Standard-Substitutionen zur Integralberechnung

Integral	**Substitution**	**Differential**	**Bemerkungen**
$\int f\left(x, \sqrt{ax+b}\right) dx$	$x = \dfrac{t^2-b}{a}$	$dx = \dfrac{2t\,dt}{a}$	$t \geq 0$
$\int f\left(x, \sqrt{ax^2+bx+c}\right) dx$	$x = \alpha t + \beta$	$dx = \alpha\,dt$	wähle $\alpha, \gamma > 0$ und β so, dass gilt $ax^2+bx+c = \gamma^2 \cdot (1-t^2)$ oder $= \gamma^2 \cdot (1+t^2)$ oder $= \gamma^2 \cdot (t^2-1)$
$\int f\left(x, \sqrt{1-x^2}\right) dx$	$x = \sin t$	$dx = \cos t\,dt$	$-\dfrac{\pi}{2} \leq t \leq \dfrac{\pi}{2}$
$\int f\left(x, \sqrt{1+x^2}\right) dx$	$x = \sinh t$	$dx = \cosh t\,dt$	$t \in \mathbb{R}$
$\int f\left(x, \sqrt{x^2-1}\right) dx$	$x = \cosh t$	$dx = \sinh t\,dt$	$t \geq 0$
$\int f(e^x, \sinh x, \cosh x)\,dx$	$e^x = t$	$dx = \dfrac{dt}{t}$	$t > 0$, und dabei gilt $\sinh x = \dfrac{t^2-1}{2t}$, $\cosh x = \dfrac{t^2+1}{2t}$
$\int f(\sin x, \cos x)\,dx$	$\tan\dfrac{x}{2} = t$	$dx = \dfrac{2\,dt}{1+t^2}$	$-\dfrac{\pi}{2} < t < \dfrac{\pi}{2}$, und dabei gilt $\sin x = \dfrac{2t}{1+t^2}$, $\cos x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$

In vielen Fällen wird das Integral nach der Substitution einfachere Gestalt haben. Ist insbesondere f eine rationale Funktion, so hat man nach der Substitution ein Integral der Form $\int R(t)\,dt$ mit einer rationalen Funktion $R(t)$. Dieses behandelt man durch Partialbruchzerlegung.

Wenn sich ein Integral mit diesen Hinweisen nicht lösen lässt, so sollte man es mit einer anderen Substitution oder mit partieller Integration versuchen. Im Zweifelsfall hilft nur Erfahrung.