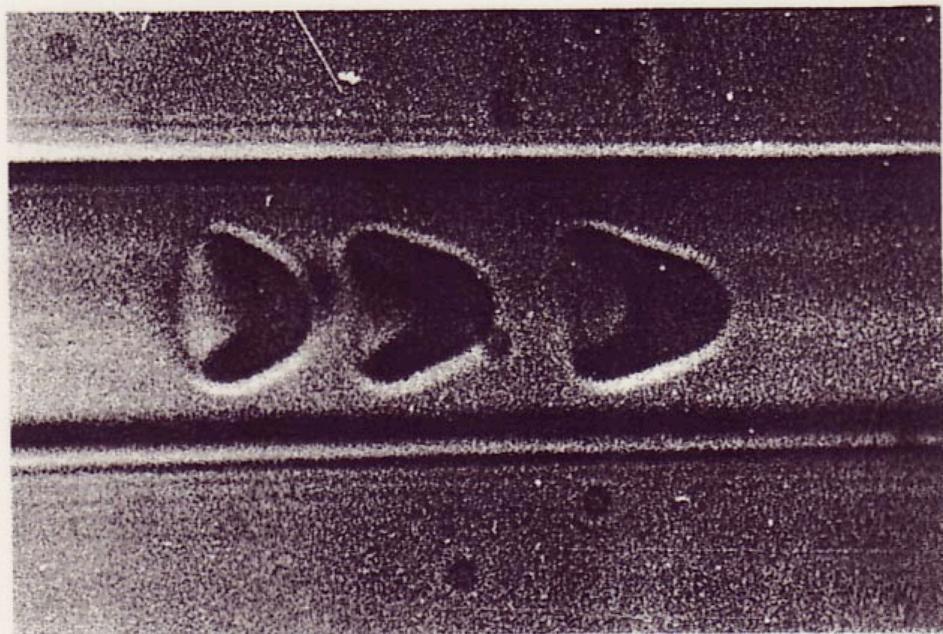
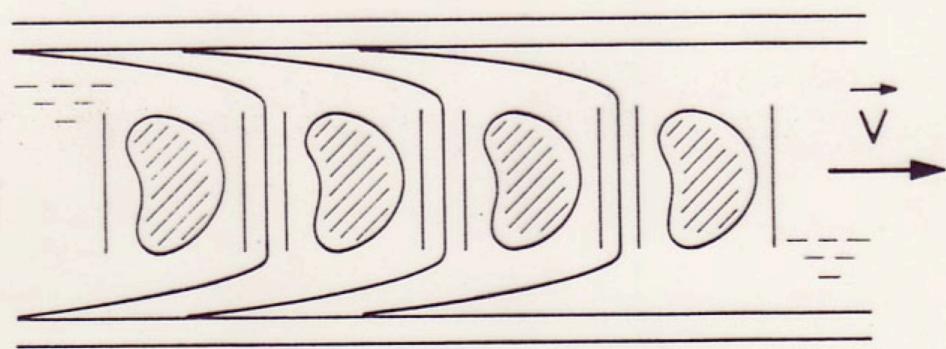


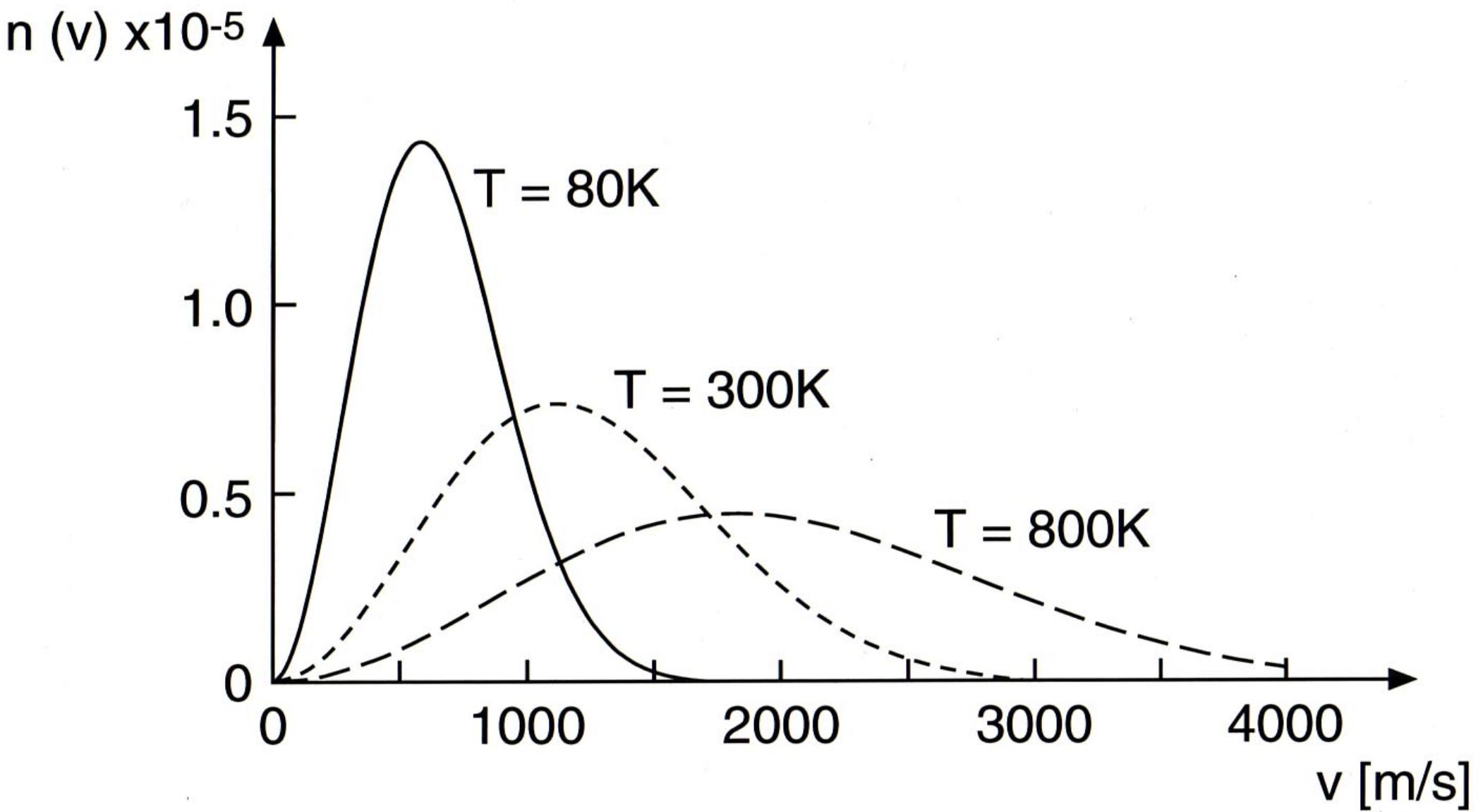
Fig. 9.26 Blutströmung durch eine Glaskapillare vom Durchmesser  $d = 10 \mu\text{m}$ . Strömung von links nach rechts (überlassen von P. A. L. Gaehtgens)

Fig. 9.25  
Blutströmung in Kapillargefäßen  
des Kaninchenmesenteriums

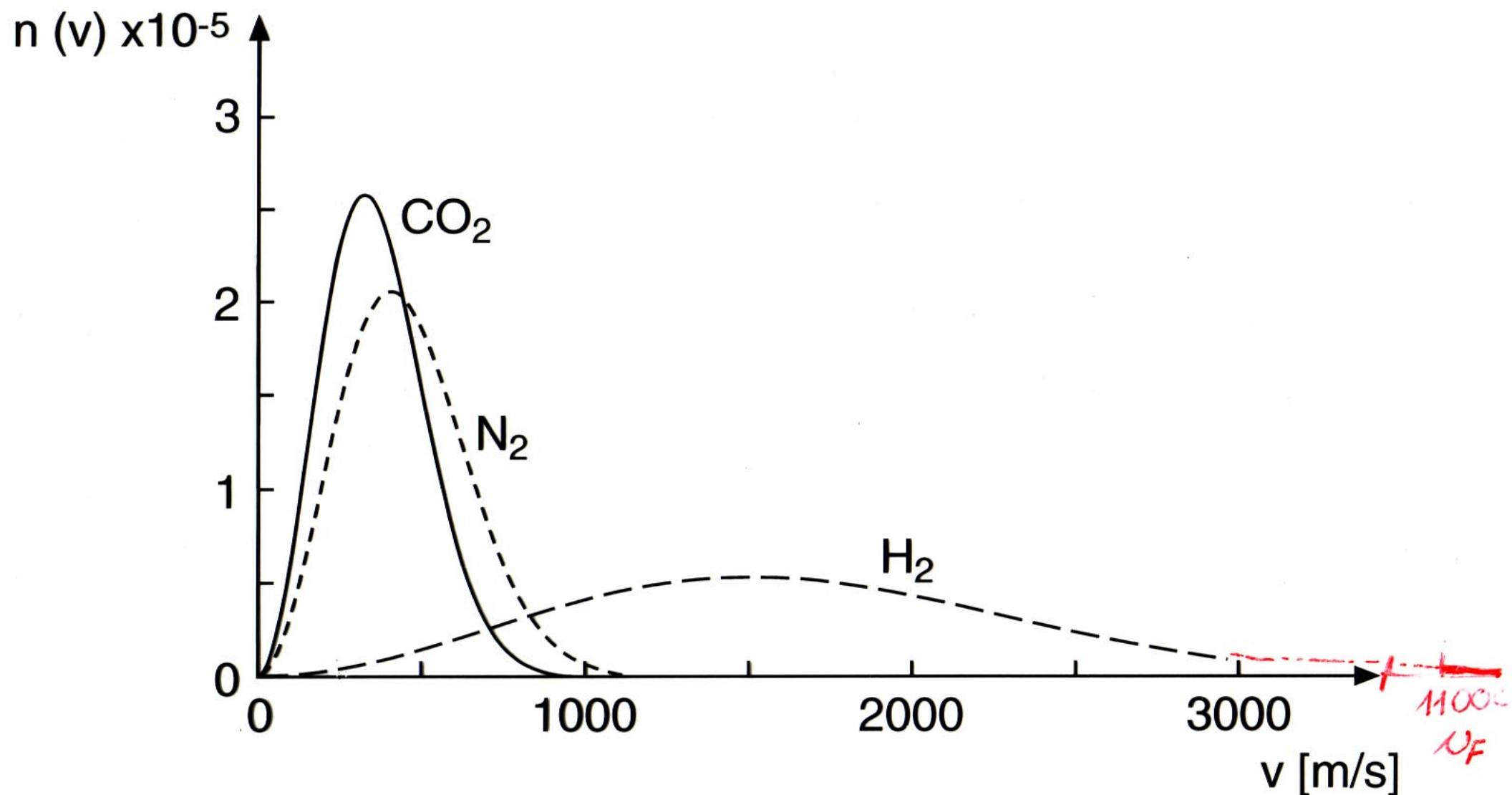
aus Kamke/Walcher



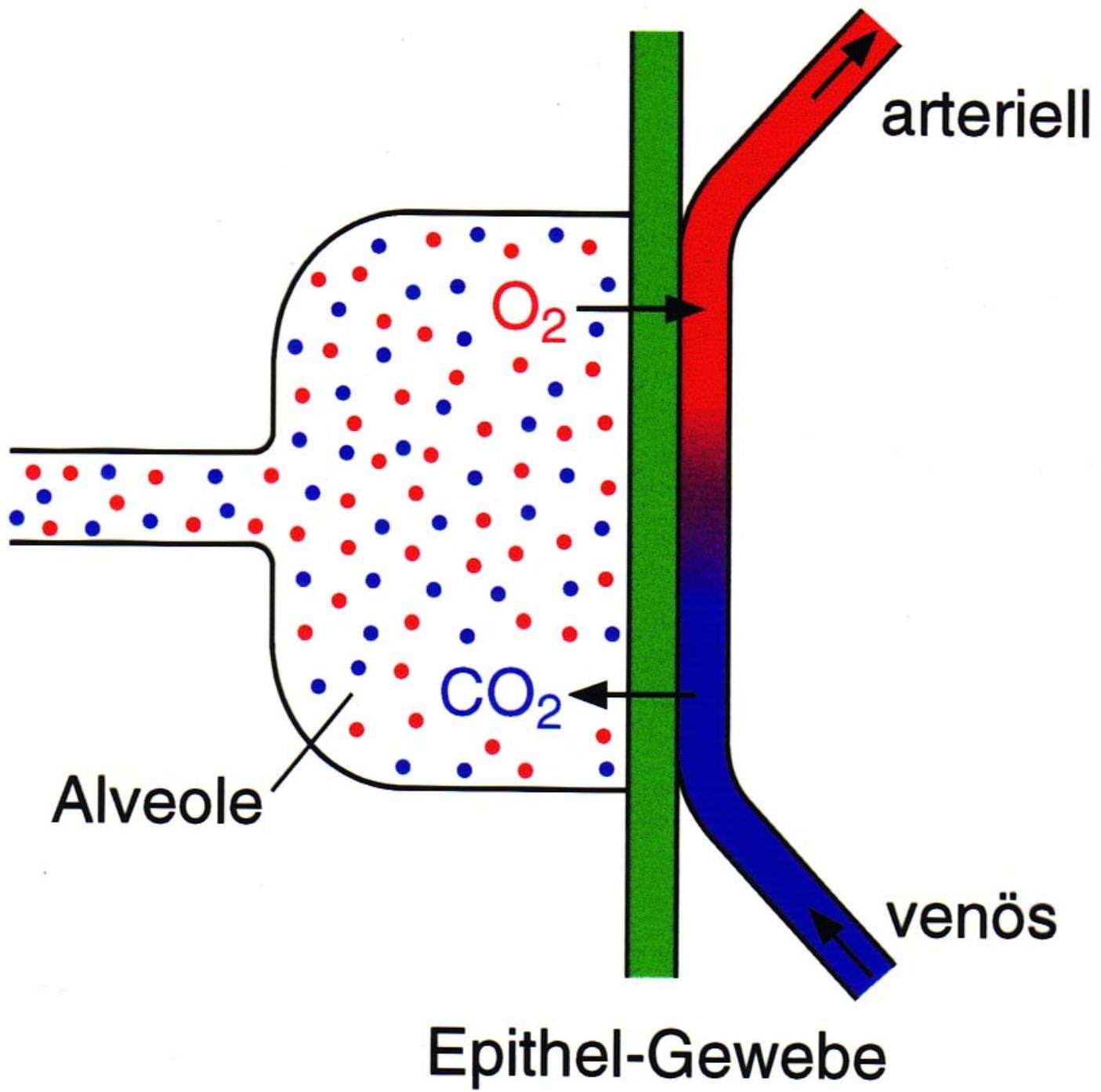
# Maxwell-Boltzmann Geschwindigkeitsverteilung Helium

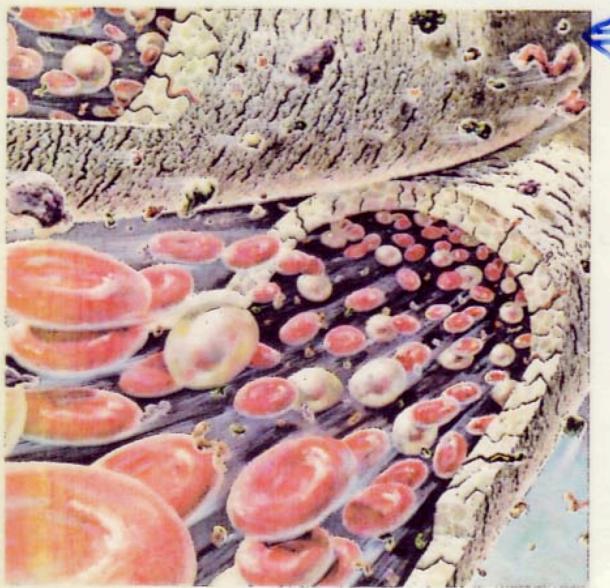


# Maxwell-Boltzmann Geschwindigkeitsverteilung $T = 273K$



# Gasaustausch zwischen Lunge (Alveole) und Blutgefäß





Représentation artistique d'un flux sanguin et de son épuration au travers des fibres creuses du rein artificiel C-DAK



Material der hohlen Fibern: Cellulose

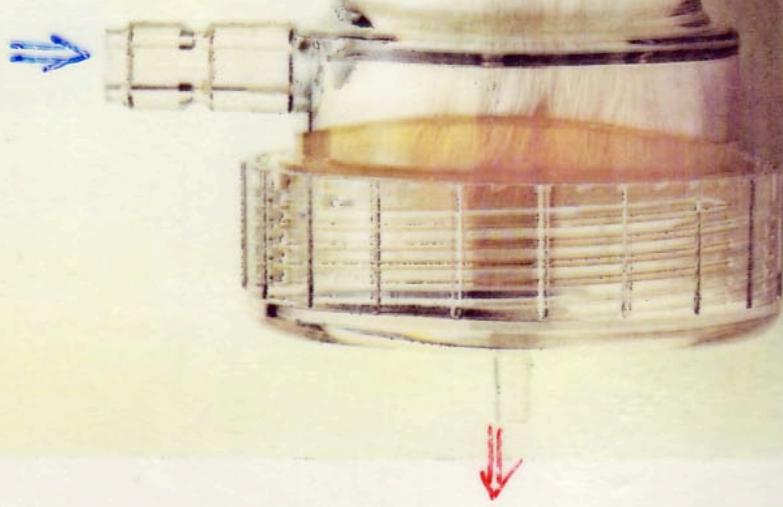
Anzahl Fibern: 20'000

effektive Länge: 21 cm

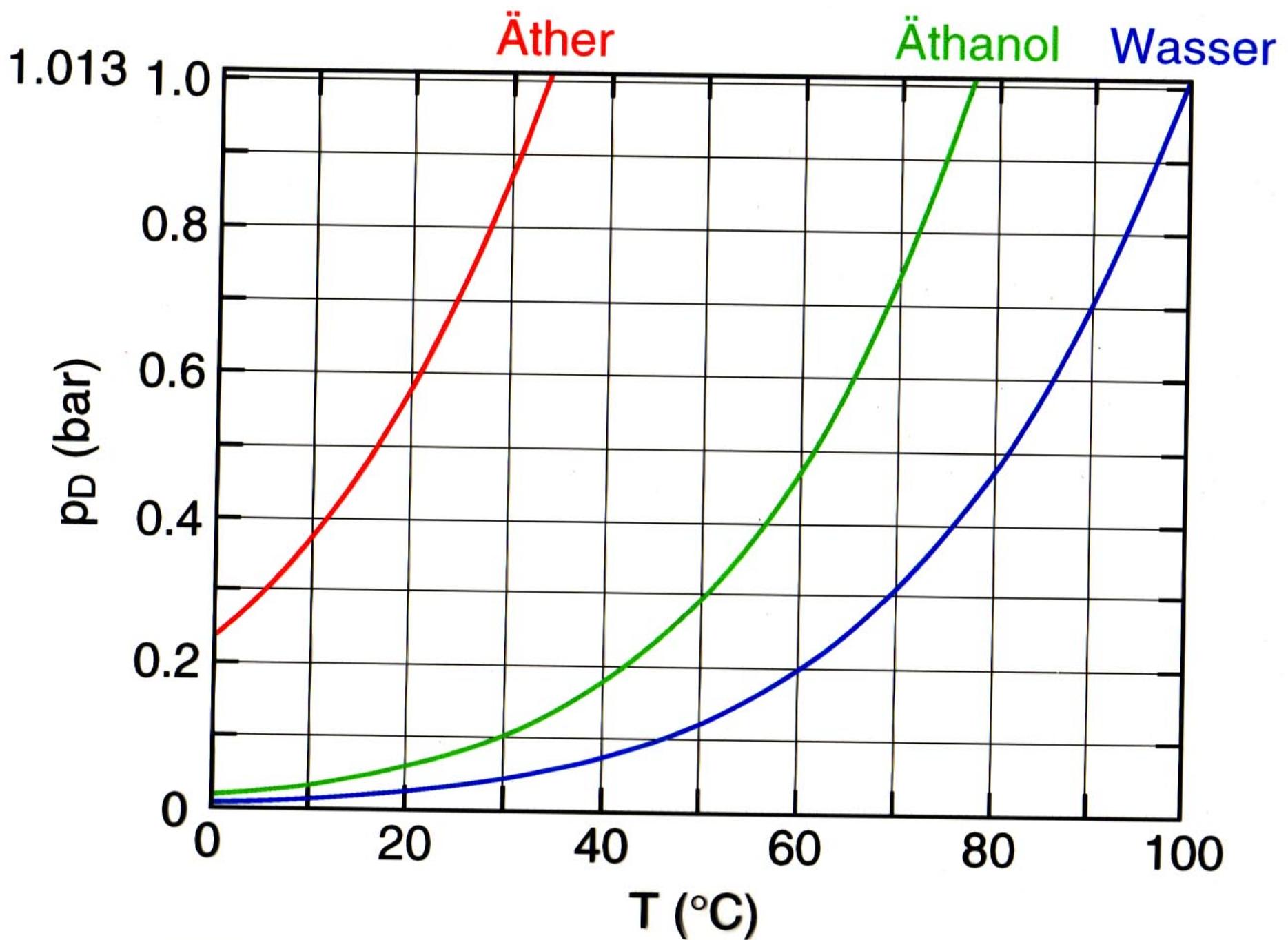
Innendurchmesser einer Fiber: 200 Mikrometer

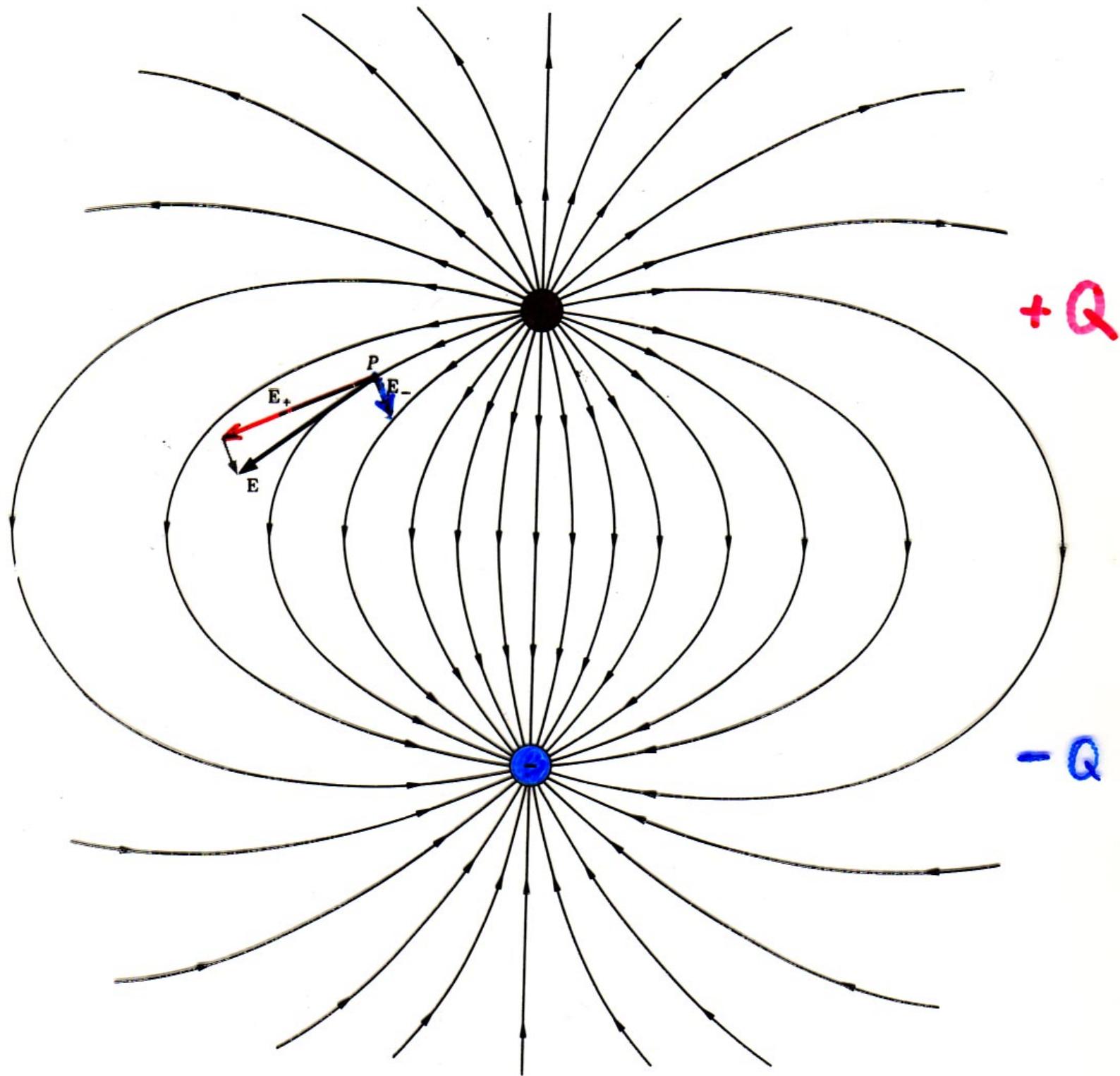
Wandstärke: 30 Mikrometer

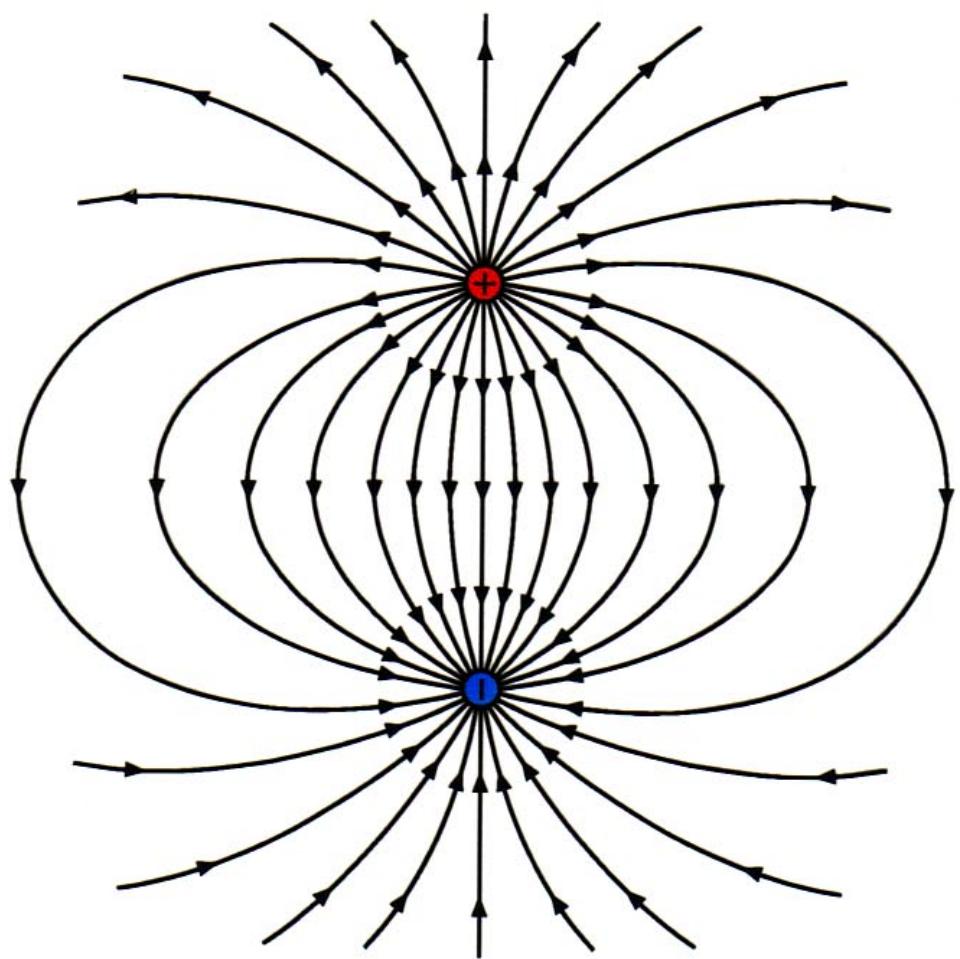
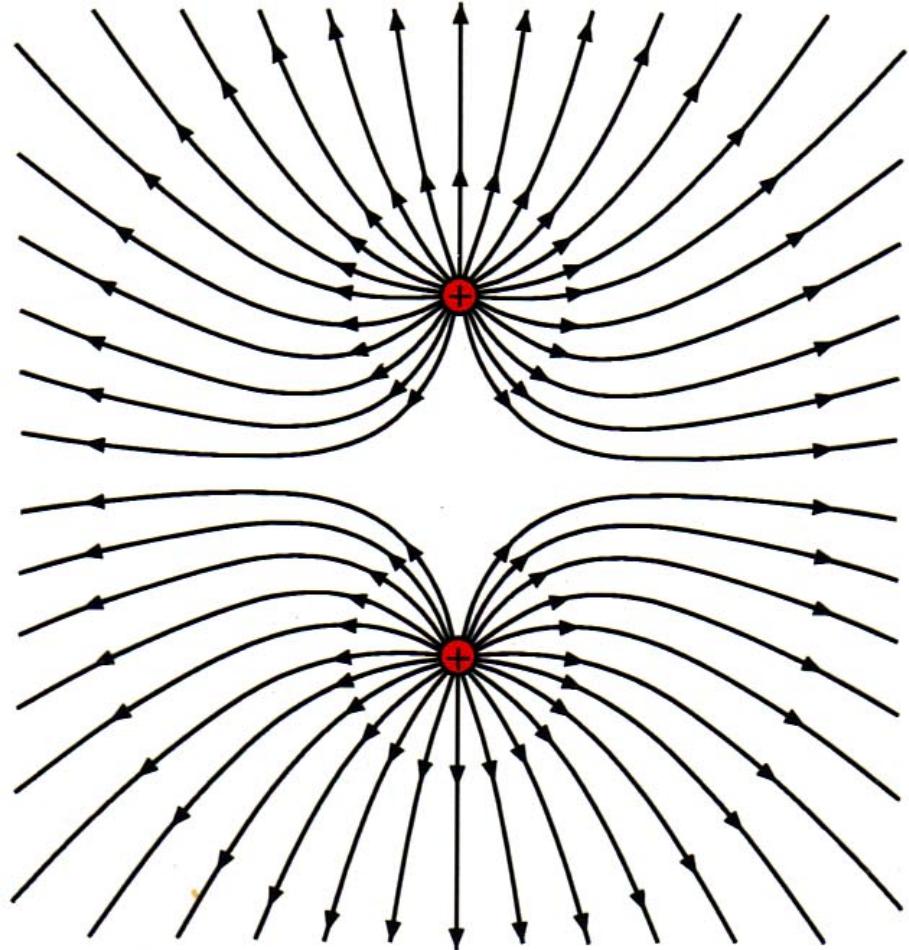
Gesamtmembranfläche: 2.5 m<sup>2</sup>

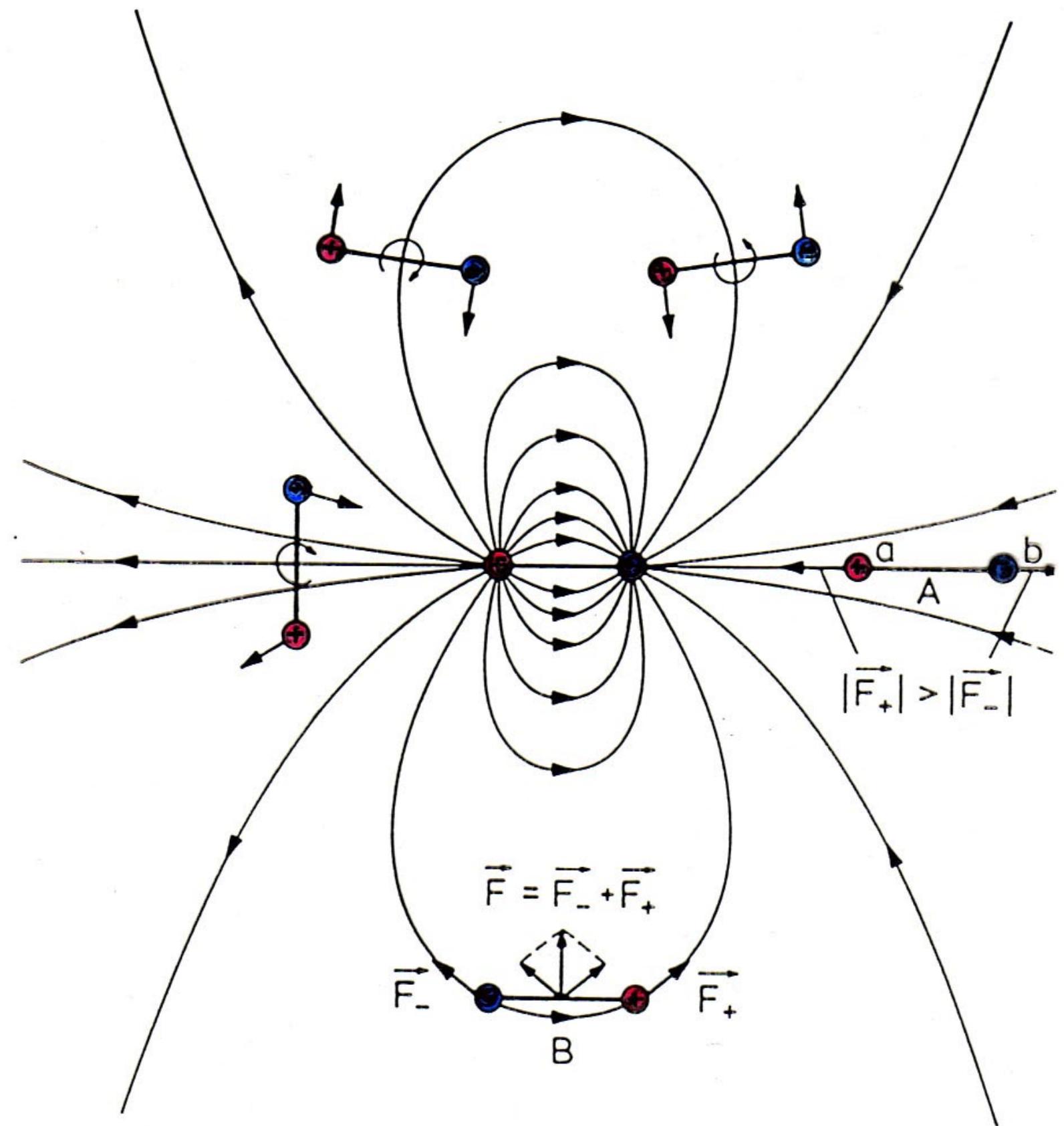


## Dampfdruck $p_D$ (T)









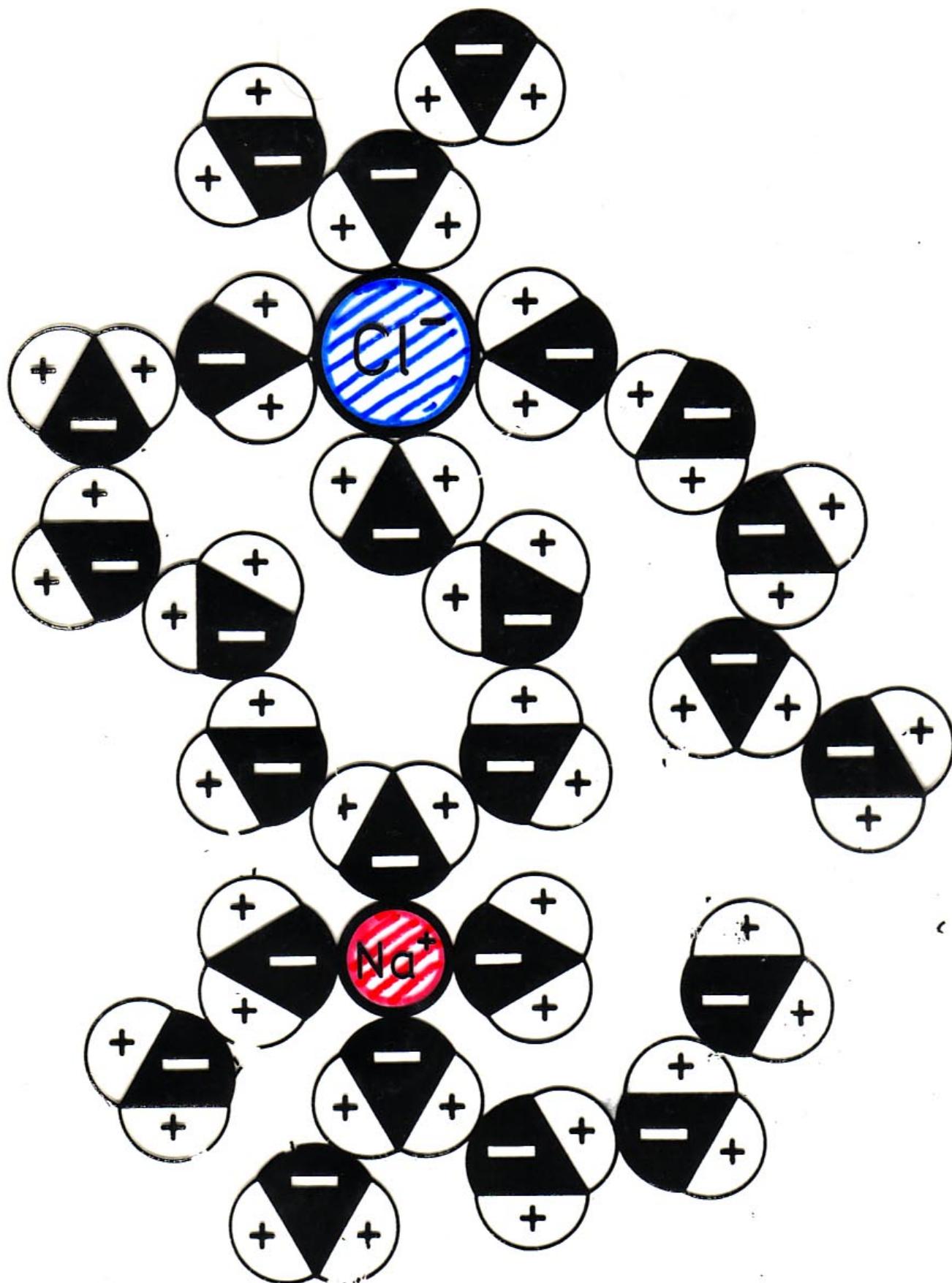
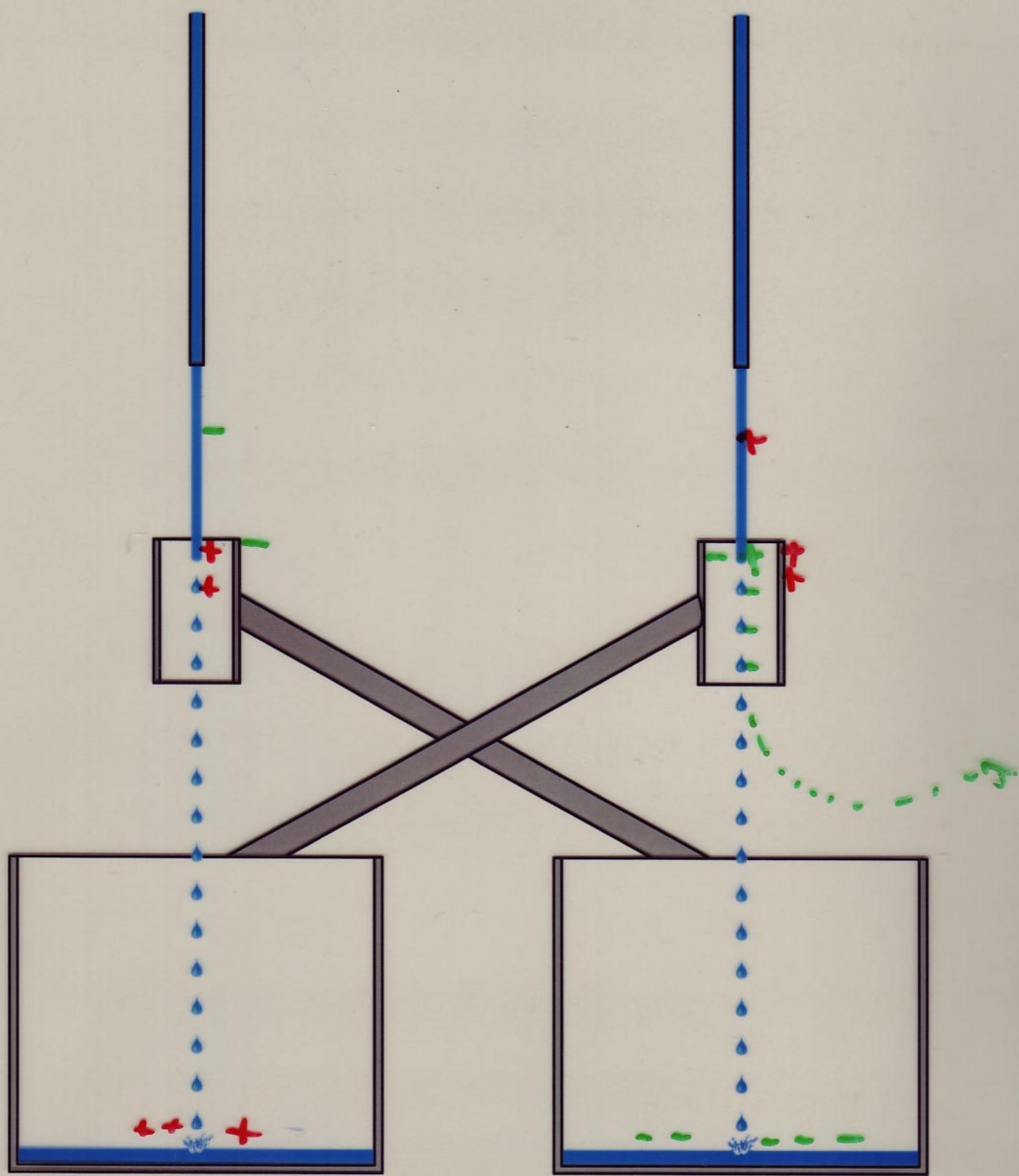


Fig. 8.19 Hydratation: die Wasserdipole lagern sich orientiert um gelöste Ionen



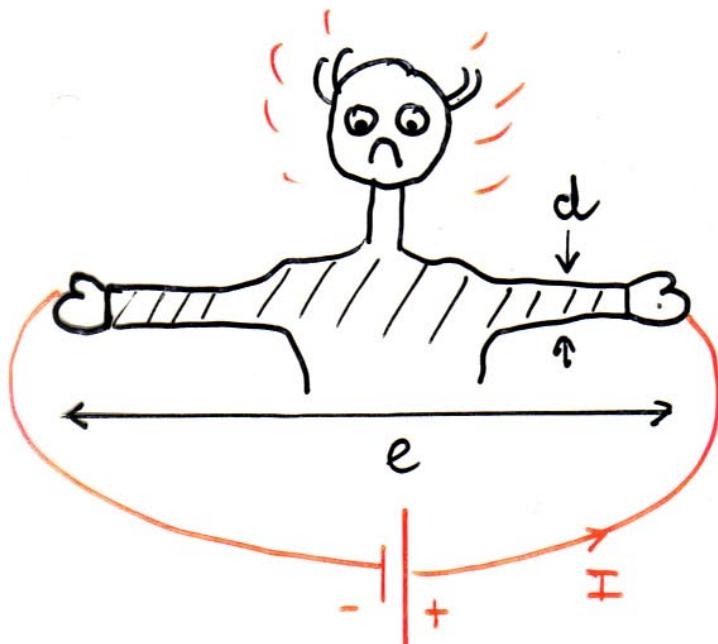
# DER MENSCHLICHE KÖRPER ALS ELEKTR. LEITER

mittlere Leitfähigkeit des menschlichen Körpers:

$$\sigma \approx 0.3 \Omega^{-1} m^{-1}$$

mittlerer spezifischer Widerstand:

$$g = 1/\sigma \approx 3 \Omega m$$



$$g_{sp} \quad l = 2m, d = 8cm$$

$$R_{\text{Hand-Hand}} = g \frac{l}{A} \approx 1.2 k\Omega$$

$$R_{\text{Hand-Hand}} \approx 1200 \Omega$$

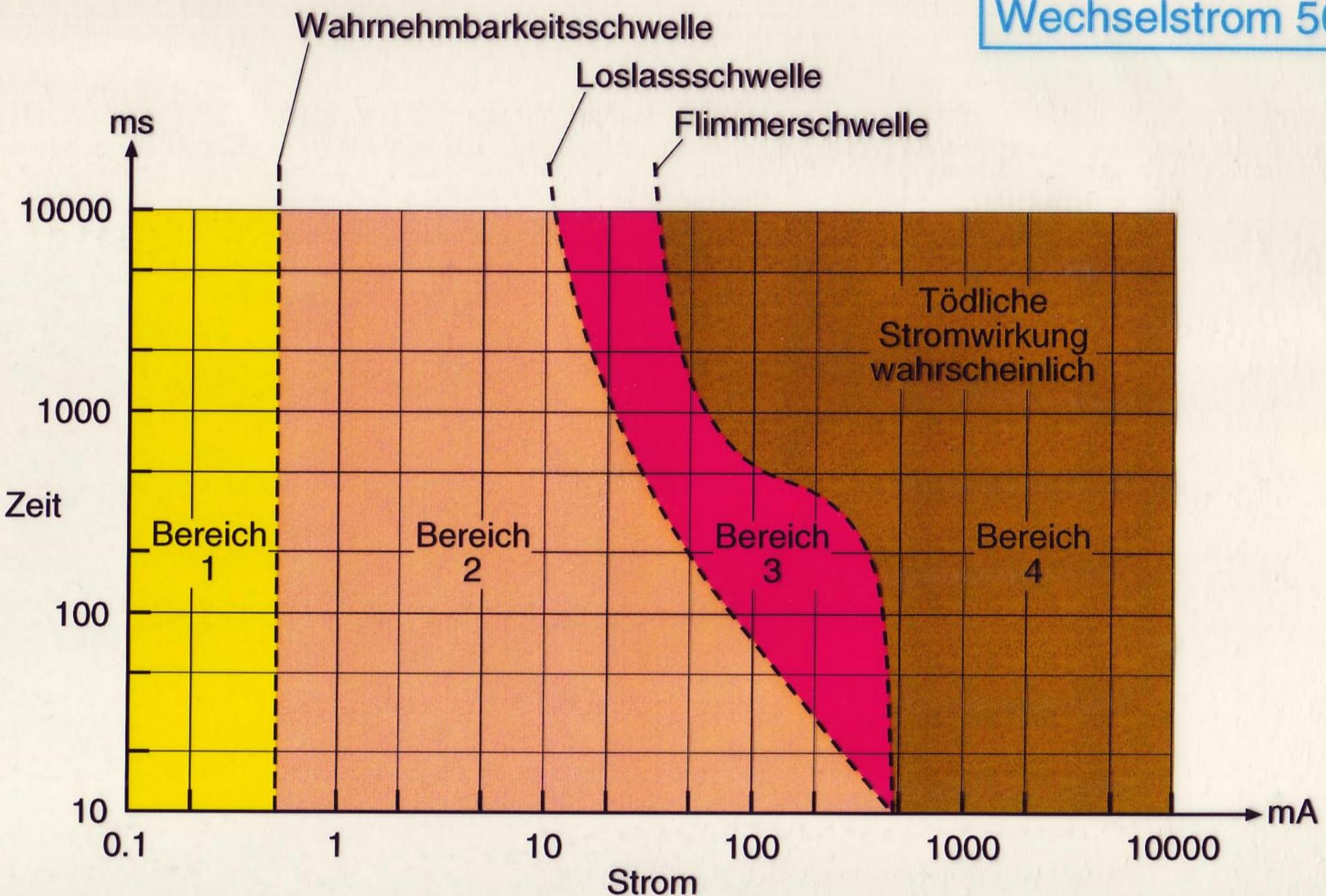
$$R_{\text{Hand-Rumpf}} \approx 600 \Omega$$

$$\text{elektrische Leistung: } P = V^2/R$$

$$\text{Werte für } R_{\text{Hand-Hand}} = 1.2 k\Omega$$

V (V)	I (mA)	P (W)
5	4	0.02
30	25	0.75
110	92	10
230	192	44

## Wechselstrom 50Hz



Gefährzungsbereiche für Erwachsene (Stromweg: 1 Hand-beide Füsse)

# Gefährliche Wirkungen des elektrischen Stromes

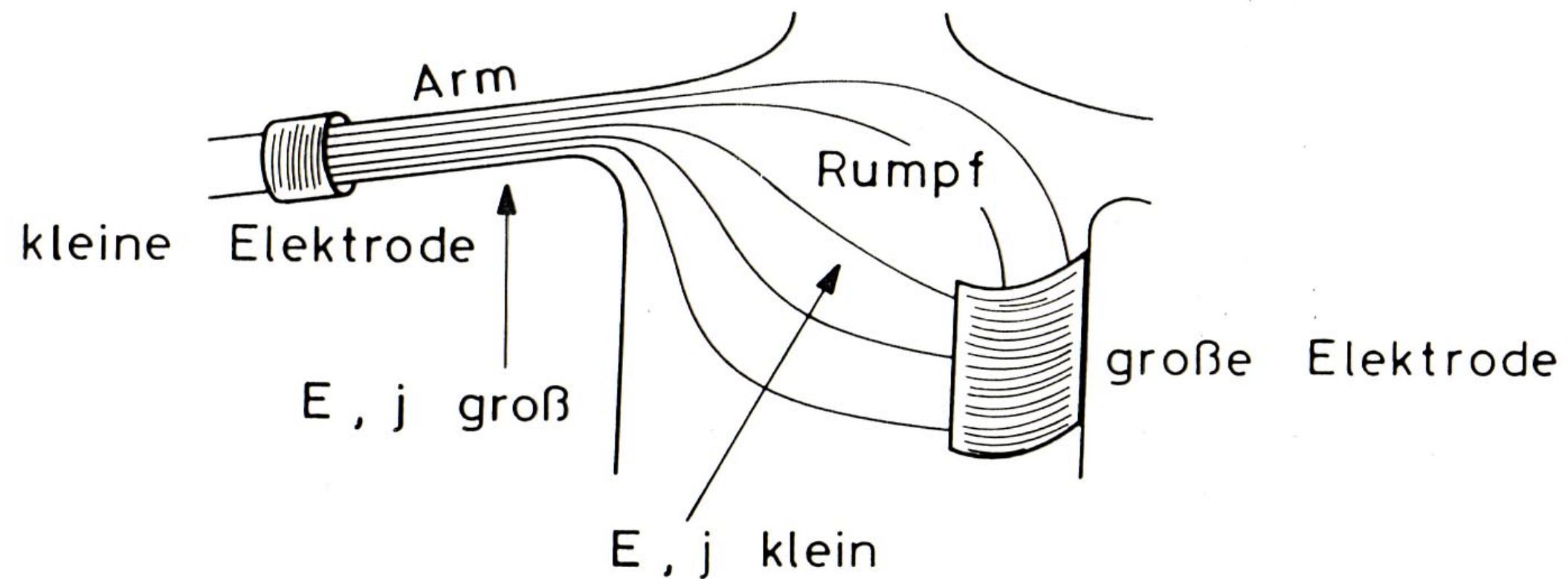
Die Reizleitung in den Nerven wird durch Ionenleitung bewerkstellt. Daher entstehen starke Reize durch Ströme von aussen.

## gestörte Reizleitung

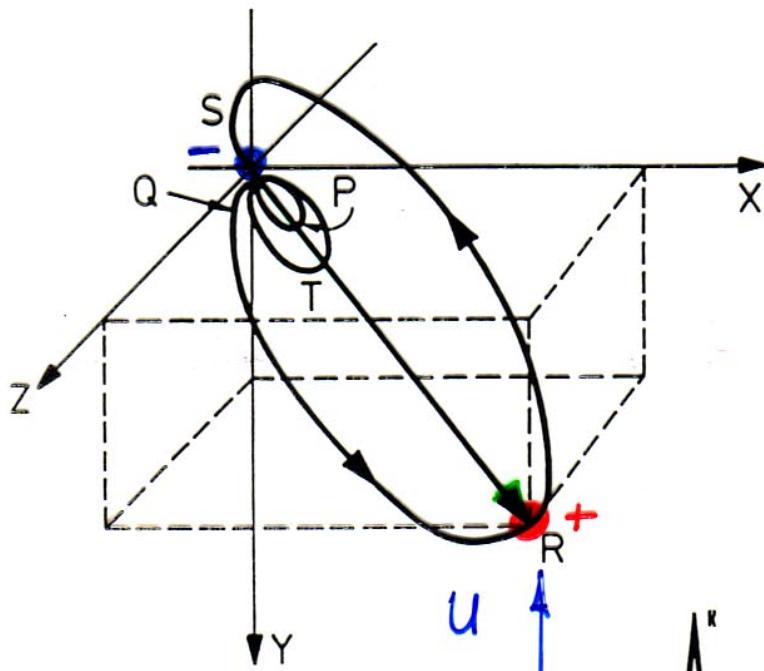
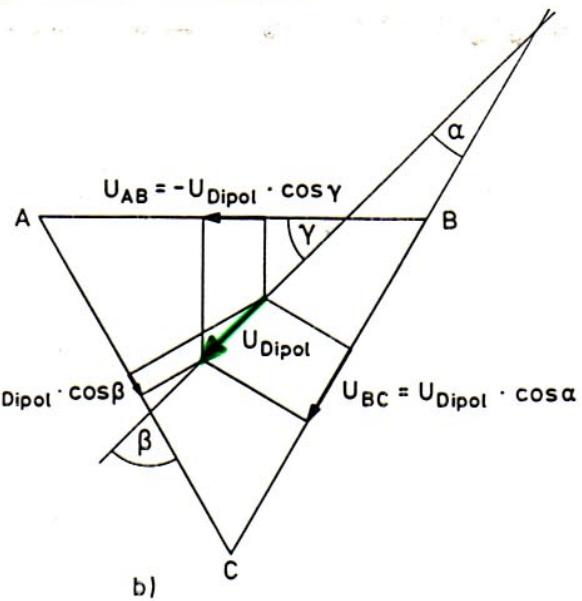
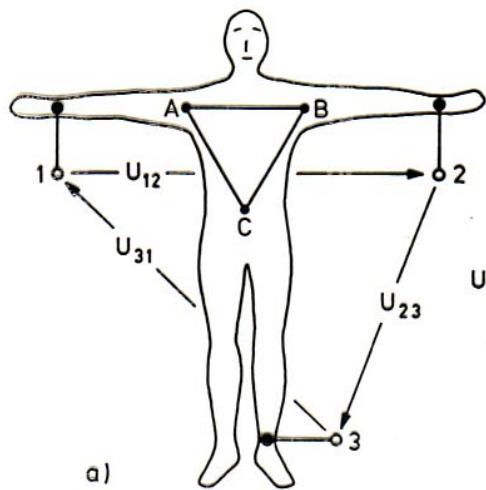
- Atmung
- Herz
- Muskelkrämpfe

## chem. Reaktionen

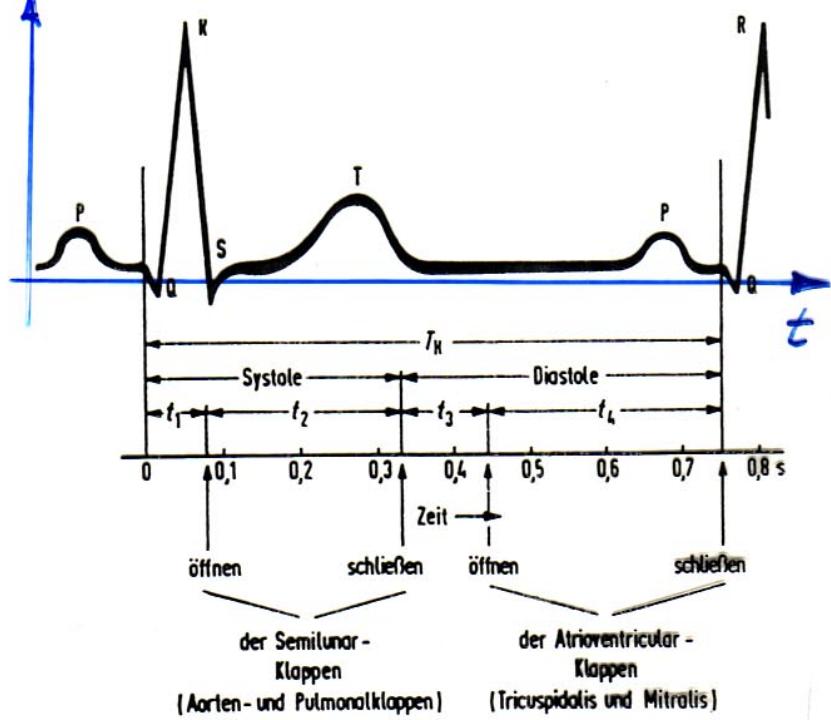
- Vergiftung
- Verbrennung

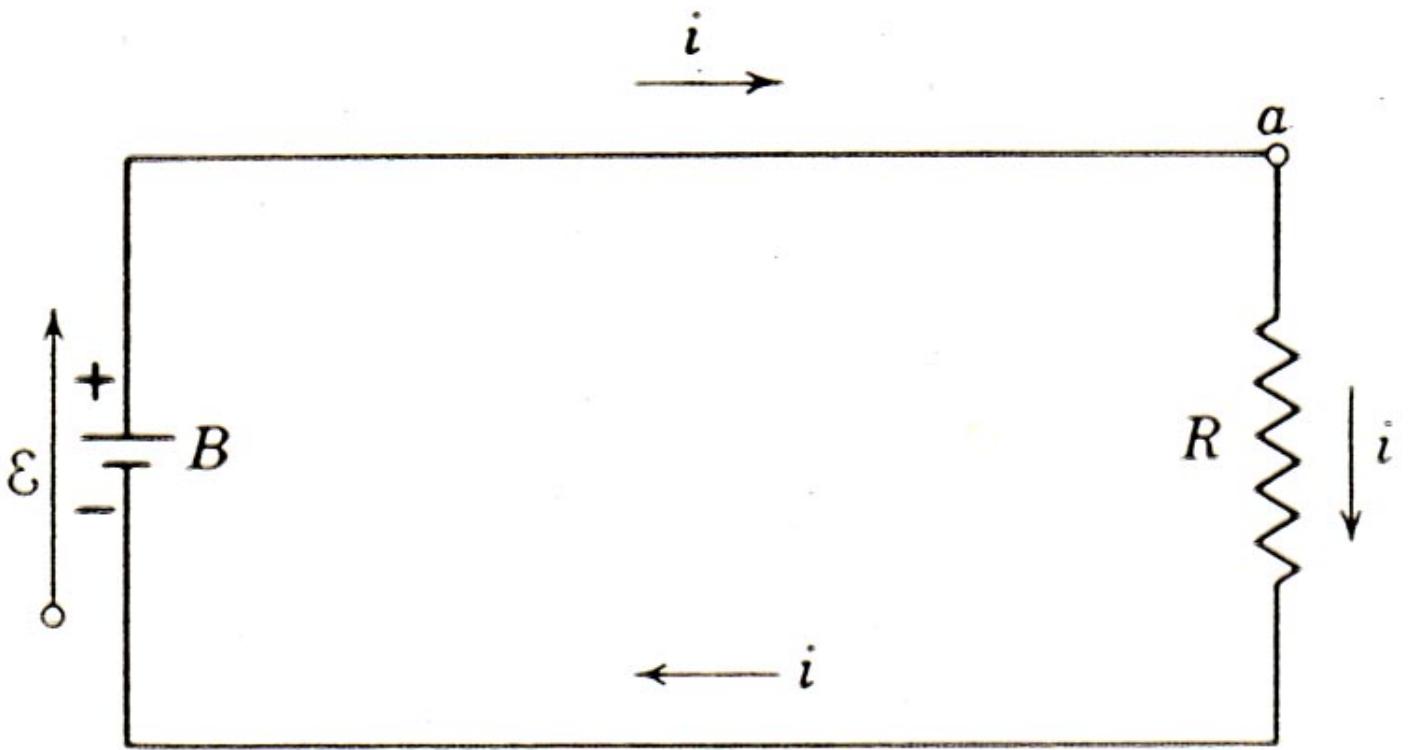


# Das Elektrokardiogramm (EKG)

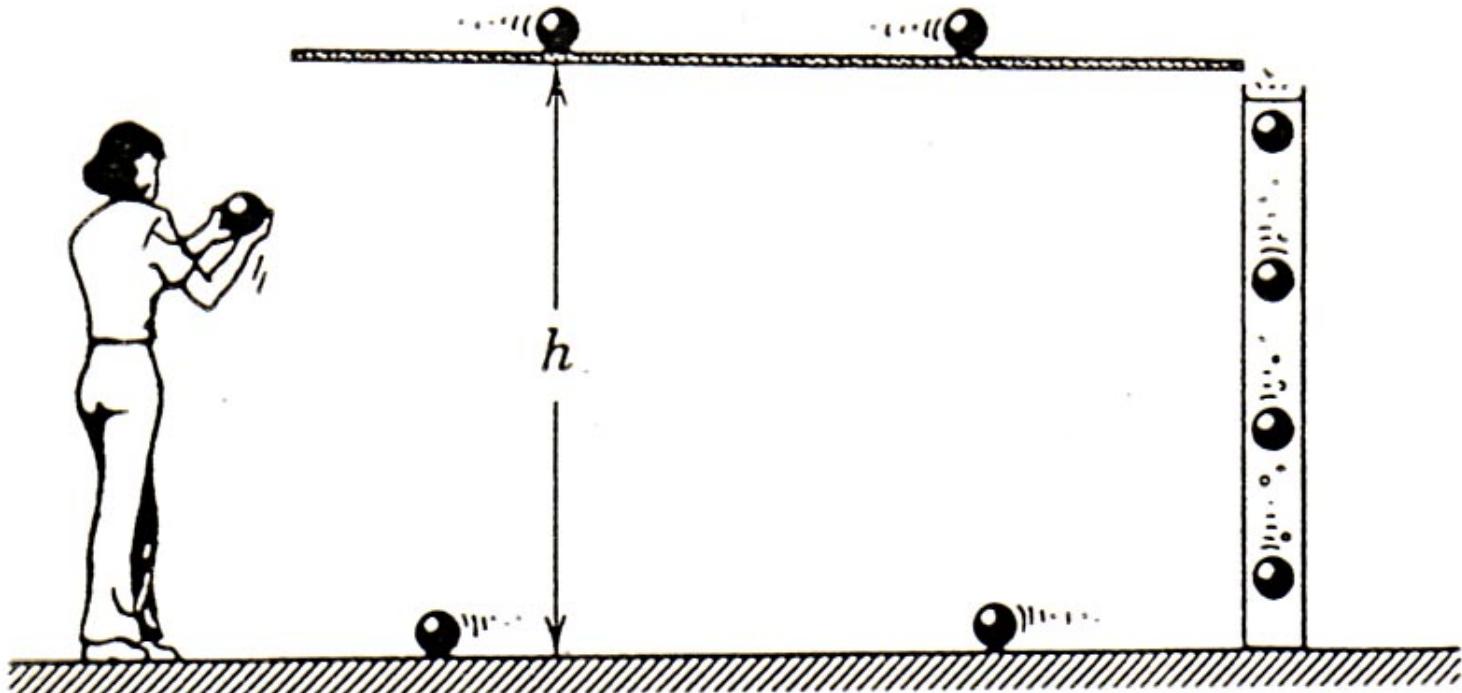


der Herz-Zweipol  
als Funktion der  
Zeit

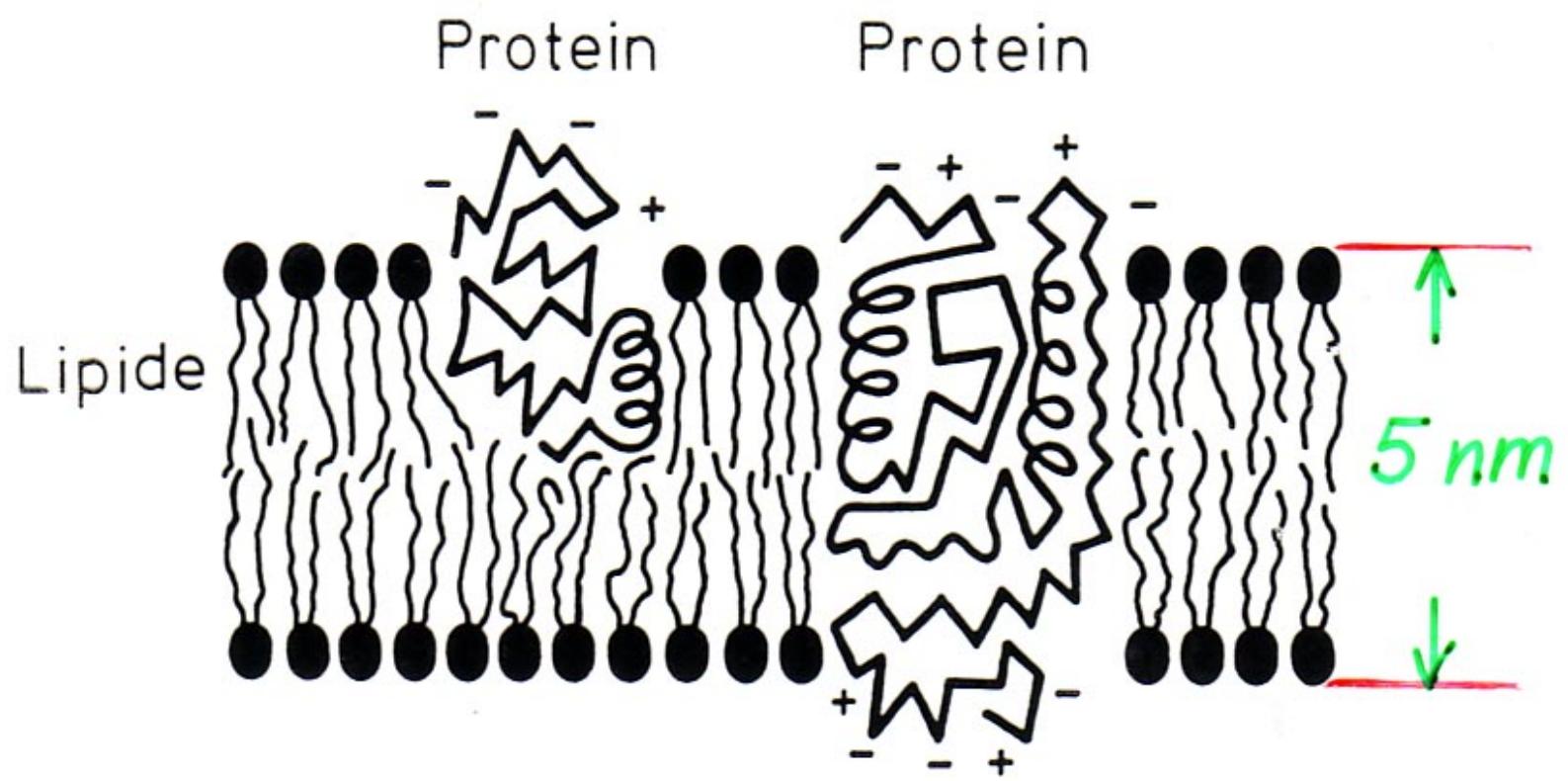


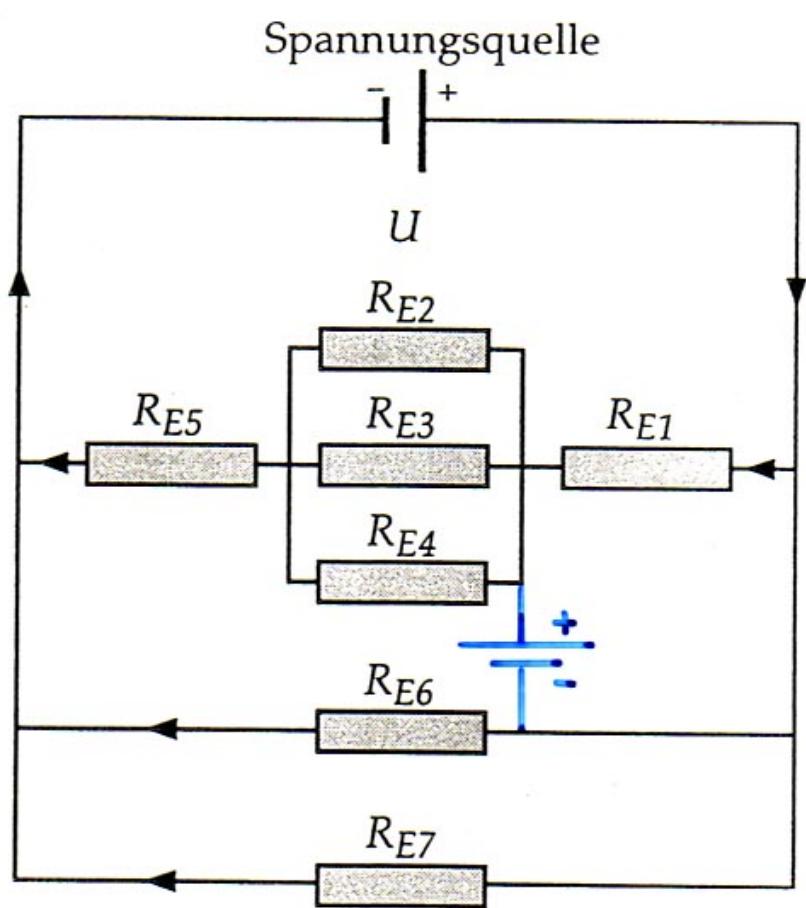
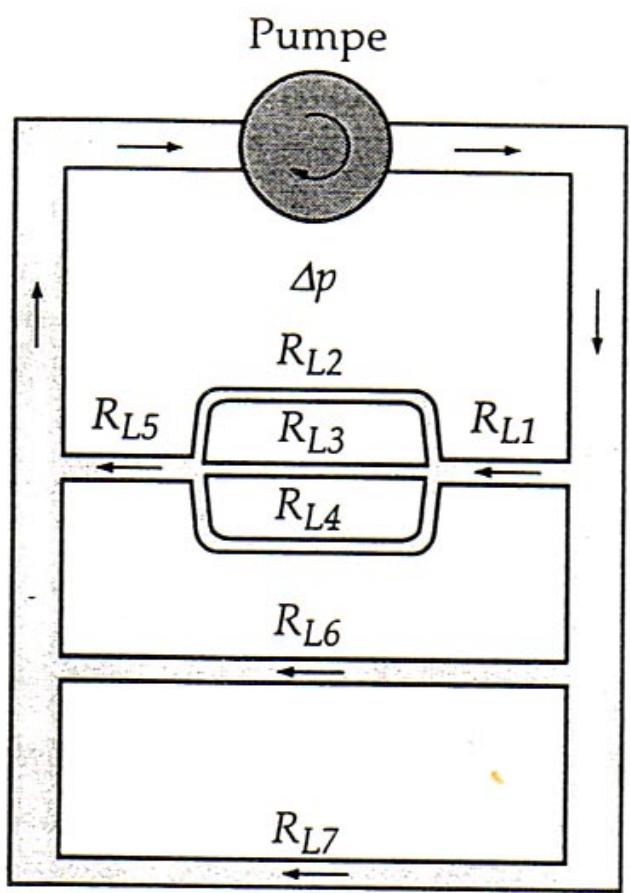


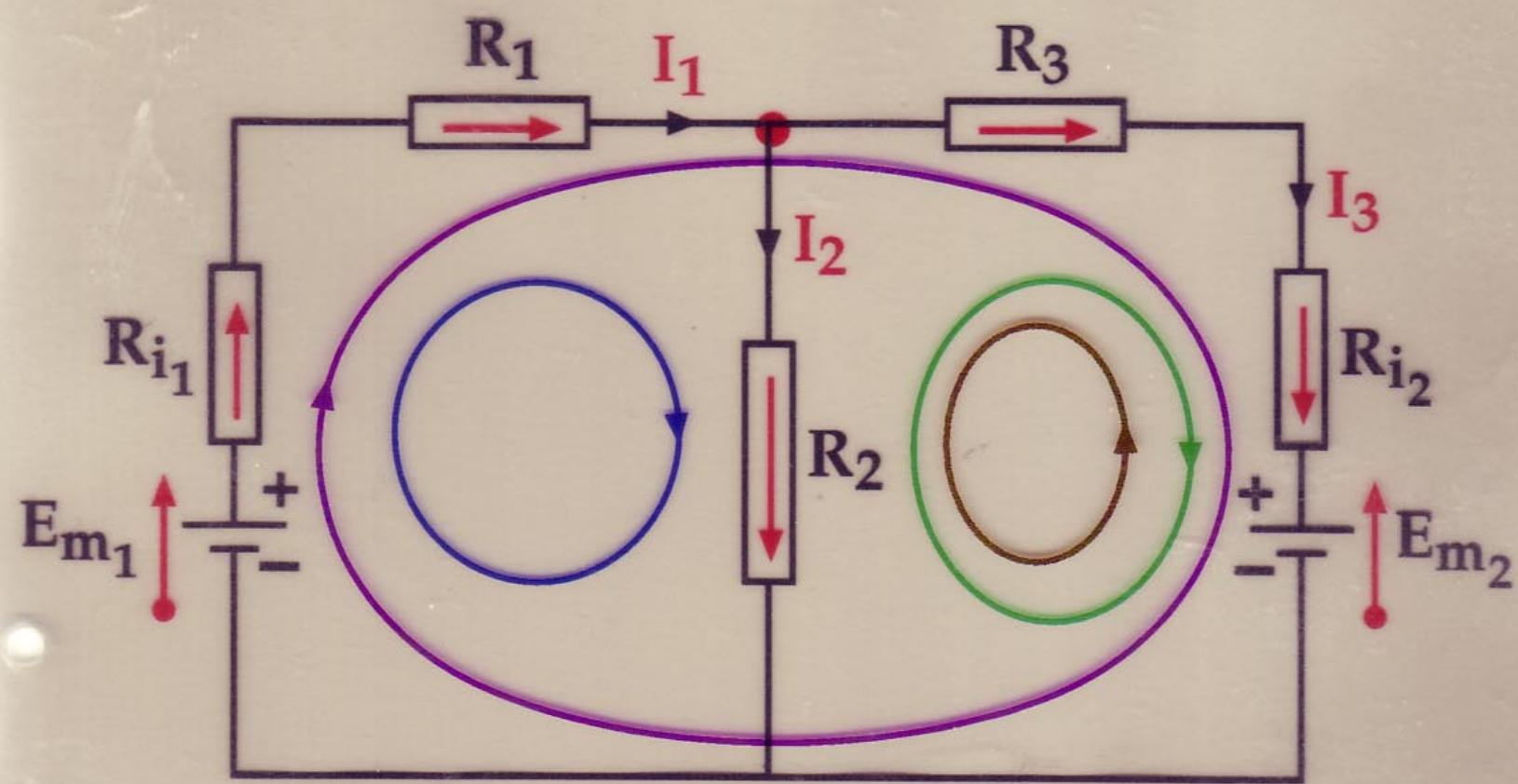
(a)



(b)







- Knoten:  $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

Maschen:

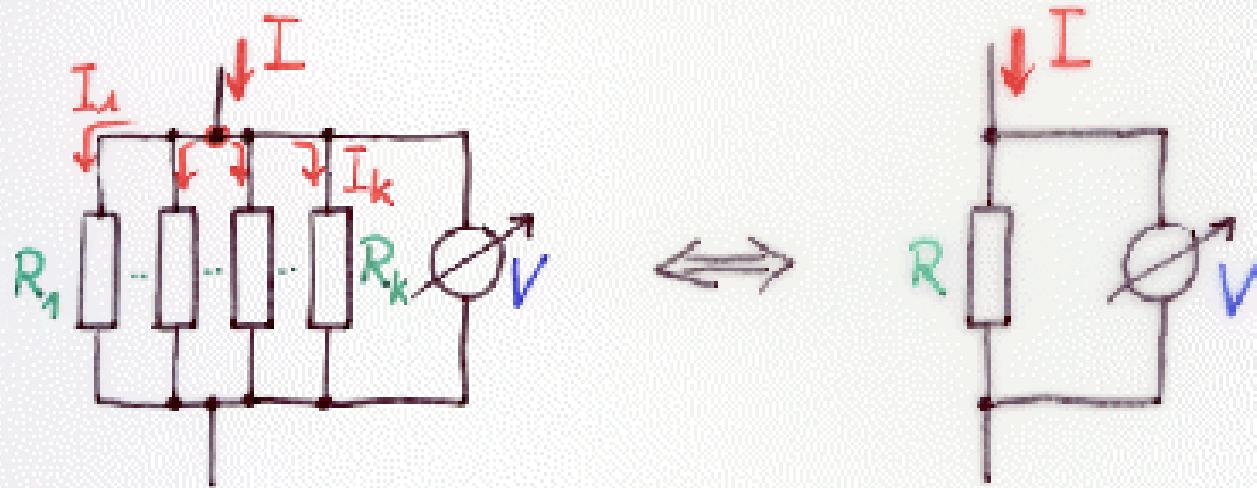
- $E_{m1} = I_1 R_{i1} + I_1 R_1 + I_2 R_2$

- $-E_{m2} = -I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_3 R_{i2}$

- $E_{m1} - E_{m2} = I_1 R_{i1} + I_1 R_1 + I_3 R_3 + I_3 R_{i2}$

- $E_{m2} = +I_2 R_2 - I_3 R_3 - I_3 R_{i2}$

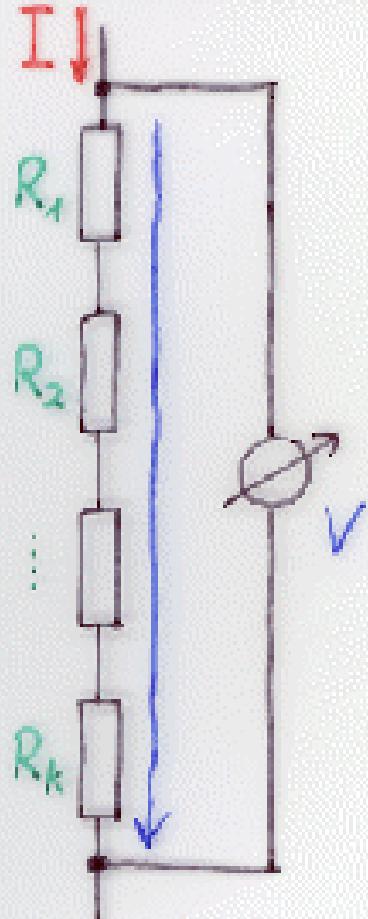
# Parallelschaltung von Widerständen



Knotenregel:  $I = \sum_k I_k = \sum_k \frac{V}{R_k} \doteq \frac{V}{R}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{R} = \sum_k \frac{1}{R_k}}$$

# Serieschaltung

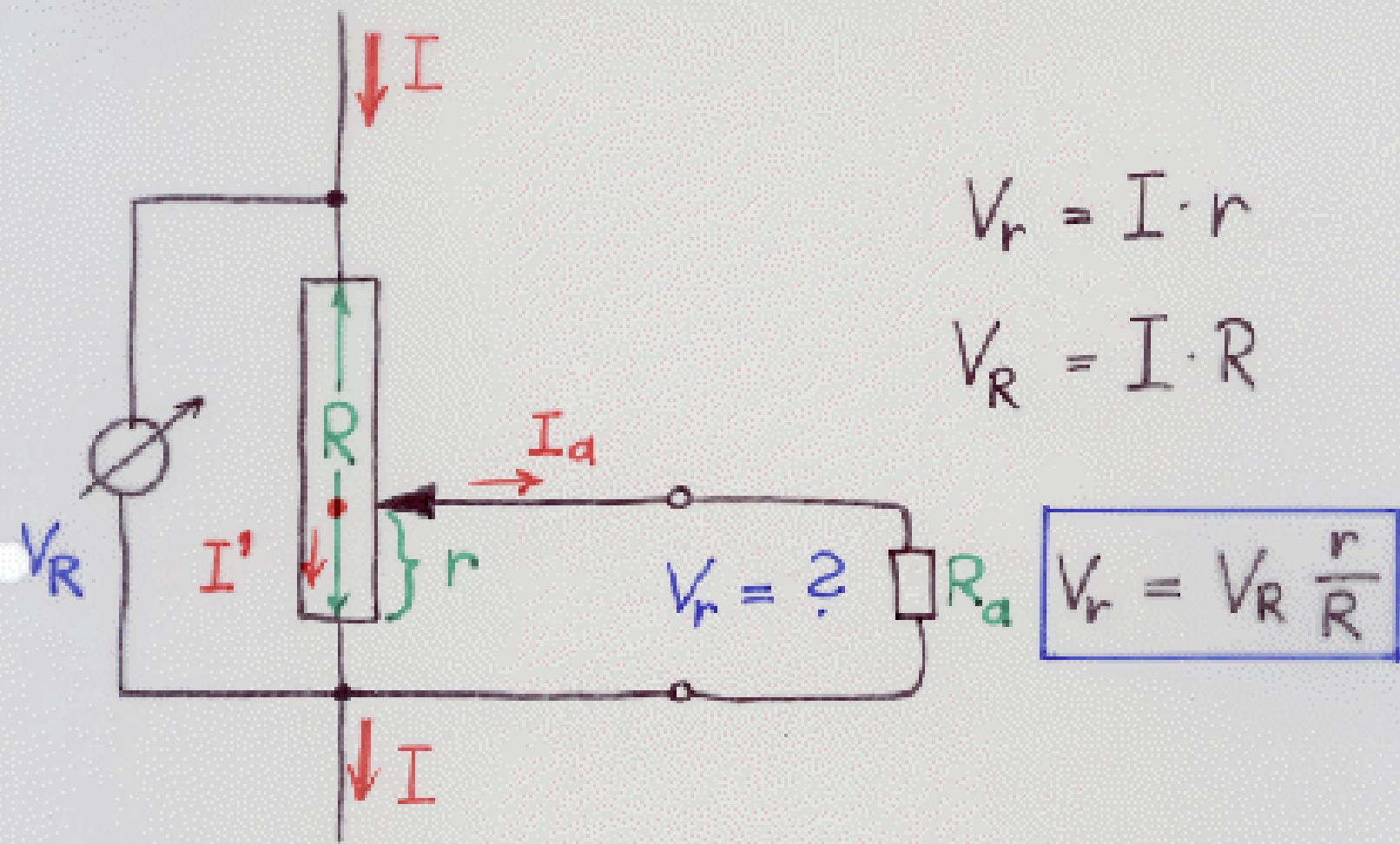


Maschenregel:

$$V = I \cdot R = \sum_k I \cdot R_k = I \cdot \sum_k R_k$$

$$\Rightarrow \boxed{R = \sum_k R_k}$$

# Der Spannungsteiler

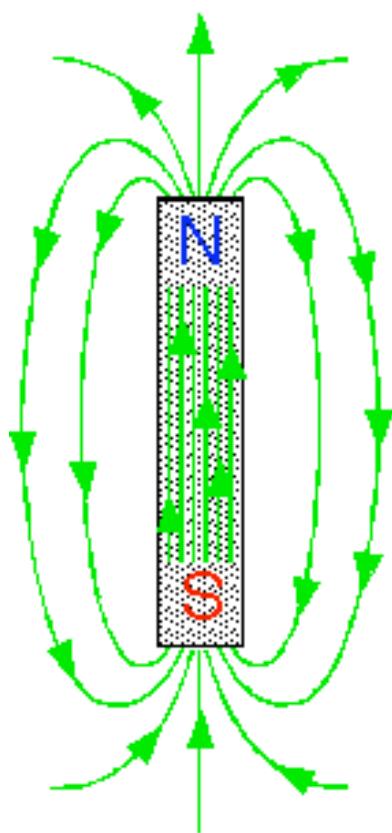


mit Verbraucher  $R_a$

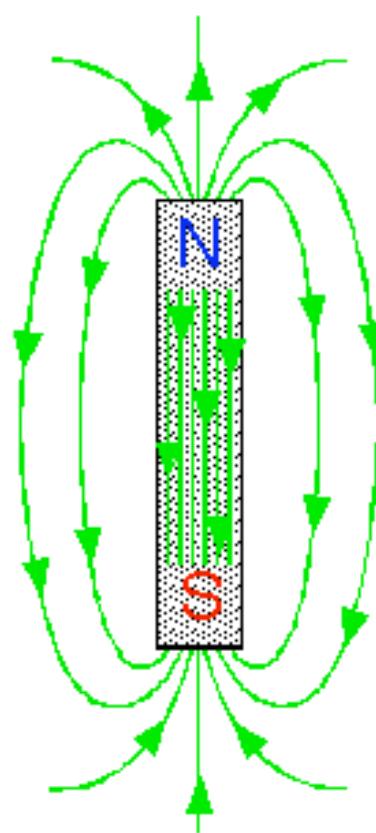
$$I' = I - I_a < I$$

$$V_{r^a} = I' \cdot r < V_r$$

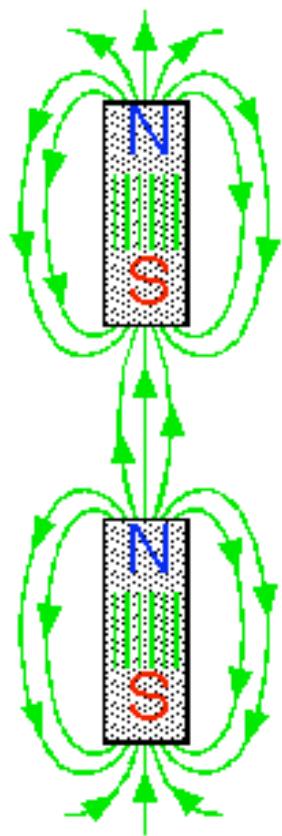
# Magnetische Monopole ?



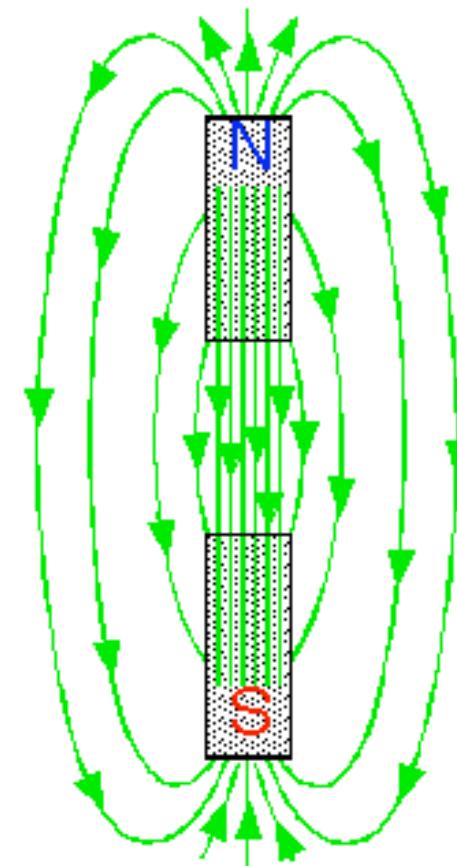
oder



?



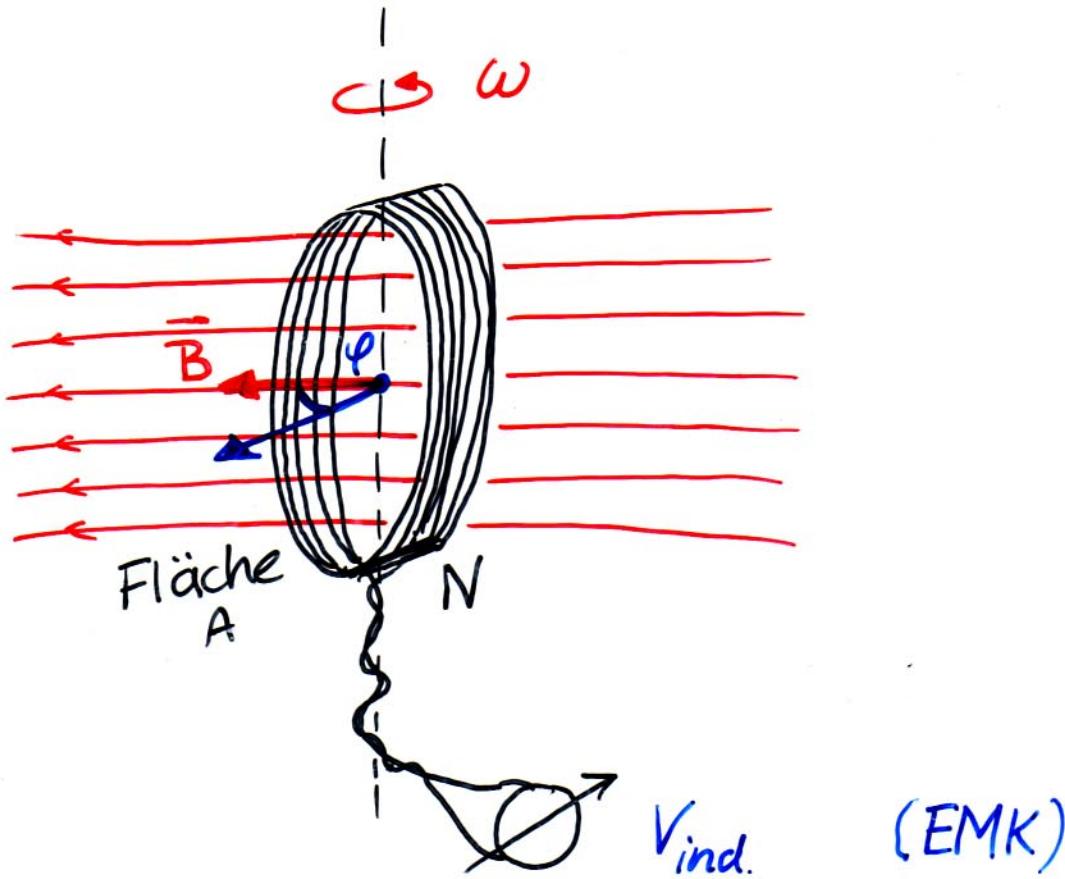
oder



?

$\vec{B}$  hat keine Quellen

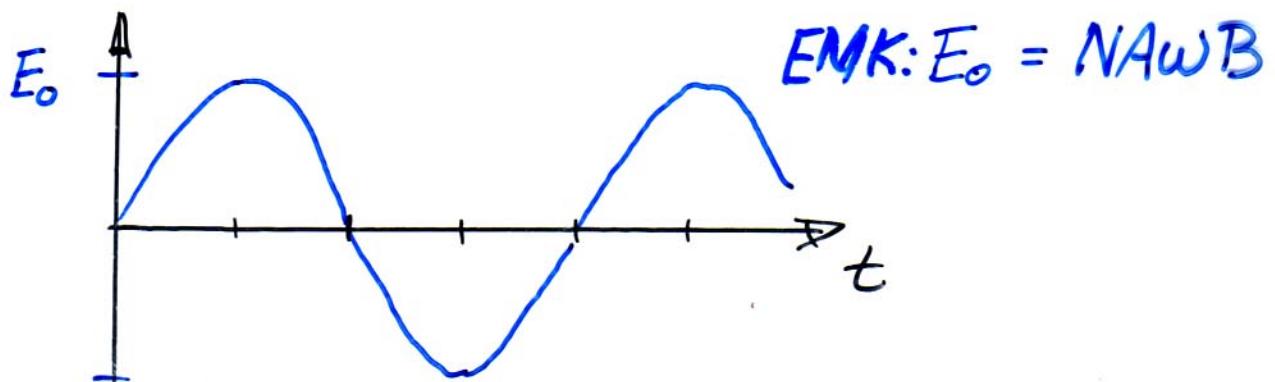
# Der Wechselspannungsgenerator



$$V_{\text{ind.}} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt} (NAB \cos \varphi)$$

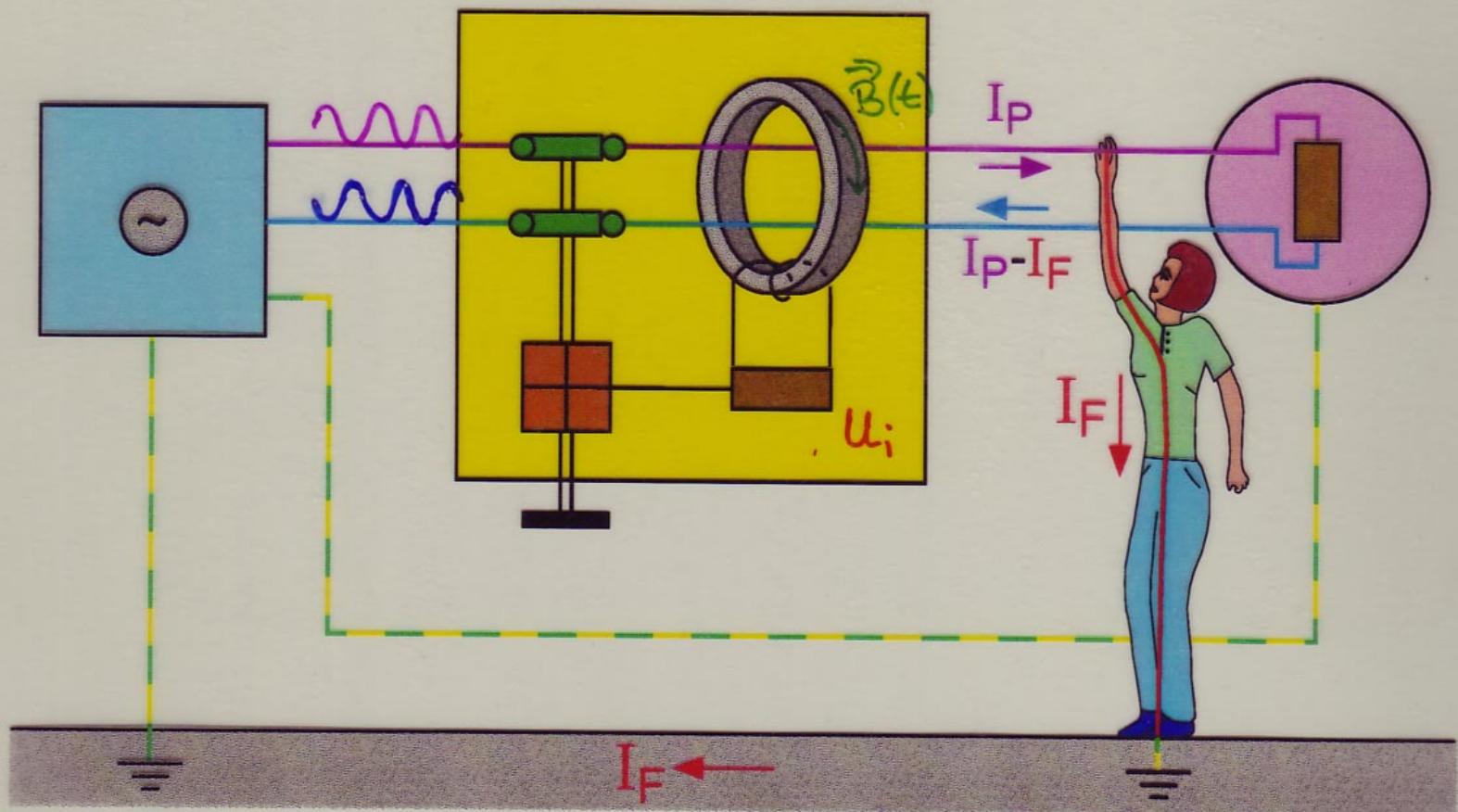
Drehung:  $\varphi(t) = \omega \cdot t$

$$\Rightarrow V_{\text{ind.}} = NAB \sin \omega t$$

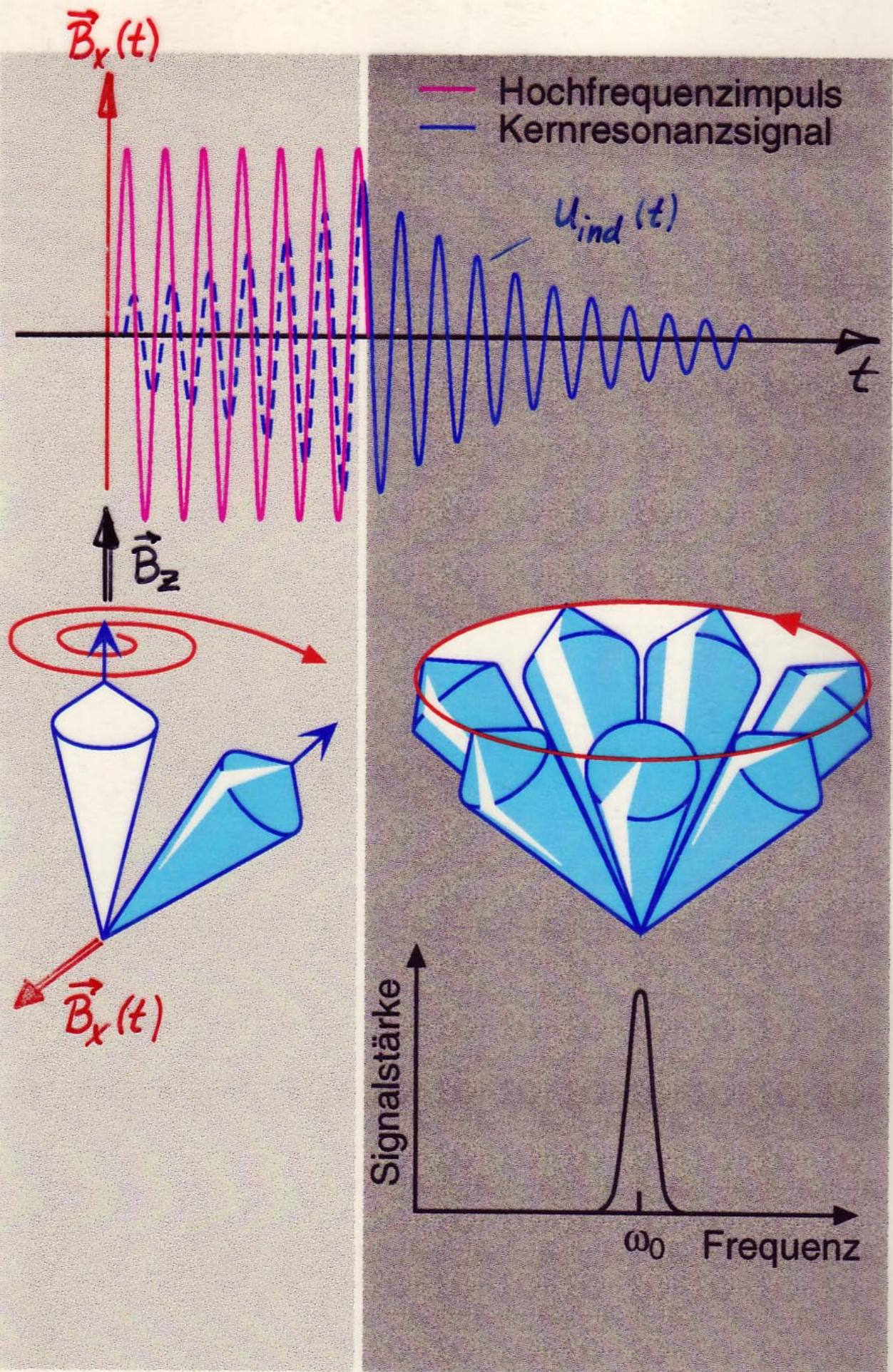


# Prinzip der Fehlerstromschutzschaltung

Stromquelle      Fehlerstromschutzschalter      Verbraucher

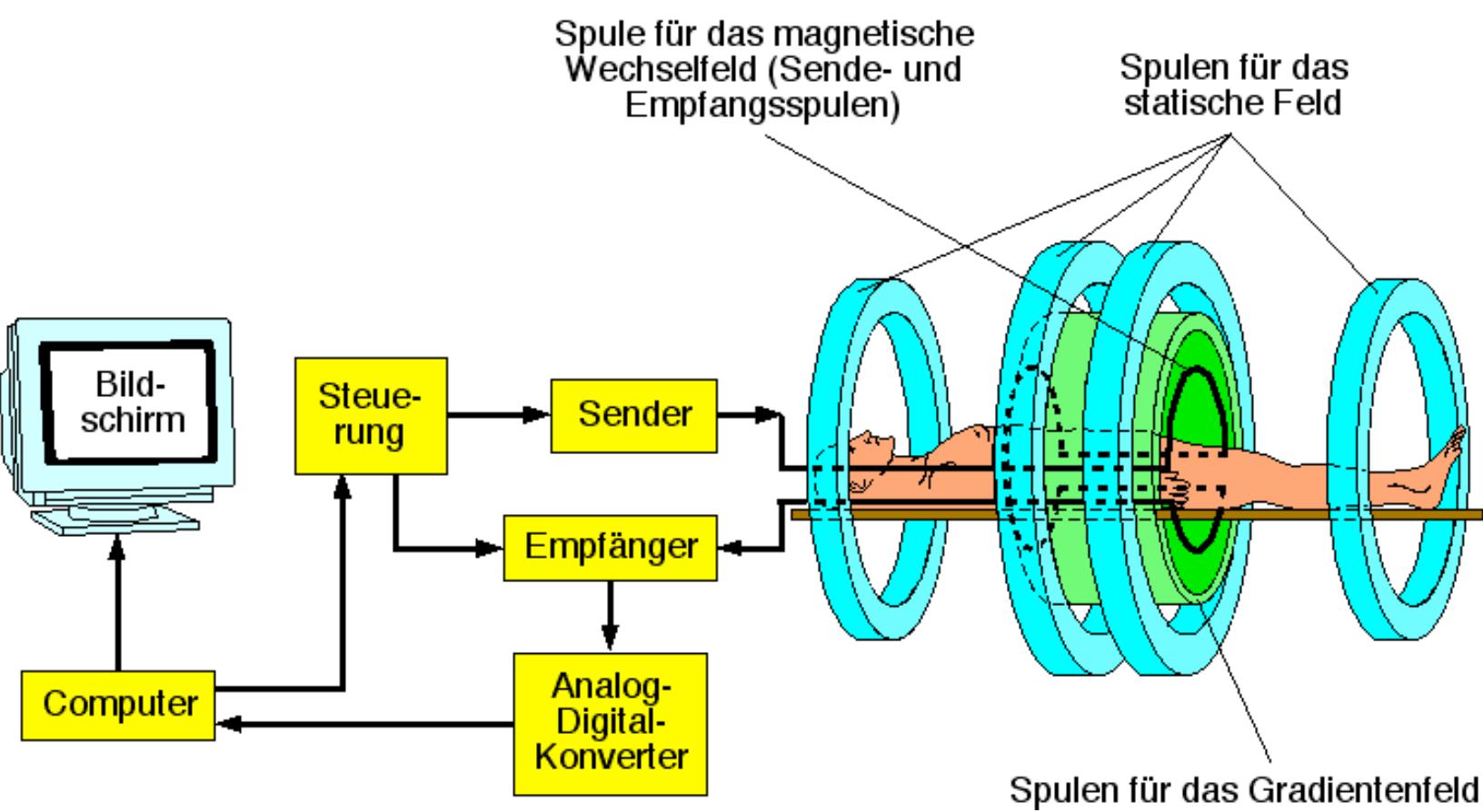


Zeitlicher  
Verlauf  
des KERN-  
resonanz-  
experiments

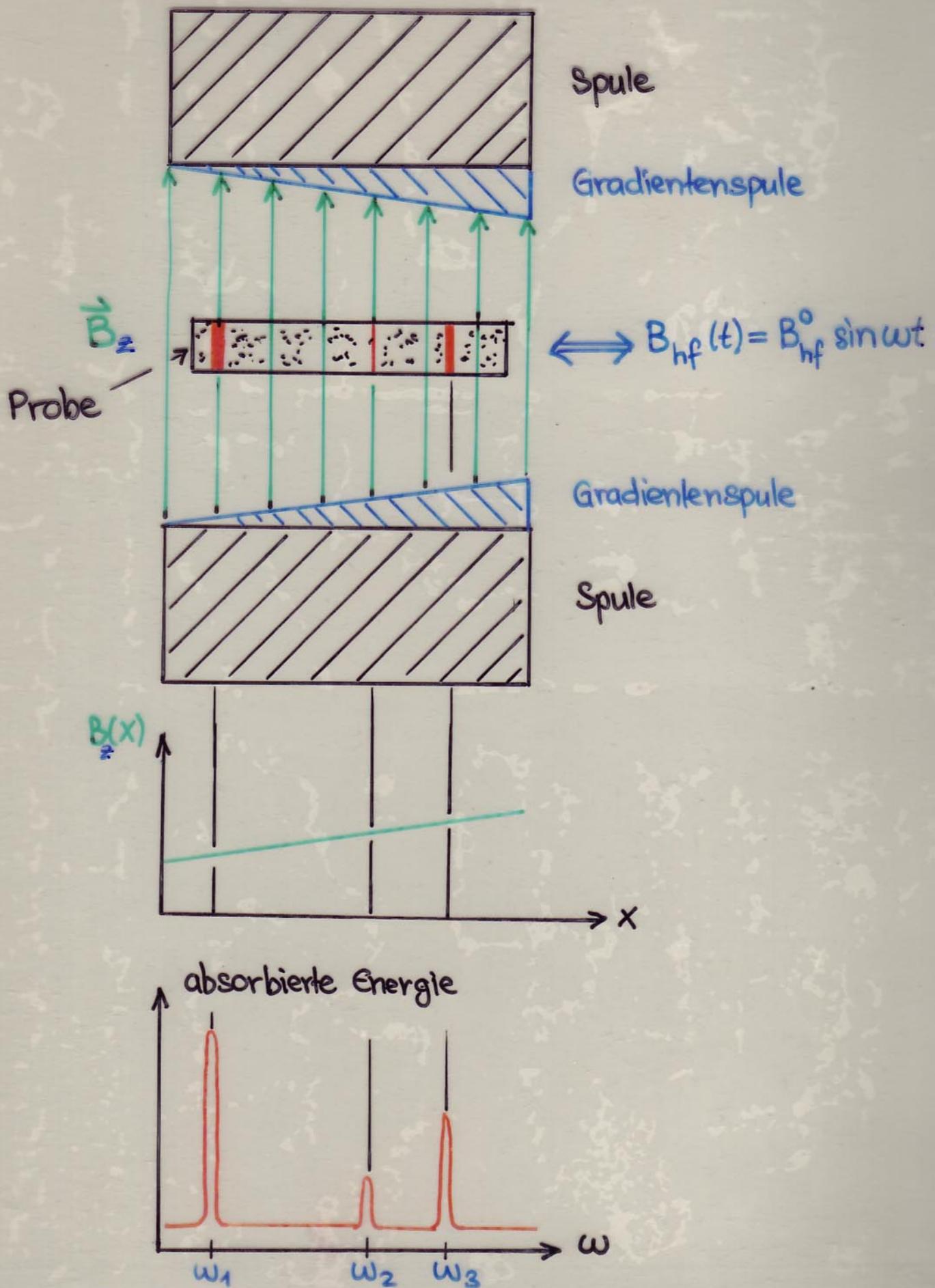


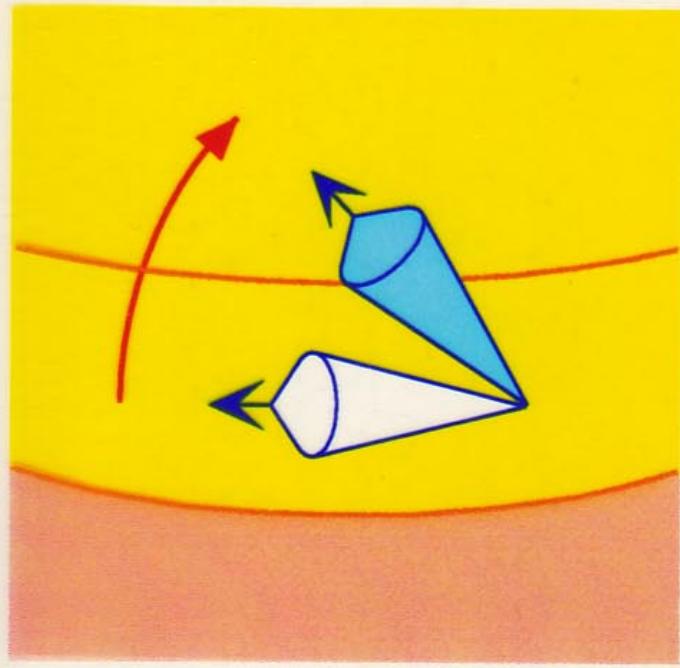
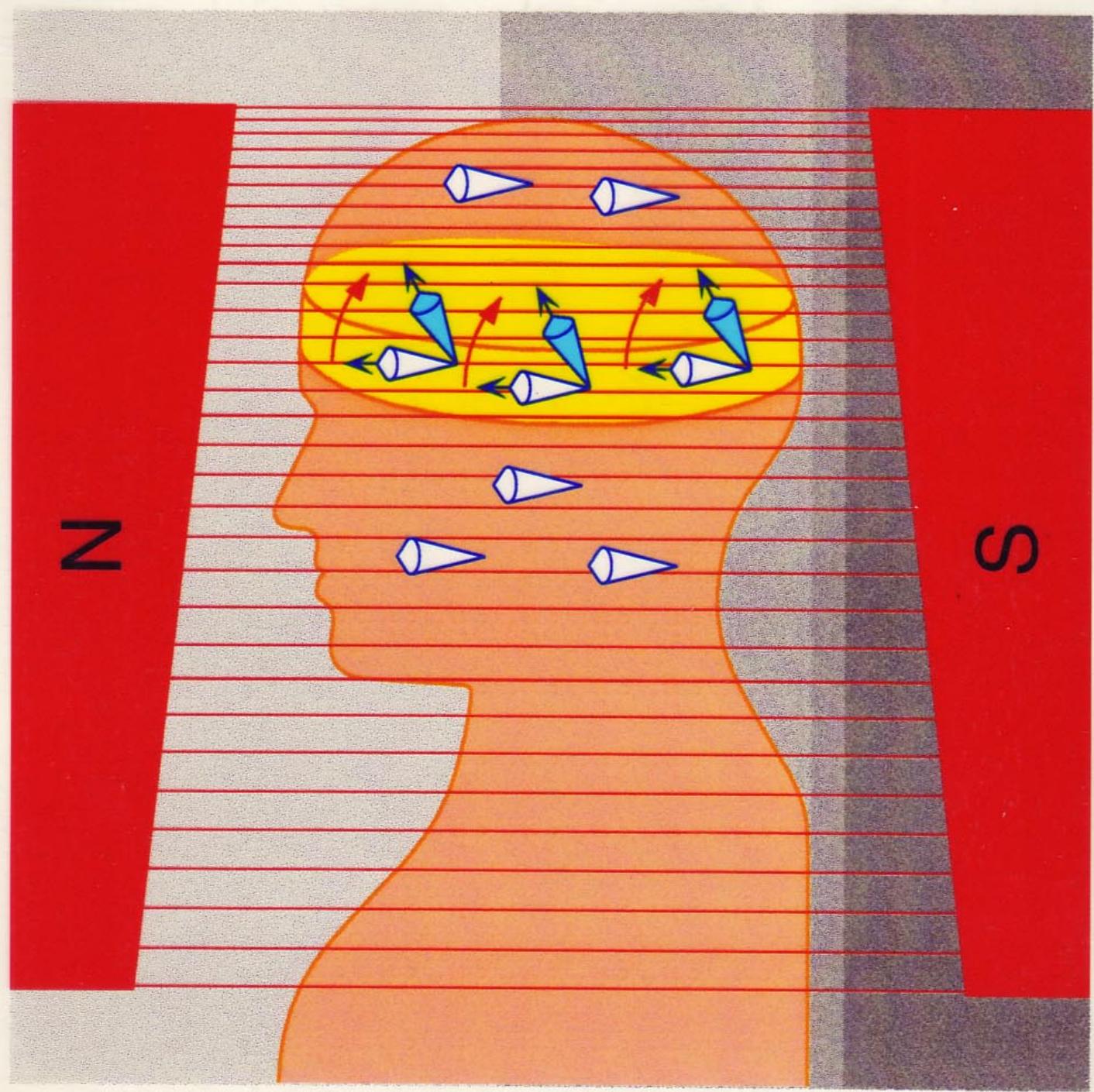
Kernresonanzspektrum

## Aufbau einer MRT-Anlage

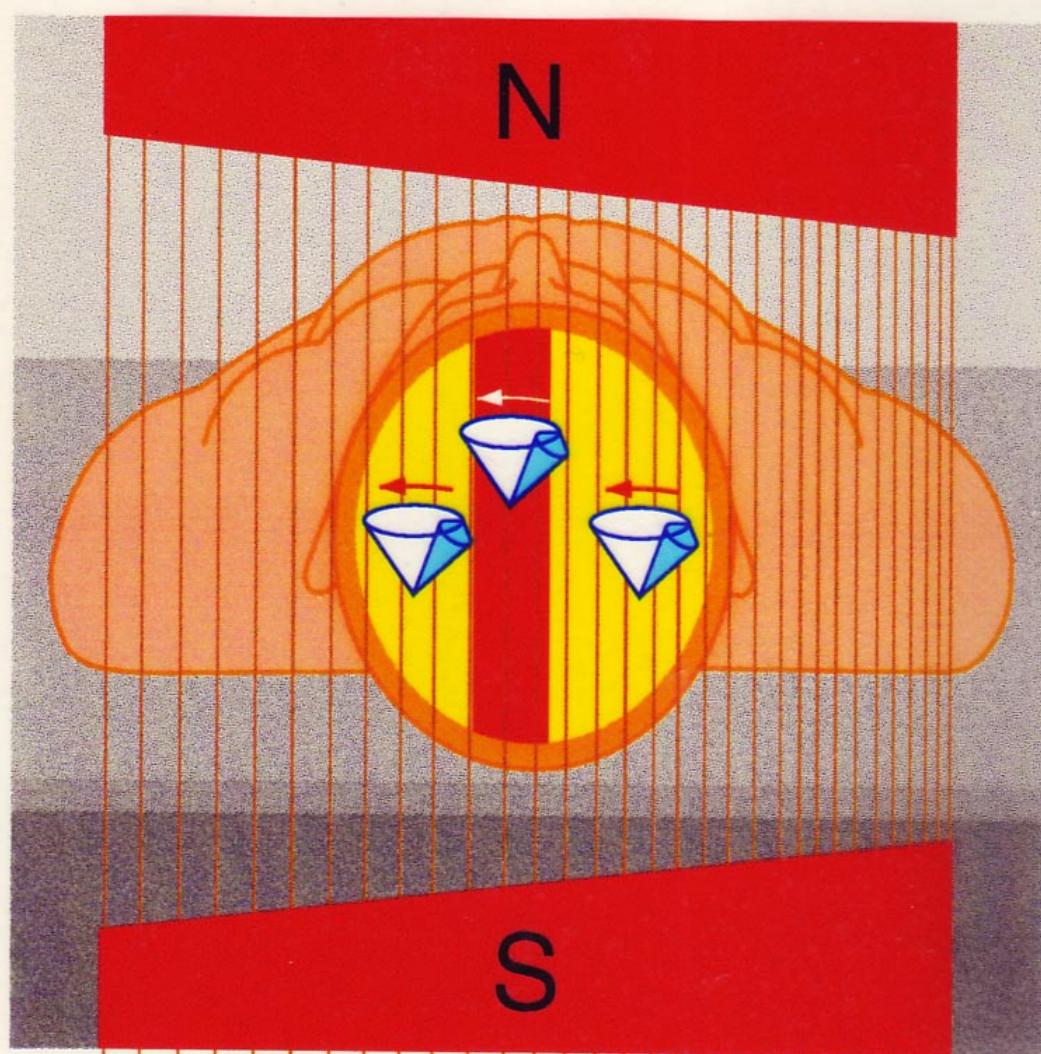


# PRINZIP DER NMR-TOMOGRAPHIE

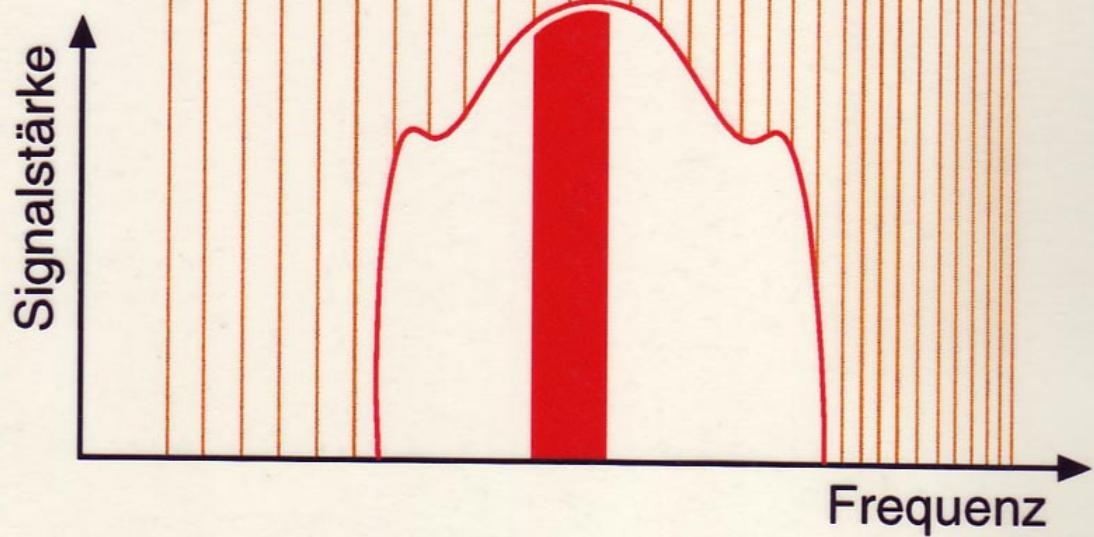




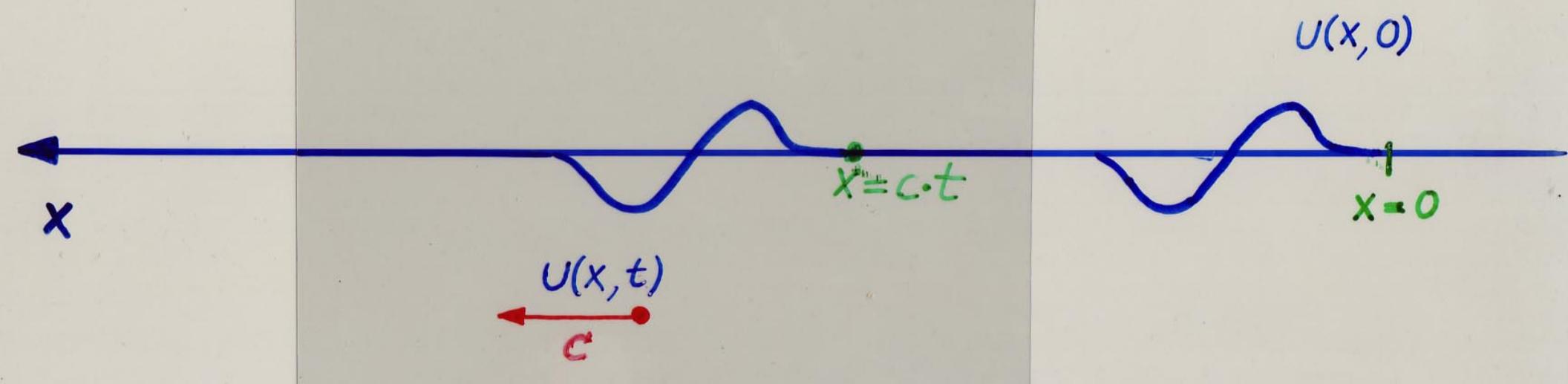
Selektive Anregung  
einer Schicht



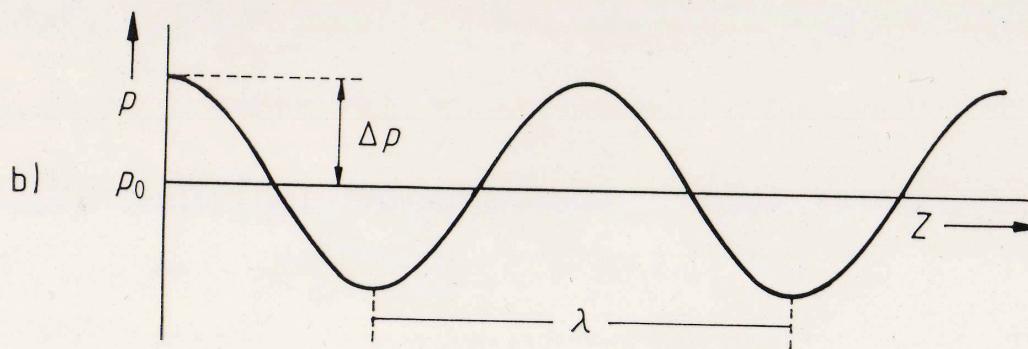
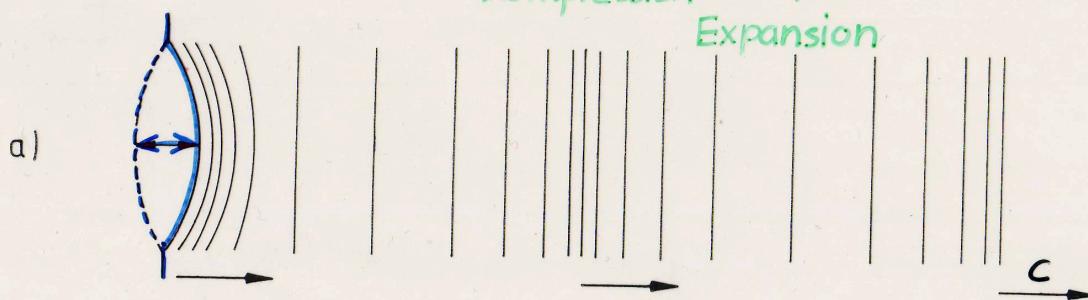
Aufnahme einer  
Projektion im  
Feldgradienten



## Laufende Welle



Lautsprecher-Membran



Kompression  
Expansion

sehr schnell  $\Rightarrow$  adiabatisch!

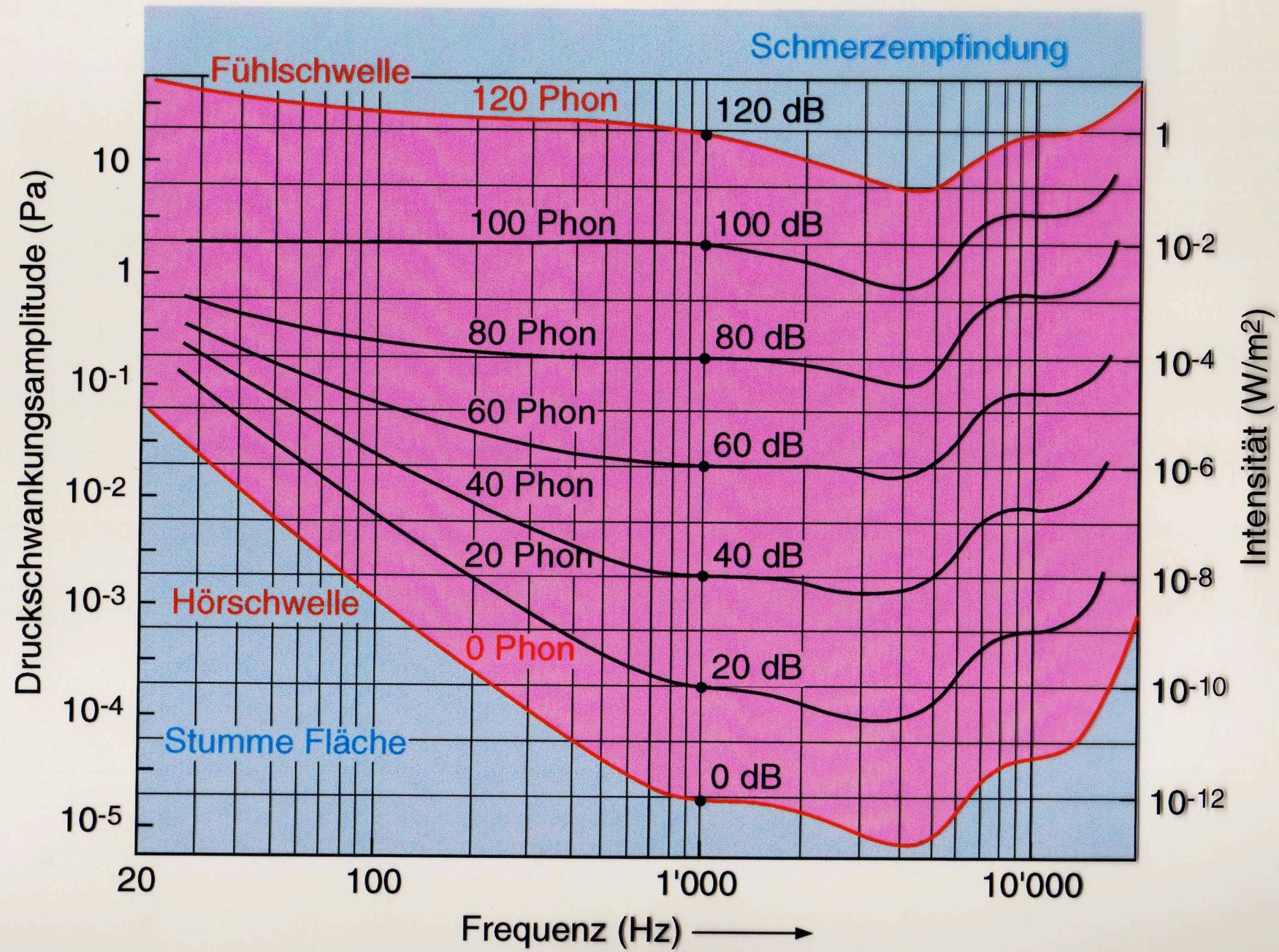
$$c = \sqrt{\frac{\alpha p_0}{\rho}}$$

Material	Schallgeschwindigkeit (in m/s)
Luft	344
Kohlendioxid	258
<u>Wasser</u>	1480
Äthylalkohol	1210
Blut (bei 37 °C)	1570
Kupfer	3560
Glas	5600
Eis	3250
Diamant	18000

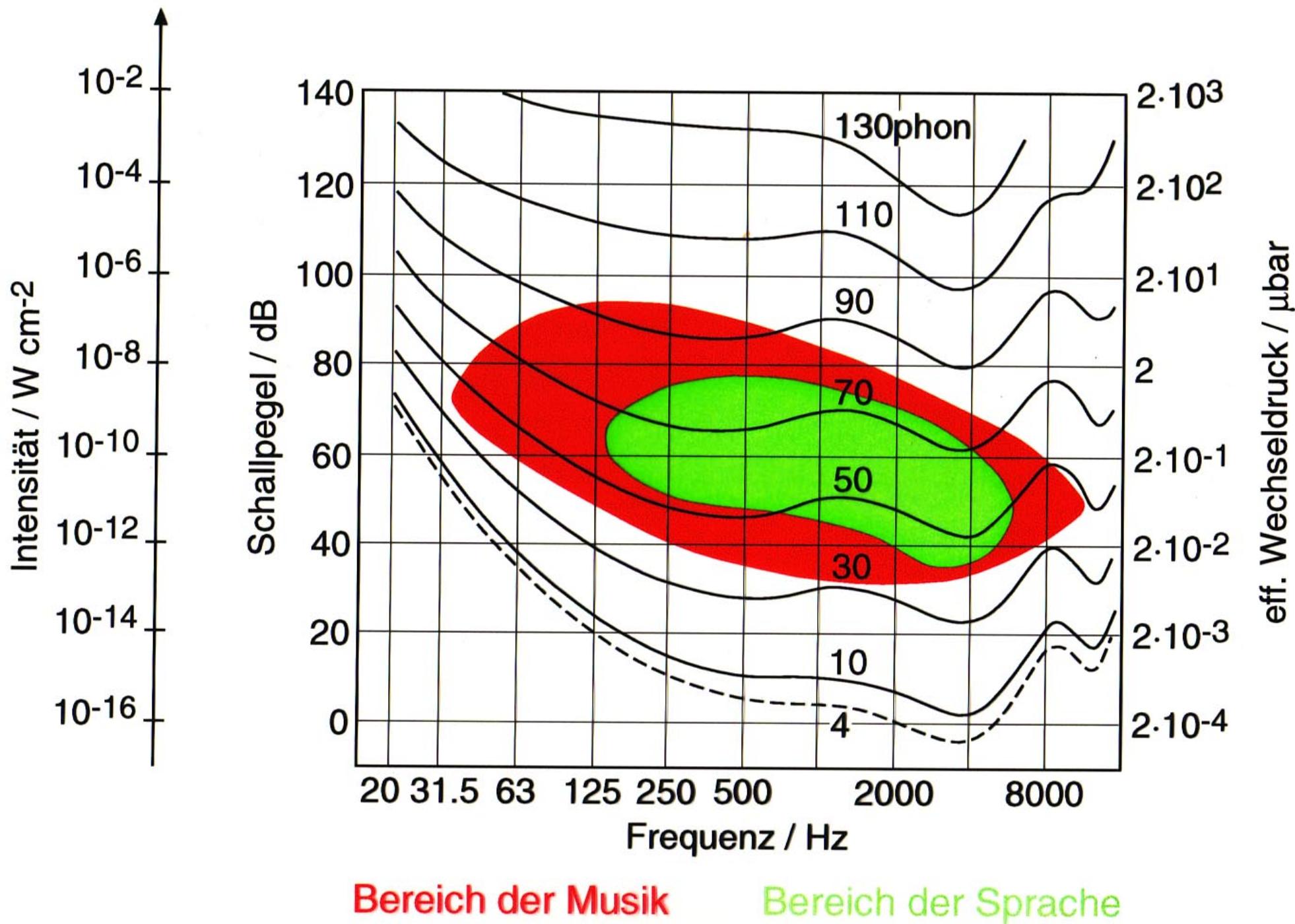
344  
258 } Gase

1480 }  $\Rightarrow$  Ultraschall  
1210 } Flüssigkeiten

3560  
5600 } feste Körper

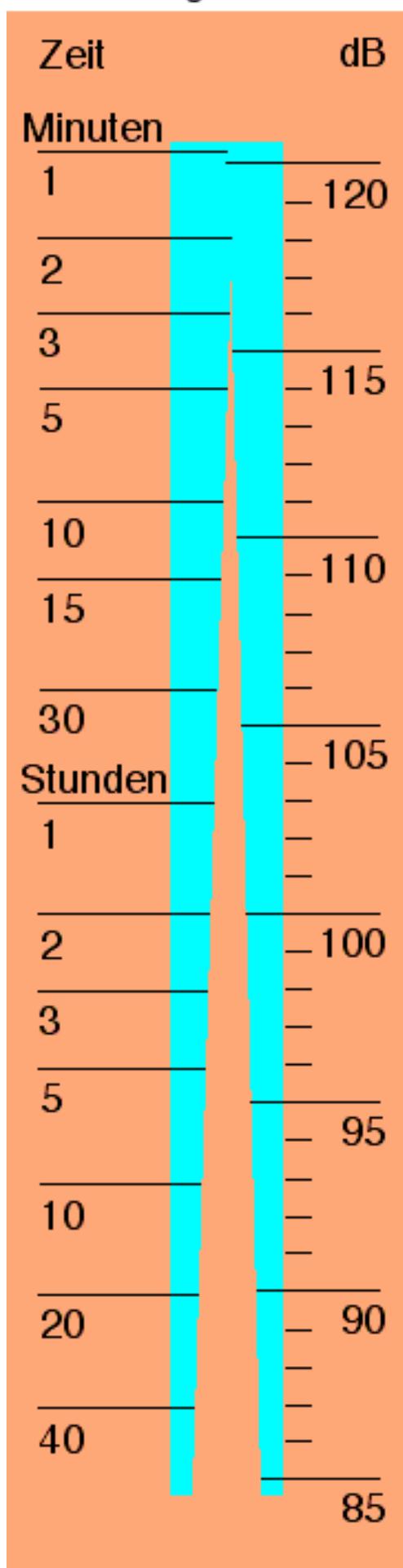


# Hörbereich des menschlichen Gehörs

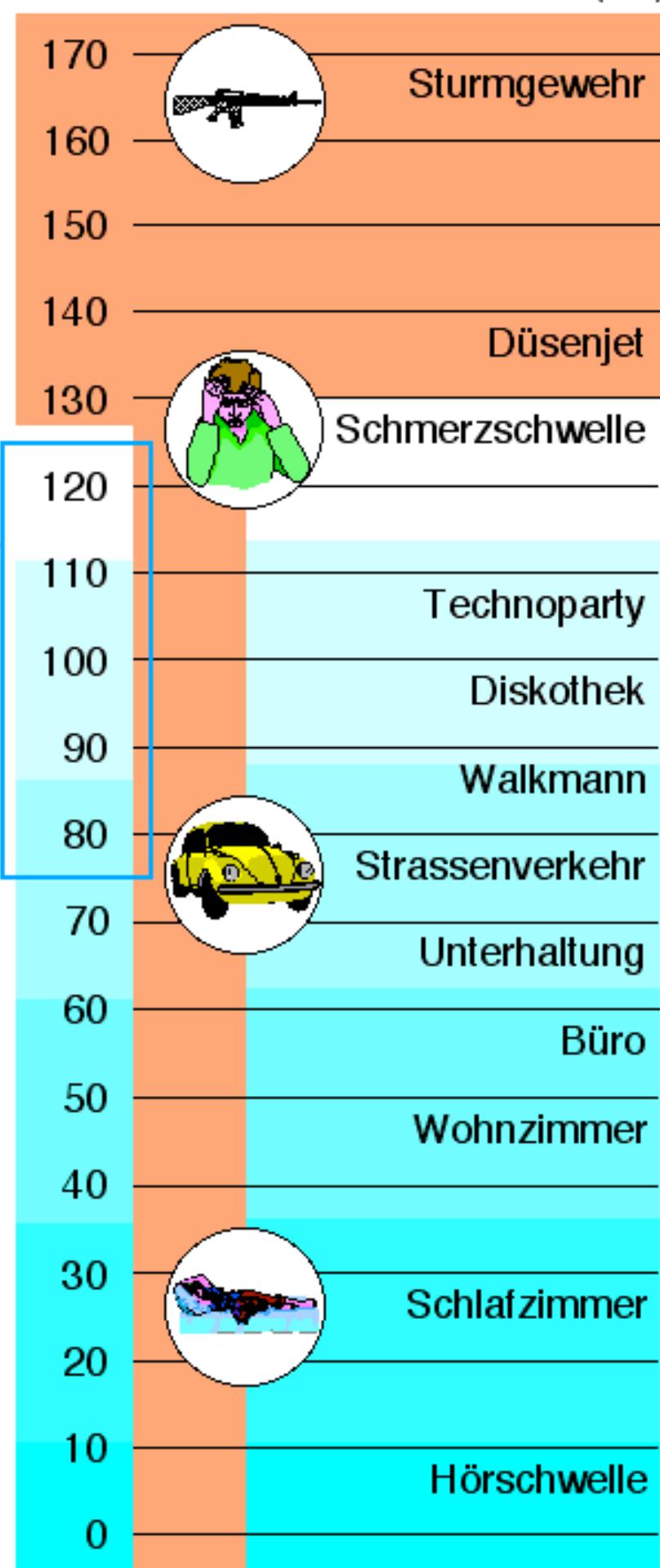


# Ist Ihr Gehör in Gefahr ?

Zulässige wöchentliche  
Einwirkungszeit

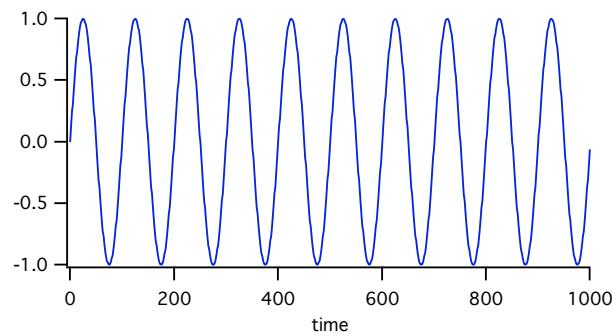


Schallpegel  
in Dezibel (dB)



## Schwebung (engl. Beat)

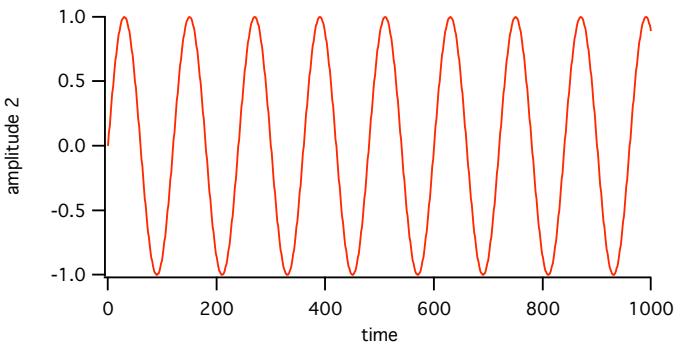
amplitude 1



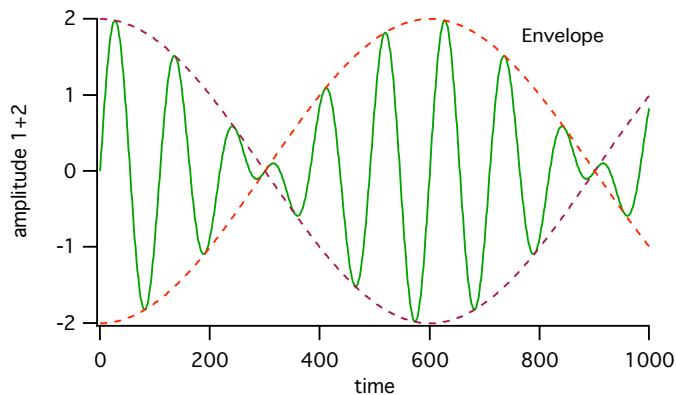
Wellen am Ort  $x=0$

$$u_1(t) = u_o \sin(\omega_1 t)$$

amplitude 2



$$u_2(t) = u_o \sin(\omega_2 t)$$

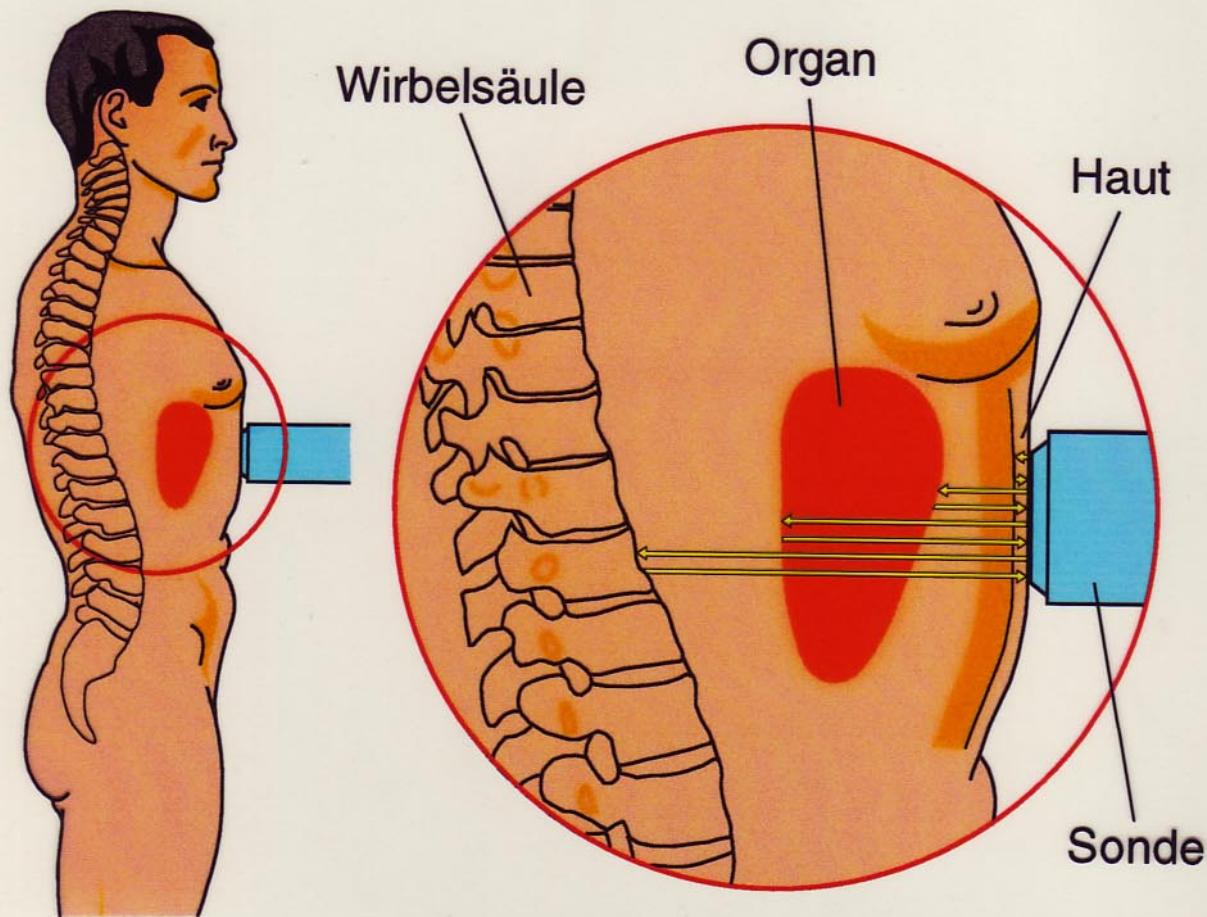
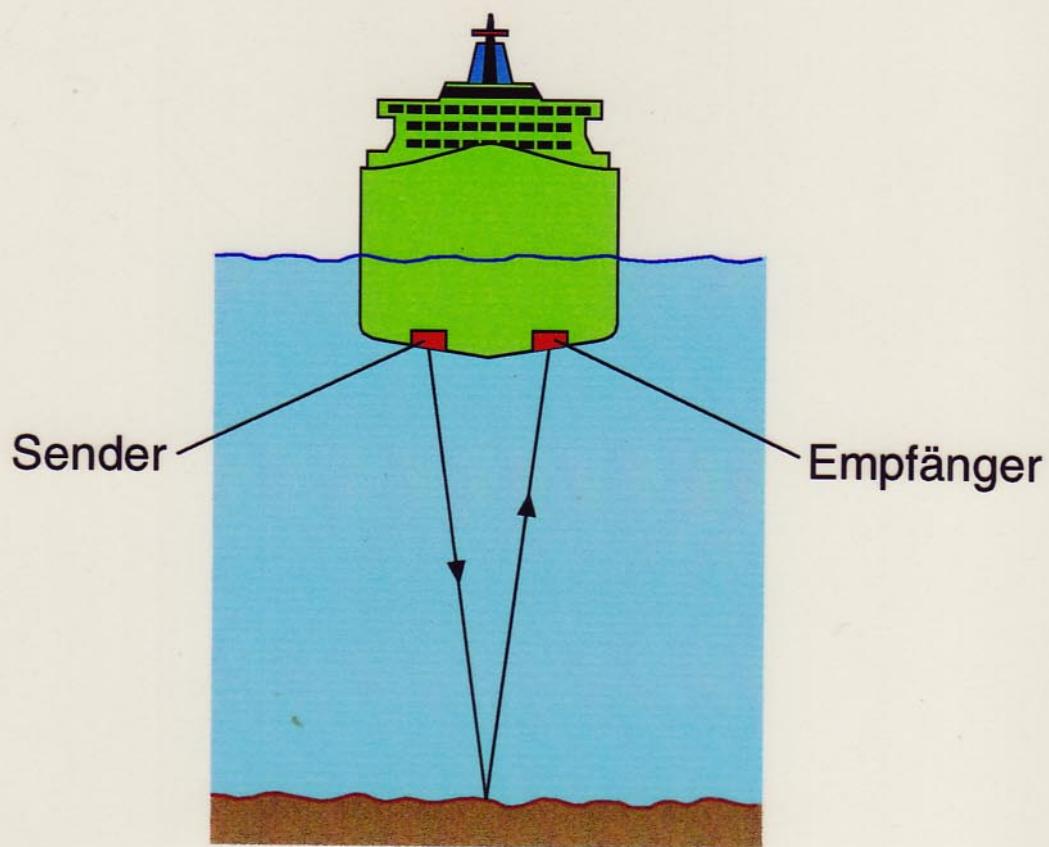


$$u_1 + u_2 = 2u_o \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \cdot t\right)$$

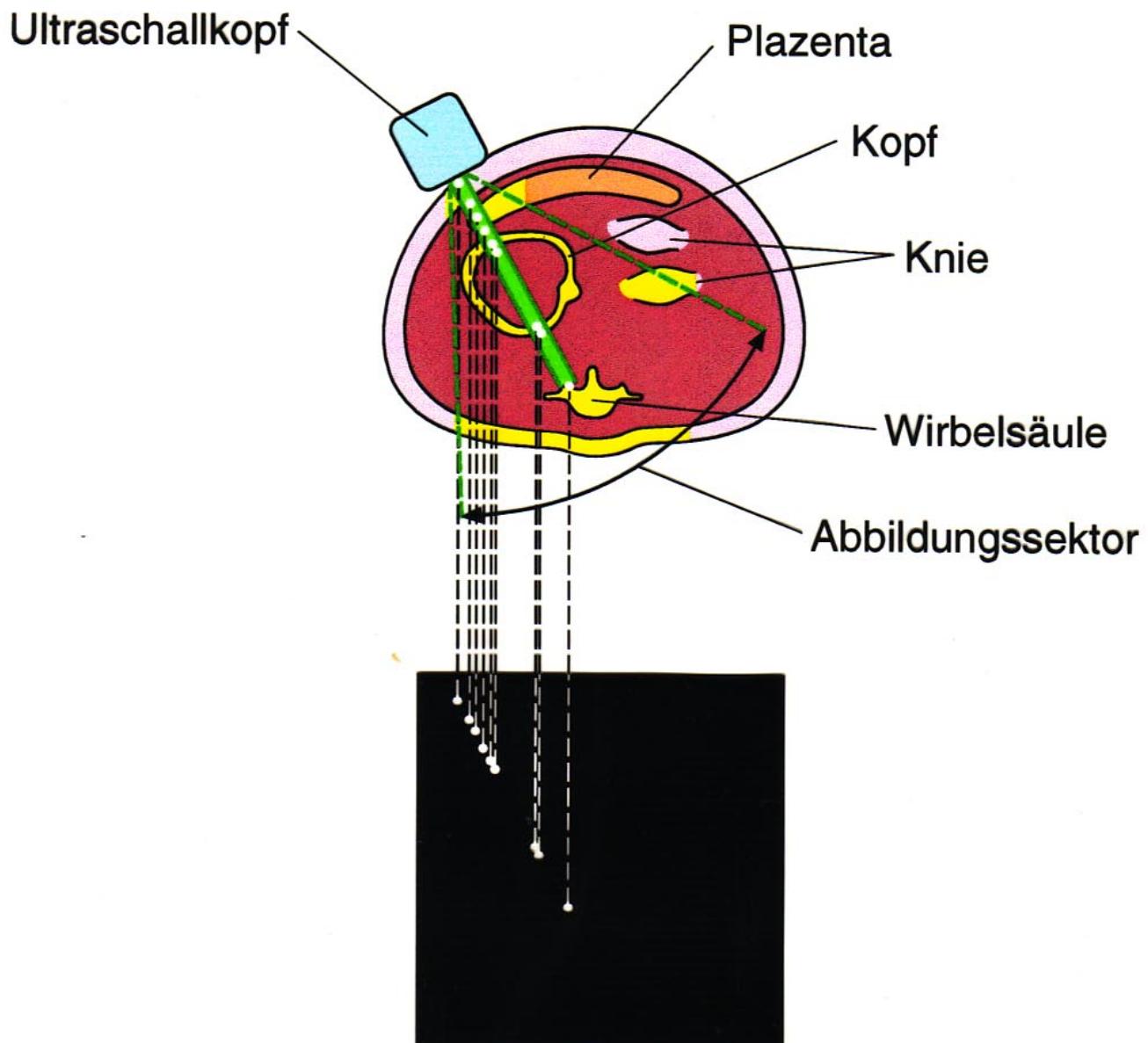
Tab. 13.1 Einige Daten zur Schallausbreitung

Stoff	Schallgeschwindigkeit m/s	Dichte kg/m <sup>3</sup>	Wellenwiderstand kg/m <sup>2</sup> s $Z_w$
Wasser (20 °C)	1483	998,2	$1,480 \cdot 10^6$
Luft ( $p_n, T_n$ )	331	1,293	$0,000428 \cdot 10^6$
Fett	1470	970	$1,42 \cdot 10^6$
Knochenmark	1700	970	$1,65 \cdot 10^6$
Muskel	1568	1040	$1,63 \cdot 10^6$
Gehirn	1530	1020	$1,56 \cdot 10^6$
Knochen (kompakt)	3600	1700	$6,12 \cdot 10^6$

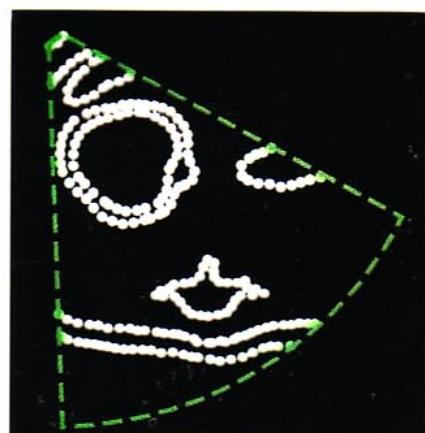
## Vergleich Echolotverfahren in der Schiffahrt und Impulsechoverfahren in der Ultraschalldiagnostik



# Prinzip des B-Bild-Verfahrens



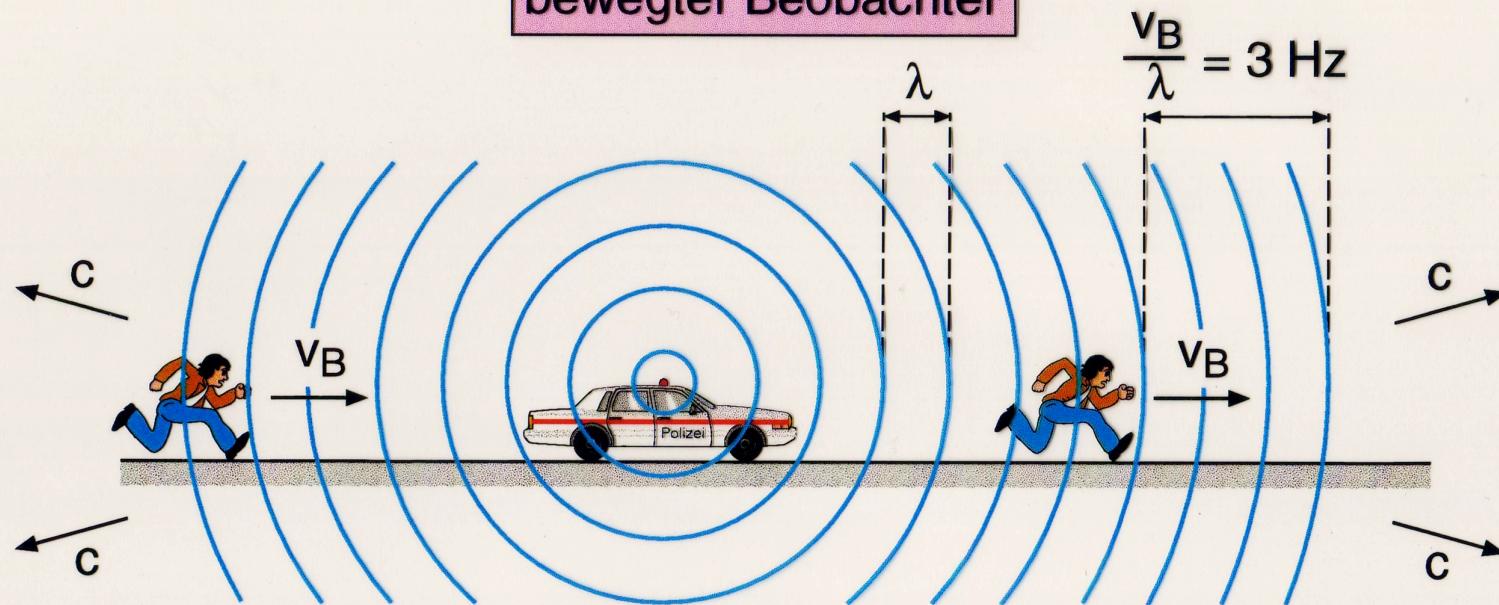
B-Scan-Bildlinie der hervorgehobenen Schallrichtung



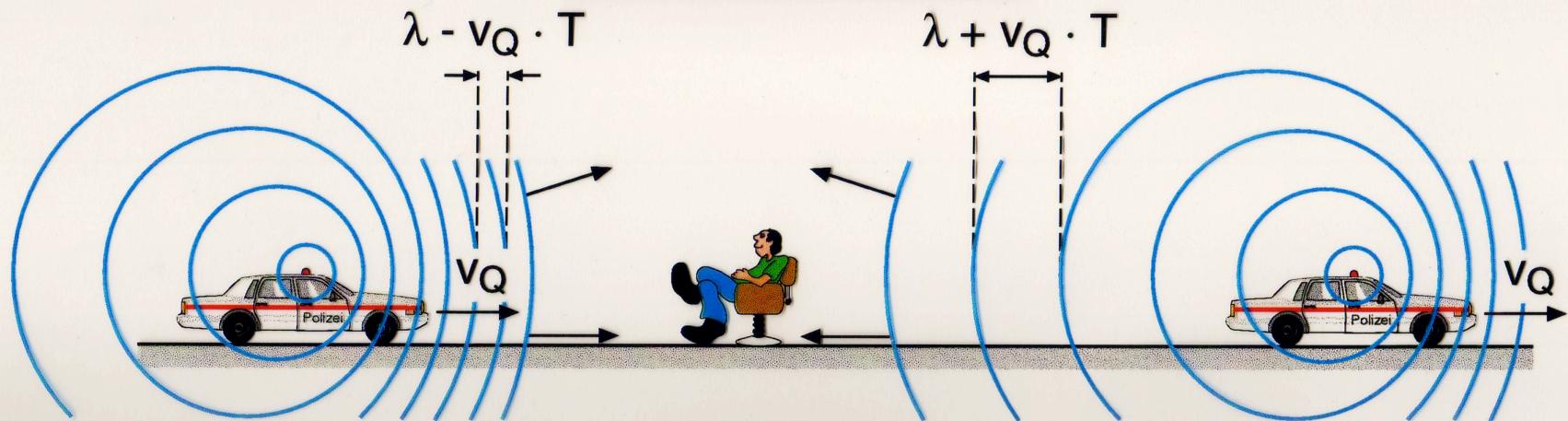
Zusammensetzung vieler Bildlinien  
zu einem zweidimensionalen Bild

## Dopplereffekt

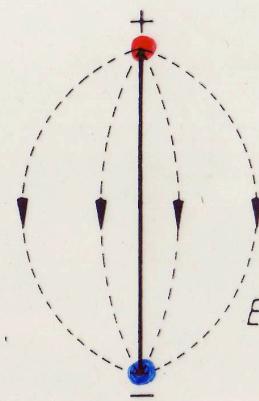
### bewegter Beobachter



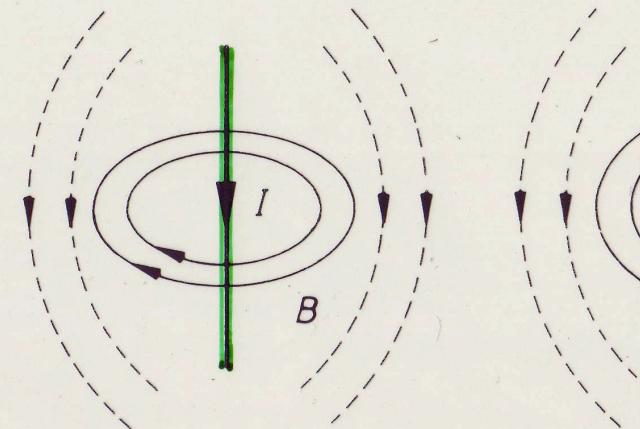
### bewegte Schallquelle



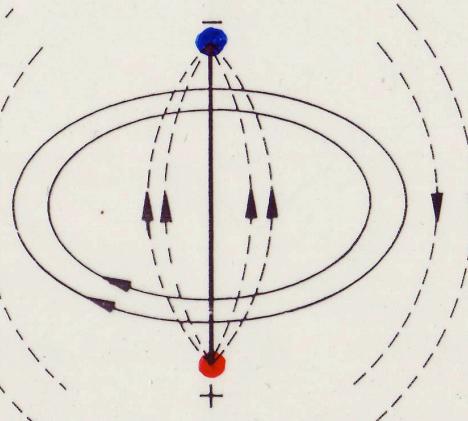
# Der Hertzsche Dipol



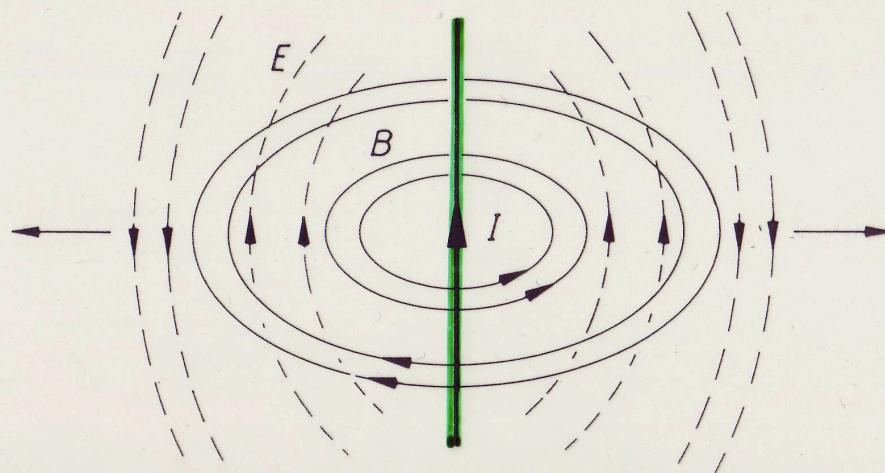
a)



b)

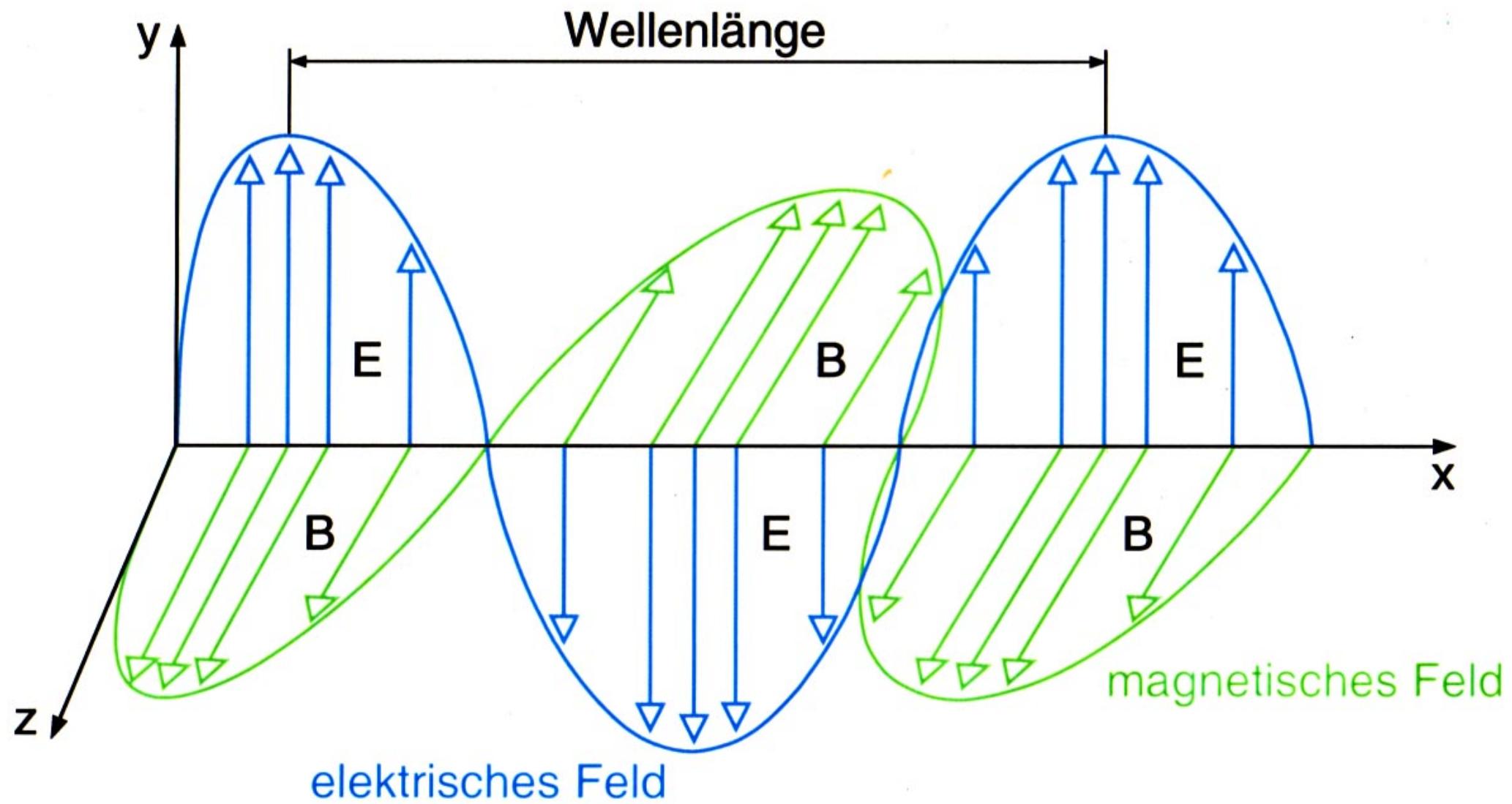


c)

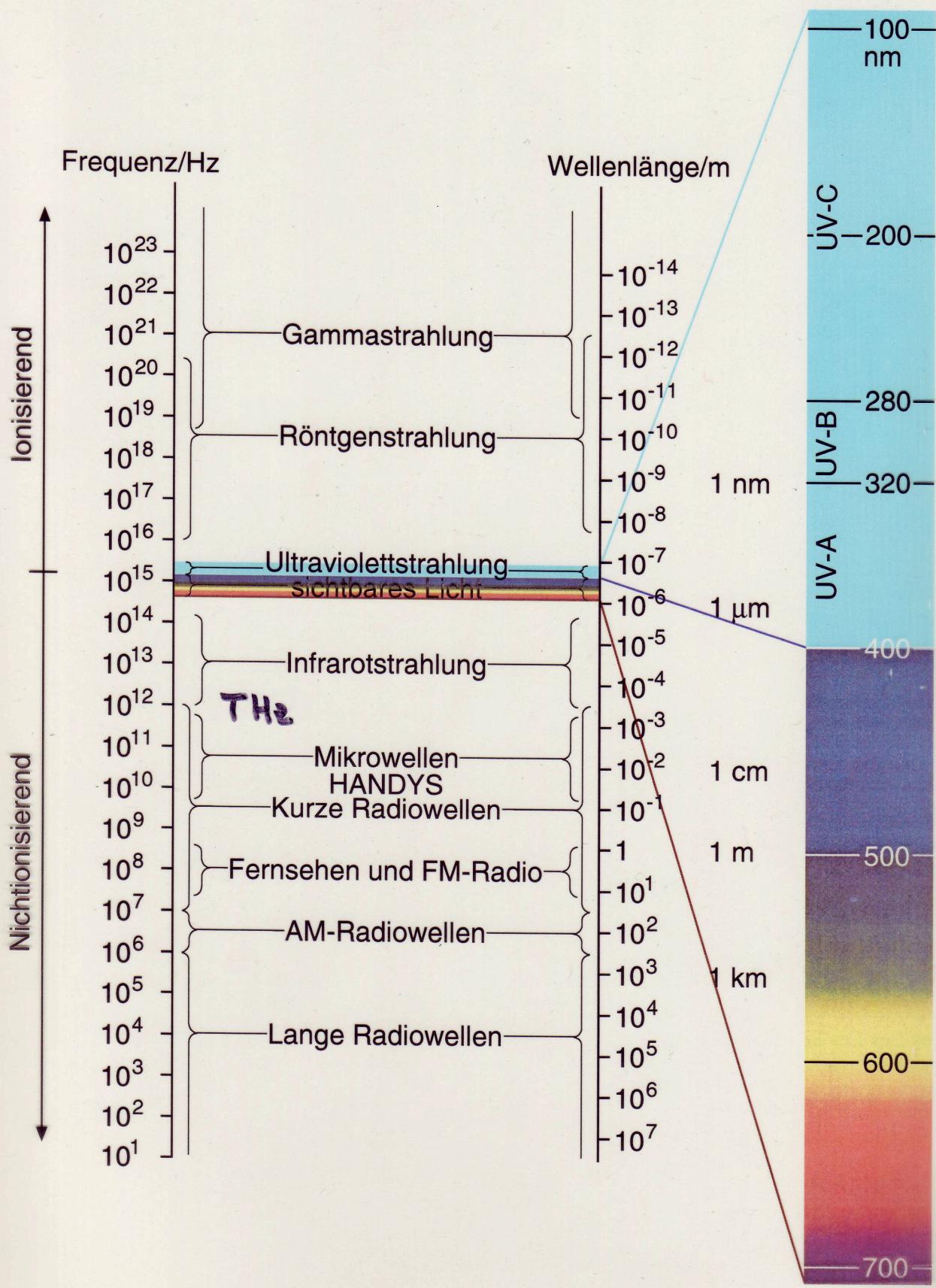


d)

Abstrahlung  
von EM-Wellen



# Das elektromagnetische Spektrum

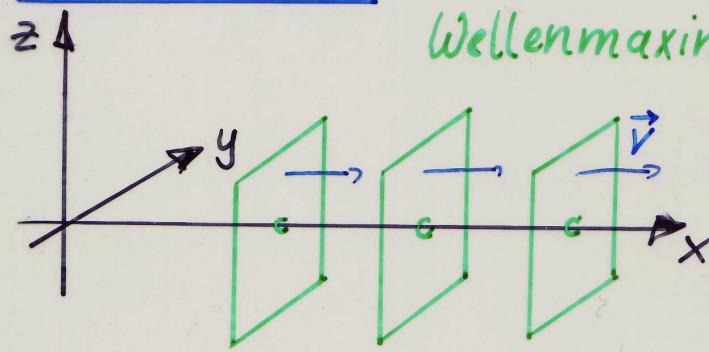


# Wellenausbreitung im 3D-Raum

Welle:  $u(\vec{r}, t)$

2 wichtige Fälle:

## Ebene Wellen



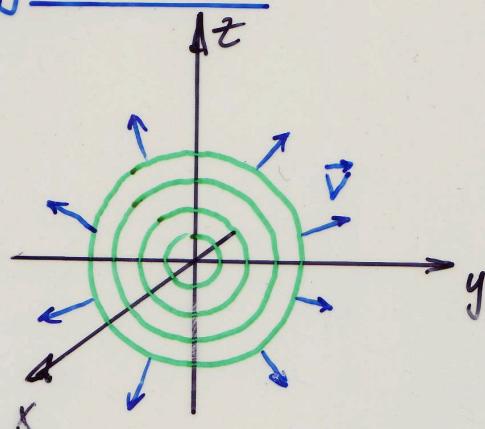
Wellenmaxima: Ebenen

(= Flächen konstanter Phase)

unabhängig  
von  $y, z$

$$u(\vec{r}, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

## Kugelwellen



Wellenmaxima bilden Kugelflächen

$$u(\vec{r}, t) = A(r) \sin(kr - \omega t)$$

$$\text{mit } A(r) \sim \frac{1}{r}$$

$\Rightarrow$  konstanter Energiefluss:  $I \sim A^2 \sim \frac{1}{r^2}$  }  $\Phi_{\text{kons}}$   
Kugelfläche:  $4\pi r^2$

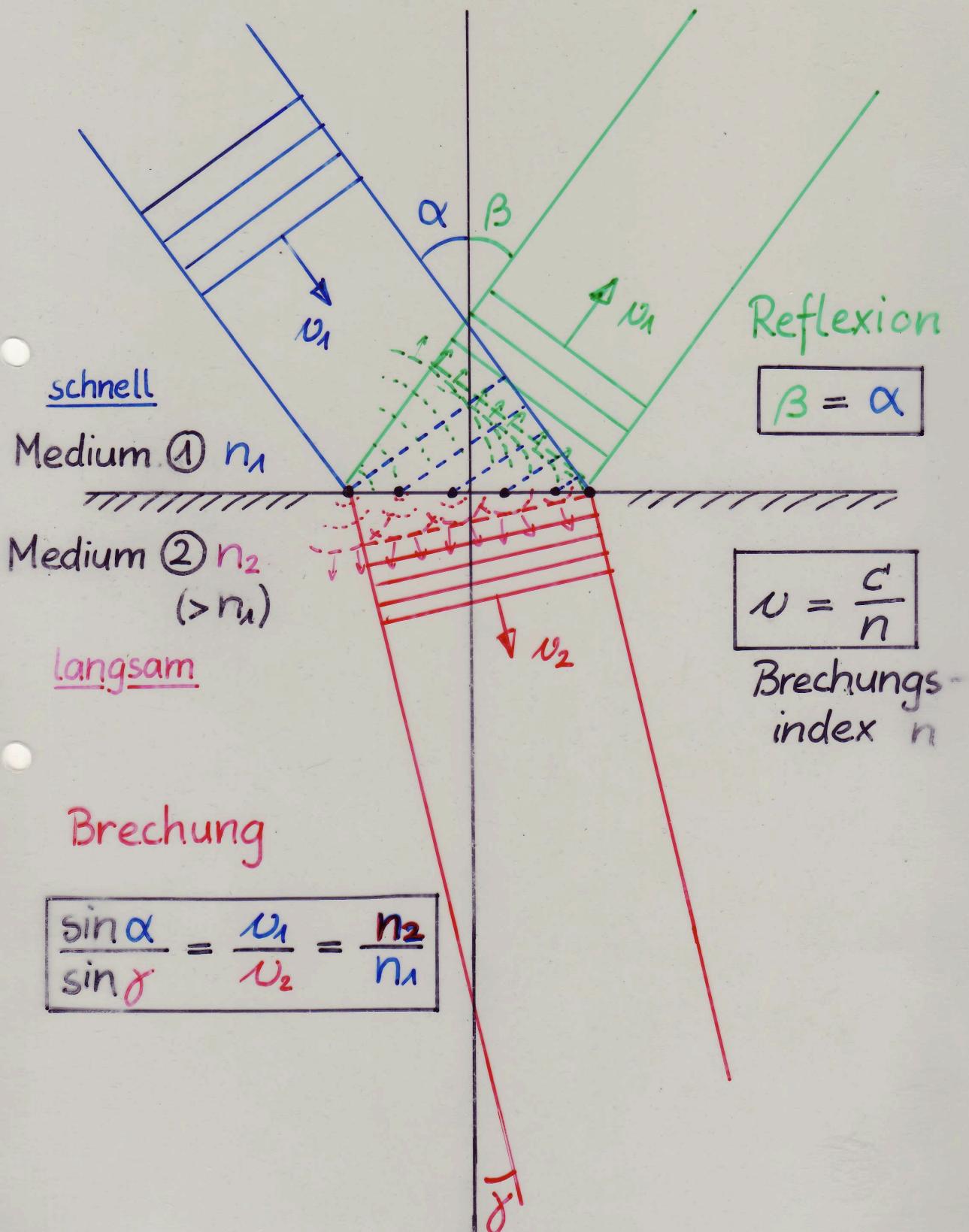
Tab. 14.1 Brechzahlen einiger Stoffe. Benutztes Licht: Rotes Licht der Vakuum-Wellenlänge  
 $\lambda = 650 \text{ nm}$

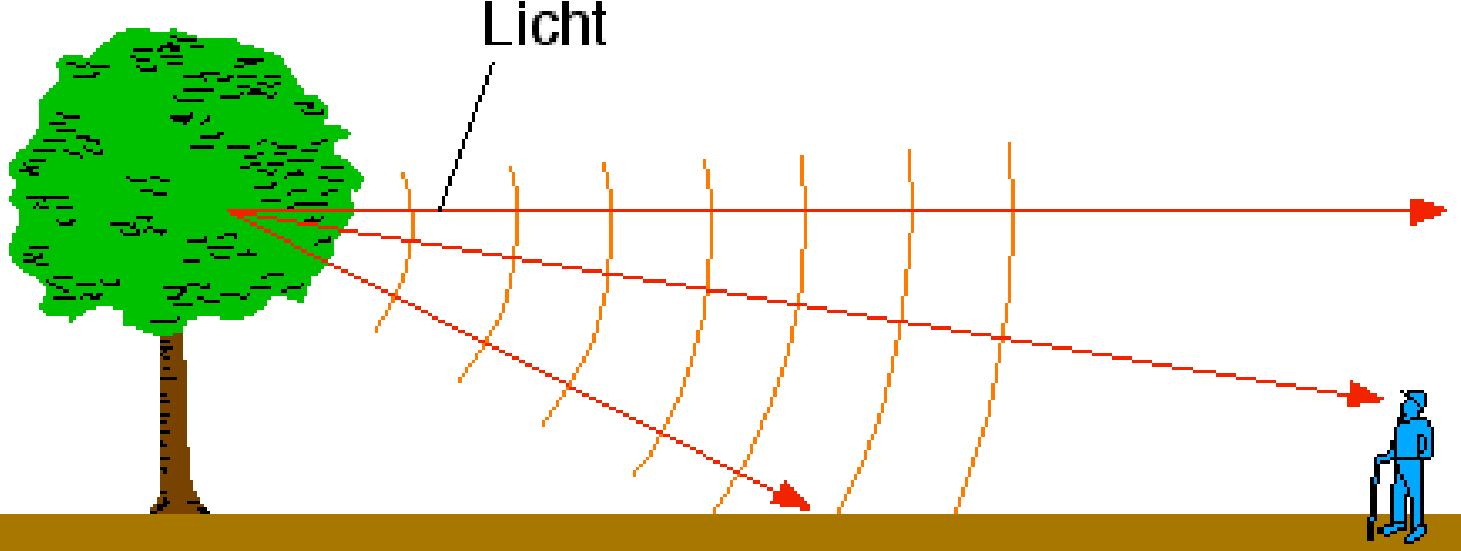
---

Luft (STPD)	1,00029	Wasser	1,33
Steinsalz	1,54	Flußspat	1,43
Kronglas	1,51	Quarzglas	1,46
leichtes Flintglas	1,60	Plexiglas	1,492
schweres Flintglas	1,75	Lexan	1,580
NaI	1,78	Kanadabalsam	1,542
Spezialglas 900403	1,89	$\alpha$ -Monobromnaphthalin	1,6582

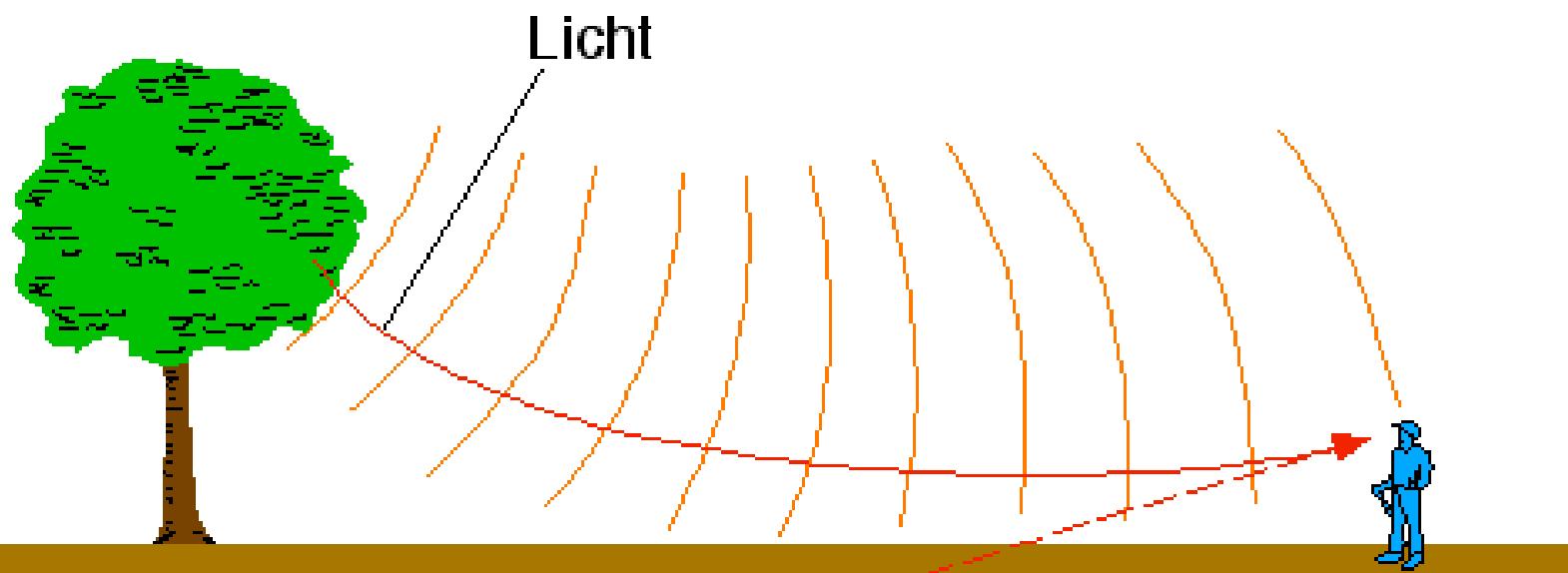
---

# Reflexion und Brechung von Wellen



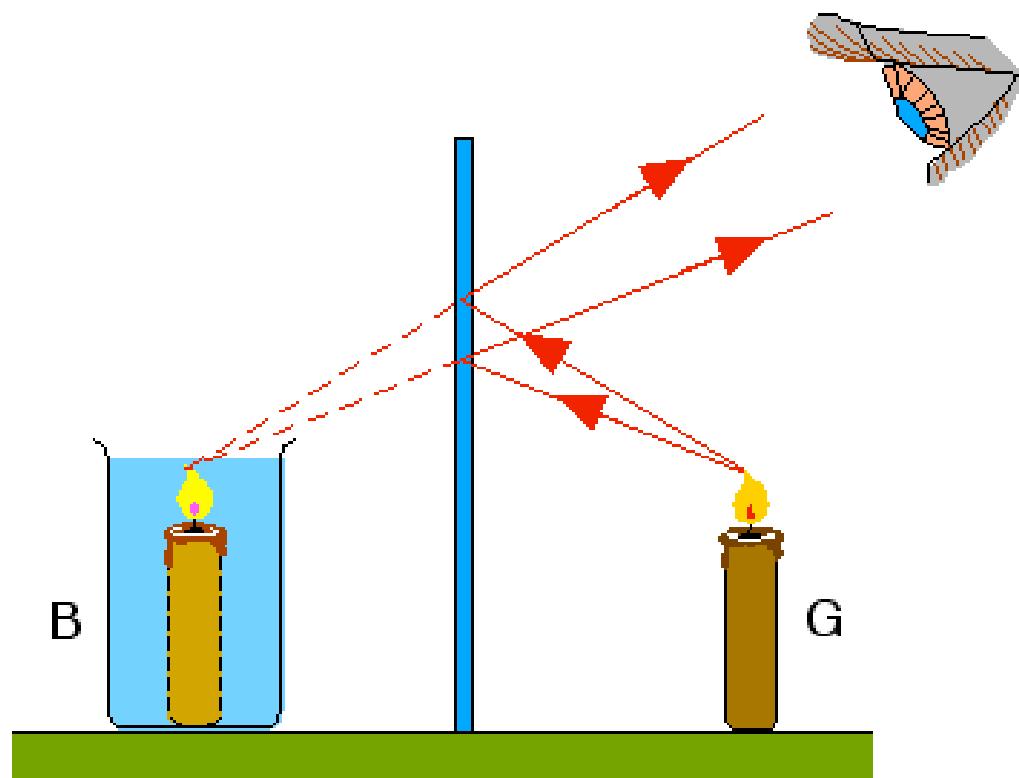
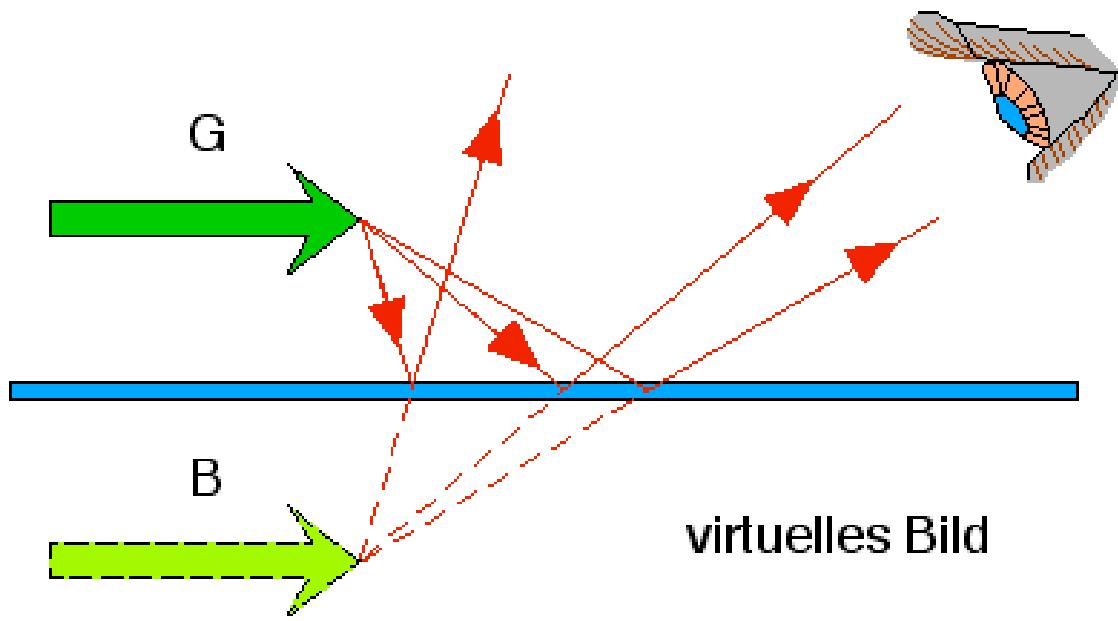


Luft mit überall gleicher Temperatur

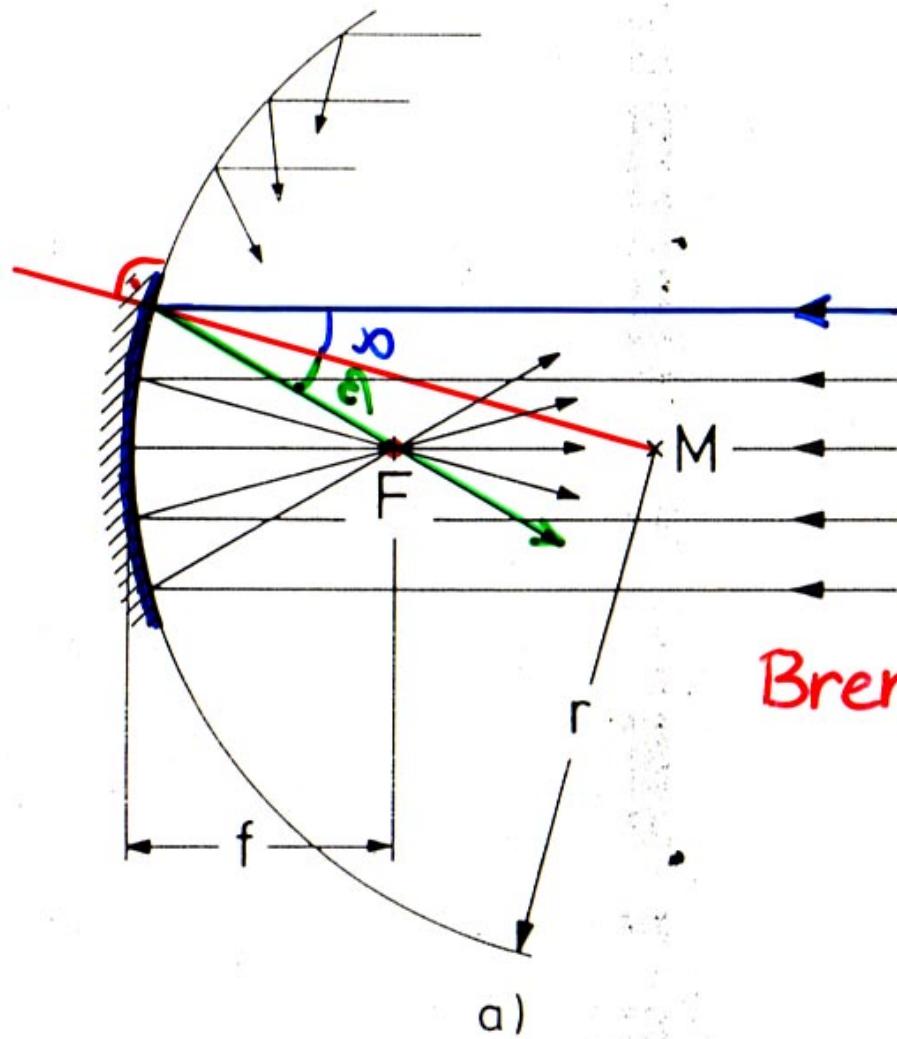


Die Luft ist in Bodennähe wärmer

# Abbildung durch Reflexion

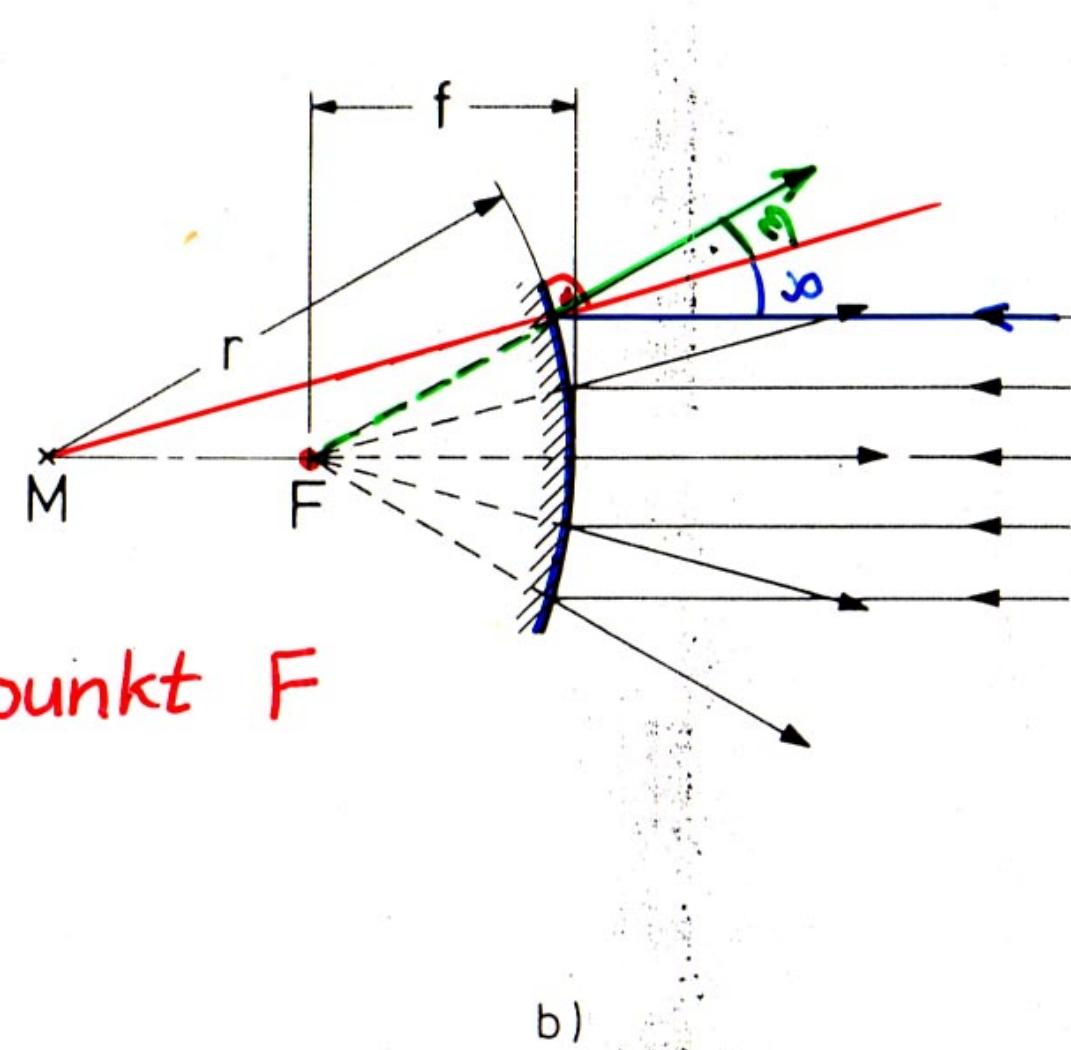


# Abbildung durch sphärische Spiegel



Brennpunkt F

... nur für Strahlen nahe der Achse!



# Sammellinsen

$$f > 0$$


bikonvex



plankonvex



konkavkonvex

# Zerstreuungslinsen

$$f < 0$$


bikonkav

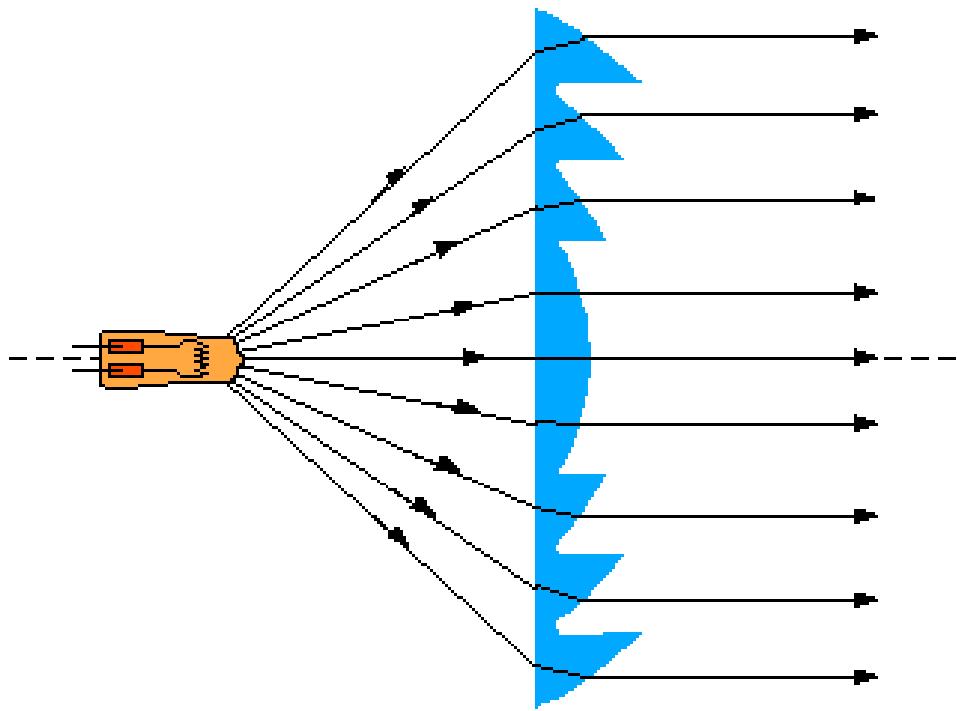


plankonkav

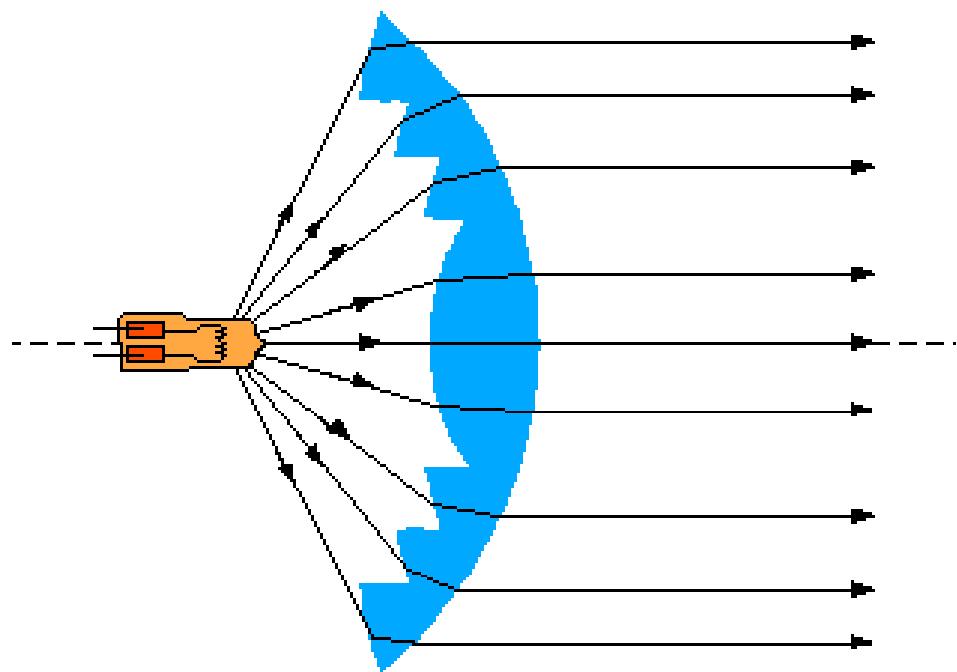


konvexkonkav

# Fresnel'sche Stufenlinse



plankonvex

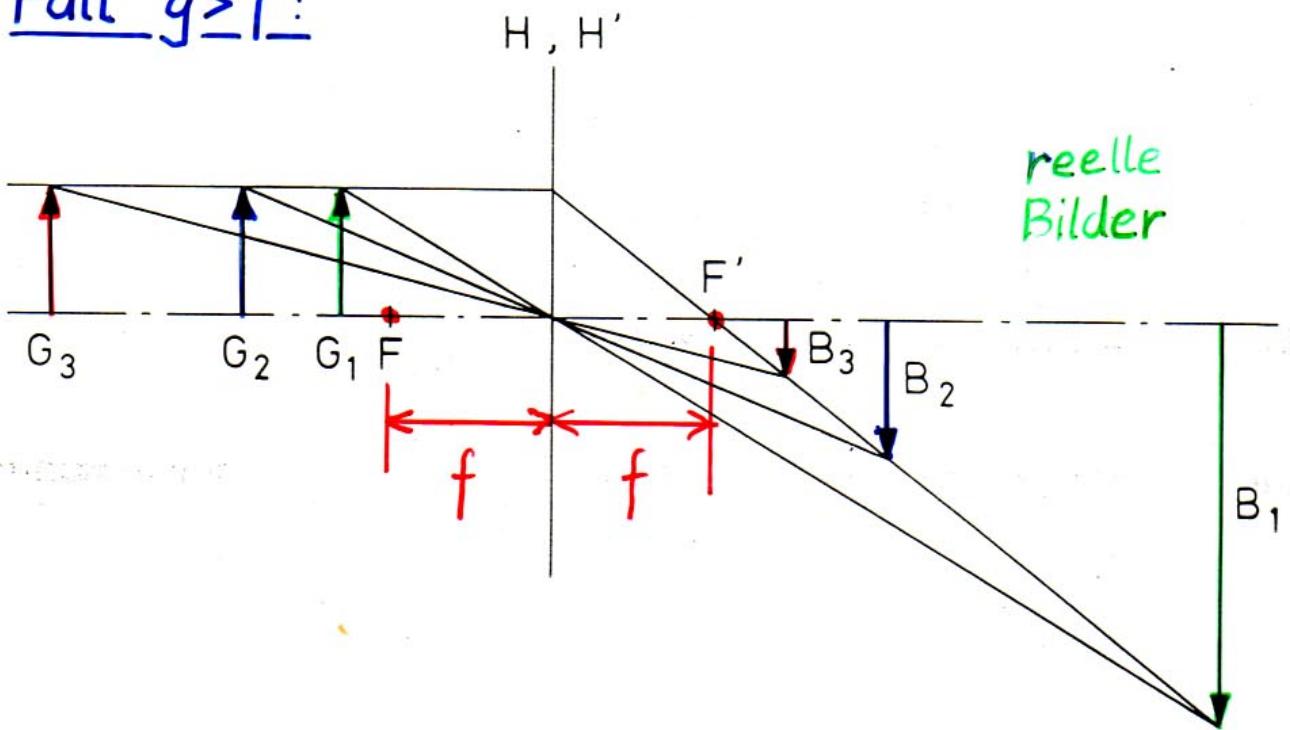


bikonvex

# Abbildungen mit Sammellinsen

( $f > 0$ )

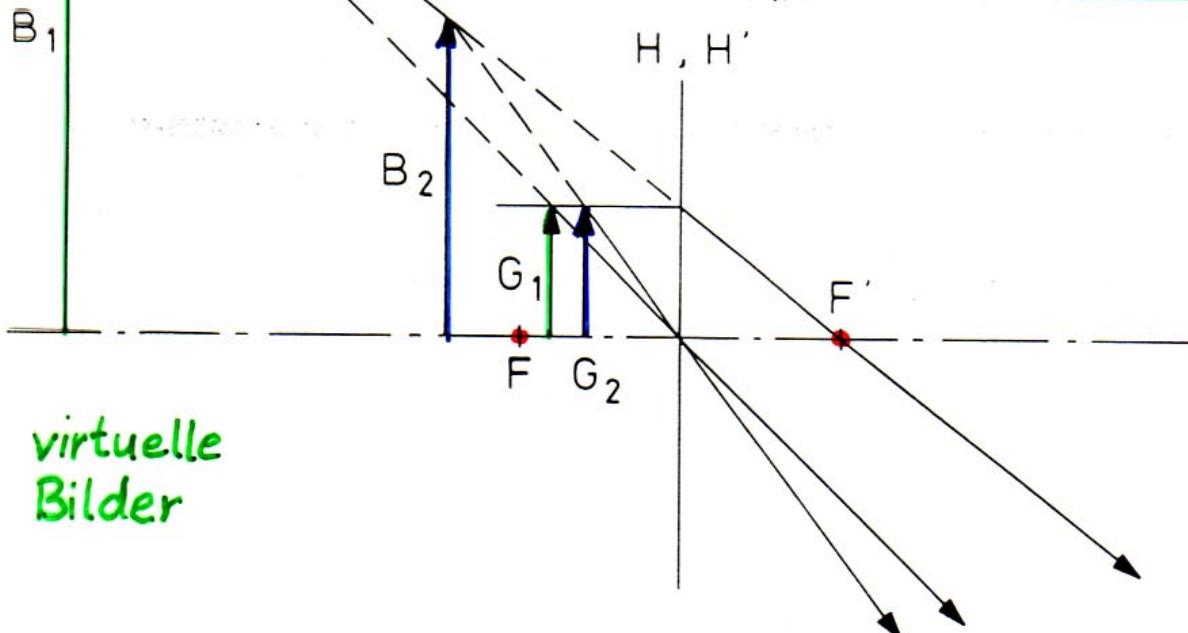
Fall  $g \geq f$ :



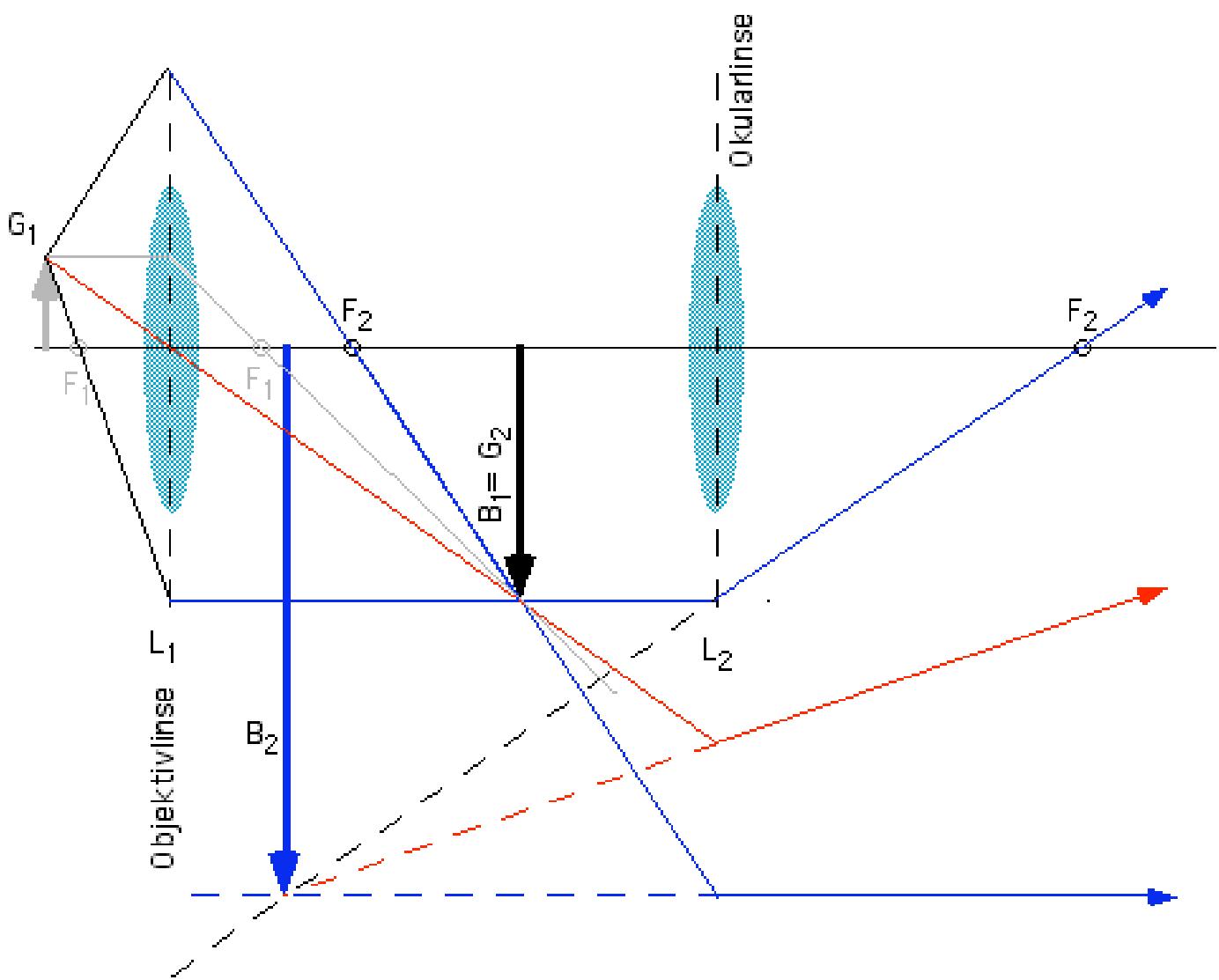
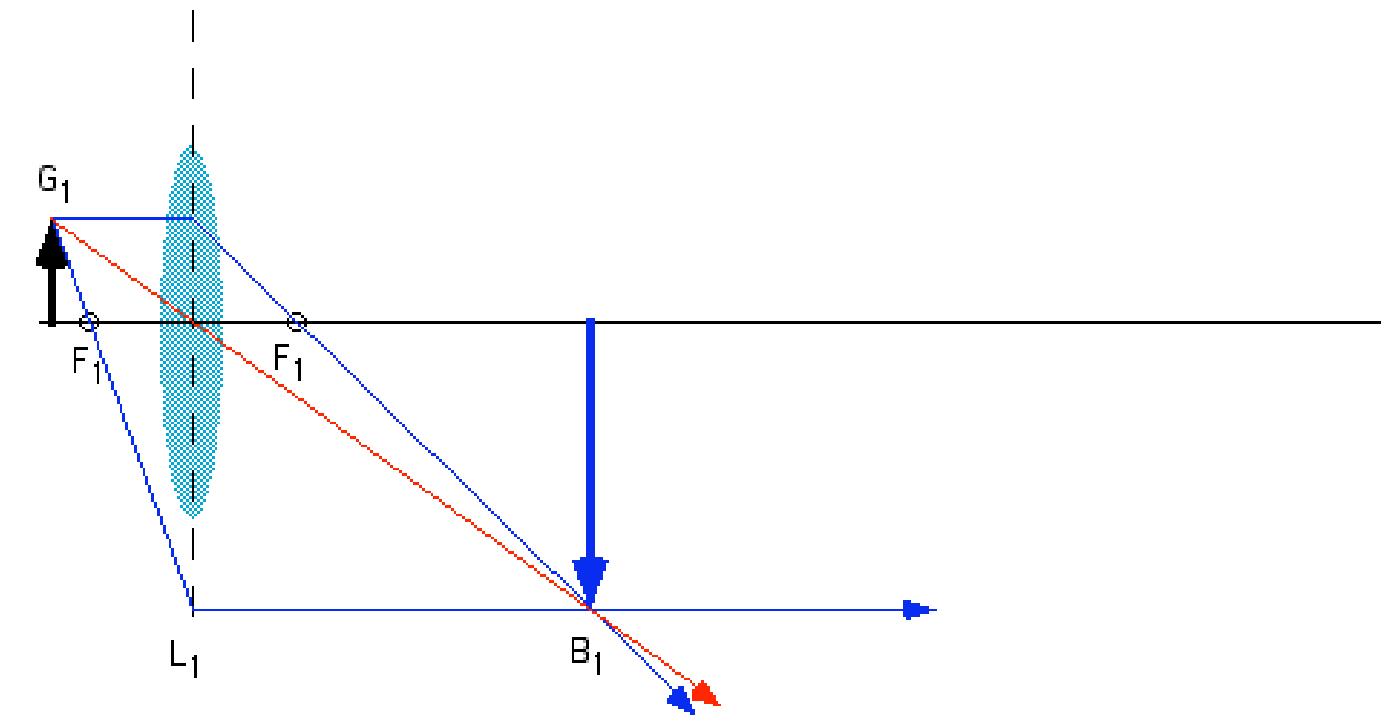
Fall  $g \leq f$ :

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow b = \underline{\underline{\frac{fg}{g-f}}}$$



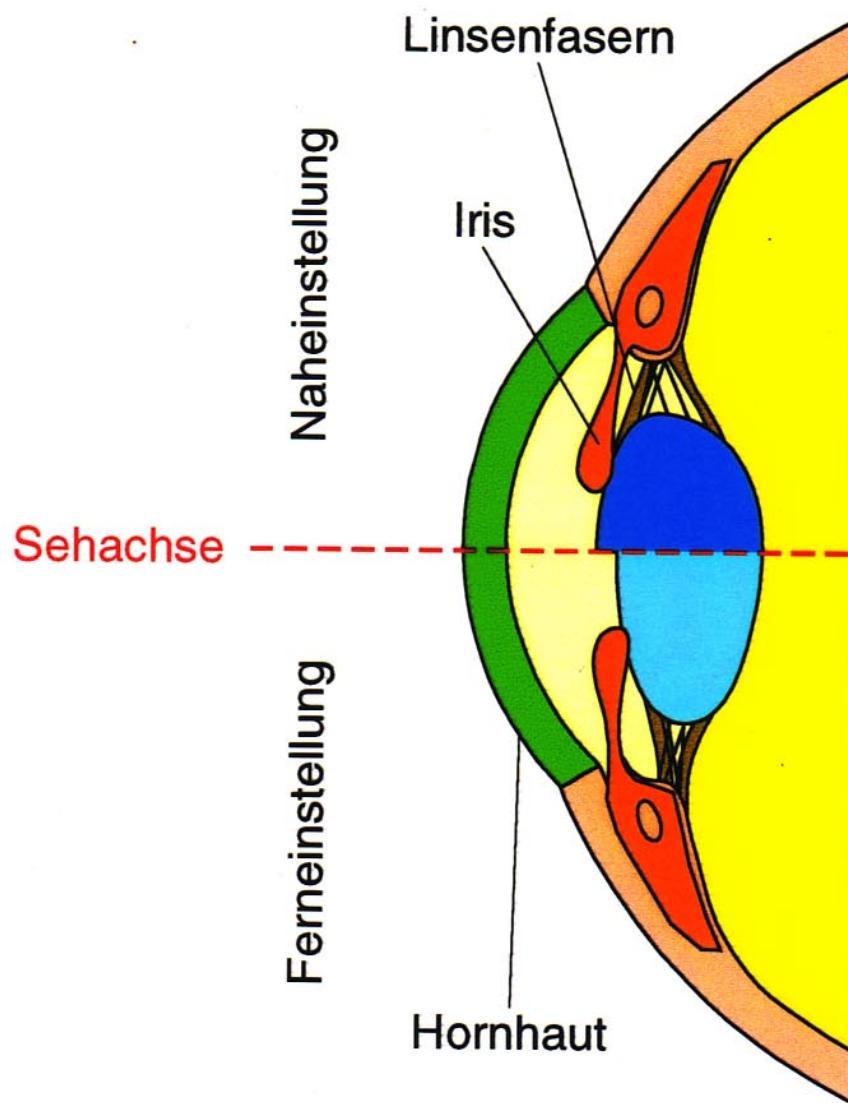
# Mikroskop mit zwei Linsen



# Nah- und fernakkommadiertes Auge

Brechkraft bei Nahakkommodation

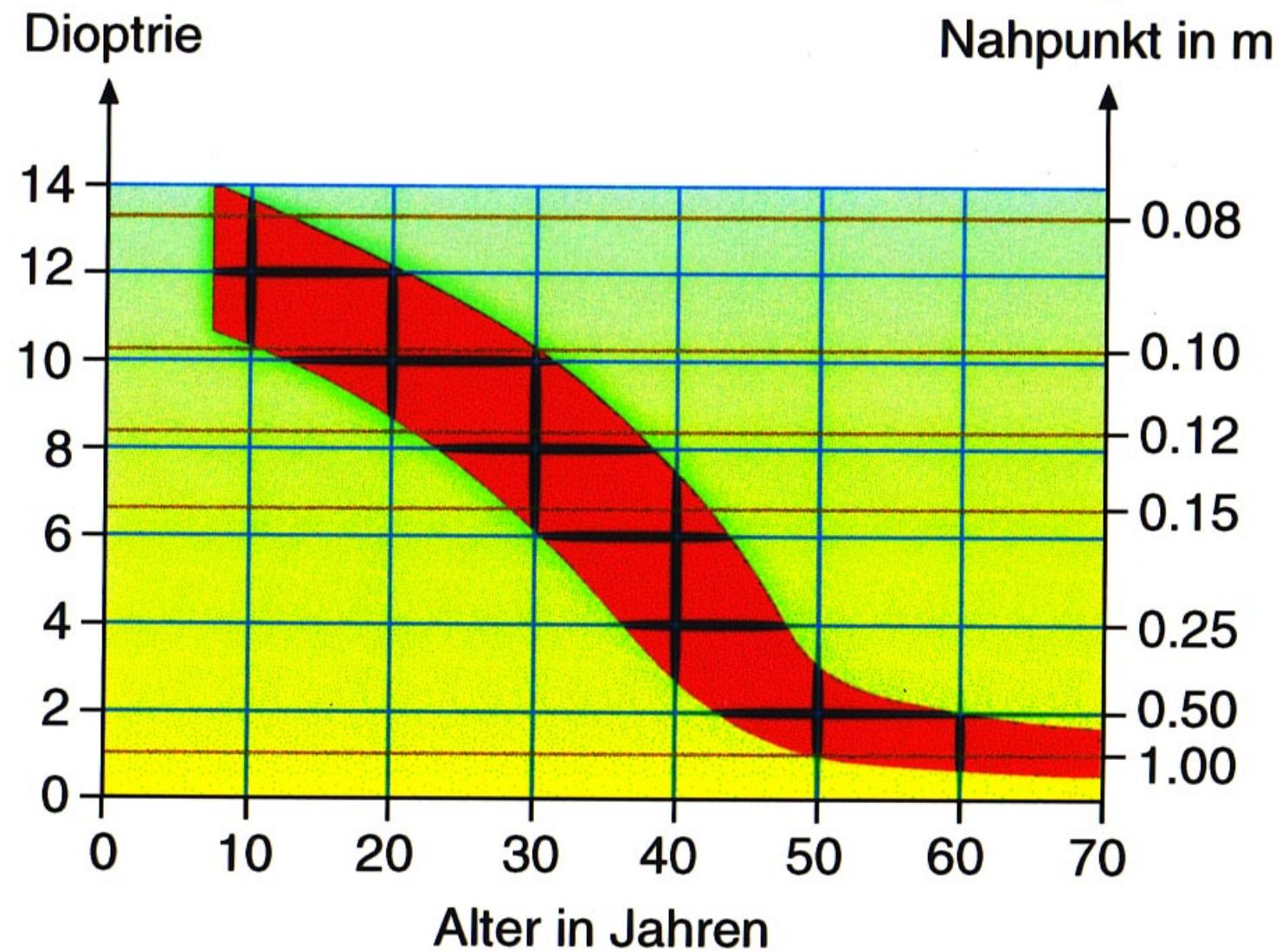
Hornhaut: 42dpt  
Linse: 32dpt  
insgesamt: 74dpt

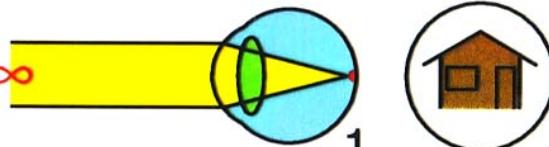
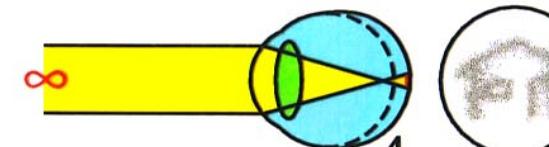
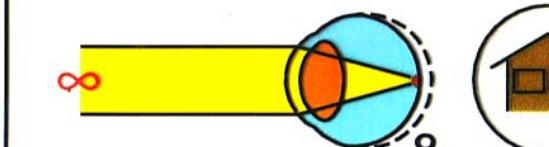
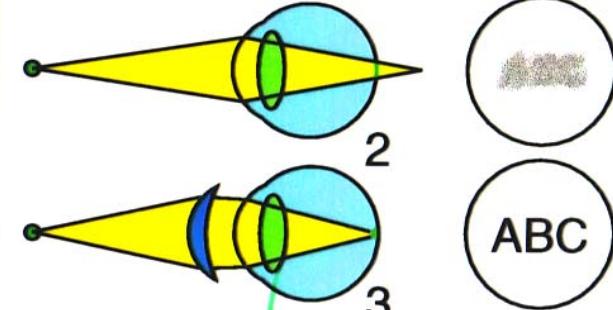
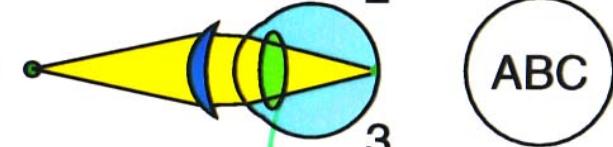
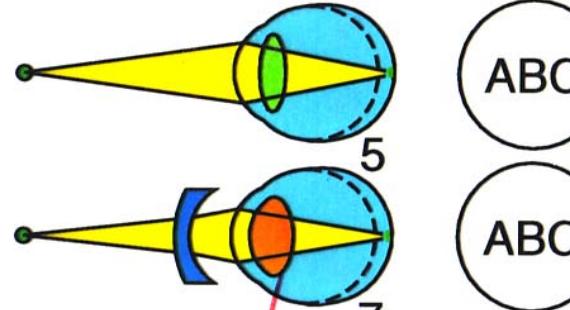
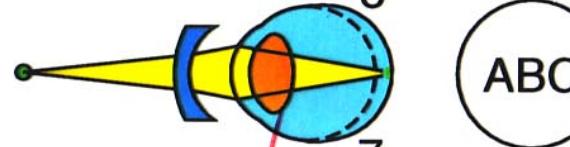
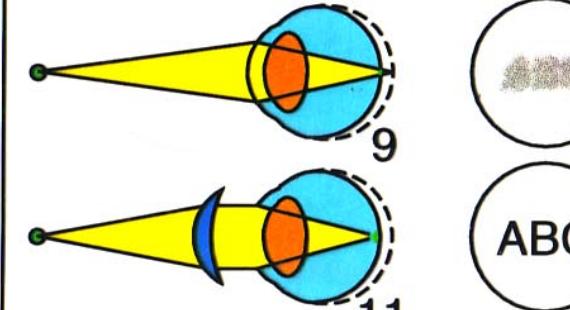
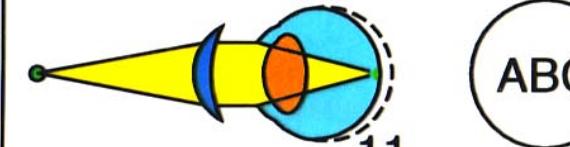


Brechkraft bei Fernakkommodation

Hornhaut: 42dpt  
Linse: 18dpt  
insgesamt: 60dpt

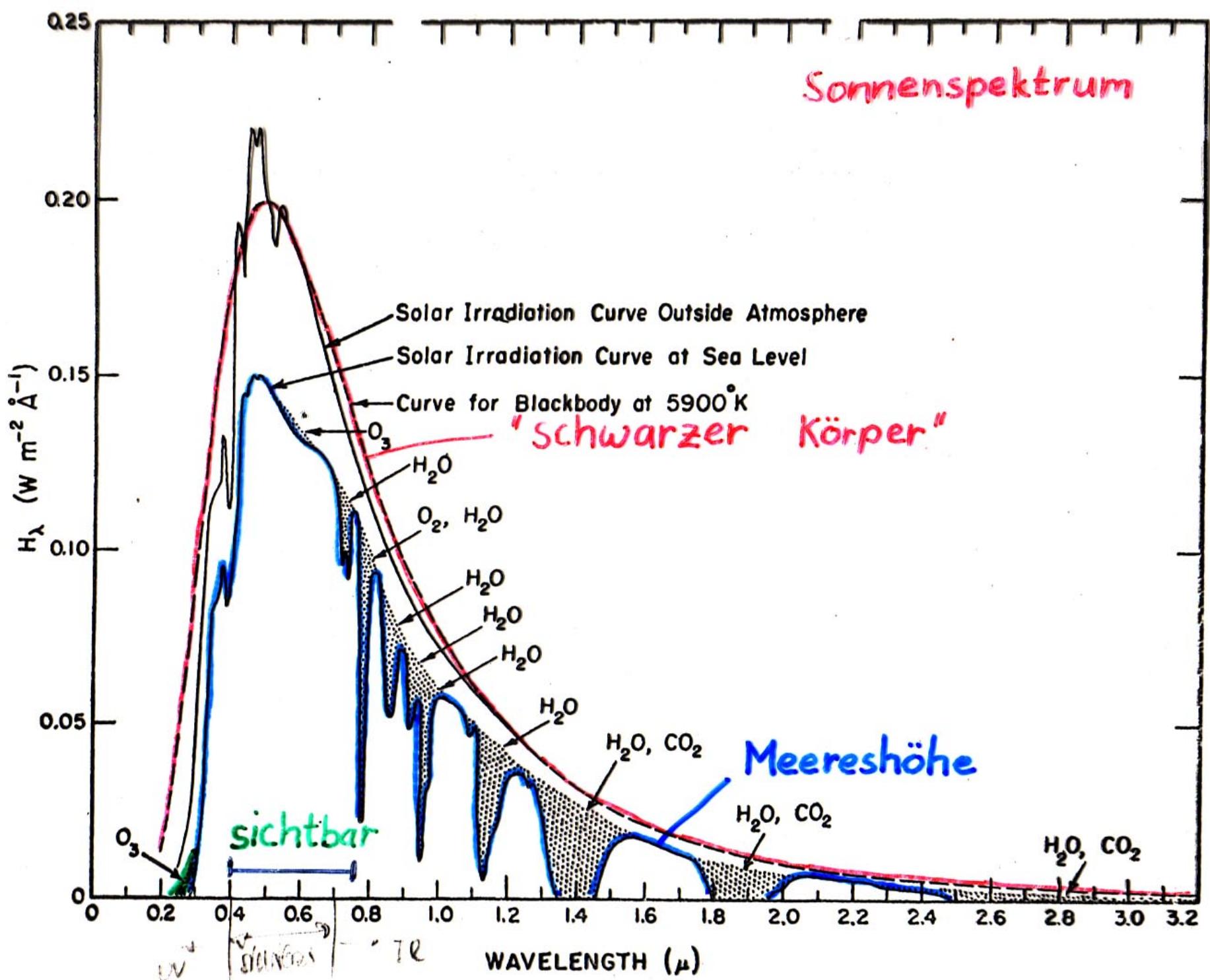
# Altersabhängigkeit der relativen Veränderbarkeit der Brechkraft der Augenlinse



Alterssichtigkeit		Kurzsichtigkeit	Weit-(Über-)sichtigkeit
fern	 <b>Keine Brille nötig !</b>		
nah	 	 	 

Fernpunkt -  
akkommodation

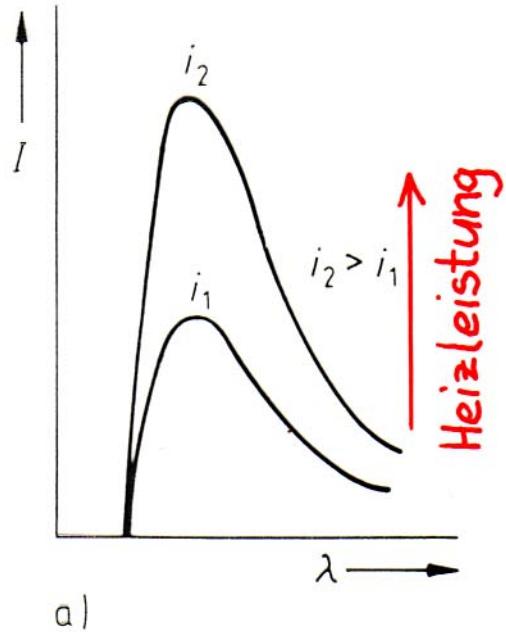
Nahpunkt -  
akkommodation  
(erhöhte Brechkraft.)



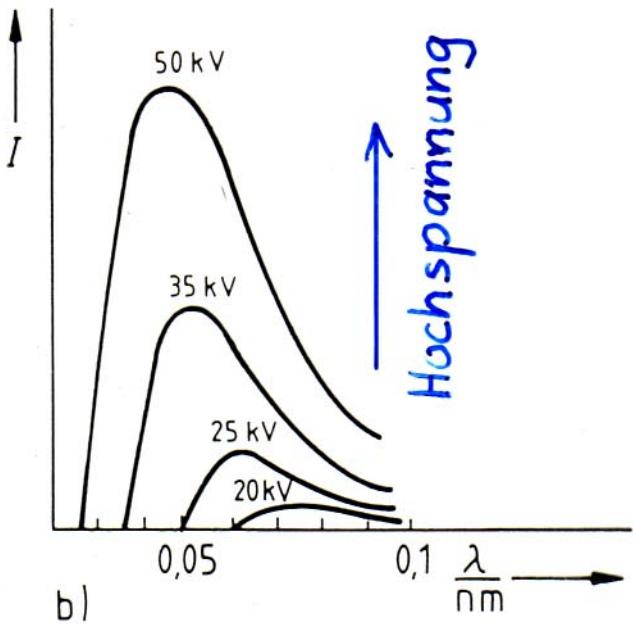
Figur 36a

Spectral distribution curves related to the sun; shaded areas indicate absorption, at sea level, due to the atmospheric constituents shown.

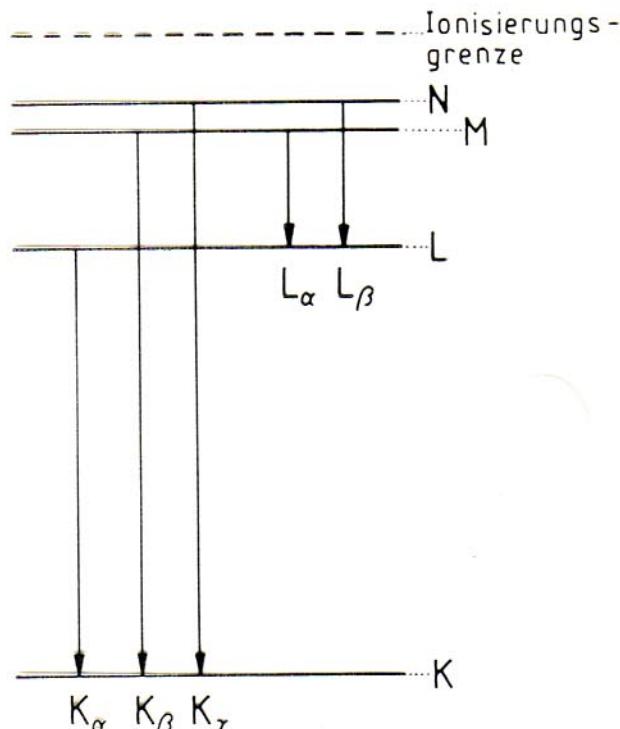
# Bremsstrahlungs - Spektren



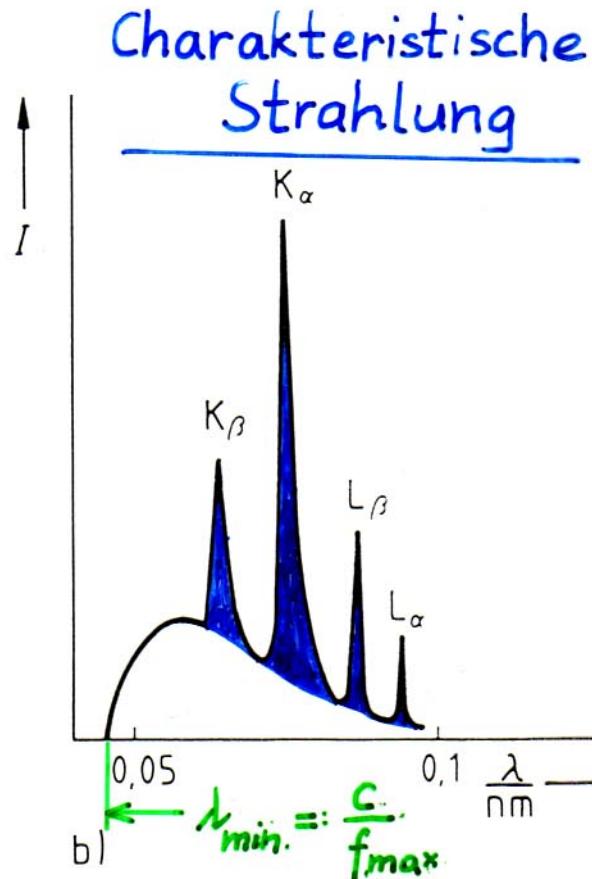
a)



b)



a)



$$\lambda_{\min.} = \frac{C}{f_{\max.}}$$

Metall	Ordnungszahl $Z$	Wellenlänge (in $10^{-11}$ m)	Energie (in keV)
Aluminium	13	83	1.55
Kupfer	29	15.4	8.1
Wolfram	74	2.1	59

# Index

**Fettgedrückte** Seitenzahlen weisen auf Definitionen hin.

- Arbeit, **43**
- Beschleunigung, **12**
- Dehnung, **29**
- Dipolmoment, **83**
- Drehmoment, **27**
- elektrische
  - ~ Feld, **82**
  - ~ Spannung, **85**
- elektrische Leitfähigkeit, **97**
- elektrischer Widerstand, **95**
- Energie
  - potentielle ~, **47**
  - ~satz, **46**
- Energie-Erhaltungs
  - ~satz, **48**
- Entropie, **80**
- Feld
  - elektrische ~, **82**
- Geschwindigkeit, **11**
- Gleichgewicht
  - thermodynamisches ~, **69**
- Kapazität, **88**
- Kraft, **19**
- Leitfähigkeit
  - elektrische ~, **97**
- Masse, **19**
- Normalspannung, **30**
- Querkontraktion, **30**
- Rohrwiderstand, **56**
- S, **80**
- Satz
  - Energie ~, **46**
  - Energie-Erhaltungs~, **48**
- Schalldruck, **120**
- Schubspannung, **33**
- Schwerpunkt, **28**
- Spannung, **86**
  - elektrische ~, **85**
- Stromdichte, **93**
- Stromstärke, **93**
- thermodynamisches Gleichgewicht, **69**
- Volumendurchfluss, **50**
- Volumenstromstärke, **50**
- Widerstand
  - elektrischer ~, **95**

# Todo list