

Naturwissenschaftliche Grundlagen der Medizin

Physik für Mediziner

Prof. Jürg Osterwalder
osterwal@physik.unizh.ch
HS 2011

Michal Sudwoj
michal.sudwoj@uzh.ch

Geschrieben in
 \LaTeX

Inhaltsverzeichnis

I Vorlesungsnotizen	8
o Wozu Physik für Mediziner?	9
1 Mechanik	11
1.1 Kinematik	11
1.1.1 Weg-Zeit-Diagramm	11
1.1.2 Geschwindigkeit	11
1.1.3 Geschwindigkeits-Zeit Diagramm	12
1.1.4 Nicht-gleichförmige Bewegungen	12
Schreibweise	13
Bewegungen in der Ebene	16
Ortsvektor $\vec{r}(t)$	16
Schnelligkeit	17
Momentanbeschleunigung	17
1.1.6 Wann ist eine Bewegung beschleunigt?	18
1.1.7 Bewegungen im 3D-Raum	19
1.2 Dynamik	20
1.2.1 Kraft/Masse	20
1.2.2 Die Newtonschen Prinzipien (1686)	20
1. Newtonsches Prinzip (Trägheitsprinzip)	21
Newtonsches Prinzip (Reaktionsprinzip)	21
1.2.3 Arten von Kräften	22
Gravitationskraft	22
Elektromagnetische Kräfte	23
starke Kraft	23
schwache Kraft	23
1.2.4 Coulombkraft und ihre Erscheinungsformen	23
Coulombgesetz	24
Kraftgesetz zwischen zwei Atomen	24
Kraftkurve	24
1.2.5 Reibungskräfte	24
Haftreibung	25
1.2.6 Gleitreibung \vec{F}_R	25
1.2.7 Kraftstöße	26

	Experiment	27
	Vereinfachung	28
1.2.8	Das Drehmoment	28
1.2.9	Gleichgewicht starrer Körper	28
1.2.10	Der Schwerpunkt SP	29
	Denkexperiment Spazierstock	29
1.3	Festigkeitslehre (Elastizitätslehre)	30
1.3.1	Materialverhalten	30
	Das Spannungs-Dehnungs Diagramm	31
1.3.2	Scherung	33
1.3.3	Spannungszustand	34
1.3.4	Die Biegebelastung eines Balkens	35
	Wahl des Koordinatensystems	35
1.3.5	Drehmomentgleichgewicht	36
1.4	Hydrostatik	38
1.4.1	Der Hydrostatische Druck p	38
1.4.2	Der Luftdruck (Gase)	38
	Experiment: Bierglas	38
	Magdeburger Halbkugeln	39
	Aneurysma	40
	Druckverteilung in Flüssigkeiten	41
	Atmung beim Tauchen	42
	Luftdruck	42
1.4.3	Der Auftrieb	42
	Druckverteilung in Zentrifuge	43
1.5	Energie und Arbeit	44
1.5.1	verschiedene Energieformen	44
1.5.2	Arbeit	44
1.5.3	Energie und Energieerhaltungssatz	47
	Situation	47
	Situation Energieerhaltungssatz	48
1.6	Hydrodynamik: Strömungen in Flüssigkeiten	51
1.6.1	Stationäre Strömungen	51
1.6.2	Kontinuitätsgleichung	52
1.6.3	Die Bernoulligleichung	52
	Druckmessung in Strömungen	54
	Mariott'sche Flasche	55
1.6.4	Innere Reibung	55
1.6.5	Das Newtonsche Reibungsgesetz	56
	Rohrströmungen	57
1.6.6	Gesetz von Hagen-Poiseuille	57
	Rohrsysteme	57
	Parallelenschaltung	60
1.6.7	Das Stokesche Reibungsgesetz	60
1.6.8	Turbulente Stömungen	61
	Rohrströmung	61

Turbulenzkriterium	62
Kapillare	63
2 Thermodynamik (Wärmelehre)	64
2.1 Modell des idealen Gases	64
2.1.1 Zustandsgrößen	64
2.1.2 Die Geschwindigkeitsverteilung	65
2.1.3 Der Gasdruck	66
2.2 Temperatur	67
2.2.1 Was ist Temperatur	70
2.2.2 Wärmeaustausch	70
Temperatur beim idealen Gas	71
2.3 Diffusion	71
2.3.1 Quantitative Beschreibung	72
2.3.2 Diffusion durch porösen Ton	73
2.3.3 Gasaufnahme in Flüssigkeiten	73
Im TD-GGW	73
2.4 Osmose	74
2.5 Physiologische Kochsalzlösung	75
2.6 Der Dampfdruck	76
2.7 Luftfeuchtigkeit	77
2.8 1. Hauptsatz der Wärmelehre	77
2.9 Wärmeleitung	78
2.10 2. Hauptsatz der WL	80
3 Elektrizitätslehre	82
3.1 Elektrostatik	82
3.1.1 Das Elektrische Feld	82
Feldlinien	83
Mehrere Punktladungen	83
Das Dipolfeld	84
Dipol in äusserem Feld	85
Homogenes \vec{E} -Feld	85
Plattenkondensator	85
3.1.2 Die Elektrische Spannung	86
3.1.3 Bewegung $\perp \vec{E}$ -Feld	88
Beliebiges \vec{E} -Feld	89
Beschleunigung in Röntgenröhre	90
Materialien in elektrischen Feldern	90
Metalle	90
Isolator	91
Metalle	91
Metall in äusserem Feld	92
Isolator im äusseren Feld	92
3.1.4 Elektrische Gleichströme: Leiter	92
Metalle	94

Elektrolyt	95
Inhomogenes $\vec{j}(\vec{r})$	95
3.1.5 Strömungsgesetze	96
3.1.6 Strom-Spannung-Charakteristik	97
Metall	97
3.1.7 Joulsche Wärme	97
3.1.8 Elektrische Leitfähigkeit	97
3.1.9 Elektrokardiogramm	98
3.1.10 Spannungsquellen	98
Reale Spannungsquellen	102
3.1.11 Kirchhoffsche Maschenregel	102
Kirchoffsche Knotenregel	103
4 Magnetfelder	104
4.1 Stabmagnet	104
4.2 Magnetfeld eines el. Stromes	105
4.3 B -Feld einer geraden Spule	105
4.4 Die Lorentzkraft	106
4.5 Elektrischer Leiter in B -Feld	108
4.6 Das Induktionsgesetz	109
4.6.1 B inhomogen	110
4.6.2 Flussänderung	110
5 Schwingungsvorgänge	111
5.1 Energiebetrachtung	111
5.2 Gedämpfte Schwingung	114
5.3 Erzwungene Schwingung	114
5.3.1 Nur noch stationärer Zustand	115
5.3.2 Erklärung der Phase bei Resonanz	115
5.4 Anwendung: Magnetische Resonanztomographie (MRI)	116
5.4.1 Wasserstoffkern	116
5.4.2 H-Kerne in starkem Magnetfeld	116
5.4.3 Kernresonanz-Spektroskopie	117
5.4.4 Gradientenfeld $\vec{B}_z(\vec{r})$	118
5.5 Wellen	119
5.5.1 Polarisation	119
5.5.2 Ausbreitungsgeschwindigkeit c	119
5.5.3 Mathematische Beschreibung	120
5.5.4 Welle im Ortsbild	120
5.5.5 Welle im Zeitbild	120
5.5.6 Wichtiger Zusammenhang	121
5.5.7 Intensität	122
5.5.8 Menschliches Ohr	122
Schallpegel	122
5.5.9 Hören von Schallwellen	124
5.5.10 Ultraschall	126

Reflexion und Transmission	126
6 Optik	129
6.1 Wellenausbreitung in 2D und 3D	129
6.1.1 Prinzip von Huygens	130
6.2 Reflexion & Brechung	130
6.2.1 "Snellius"	130
6.3 optische Abbildungen	131
6.3.1 reeler Bildpunkt	131
6.3.2 virtueller Bildpunkt	131
6.3.3 Abbildungen durch Linsen	132
Brechkraft	132
Bildkonstruktion	133
Abbildungsgleichung	133
Vergrößerung	133
6.4 Streulinsen ($f < 0$)	136
6.4.1 Abbildung mit Streulinse	136
6.5 Das menschliche Auge	137
6.5.1 Akkommodationsfähigkeit	137
Fernpunkt	137
Nahpunkt	137
6.5.2 Kurzsichtigkeit (myop)	138
6.6 Wärmestrahlung	138
6.6.1 Gesetz von Stefan-Boltzmann	138
6.6.2 Spektrum	139
6.7 Röntgenstrahlung $\lambda \approx \text{Å}$	140
6.7.1 Spektrum einer Mo-Anode	140
6.7.2 Messung	140
6.8 Atomphysik	141
6.8.1 Na-Atom	141
Besetzung dieser Atomorbitale	142
Pauli-Prinzip	142
Röntgenemission	143
Charakteristische Strahlung	143
6.8.2 Röntgenabsorption	144
Prozess: Photoemission	144
II Anhänge	145
A Vorlesungsvorlagen	146
A.1 Formelsammlung zur Hilfe beim Lösen der Übungsblättern und der Prüfung	147
A.2 Verteilung der Normalkräfte hängt von der Belastung ab. Beispiel Schuh	151
A.3 Das Drehmoment	152
A.4 Das Vektorprodukt, Rechte Hand Regel	153
A.5 Tabelle Elastizitätsmodule, Bruchspannungen	154

A.6	Bruchspannungen für Knochen	155
A.7	Viskoelastische Materialien: Gummi und Muskel	156
A.8	Verformungen, Dehnung, Torsion	157
A.9	Fächenträgheitsmomente	158
A.10	Modell für Wirbelsäule - falsche Belastung	159
A.11	Torsion eines zylindrischen Stabes	160
A.12	Druckverteilung in der Atmosphäre, Barometerformel	161
A.13	Interatomare Kraft und deren Linearisierung - Federmodell	162
A.14	Von der interatomaren Kraft zur interatomaren potentiellen Energie	163
A.15	Hagen-Poiseuille-Gesetz: Starke Abhängigkeit des Volumendurchflusses vom Rohr-Radius	164
A.16	Druckabfall entlang verzweigtem Rohrsystem	165
A.17	Druckverhältnisse in Infusionsgefäß/-leitung ohne und mit Kanüle	166
A.18	Schematische Darstellung des Kreislaufsystems	167
A.19	Zahlenmässige Charakterisierung des Kreislaufsystems	168
A.20	Verteilung des Druckabfalls im Kreislaufsystem	169
A.21	Blutdruckamplitude entlang des Kreislaufsystems	170
A.22	Strömung in Kapillaren: nicht-newtonsche Strömung	171
A.23	Maxwell-Boltzmannsche Geschwindigkeitsverteilung: Temperaturabhängigkeit	172
A.24	Maxwell-Boltzmannsche Geschwindigkeitsverteilung: Massenabhängigkeit	173
A.25	Gasaustausch in einer Lungen-Alveole	174
A.26	Dialysepatrone	175
A.27	Dampfdruckkurven von Wasser, Äthanol und Äther	176
A.28	elektrisches Dipolfeld	177
A.29	zwei ganz unterschiedliche Feldlinienbilder!	178
A.30	Dipole erzeugen Drehmomente und Kräfte auf andere Dipole	179
A.31	Hydratationsschale in wässrigen Lösungen	180
A.32	Kelvin-Generator	181
A.33	Der Mensch als elektrischer Leiter	182
A.34	Bereiche der Wirkung elektrischer Ströme auf den menschlichen Körper	183
A.35	Schädigungen des Körpers durch elektrische Ströme	184
A.36	Ströme in der Elektro-Physiotherapie	185
A.37	Zum Elektrokardiogramm (Figuren aus Kamke/Walcher)	186
A.38	Zum Begriff der "elektromotorischen Kraft"	187
A.39	Schematisches Bild einer Zellwand	188
A.40	Beispiel für die Komplexität elektrischer Schaltkreise, Analogie zu Strömungen	189
A.41	Beispiel zur Anwendung der Kirchhoffsschen Regeln	190
A.42	Parallel- und Serieschaltung von elektrischen Widerständen	191
A.43	Der Spannungsteiler	192
A.44	Sind magnetische Feldlinien tatsächlich immer geschlossen? Magnetische Monopole?	193
A.45	Der Wechselspannungsgenerator	194
A.46	Funktionsweise eines Fehlerstrom-Schutzschalters (FI)	195
A.47	Veranschaulichung der Kernspinresonanz	196
A.48	Schema eines Magnetresonanztomographen	197
A.49	Magnetresonanztomographie: Kodierung des Ortes via Gradientenfeld	198
A.50	Magnetresonanztomographie: Aufnahme von Querschnitten	199

A.51 Magnetresonanztomographie: Aufnahme von Längsschnitten	200
A.52 Laufende Welle	201
A.53 Ausbreitung von Schallwellen	202
A.54 Vergleich von Schallgeschwindigkeiten in verschiedenen Medien	203
A.55 Diagramm zur dB- und Phonskala	204
A.56 typische Hörbereiche des menschlichen Ohrs für Sprache und Musik	205
A.57 Gefahrenbereiche für Gehörschädigungen	206
A.58 Beispiel einer Schwebung	207
A.59 Ausbreitung von Schall in verschiedenen Materialien - Wellenwiderstand (aus Kamke/Walcher)	208
A.60 Ultraschall-Echographie	209
A.61 Prinzip des B-Bild-Verfahrens	210
A.62 Der Dopplereffekt	211
A.63 Der Hertzsche Dipol	212
A.64 E- und B-Feld in einer elektromagnetischen Welle	213
A.65 Das elektromagnetische Spektrum	214
A.66 Wellenausbreitung im 3D Raum: ebene und Kugelwellen	215
A.67 Brechzahlen für verschiedene Materialien (aus Kamke/Walcher)	216
A.68 Strahlenoptik: Reflexion und Brechung	217
A.69 Strahlenoptik: Luftspiegelung, "Fata Morgana"	218
A.70 Strahlenoptik: Abbildung durch ebenen Spiegel	219
A.71 Strahlenoptik: Abbildung durch sphärische Spiegel	220
A.72 Formen von sphärischen Linsen	221
A.73 Fresnelsche Stufenlinsen	222
A.74 Abbildungen mit Sammellinsen	223
A.75 Linsensystem: das Mikroskop	224
A.76 Nah- und Fernakkommodation der Augenlinse	225
A.77 Altersabhängigkeit der Akkommodationsfähigkeit	226
A.78 Übersicht über verschiedene Fehlsichtigkeiten	227
A.79 Das Sonnenspektrum über und unterhalb der Atmosphäre	228
A.80 Röntgenspektren: Bremsstrahlung und charakteristische Linien	229
A.81 Röntgenbeugung an einem Kristall -> Röntgenspektroskopie	230
Index	231
ToDo	232

Teil I

Vorlesungsnotizen

Kapitel 0

Wozu Physik für Mediziner?

Physik = Lehre der Naturgesetze

1. Mensch & Tier: Teil der Natur → Verständnis des Organismus

Bsp.:

- Hüftgelenk → Mechanik, Festigkeitslehre
- Auge → Optik
- Reizübertragung (Nerven) → Elektrizität
- Blutzirkulation → Strömungslehre

2. Diagnostik-/Therapiwerkzeuge → physikalische Apparate

Bsp.:

- Röntgenapparatur, CT, MRI → Verstehen der Resultate → Schutz von Patient + Personal

3. Besondere Berufsbilder
 - Gerichtsmediziner

- Sicherheit, Unfallverhütung
 - Strahlenschutz
4. Analytisches Denken! Probleme lösen: (Diagnose, Entscheidungen treffen)

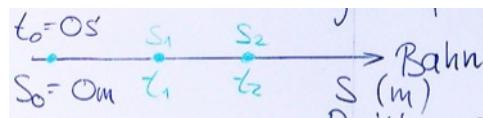
Kapitel 1

Mechanik

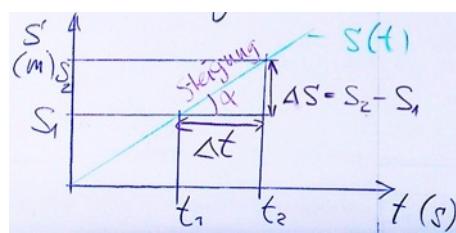
1.1 Kinematik

Beschreibung von Bewegungen
einfachster Fall:

- geradlinige Bahn (1D)
- gleichförmige Bewegung



1.1.1 Weg-Zeit-Diagramm



$$\tan \alpha = \frac{\Delta s}{\Delta t} = v$$

konst. Steigung von $s(t) \implies$ konst. v

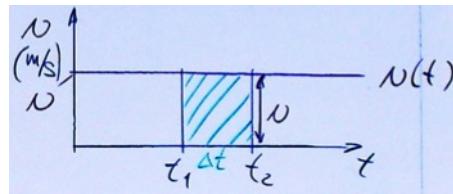
1.1.2 Geschwindigkeit

Def.: Geschwindigkeit:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$[v] = \frac{m}{s}$$

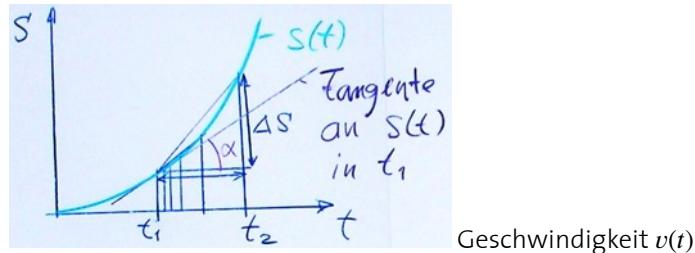
1.1.3 Geschwindigkeits-Zeit Diagramm



$$v(t) = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Fläche = $v \cdot \Delta t = \Delta s$! = zurückgelegter Weg

1.1.4 Nicht-gleichförmige Bewegungen



$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \text{mittlere Geschwindigkeit zw. } t_1 \text{ und } t_2$$

$$v(t_1) = \lim_{t_1 \rightarrow t_2} \frac{\Delta s}{\Delta t} \underset{\text{Math.}}{=} s'(t)$$

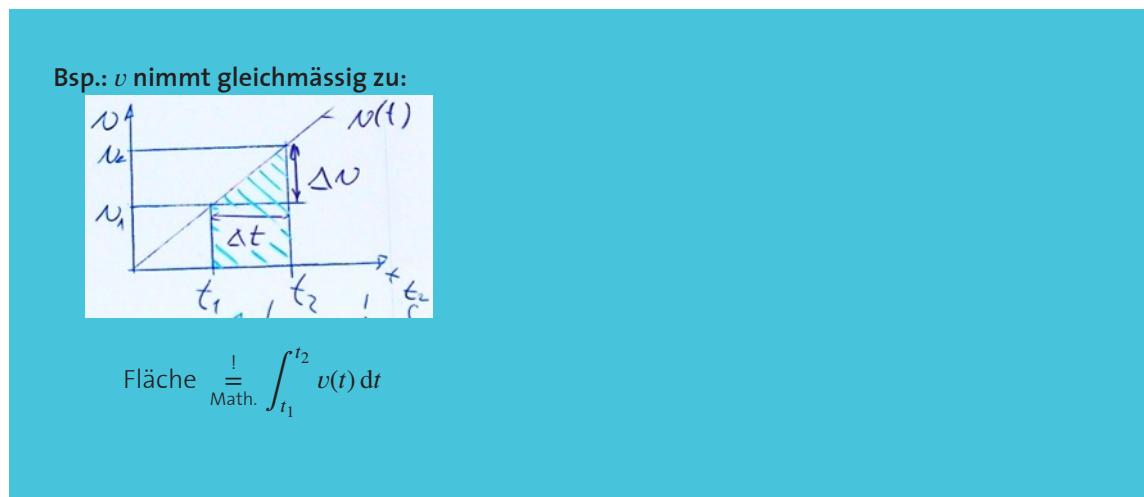
$$v(t) = s'(t)$$

Schreibweise

$$\Delta t \rightsquigarrow dt$$

$$v(t) = s'(t) =: \frac{ds}{dt}$$

1. Ableitung

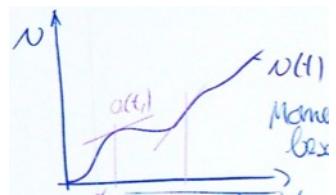
 $v(t)$: Momentangeschwindigkeit

Änderung der Geschwindigkeit mit der Zeit:



Fall:

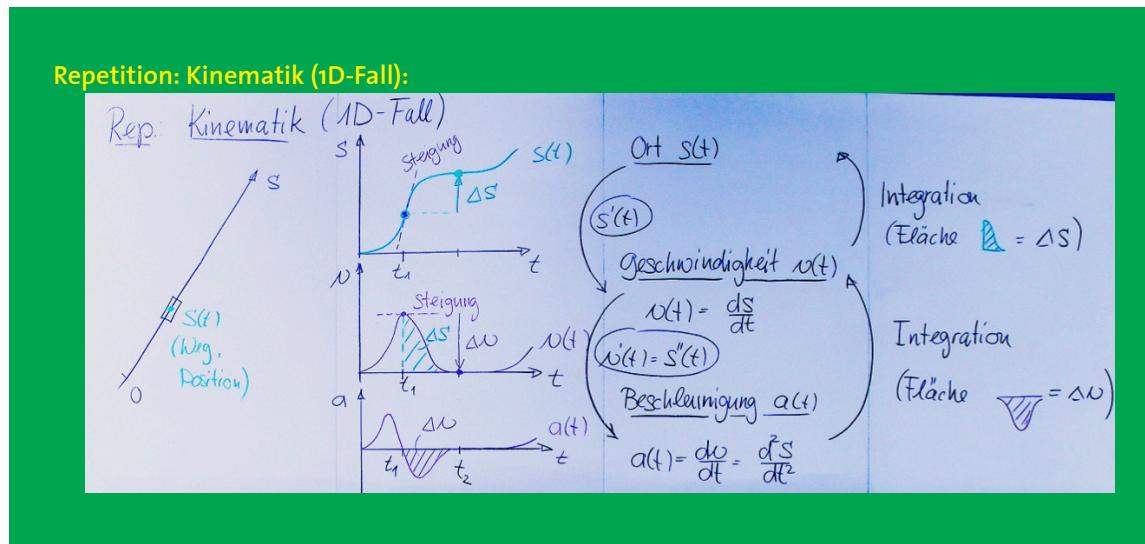
- gleichförmige Beschleunigung: $a = \text{konst.}$
- beliebige Funktion $a(t)$



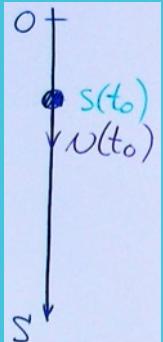
analog:

$$a(t) = \frac{dv}{dt}$$

$$a(t) = \frac{d}{dt} \left(\frac{ds}{dt} \right) = s''(t) =: \frac{d^2 s}{dt^2}$$

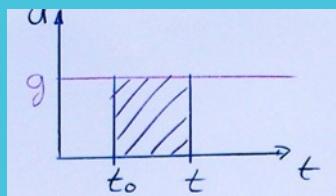


Bsp.: Der freie Fall:

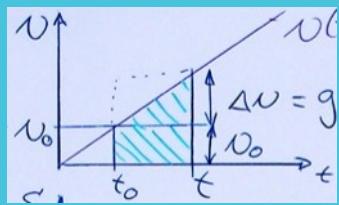


auf der Erdoberfläche

$$a(t) = a_{\text{Fall}} = g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

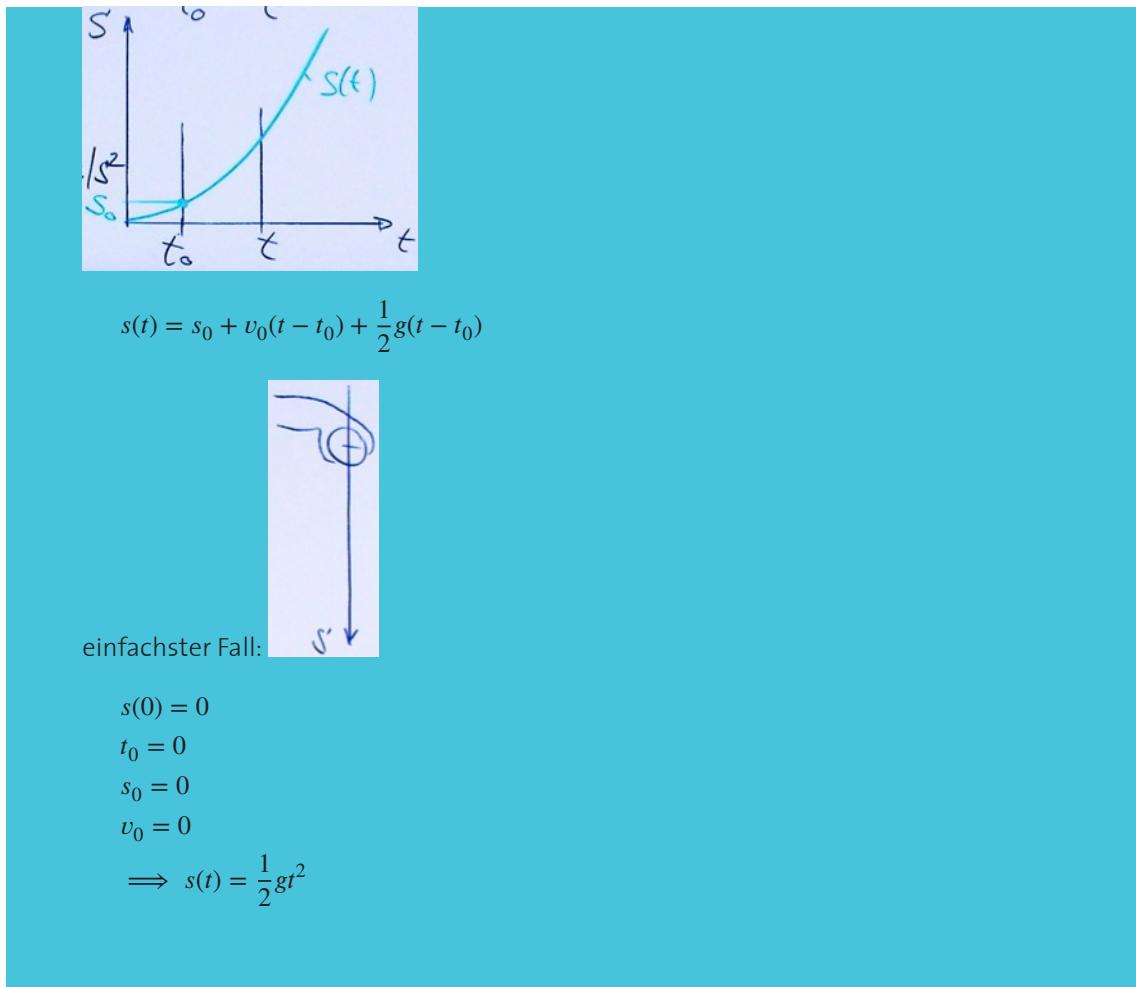


$$\text{Fläche} = g(t - t_0)$$



$$v(t) = v_0 + g(t - t_0)$$

$$\Delta v = g(t - t_0) \quad \text{Fläche} = v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}g(t - t_0)^2 = \Delta s$$



$$s(0) = 0$$

$$t_0 = 0$$

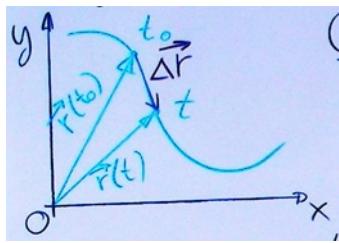
$$s_0 = 0$$

$$v_0 = 0$$

$$\Rightarrow s(t) = \frac{1}{2}gt^2$$

1.1.5 Bewegungen in der Ebene

Ortsvektor $\vec{r}(t)$



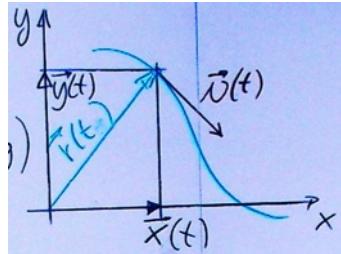
→ Länge (Betrag)

→ Richtung

Geschwindigkeit: $\frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}$ Weg: $\Delta \vec{r} = \vec{r}(t) - \vec{r}(t_0)$

$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ mittlere Geschwindigkeit

Momentangeschwindigkeit: $\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \stackrel{\text{Math.}}{=} \frac{d \vec{r}}{dt}$



$$\vec{r}(t) = \vec{x}(t) + \vec{y}(t)$$

⇒ Komponentenschreibweise

$$\vec{r}(t) = (x(t), y(t))$$

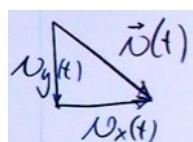
$$\frac{d \vec{r}}{dt} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right)$$

$v(t)$:

- Betrag (Schnelligkeit)
- Richtung! (tangential zu Bahn)

Schnelligkeit

$$|\vec{v}(t)| = v(t) = \sqrt{v_1^2(t) + v_2^2(t)}$$



Momentanbeschleunigung

$$\vec{a}(t) = \frac{d \vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{s}}{dt^2}$$

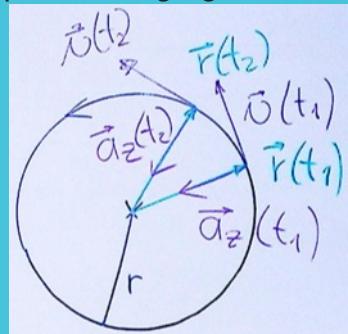
1.1.6 Wann ist eine Bewegung beschleunigt?

Wenn \vec{v} sich ändert!

→ Betrag

→ Richtung!

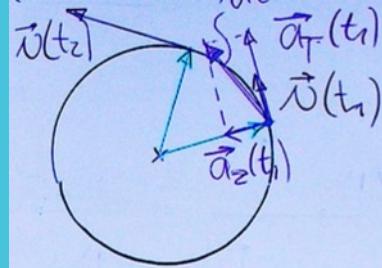
Bsp.: Kreisbewegung mit konstanter Umlaufgeschwindigkeit:



$\Rightarrow v = \text{konst.}, \vec{v} \text{ dreht} \Rightarrow \text{Zentripetalbeschleunigung}$

$$a = \frac{v^2}{r}$$

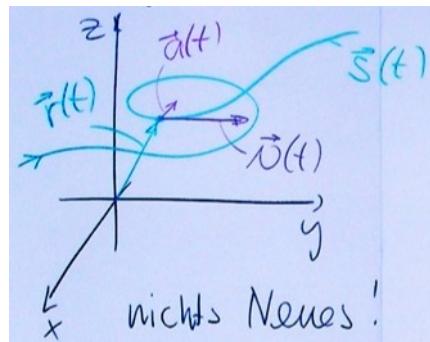
Bsp.: beliebige Kreisbewegung ($v \neq \text{konst.}$):



$$a_Z(t) = \frac{v^2(t)}{r} \quad \text{Zentripetalbeschleunigung}$$

$$a_T(t) = \frac{dv}{dt} \quad \text{Tangentialbeschleunigung}$$

1.1.7 Bewegungen im 3D-Raum



nicht Neues!

$$\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$$

1.2 Dynamik

⇒ Ursache der Bewegung

1.2.1 Kraft/Masse

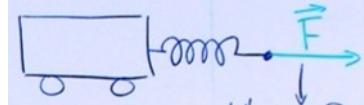
Def.: Kraft:
...Wirkung!

Bsp.:

- Gewicht heben
- Deformation (Messung!)
- Bewegung

Def.: Masse:
"Trägheit" ("...schwieriger in Bewegung zu setzen")

Kraft: Vektor!



Länge, Richtung, Angriffspunkt

1.2.2 Die Newtonschen Prinzipien (1686)

$$\underbrace{\vec{F}}_{\text{Ursache}} = \underbrace{m \cdot \vec{a}}_{\text{Wirkung}}$$

$$[F] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N} \quad (\text{Newton})$$

⇒ 2. Newtonsche Prinzip (Axiom) (Aktionsprinzip)
Anwendung:

- Mann kennt Kraft ⇒ Beschleunigung + Bahn berechnen
- Ich sehe Beschleunigung ⇒ Was für Kräfte wirken

1. Newtonsches Prinzip (Trägheitsprinzip)

kräftefreie Körper ($\vec{F} = \vec{0}$, $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$)

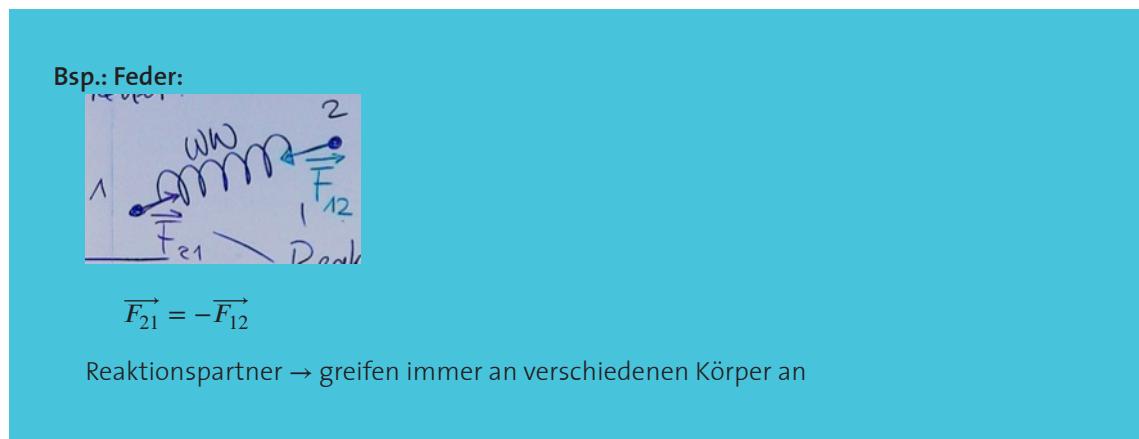
- Körper in Ruhe (ist + bleibt)
- bewegt sich mit konst. Geschwindigkeit $\vec{v} = \text{konst.}$

⇒ Bewegungszustände

Newton'sches Prinzip (Reaktionsprinzip)

(action = reactio)

Kräfte röhren immer von Wechselwirkungen (WW)



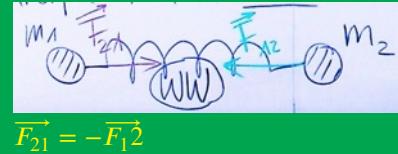
Repetition: Dynamik:

Kraft: erzeugt Bewegung
Masse: Trägheit
Newtonsche Prinzipien

1. kräftefreier Körper: $\vec{v} = \text{konst.}$ (z.B. $\vec{v} = \vec{0}$)

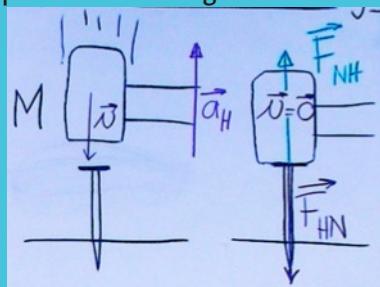
2. $\vec{F} = m\vec{a}$ Ursache & Wirkung

3. Kräfte röhren **immer** von WW her



$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

Bsp.: Hammer & Nagel:



$$2. \vec{F}_{NH} = M\vec{a}_H$$

$$3. \vec{F}_{HN} = -\vec{F}_{NH}$$

1.2.3 Arten von Kräften

Gravitationskraft

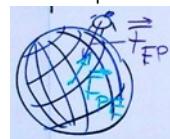
(Anziehung von Massen)

auf Erdoberfläche Gewichtskraft \vec{G}

Betrag: mg

Richtung: zum Erdmittelpunkt

Angriffspunkt: Schwerpunkt



Reaktionspartner:

Elektromagnetische Kräfte

(Anziehung / Abstossung von Ladungen)

- Coulombkraft (elektrische Kraft; verschiedene Erscheinungsformen)
- magnetische Kraft
- Lorentzkraft

starke Kraft

- Stabilität der Atomkeime

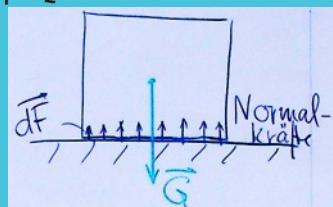
schwache Kraft

- Radioaktivität

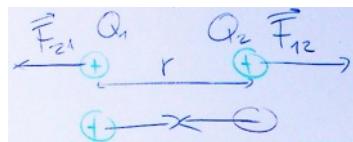
1.2.4 Coulombkraft und ihre Erscheinungsformen

- elastische Kräfte im festen Körpern (Kohäsion)
- Berührungs Kräfte - Die Normalkraft

Bsp.: Quader auf Tisch in Ruhe:

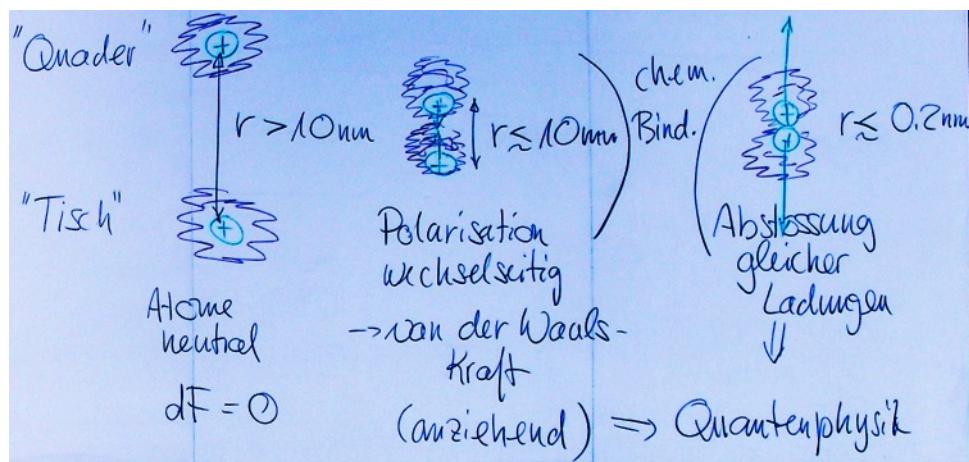
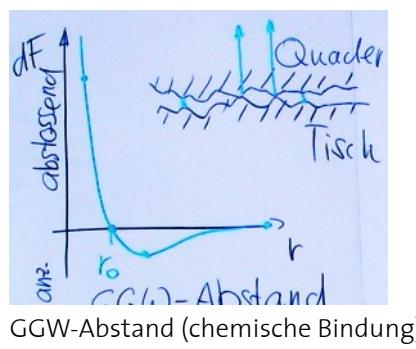


$$\begin{aligned}\sum \vec{F}_a &= \vec{0} \\ \Rightarrow \vec{G} + \sum \vec{dF} &= \vec{0}\end{aligned}$$

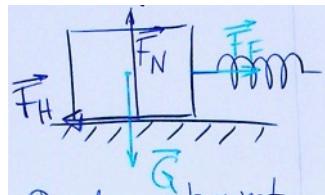
Coulombgesetz

$$F_{21} = F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

elektrische Feldkonstante $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{m}}$

Kraftgesetz zwischen zwei Atomen**Kraftkurve****1.2.5 Reibungskräfte**

(parallel zur Berührungsfläche)

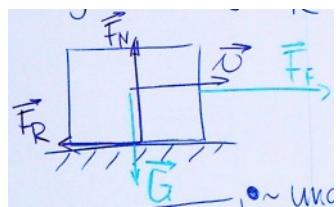
Haftreibung

Quader unbewegt

$$\vec{F}_H = -\vec{F}_F$$

maximale Haftreibung:

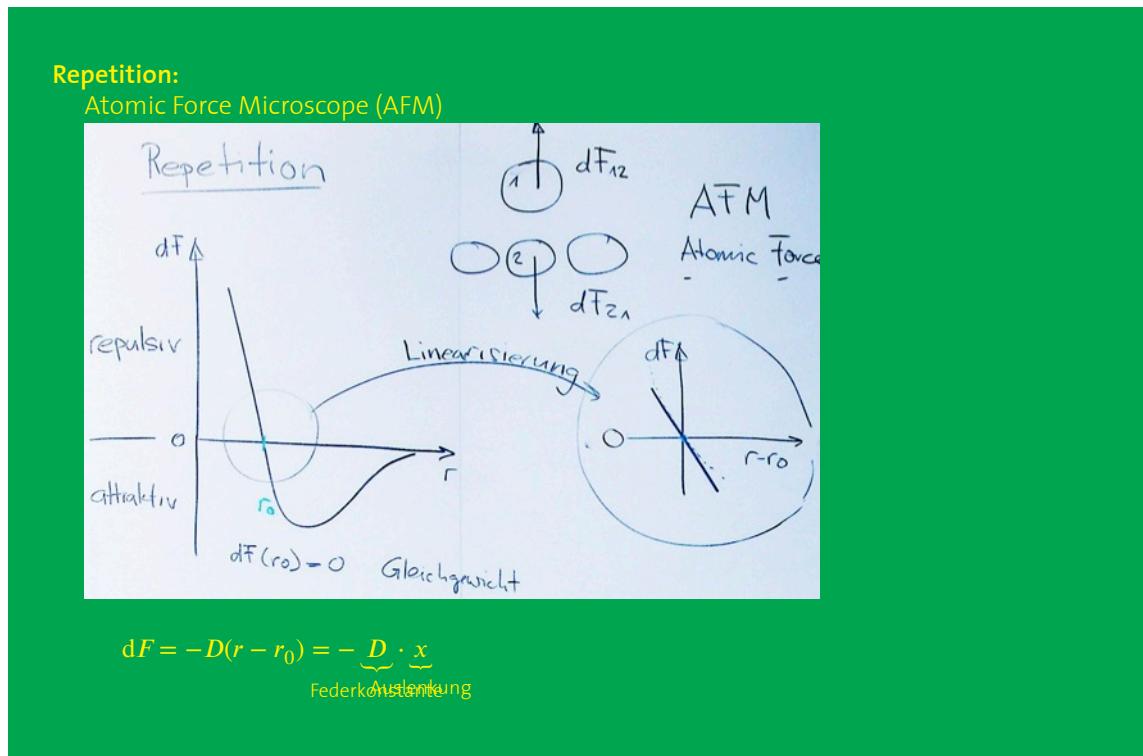
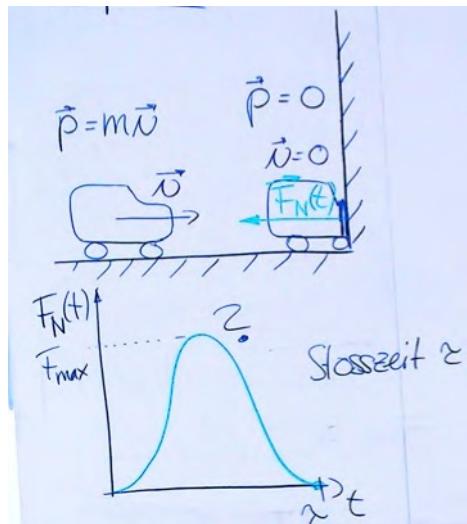
$$F_H \leq \underbrace{\mu_H}_{\text{Haftreibungszahl}} F_N$$

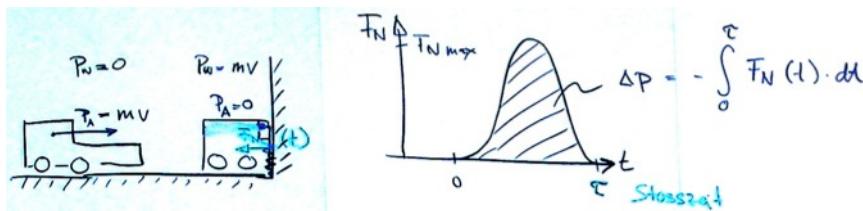
1.2.6 Gleitreibung \vec{F}_R 

- Richtung: versucht immer Relativbewegung zu bremsen.
- unabhängig von v

$$F_R = \mu_G \cdot F_N$$

1.2.7 Kraftstöße





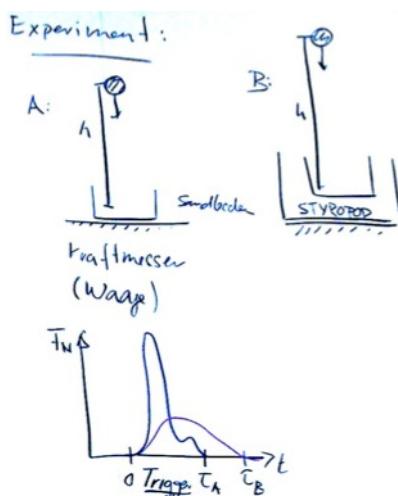
$$\Delta p = - \int_0^\tau F_n(t) \cdot dt$$

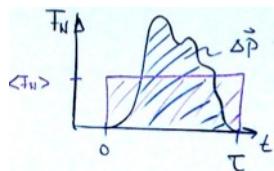
τ Stosszeit

kleine Kräfte F_N :

- wenn τ gross
- wenn Δp klein

Experiment



Vereinfachung

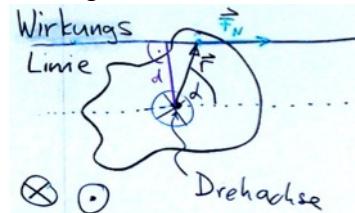
$$\Delta\vec{p} = m\vec{v} = - \left\langle \vec{F}_N \right\rangle \tau = - \int_0^\tau F_N(t) dt$$

1.2.8 Das Drehmoment

Def.: Drehmoment:

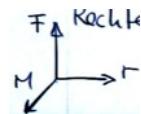
$$\overrightarrow{M}_0 = \vec{r} \times \vec{F}$$

(Hebelgesetz)



$$M_0 = r \cdot F_N \cdot \sin \alpha = dF_N$$

Rechte-Hand-Regel:

**1.2.9 Gleichgewicht starrer Körper**

keine Bewegung:

$$\sum \vec{F}_i = 0 \quad \text{Translation}$$

$$\sum \vec{M}_i = 0 \quad \text{Rotation}$$

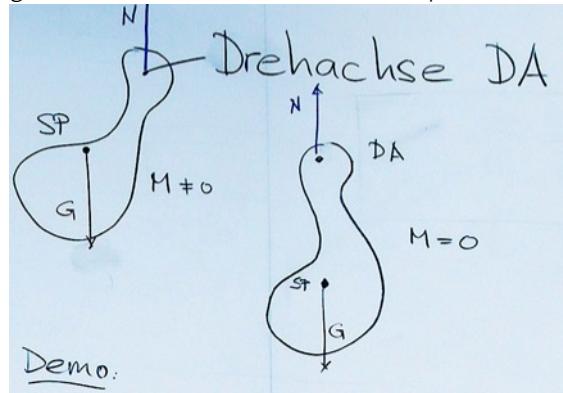
1.2.10 Der Schwerpunkt SP

Def.: Schwerpunkt:

$$\vec{r}_s = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$$

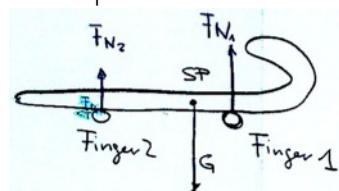
Massenelement

gewichtetes Mittel aller Orte der Körpermassen und ist der Angriffspunkt der Gewichtskraft



Denkexperiment Spazierstock

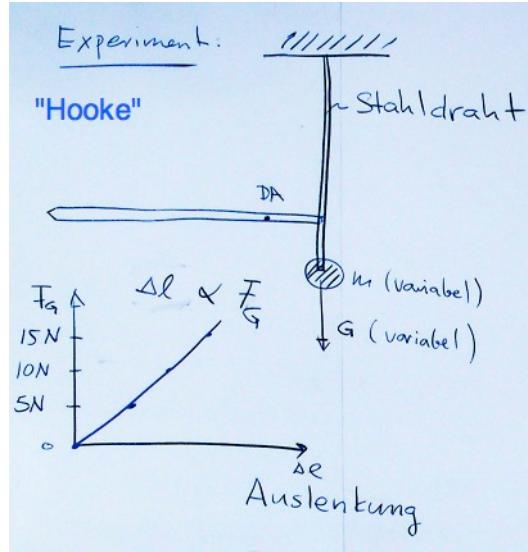
Schwerpunkt des



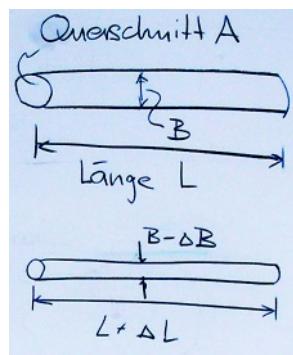
wenn $F_{R_1} > F_{R_2}$ bewegt sich Finger 2.

1.3 Festigkeitslehre (Elastizitätslehre)

Reale Körper sind deformierbar (reversibel und/oder irreversibel). Festigkeit hängt vom Material und Form ab.



1.3.1 Materialverhalten



Def.: Dehnung:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

$$[\varepsilon] = 1$$

Def.: Querkontraktion:

$$\beta = \frac{\Delta B}{B}$$

Def.: Normalspannung:

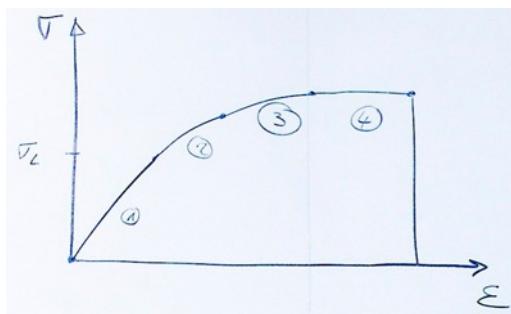
$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

$$[\sigma] = \text{Pa}$$

Zugspannung $\sigma > 0$

Druckspannung $\sigma < 0$

Das Spannungs-Dehnungs Diagramm



1. linearer Bereich $\sigma = E\epsilon^1$

2. nichtlinearer Bereich

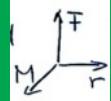
3. plastischer Bereich

4. Fliessen

5. Bruch

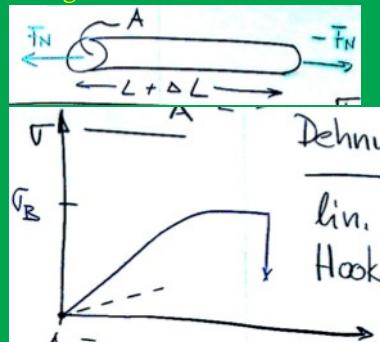
Repetition:

- Kraftstoß $\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}$
- Drehmoment $\vec{M}_o = \vec{r} \times \vec{F}$
(Folien)
gerichtete Größe mit Drehsinn
rechte Hand Regel



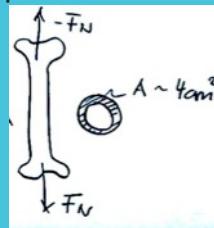
- Schwerpunkt $\vec{r}_{SP} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$

Festigkeitslehre



¹ E Elastizitätsmodul, z.B. Stahl 200 GPa, Nanotubes 1TPa

Bsp.:



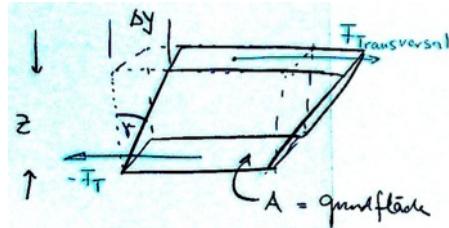
$$\begin{aligned}\sigma_B \text{ Knochen} &= 85 \text{ MPa} \\ \Rightarrow F_{N \max} &= \sigma_B \cdot A = 34 \text{ kN}\end{aligned}$$

Spannungs-Dehnungsdiagramm
lin. Bereich Hooke'sches Gesetz:

$$\begin{aligned}\sigma &= \underbrace{E}_{\text{Elastizitätsmodul}} \cdot \varepsilon \\ \varepsilon &= \frac{\Delta L}{L} \quad [\text{ }]\end{aligned}$$

1.3.2 Scherung

Demo: Schaumgummiquader



Scherwinkel

$$\gamma = \frac{\Delta y}{z}$$

Def.: Schubspannung:

$$\tau = \frac{F_T}{A}$$

$[\tau] = \text{Pa}$

für den linearen Bereich (Hooke) gilt:

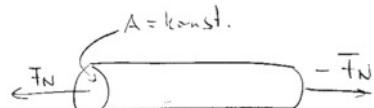
$$\tau = \underbrace{G}_{\text{Schubmodul [Pa]}} \cdot \gamma$$

1.3.3 Spannungszustand

Dehnung, Stauchung

Scherung, Biegung

Torsion



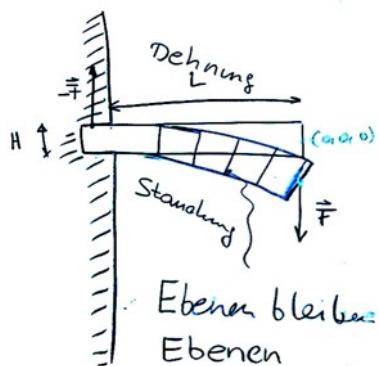
Spannungsfelder

$$\sigma(x, y, z) = \sigma(\vec{r}) = \frac{F_N}{A} = \text{konst.}$$

$$\tau(\vec{r}) = 0 \quad (\text{keine Scherung})$$

Die Spannung in einem Körper lässt sich für jeden Punkt bestimmen.

1.3.4 Die Biegebelastung eines Balkens



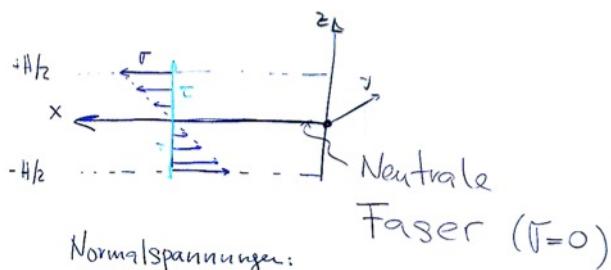
Querschnitt $A = H \cdot B$

Biegung:

- σ Normalspannung
- τ Schubspannungen

Problem: Bestimmung von $\sigma(\vec{r})$; $\tau(\vec{r})$ unter Berücksichtigung des Gleichgewichts

Wahl des Koordinatensystems



Normalspannungen:

$$\sigma(x, y, z) = \alpha(x) \cdot z$$

prop. zur Dehnung.

Annahme: Gewichts des Balken $\ll F$

Kräfte Gleichgewicht:

z -Komponente

$$-F + A \cdot \tau(x) = 0 \implies \tau(x) = \frac{F}{A} = \text{konst.}$$

x -Komponente:

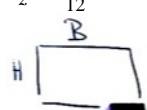
$$\begin{aligned} \int_A \sigma(x, y, z) dA &= 0 \\ \Rightarrow \int_{-\frac{H}{2}}^{+\frac{H}{2}} \alpha(x) \cdot z \cdot B \cdot dz &= 0 \\ \Rightarrow \alpha(x) \cdot B \underbrace{\int_{-\frac{H}{2}}^{+\frac{H}{2}} z \cdot dz}_{\text{muss } 0 \text{ sein}} &= 0 \\ \Rightarrow \text{neutrale Faser liegt in der Mitte} \end{aligned}$$

1.3.5 Drehmomentgleichgewicht

$$\begin{aligned} |M_\gamma| &= F \cdot x \\ |M_\gamma| &= \int_A z \cdot \sigma(x, y, z) \cdot dA \\ \text{Gleichgewicht: } |M_\gamma| &= |M_\gamma| \\ F \cdot x &= \int_A z \cdot \alpha(x) \cdot z \cdot dA = \alpha(x) \cdot \underbrace{\int_A z^2 dA}_{\substack{\text{geometrischer Faktor} \\ \text{Flächenträgheitsmoment } I_z}} \\ \Rightarrow \alpha(x, z) &= \alpha(x) \cdot z = \frac{x \cdot z}{I_z} \cdot F \end{aligned}$$

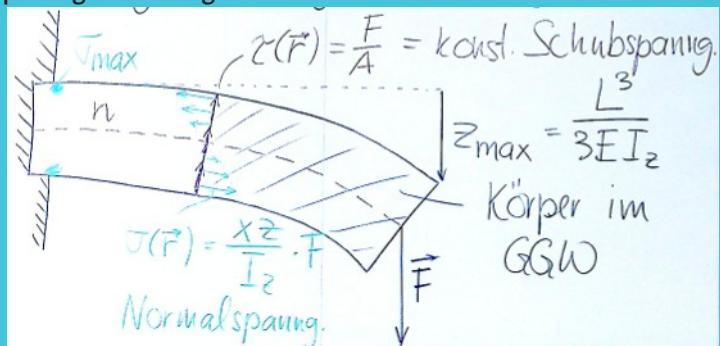
Diskussion:

- Neutrale Faser liegt bei $z = 0$
- wo bricht der Balken bei $(L, y, \frac{H}{2})$
- $I_z = \frac{1}{12} BH^3$

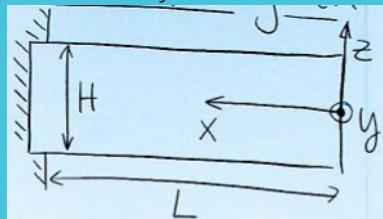


Repetition: Verteilung von Spannungen in festen Körper:

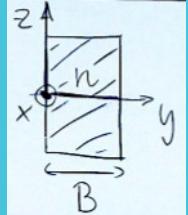
Bsp.: Biegebelastung von Balken:



Koordinatensystem



Querschnitt A



$$I_z = \frac{1}{12} BH^3$$

Flächenträgheitsmoment I_z

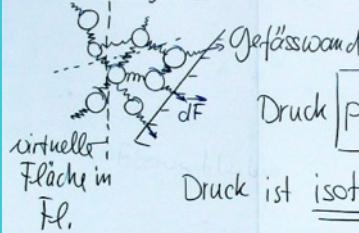
$$\text{allg.: } I_z = \int_A z^2 dz$$

Abstand von n

1.4 Hydrostatik

1.4.1 Der Hydrostatische Druck p

Bsp.: Flüssigkeit:



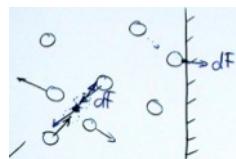
The diagram shows a container with a liquid. A vertical dashed line represents a "virtuelle Fläche in Fl.". A small area element dF is shown on this surface, with a force vector $d\vec{F}$ pointing towards the center of the container. The label "Gefäßwand" points to the wall of the container. To the right, a pressure symbol p is shown with the text "Druck ist isotrop!" below it.

$$\text{Druck } p = \frac{\sum dF}{A}$$

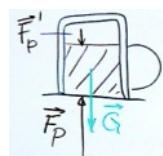
$$[p] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

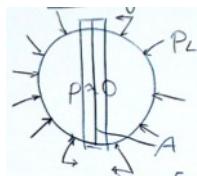
Druck ist isotrop!

1.4.2 Der Luftdruck (Gase)



Experiment: Bierglas



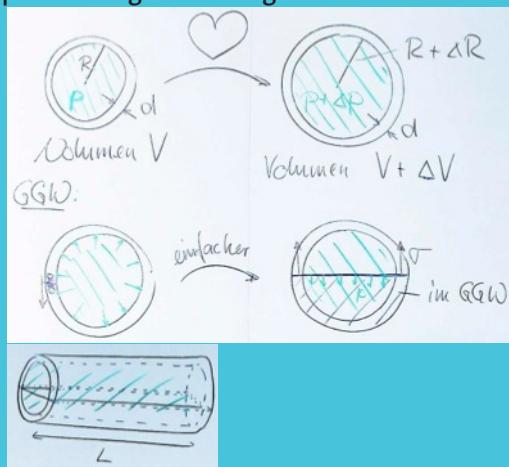
Magdeburger Halbkugeln

$$p_L \approx 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$A \approx 100 \text{ cm}^2$$

$$F = p_L \cdot A = 10^3 \text{ N} \approx 100 \text{ kg}$$

Bsp.: Dehnung eines Blutgefäßes:



$$\underbrace{p \cdot 2 \cdot R \cdot L}_{\text{Länge}} = \underbrace{2 \cdot \sigma \cdot d \cdot L}_{\text{Dehnung}}$$

$$\Rightarrow \text{Spannung } \sigma = \frac{R}{d} \cdot p \text{ mit } \epsilon = \frac{\sigma}{E}$$

$\Rightarrow V$ nimmt zu

:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{2 \cdot R}{E \cdot d} \cdot \Delta p =: \widetilde{D} \cdot \Delta p$$

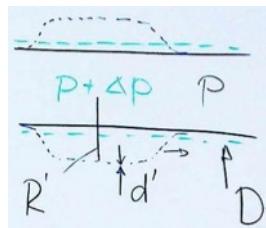
Physiologie oft:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta p}{k}$$

Volumenelastizitätsmodul

$$k = \frac{1}{D}$$

Aneurysma



$$D = \frac{2R}{Ed}$$

$$D' = \frac{2R'}{Ed'} > D$$

altendes Blutgefäß $E \nearrow \Rightarrow D \searrow$

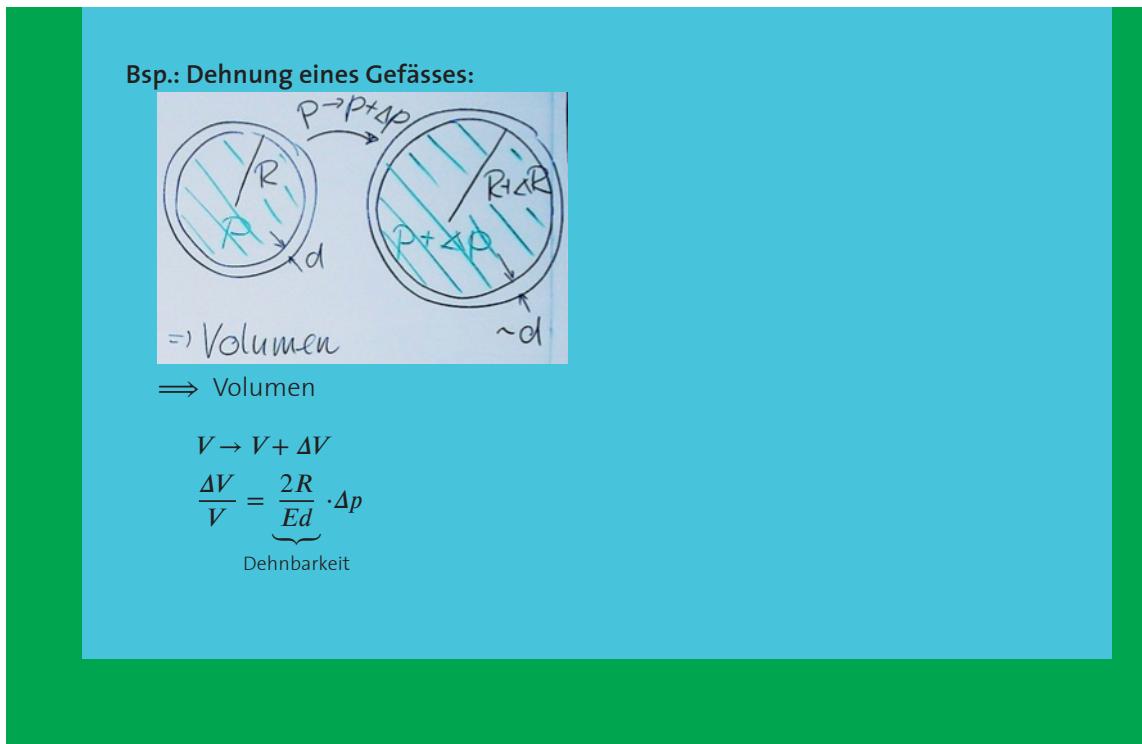
\Rightarrow krakhafte Gefässerweiterung

Repetition: Hydrostatik:
hydrostatischer Druck in Flüssigkeiten / Gasen:

$$p = \frac{\sum dF}{A}$$

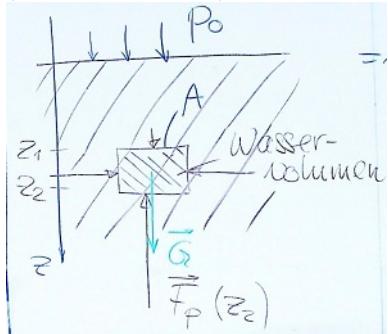
- isotrop!
- Luftdruck p_0

$$p_0 \approx 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ bar} \hat{=} 1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$



Druckverteilung in Flüssigkeiten

(auf Erdoberfläche)



GGW

$$F_p(z_1) + G = F_p(z_2)$$

$$F_p (= p \cdot A)$$

$$\Rightarrow p(z_2) = p(z_1) + \frac{G}{A}$$

$$\Rightarrow p(z_2) = p(z_1) + \frac{(z_2 - z_1) \cdot A \cdot \rho \cdot g}{A}$$

Wähle $z_1 = 0, z_2 = z$

$$p(z) = p_0 + z \cdot \rho \cdot g$$

10m Wassertiefe

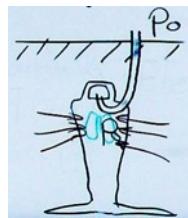
$$\rho \cdot g \cdot z = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10\text{m} = 10^5 \text{Pa} = 1\text{bar}$$

$$1\text{mmH}_2\text{O} \Rightarrow p = 9.8\text{Pa}$$

$$1\text{mmHg} \Rightarrow p = 133\text{Pa} =: 1\text{torr}$$

$$\text{Blutdruck } \bar{p} \approx 100\text{mm Hg} = 133\text{mbar}$$

Atmung beim Tauchen



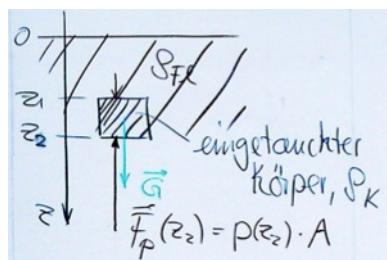
Luftdruck

$$p_L(z) = ?$$

$$\rho_L \approx 1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_W \approx 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

1.4.3 Der Auftrieb



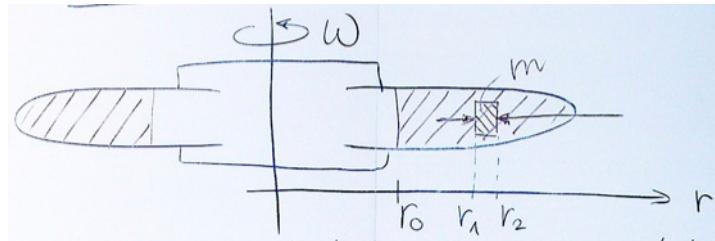
$$F_{\text{res}} = F_p(z_1) + G - F_p(z_e) = G - (p(z_2) - p(z_1)) \cdot A = (z_2 - z_1)A \cdot \rho_K \cdot g - \underbrace{(z_2 - z_1)A \cdot g \cdot \rho_F}_{F_A}$$

$$F_{\text{res}} = \underbrace{(z_2 - z_1)}_{V_K} \cdot A \cdot g(\rho_K - \rho_{\text{Fl}})$$

$$\rho_K > \rho_{\text{Fl}} = F_{\text{res}} > 0 \quad \downarrow$$

$$\rho_K < \rho_{\text{Fl}} = F_{\text{res}} < 0 \quad \uparrow$$

Druckverteilung in Zentrifuge



\Rightarrow Trennung von Stoffen durch Sedimentation m auf Kreisbahn \Rightarrow Zentripetalbeschleunigung a_z

$$a_z = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$

2.N.P $F_z = ma_z$; Rechnung:

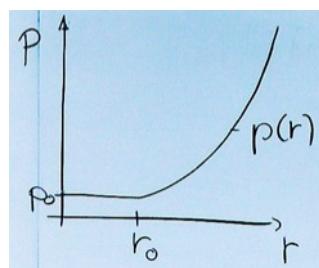
$$\dots p(r) = p_0 + \frac{1}{2}\rho_{\text{Fl}}\omega^2(r^2 - r_0^2)$$

Ultrazentrifuge 100000 $\frac{\text{U}}{\text{min}}$

$$\omega = 2\pi f = 10500 \text{ s}^{-1}$$

$$r \approx 5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow p \approx 1.3 \text{ kbar}$$



1.5 Energie und Arbeit

1.5.1 verschiedene Energieformen

kinetische Energie BILD

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$$

potentielle Energie BILD

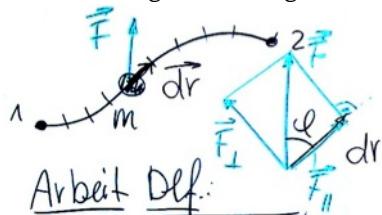
$$E_{\text{pot}} = mgh$$

Federenergie BILD

$$E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}Dx^2$$

1.5.2 Arbeit

Umwandlung einer Energieform in die andere via Kräfte



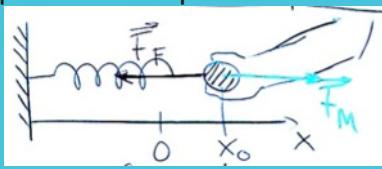
Def.: Arbeit:

$$\begin{aligned} dW &= \vec{F} \cdot \vec{dr} \\ &= F \cdot dr \cdot \cos \varphi \\ &= F_{||} \cdot dr \end{aligned}$$

Gesamte Arbeit

$$\begin{aligned} W_{1 \rightarrow 2} &= \int_1^2 \vec{F} \cdot \vec{dr} \\ [W] &= \text{N} \cdot \text{m} = \text{J (Joule)} \end{aligned}$$

Bsp.: Arbeit zum Spannen einer Feder:



The diagram shows a spring attached to a fixed wall on the left. A hand is applying a force \vec{F}_M to the right, stretching the spring. The spring's displacement is labeled x , and its equilibrium position is marked as x_0 on a horizontal axis below the spring.

ganz langsam!

$$\implies E_{\text{kin}} = 0$$

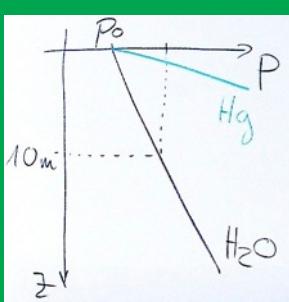
$$\vec{F}_M = -\vec{F}_F$$

$$F_F = -D \cdot x$$

$$\text{Arbeit der Hand } W_{0 \rightarrow x_0} = \int_0^{x_0} \vec{F}_M \cdot d\vec{r}$$

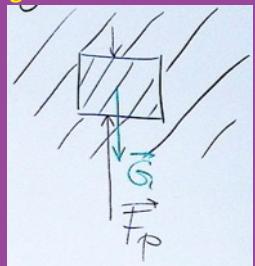
$$W_{0 \rightarrow x_0} = \int_0^{x_0} F_M \cdot dx = \int_0^{x_0} D \cdot x \, dx = \frac{1}{2} D x^2 \Big|_0^{x_0} = \frac{1}{2} D x_0^2$$

Repetition: Hydrostatik:
Druckverteilung in Flüssigkeiten:

$$p(z) = p_0 + \rho_{\text{fl.}} g z$$


The diagram illustrates the hydrostatic pressure distribution in a fluid column. A vertical coordinate system is shown with the origin at the top surface of a fluid layer. The pressure at the top surface is labeled p_0 . A point at depth z is labeled with pressure p . The fluid is labeled Hg (mercury) and H_2O (water). A dashed line connects the top surface to the point at depth z , with a vertical arrow indicating the height z .

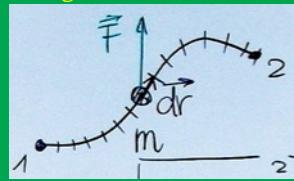
Folge: Auftrieb:



Zentifuge:

$$p(r) = p_0 + \frac{1}{2} \rho_{\text{FL}} \omega^2 (r^2 - r_0^2)$$

Energie und Arbeit:



Arbeit:

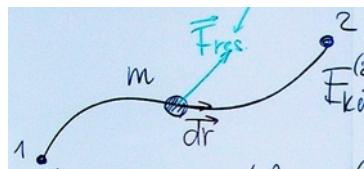
$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

z.B. Spannen einer Feder

$$W_{0 \rightarrow x_0} = \frac{1}{2} D x_0^2$$

1.5.3 Energie und Energieerhaltungssatz

Situation

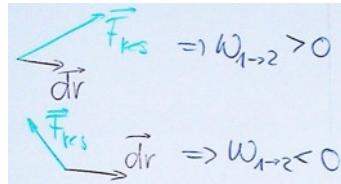


$W_{1 \rightarrow 2}$: Arbeit sämtlicher an m angreifender Kräfte (\vec{F}_{res})

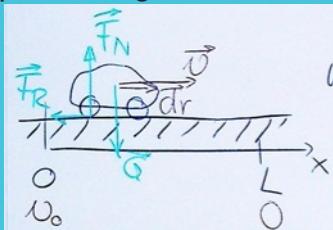
$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \vec{F}_{\text{res}} \cdot d\vec{r}$$

Satz: Energiesatz:

$$W_{1 \rightarrow 2} = E_{\text{kin}}^{(2)} - E_{\text{kin}}^{(1)}$$



Bsp.: Bremsung:



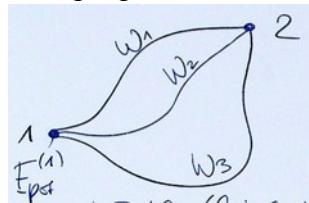
$$\vec{F}_{\text{res}} = \underbrace{\vec{G} + \vec{F}_N}_0 + \vec{F}_R$$

$$W_{1 \rightarrow 2} = - \int_0^L F_R \, dx = - \int_0^L \mu_G mg \, dx = -\mu_G mg L = 0 - \frac{1}{2} mv_0^2$$

$$L = \frac{v_0^2}{2\mu_G g}$$

Situation Energieerhaltungssatz

Bewegungen unter Einfluss **konservativer Kräfte** (z.B. Gewichtskraft , Federkraft)



W_1 : Arbeit der **konservativen Kraft**

konservativ: $W_1 = W_2 = W_3$; $W_{1 \rightarrow 2}$ ist unabhängig vom Weg

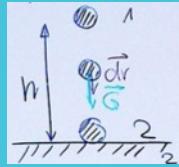
\Rightarrow zwei Zahlen (bei Ort 1,2 genügen)

$\Rightarrow W_{1 \rightarrow 2}$ hängt nur von Lage ab

Def.: potentielle Energie:

$$E_{\text{pot}}^{(2)} - E_{\text{pot}}^{(1)} = -W_{1 \rightarrow 2}$$

Bsp.:



$$E_{\text{pot}}^{(1)} = mgh$$

$$E_{\text{pot}}^{(2)} = 0$$

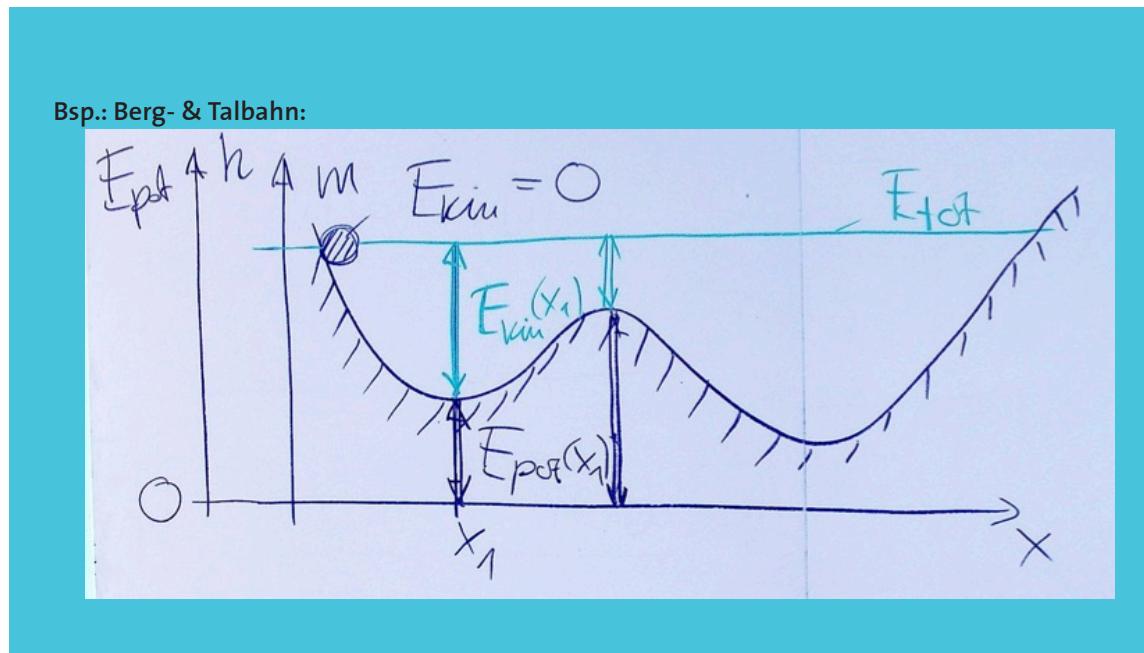
$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 mg \, dz = mgh$$

Also:

$$0 - mgh = -mgh \quad \checkmark$$

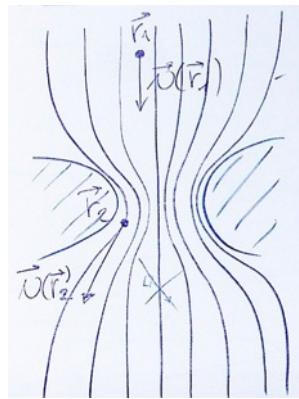
Satz: Energie-Erhaltungssatz:

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \text{konst.}$$



1.6 Hydrodynamik: Strömungen in Flüssigkeiten

1.6.1 Stationäre Strömungen



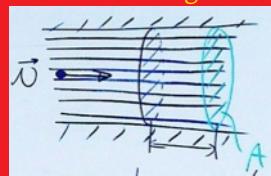
Geschwindigkeitsfeld

- $\vec{v}(\vec{r})$ zeitlich konst.
→ stationär
- laminare Strömung
($\bar{v} > v_{\text{krit.}} \implies$ turbulente Strömung)

Def.: Volumenstromstärke (Volumendurchfluss):

$$I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} \text{ durch Querschnitt } A$$

Zusammenhang mit \vec{v}



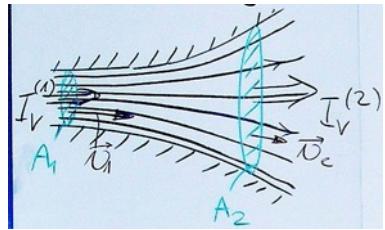
$$L = v \cdot \Delta t$$

in Zeit Δt

$$\Delta V = v \cdot A \cdot \Delta t$$

$$\Rightarrow I_v = A \cdot v$$

1.6.2 Kontinuitätsgleichung



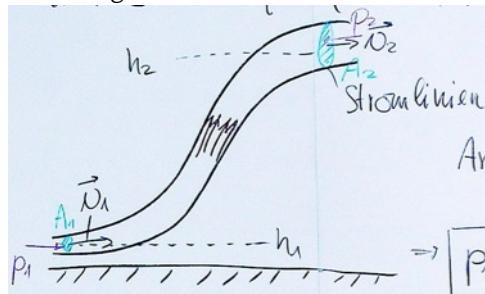
hinein: $I_V^{(1)} = A_1 \cdot v_1$

hinaus: $I_V^{(2)} = A_2 \cdot v_2$

$$\Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2$$

1.6.3 Die Bernoulligleichung

Strömung unter Einfluss Druckkräfte und Schwerkraft (keine Reibung!)



Energiebilanz für Gewegung der Fl.

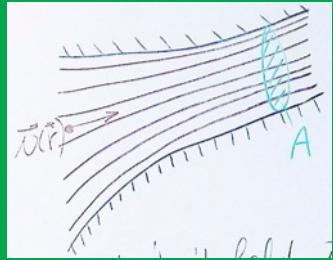
Arbeit ΔW (Druckkräfte) $- \Delta E_{\text{kin}} + \Delta E_{\text{pot}}$

$$\Rightarrow p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Gesamtdruck: $p_0 = p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h = \text{statischer Druck} + \text{dynamischer Druck} + \text{Schweredruck}$

Repetition: Strömungen in Flüssigkeiten:

Stationäre, laminare Strömungen

Geschwindigkeitsfeld $\vec{v}(\vec{r})$ Zeitunabhängig

Volumenstromstärke:

$$I_v = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A \cdot v$$

(wenn $\vec{v}(\vec{r})$ homogen sonst:

$$I_v = \iint_A \vec{v} \cdot d\vec{A}$$

(Fluss-Integral))

Kontinuitätsgleichung

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Bernoulli-Gleichung

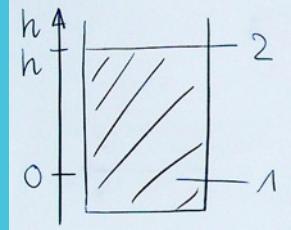
Entlang einer reibungsfreien laminaren Strömung gilt

$$\underbrace{p}_{\text{Gesamtdruck}} = \underbrace{p_0}_{\text{stat. Druck}} + \underbrace{\frac{1}{2} \rho v^2}_{\text{dyn. Druck}} + \underbrace{\rho g h}_{\text{Schweredruck}}$$

(aus Energiesatz) h nach oben!

Bsp.: Hydrostatik:

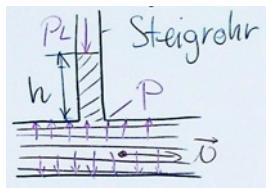
(spez. $v \equiv 0$)



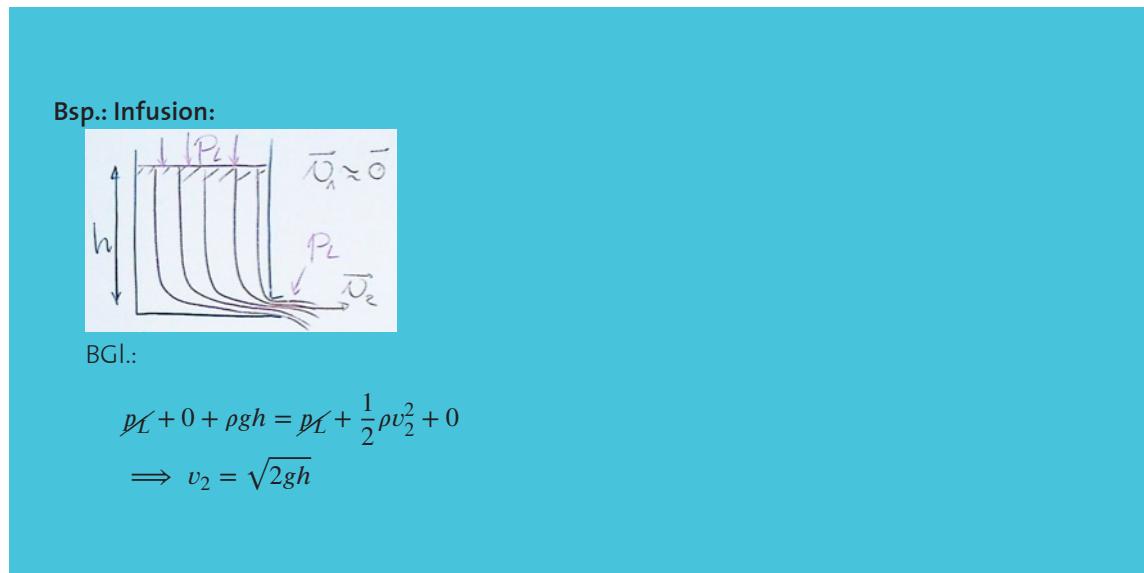
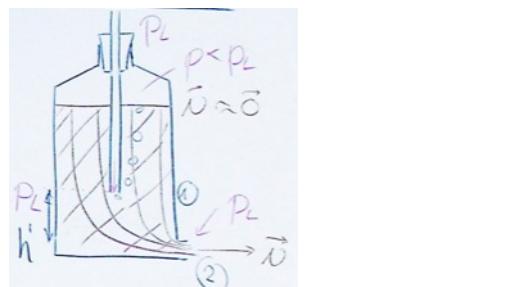
BGl.:

$$\begin{aligned} p_1 + 0 + \rho g \cdot 0 &= p_2 + 0 + \rho g h \\ \implies p_1 &= p_2 + \rho g h \end{aligned}$$

Druckmessung in Strömungen



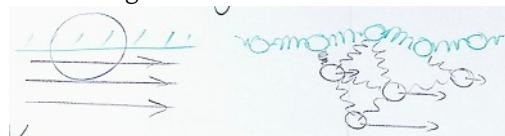
$$p = p_L + \rho g h$$

**Mariott'sche Flasche**

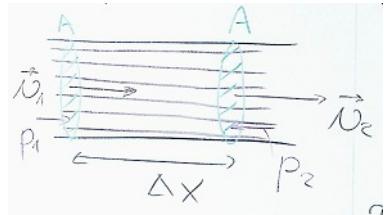
$$\Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \text{konst.}$$

1.6.4 Innere Reibung

reale Flüssigkeiten



Konsequenz:



Energiesatz:

$$\underbrace{dW}_{\text{Druckkräfte}} = dE_{\text{kin}} + dE_{\text{pot}} + \underbrace{dW_R}_{\text{innere Reibung}}$$

$$\text{BGl: } p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \frac{\Delta F_R}{A}$$

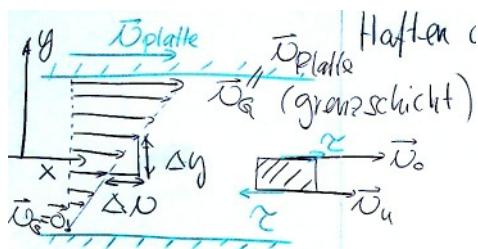
Kontinuitätsgleichung:

$$v_2 = v_1 !$$

$$\Rightarrow p_2 \neq p_1; p_2 - p_1 = \Delta p = -\frac{\Delta F_R}{A}$$

\Rightarrow Druckabfall entlang Strömung

1.6.5 Das Newtonsche Reibungsgesetz



Haften der Grenzschicht!

dynamische Schubspannung

Newton's Gesetz:

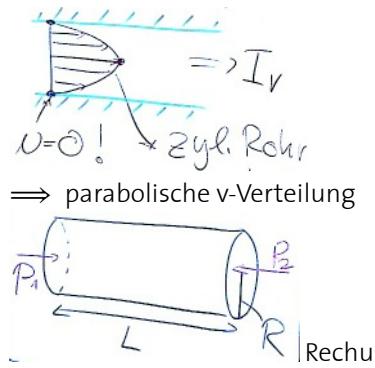
$$\tau = \eta \frac{dv}{dy}$$

Geschwindigkeitsgefälle

η Viskosität

$$[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s}$$

$$1 \text{ Poise} = 1 \text{ P} = 0.1 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

Rohrströmungen

$$v(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta L} (R^2 - r^2)$$

$$\Rightarrow I_v = \iint_A \vec{v}(r) \cdot d\vec{A}$$

1.6.6 Gesetz von Hagen-Poiseuille

$$I_v = \frac{\pi R^4}{8\eta L} (p_1 - p_2)$$

$$I_v \sim R^4$$

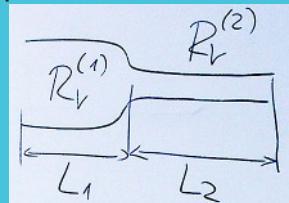
Def.: **Rohrwiderstand:**

$$I_v = \frac{p_1 - p_2}{R_V}$$

$$\Rightarrow R_V = \frac{8\eta L}{\pi R^4}$$

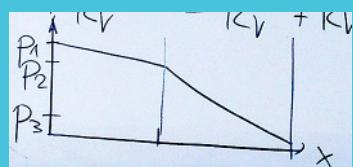
Rohrsysteme

Bsp.: 2 Rohrstücke:

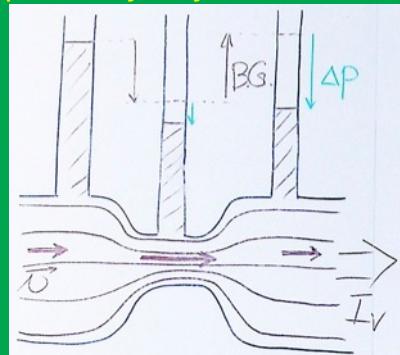


Serieschaltung

$$\Rightarrow R_V^{\text{Gesamt}} = R_V^{(1)} + R_V^{(2)}$$



Repetition: Hydrodynamik:

Innere Reibung \Rightarrow Druckabfall Δp entlang Strömung

Newton'sches Reibungsgesetz

dynamische Schubspannung

$$\tau = \eta \frac{dv}{dy}$$

η : Viskosität

$$[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s}$$

Rohrströmungen

$$I_v = \frac{\pi R^4}{8\eta L} (p_1 - p_2) = (A \bar{v})$$

Rohrwiderstand

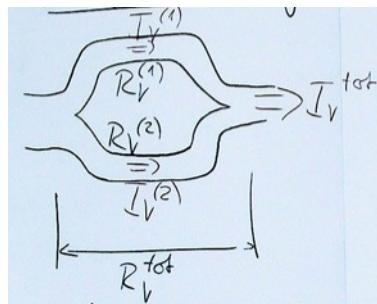
$$I_v = \frac{p_1 - p_2}{R_v}$$

(cf. $I = \frac{U}{R}$)

Gesetz von Hagen-Poiseuille

Serie:

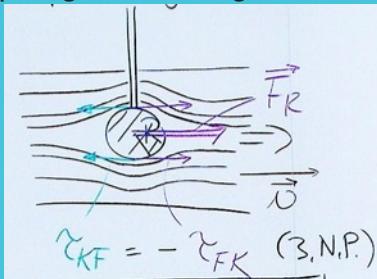
$$R_v^{\text{tot}} = R_v^{(1)} + R_v^{(2)}$$

Parallelschaltung

$$\Rightarrow \frac{1}{R_V^{\text{tot}}} = \frac{1}{R_V^{(1)}} + \frac{1}{R_V^{(2)}}$$

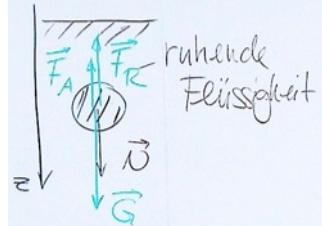
1.6.7 Das Stokesche Reibungsgesetz

Bsp.: Kugel in Strömung:



$$F_R = \underbrace{6\pi R \eta v}_{\text{Kugel}}$$

Anwendung: Sedimentation



2.N.P.

$$ma = mg - m_{\text{Fl}} \cdot g - 6\pi R \cdot \eta \cdot v$$

Exp.

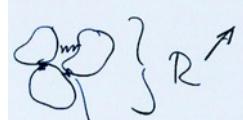
$$v = \text{konst.} \implies a = 0$$

$$v_s = \frac{mg - m_{\text{Fl}}g}{6\pi R\eta}$$

$$v_s = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3(\rho_K - \rho_{\text{Fl}})}{6\pi R\eta} \cdot g$$

$$v_s = \frac{2(\rho_K - \rho_{\text{Fl}})}{9\eta} g R^2$$

$\frac{50 \text{ mm}}{30 \text{ min}} \rightarrow \text{Pferdeblut}$



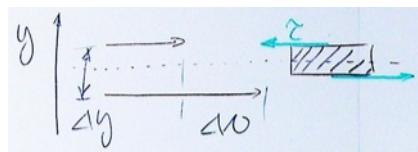
WW zwischen Blutkörperchen

Mann: $3 - 7 \frac{\text{mm}}{\text{h}}$

Frau: $7 - 11 \frac{\text{mm}}{\text{h}}$

Baby: $1 - 2 \frac{\text{mm}}{\text{h}}$

1.6.8 Turbulente Strömungen

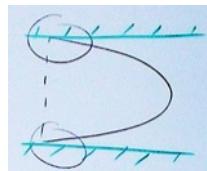


$\frac{\Delta v}{\Delta y}$ grösser \implies



Wirbelbildung

Rohrströmung



$\frac{\Delta v}{\Delta y}$ gross

Ab wann Turbulenz?

Reynoldsche Zahl Re

$$Re = \frac{2R\rho}{\eta} \cdot \underbrace{\bar{v}}_{\text{mittlere Strömungsgeschwindigkeit}}$$

Turbulenzkriterium

$$Re \gtrsim \underbrace{2300}_{\text{zyl. Röhre}}$$

kritische Geschwindigkeit v_{krit}

$$Re = \frac{2R\rho}{\eta} \underbrace{\bar{v}}_{v_{\text{krit}}} = 2300$$

Bsp.: Blutströmung:

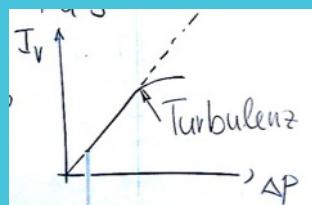
mittlere Strömungsgeschwindigkeit \bar{v}

$$\text{H.P: } I_V = \frac{\pi R^4}{8\eta L} \Delta p = A\bar{v} = \pi R^2 \bar{v}$$

$$\bar{v} = \frac{R^2}{8\pi L} \Delta p$$

Blut: $\rho = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$; $\eta \approx 4 \cdot 10^{-3} \text{Pa} \cdot \text{s}$
Aorta:

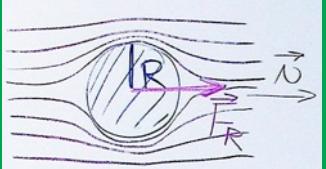
$$\left. \begin{array}{l} R \approx 1 \cdot 10^{-2} \text{m} \\ L \approx 0.4 \text{m} \\ \Delta p \approx 40 \text{Pa} \end{array} \right\} \bar{v} = 0.3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow Re = 1500$$



Kapillare

$$\left. \begin{array}{l} R \approx 4 \cdot 10^{-6} \text{m} \\ L \approx 0.001 \text{m} \\ \Delta p \approx 10^3 \text{Pa} \end{array} \right\} \overline{v} = 5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{Re} = 0.001 \implies \text{nie Turbulent}$$

Repetition: Hydrodynamik:
Das Stoke'sche Reibungsgesetz



$$F_R = 6\pi R \eta v$$

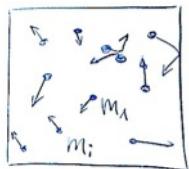
Turbulente Strömung
Reynoldszahl $Re = \frac{2R \cdot \rho}{\eta} \bar{v}$
Turbulenzkriterium: $\bar{v} \gtrsim v_{\text{krit}}$
Rohrströmung: $Re \gtrsim 2300$

Kapitel 2

Thermodynamik (Wärmelehre)

Gesetz der Mechanik angewandt auf sehr viele Teilchen

2.1 Modell des idealen Gases



N Teilchen
ideales Gas

- Teilchen punktförmig
- WW nur während Stößen

$m_i, \vec{r}_i(t), \vec{v}_i(t) \implies$ vollständige Beschreibung
 \implies ist irrelevant (unmöglich bei $N \approx 10^{23}$)

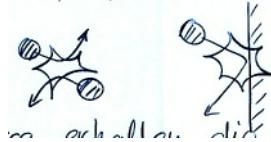
TD: Wichtige Größen des gesamten Gases, die sich zeitlich nicht ändern!

2.1.1 Zustandsgrößen

Innere Energie

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i v_i^2 \stackrel{!}{=} \text{konst.}$$

Wie so?



Einzelstöße erhalten kinetische Energie!

mittlere Energie pro Teilchen

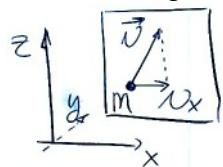
$$\overline{E_{\text{kin}}} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{U}{N}$$

2.1.2 Die Geschwindigkeitsverteilung

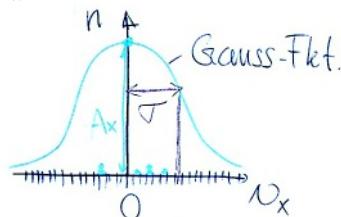
Nicht alle Teilchen sind gleich schnell!

Zufallsbewegung, Stöße

⇒ Verteilung im Gas



Histogramm!

 v_x ist Zufallsvariable

Normalverteilung

$$n(v_x) = A_x e^{-\frac{v_x^2}{2\sigma^2}}$$

$$v_x = \sigma$$

$$n(\sigma) = A_x e^{-\frac{1}{2}} \approx 0.6 \cdot A_x$$

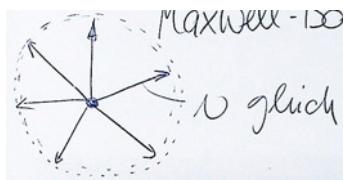
⇒ v_x -Verteilung bleibt konstant, die einzelnen Teilchen änder dauernd \vec{v} .⇒ Mittelwert $\bar{v}_x = 0$

Wichtiger: Verteilung der Schnelligkeit

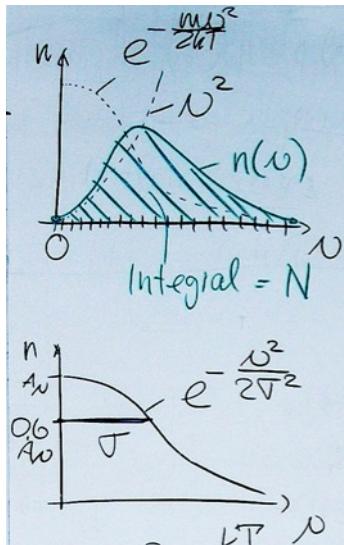
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \geq 0$$

Resultat:

$$n(v) = A_v v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$



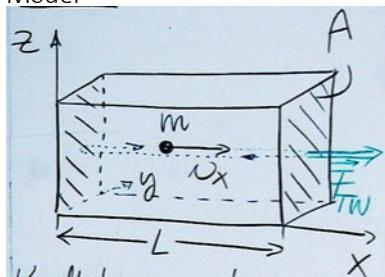
Maxwell-Boltzmann-Geschwindigkeitsverteilung



$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{kT}{m}$$

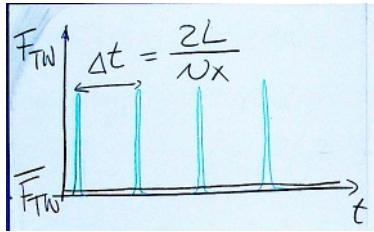
2.1.3 Der Gasdruck

Model



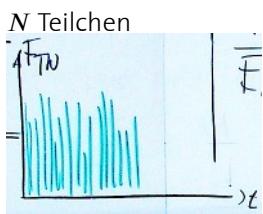
Kraftstoss auf Wand:

$$\Delta p_x = 2mv_x = \int F_{TW} \cdot dt$$



$$\Delta p_x = \overline{F_{TW}} \cdot \Delta t = \overline{F_{TW}} \cdot \frac{2L}{v_x}$$

$$\overline{F_{TW}} = \frac{mv_x^2}{L}$$



⇒ Brownsche Bewegung
Druck p :

$$p = \frac{\overline{F_{TW}}}{A} \cdot N \cdot \underbrace{\frac{1}{3}}_{\text{Bewegung in } x\text{-Richtung}}$$

$$p = \frac{1}{3} N \frac{m \bar{v}^2}{V}$$

$$\overline{E_{\text{kin}}} = \frac{1}{2} m \bar{v}^2$$

$$\Rightarrow p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \overline{E_{\text{kin}}}$$

2.2 Temperatur

...was ist das eigentlich?

All diese Größen beschreiben einen bestimmten Zustand des Gases.

Zustandsänderungen (äußere Einwirkung)

⇒ Zustandsgleichung (ideales Gas)

Für 1 mol = $6.02 \cdot 10^{23}$ Teilchen = N_A (Avogadro-Konstante)

$$p \cdot V = R \cdot T$$

R : universelle Gaskonstante

Def.:

$$1 \text{ mol } {}^{12}\text{C} \cong 12.0 \text{ g}$$

$$R = 8.31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

T in Kelvin!**Bsp.: Volumen verringern (*T* = konst.):**

$$p = \frac{RT}{V}$$

Bsp.: Abkühlen (*p* = konst.):

$$V = \frac{R}{p} \cdot T$$

Für v mole:

$$p \cdot V = v \cdot R \cdot T$$

Für Gasgemische:

$$\begin{aligned} &v_1, v_2, v_3, \dots \text{ mole} \\ \implies &pV = (v_1, v_2, v_3 + \dots) \cdot RT \end{aligned}$$

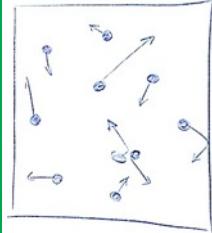
Partialdruck:

$$p_i = v_i \cdot \frac{RT}{V}$$

mit

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots$$

Repetition: Thermodynamik:
Modell des idealen Gases



N Teilchen ($10^{23}!$)
 $m_i, \vec{r}_i(t), \vec{v}_i(t)$ Zustand des Gases:

- Innere Energie

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

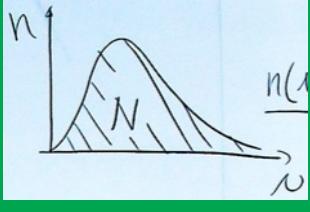
- Mittlere kinetische Energie pro Teilchen:

$$\overline{E_{\text{kin}}} = \frac{U}{N}$$

- Gasdruck:

$$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \overline{E_{\text{kin}}}$$

- Temperatur: ...
- Maxwell-Boltzmann-Geschwindigkeitsverteilung



$$n(v) = A_v v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

Stellt sich durch Stöße ein!

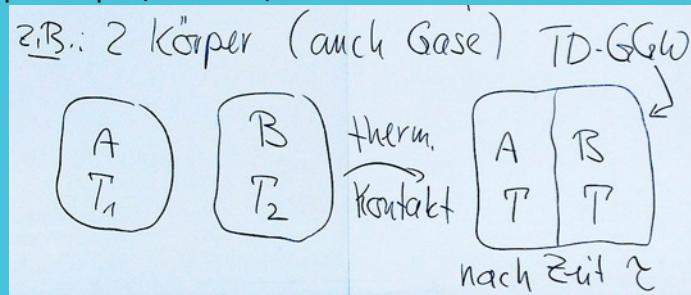
Zustandsgleichung

$$p \cdot V = \underbrace{N}_{\text{Anzahl Mole}} \cdot \underbrace{R}_{\text{universelle Gaskonstante} = 8.31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}} \cdot T$$

2.2.1 Was ist Temperatur

Def.: thermodynamisches Gleichgewicht:
Zustandsgrößen sind zeitlich konstant

Bsp.: 2 Körper (auch Gase):



2.2.2 Wärmeaustausch

- Berührung (Wärmeleitung)
- Wärmestrahlung (\rightarrow später)

\rightarrow Temperaturmessung!

Temperatur beim idealen Gas

1 mol :

$$p \cdot V = RT$$

$$p \cdot V = \frac{2}{3} N_A \overline{E_{\text{kin}}}$$

$$\Rightarrow \overline{E_{\text{kin}}} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{3}{2} k T$$

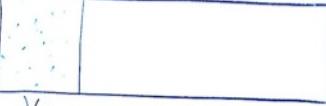
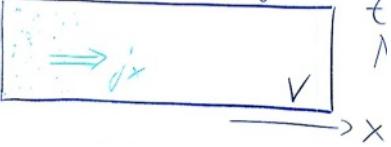
Boltzmann-Konstante = $1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$

 \Rightarrow Temperatur \approx Energie

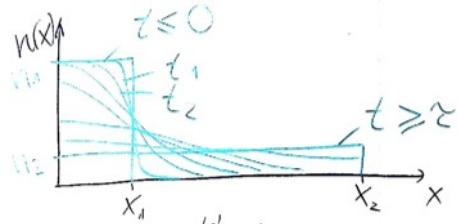
$$\Rightarrow \overline{E_{\text{kin}}} = \frac{1}{2} \overline{mv^2} = \frac{3}{2} k T$$

TD-GGW: weitere Situation

2.3 Diffusion

1. 
 V_1 N Teilchen TD-GGW
2. 
 $t = 0$
Nicht-GGW, zeitlich veränderlich Diffusionsstromdichte j_x
3. 
 $t = \tau$
TD-GGW

2.3.1 Quantitative Beschreibung



alles gleiche Fläche
 Teilchendichte $n(x)$
 zeitliche Änderung von $n(x)$
 Ursache: Dichtegefälle

1.

$$n_1 = \frac{N}{V_1}$$

2.

$$[j_x] : \text{Teilchen/m}^2\text{s}$$

3.

$$n_2 = \frac{N}{V}$$

$$j_x = -D \cdot \frac{dn}{dx}$$

Fick'sche Diffusionsgleichung
 D : Diffusionskonstante

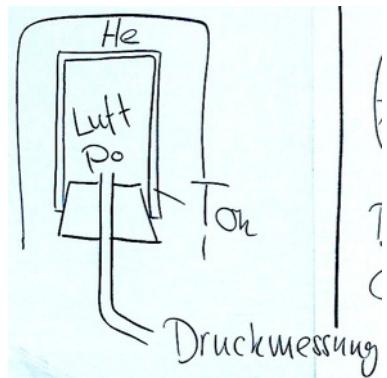
$$[D] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Man findet: $D \sim \underbrace{l}_{\text{mittlere freie Weglänge}} \cdot \underbrace{\bar{v}}_{\text{mittlere Schnelligkeit}}$

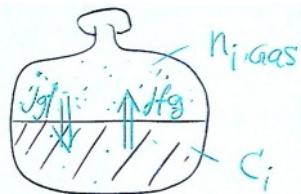
In Lösungen

$$\left. \begin{array}{l} \text{Konzentration} \\ c_i = \frac{v_i}{V_{\text{Lsg.}}} \end{array} \right\} \quad j_x = -D \cdot \frac{dc_i}{dx}$$

2.3.2 Diffusion durch porösen Ton



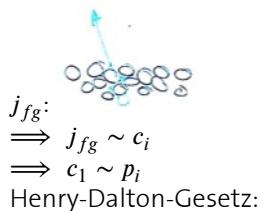
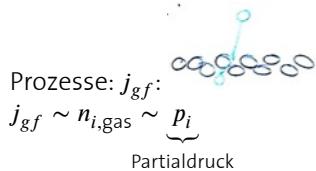
2.3.3 Gasaufnahme in Flüssigkeiten



Diffusion Gas \rightleftharpoons Flüssigkeit
Gleichgewichtskonzentration c_i^S (Sättigungskonzentration)

Im TD-GGW

$$j_{gf} = j_{fg}$$



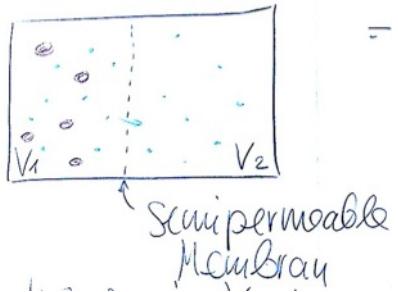
$$c_i^S = K(T) \cdot p_i$$

$K(T)$: Gassorte, Flüssigkeit

$K(T) \downarrow$ wenn $T \nearrow$

2.4 Osmose

Im TD-GGW



Druck:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

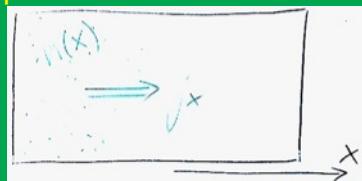
$$\Rightarrow p = \frac{n \cdot N_A \cdot k \cdot T}{V} = n \cdot kT$$

$$\text{Druck in } V_1 : p = n_{\text{gas}} \cdot kT + n_{\text{liq}} \cdot kT$$

$$\text{in } V_2 : p = n_{\text{liq}} \cdot kT$$

$$\Rightarrow \Delta p = n_{\text{liq}} \cdot kT \quad \text{osmotischer Druck (auch in Lösungen!)}$$

Repetition: Diffusion:



$$\text{Gase: } j_x = -D \frac{dn}{dx}$$

$$\text{Lösungen: } j_x = -D \frac{dc}{dx}$$

Diffusionskonstante

$$D \sim \underbrace{\bar{l}}_{\substack{\text{hohe Dichte} \\ \rightarrow \text{langsam}}} \cdot \underbrace{\bar{v}}_{\substack{\text{kleine Massen} \\ \rightarrow \text{Schnell}}}$$

Gasaufnahme in Flüssigkeiten

$$c_i^S = K(T) \cdot p_i$$

Osmose

Gase: $\Delta p = n_{\bullet} \cdot kT$
 Lösungen: $p_{\text{osm.}} = c_{\bullet} \cdot RT$

$$\left(\text{aus } c_{\bullet} \cdot R = \frac{\nu}{V} R = \underbrace{\frac{\nu \cdot N_A}{V}}_{n_{\bullet}} k \right)$$

2.5 Physiologische Kochsalzlösung

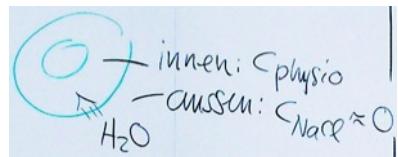
$$c_{\text{physio}} = 9 \frac{\text{g}}{\text{l}} = \frac{\nu}{V_{\text{Lösg}}}$$

Molmasse: $m_{\text{NaCl}} = 23 \text{ g} + 35.5 \text{ g} = 58.5 \text{ g} \hat{=} 6.02 \cdot 10^{23} \text{ NaCl Paare!}$

$$c = \frac{9 \frac{\text{g}}{\text{l}}}{58.5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 2 = 0.308 \frac{\text{mol}}{\text{l}} = 308 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$$

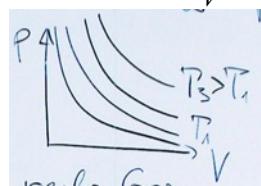
$$p_{\text{osm.}} = c \cdot R \cdot T = 308 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \cdot 8.31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 310 \text{ K} = 7.93 \cdot 10^5 \text{ Pa} \approx 8 \text{ bar}$$

Infusion mit reinem Wasser: Hämolyse

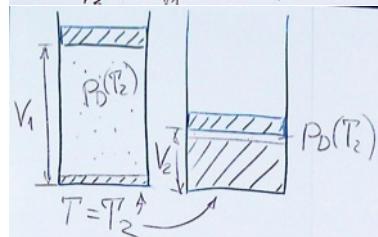
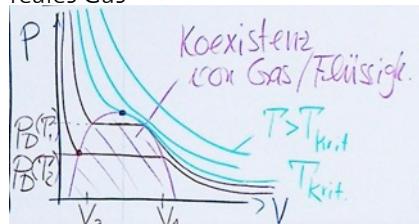


2.6 Der Dampfdruck

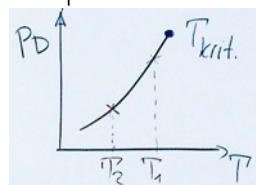
$$\text{ideales Gas } p = \frac{R \cdot T}{V}$$



reales Gas

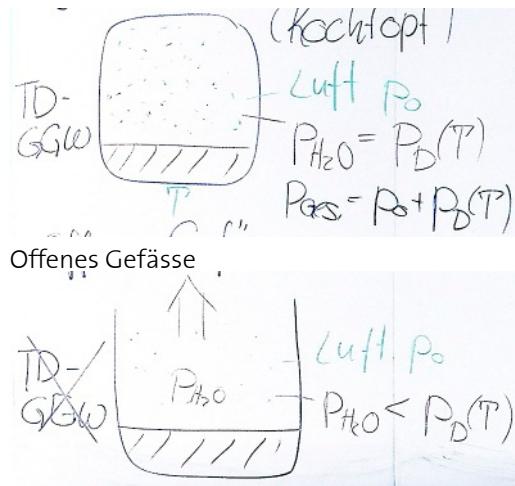


Dampfdruck-Kurve



2 Situationen

Geschlossenes Gefäß (Kochtopf)



2.7 Luftfeuchtigkeit

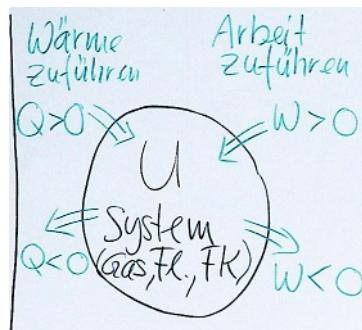
$$\text{absolute LF } f_a = \frac{m_{H_2O}}{V} \text{ in } \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\text{relative LF } f_r = \frac{p_{H_2O}}{p_D(T)} \text{ in \%}$$

$f_r = 100\% \Rightarrow$ Kondensation

$$p_{H_2O} = \underbrace{\frac{m_{H_2O}}{M_{H_2O}}}_{v_{H_2O}} \cdot \frac{R \cdot T}{V} = f_a \cdot \frac{RT}{M_{H_2O}}$$

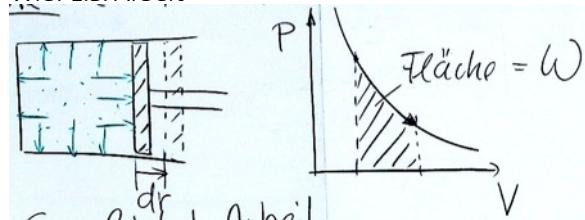
2.8 1. Hauptsatz der Wärmelehre



Prozess: Man tut etwas mit dem System

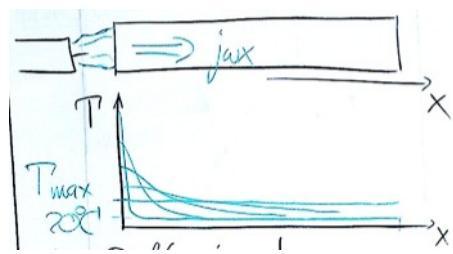
$$\Delta U = U_{\text{nach Prozess}} - U_{\text{vor Prozess}} = Q + W$$

Wie? z.B. Arbeit



Gas leistet Arbeit $\Rightarrow W < 0$

2.9 Wärmeleitung

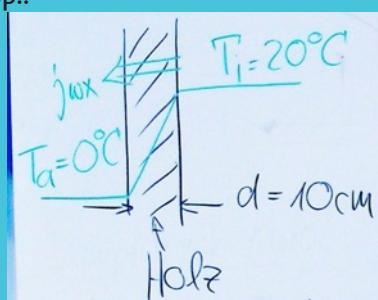


Wie Diffusion!

$$j_{wx} = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx}$$

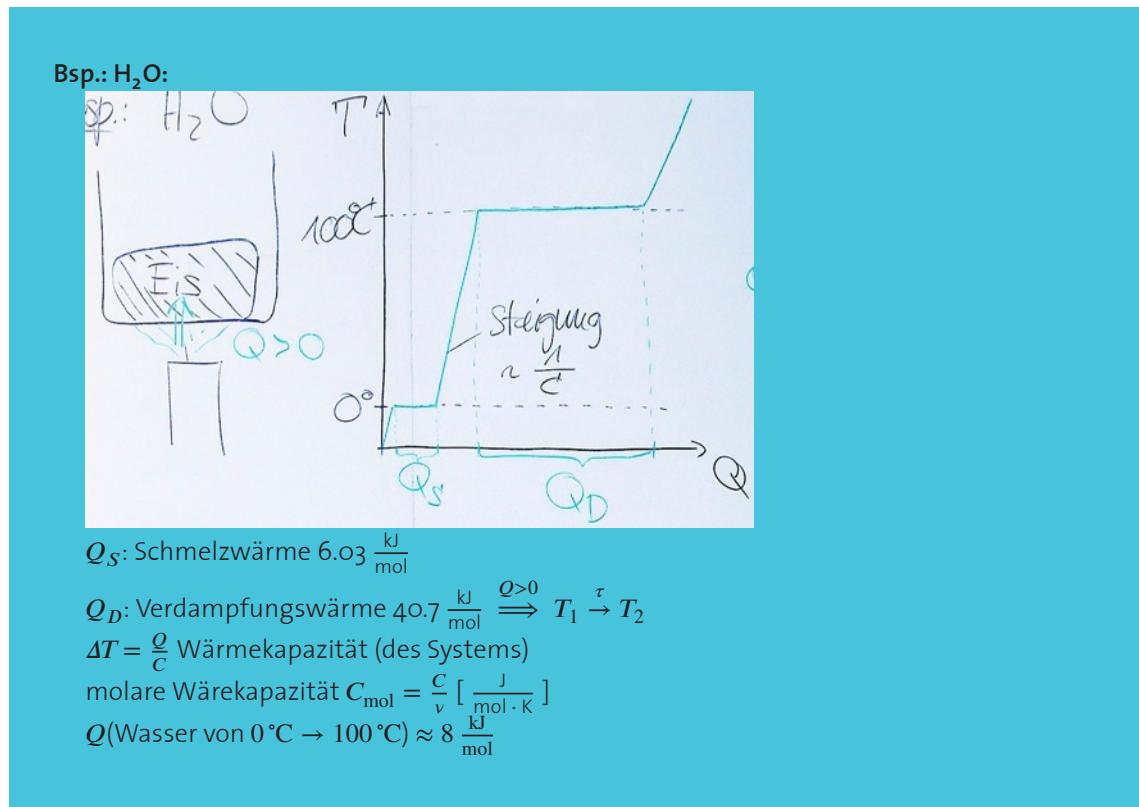
λ Wärmeleitzahl [$\frac{W}{K \cdot m}$] stark materialabhängig

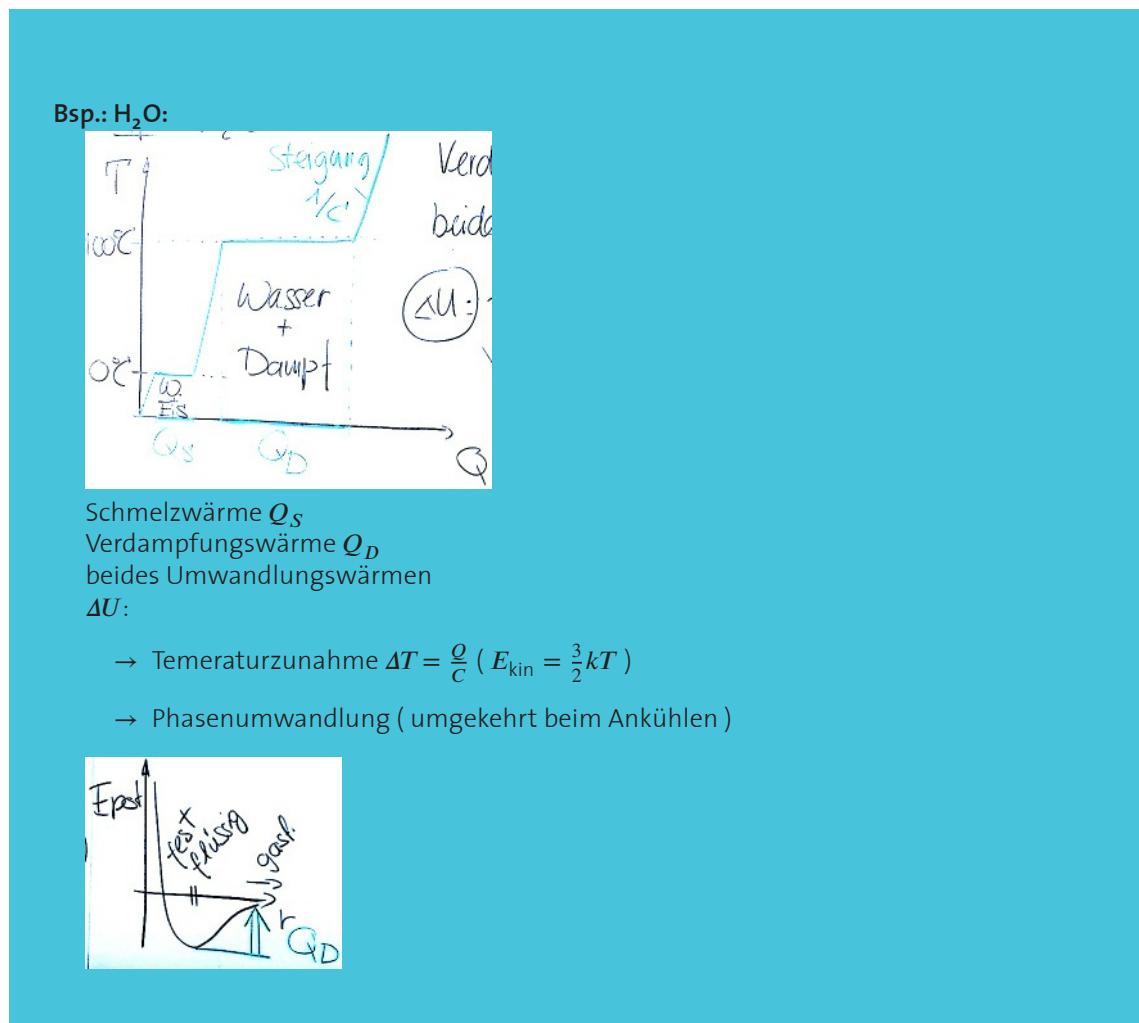
Bsp.:



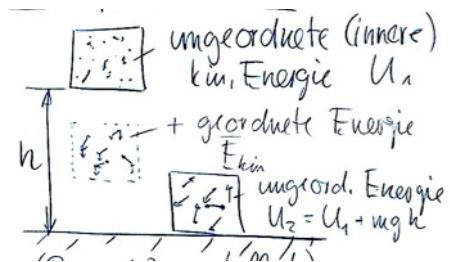
$$\lambda = 0.1 \frac{W}{K \cdot m}$$

$$j_{wx} = -0.1 \frac{W}{K \cdot m} \cdot \frac{20 K}{0.1 m} = 20 \frac{W}{m^2}$$





2.10 2. Haupsatz der WL



Bsp.:
Wasserfall

Prozess ist irreversibel!

2. HS: Welcher Anteil an ungeordneter Energie lässt sich wieder in geordnete Energie umwandeln?

Def.: Entropie:
Entropie S = Mass für die Unordnung

Antwort: freie Energie $F = U - TS$

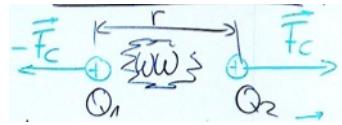
Kapitel 3

Elektrizitätslehre

zuerst Elektrostatik!

3.1 Elektrostatik

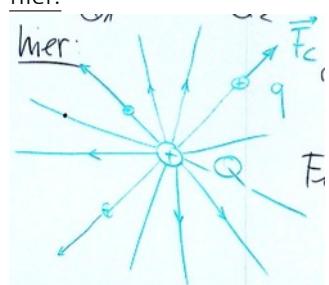
3.1.1 Das Elektrische Feld



$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{m}}$$

hier:



Def.: elektrische Feld:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_C}{q}$$

hier:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

für Punktladung

Feldlinien

- \vec{E} tangential zu FL



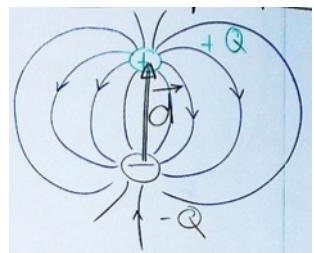
- Richtungssinn!
- Dichte der FL $\sim |\vec{E}(\vec{r})|$
- Vorzeichen:



Mehrere Punktladungen

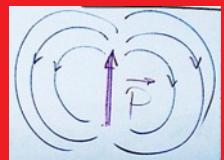


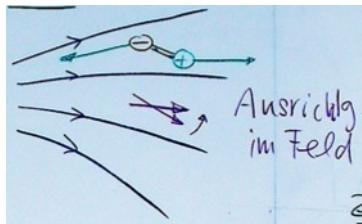
Das Dipolfeld



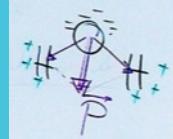
Def.: Dipolmoment:

$$\vec{p} = Q \cdot \vec{d}$$

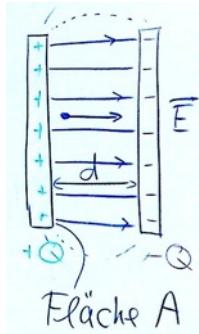


Dipol in äusserem Feld

- Drehmoment
- Kraft (inhomogenes Feld)

z.B.: H₂O-Molekül:**Homogenes \vec{E} -Feld****Plattenkondensator**

(kontinuierliche Ladungsverteilung)

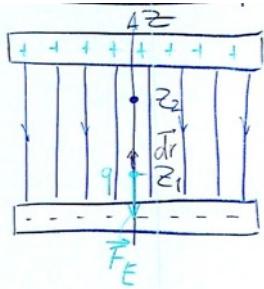


Im Innern:

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

Aussen: $E \approx 0$

3.1.2 Die Elektrische Spannung



Arbeit von mir

$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_{z_1}^{z_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = qE(z_2 - z_1) > 0$$

$(\vec{F} = -\vec{F}_E = -q\vec{E} = \text{konst.})$

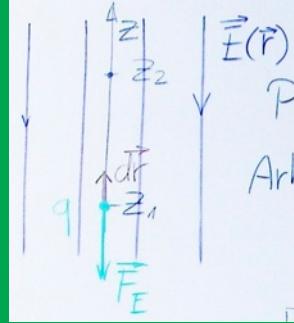
Def.: elektrische Spannung:

$$U_{21} = \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{q}$$

(= Arbeit / Ladung)

$$[U] = \frac{\text{J}}{\text{C}} = \text{V}$$

Repetition: Die elektrische Spannung:

 $\vec{E}(\vec{r})$ hier homogenProbeladung q

$$\text{Arbeit } W_{1 \rightarrow 2} = \int_{z_1}^{z_2} \underbrace{\vec{F}}_{\text{"meine Kraft"} \vec{F} = -\vec{F}_E = -q \cdot \vec{E}} \cdot d\vec{r} = q \cdot E(z_2 - z_1)$$

Def.: Spannung:

$$U_{21} = \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{q}$$

konservatives Kraftfeld

 $\Rightarrow W_{1 \rightarrow 2}$ unabhängig vom Weg $\Rightarrow W_{1 \rightarrow 2} = E_{\text{pot}}(z_2) - E_{\text{pot}}(z_1)$ Das **elektrische Potential**

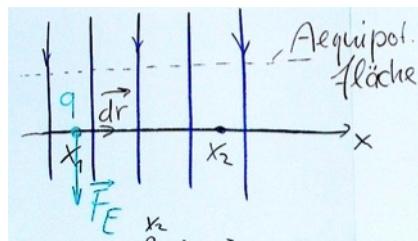
$$\boxed{\varphi(x) = \frac{E_{\text{pot}}(z)}{q}}$$

 $\Rightarrow U_{21} = \varphi(z_2) - \varphi(z_1)$

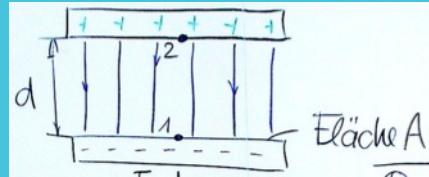
Spannung = Potenzialdifferenz

Bsp.:hier $W_{1 \rightarrow 2} > 0$ z_2 liegt auf höherem Potential

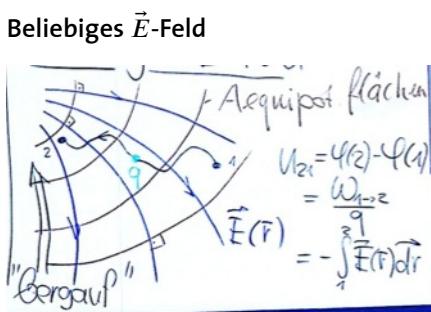
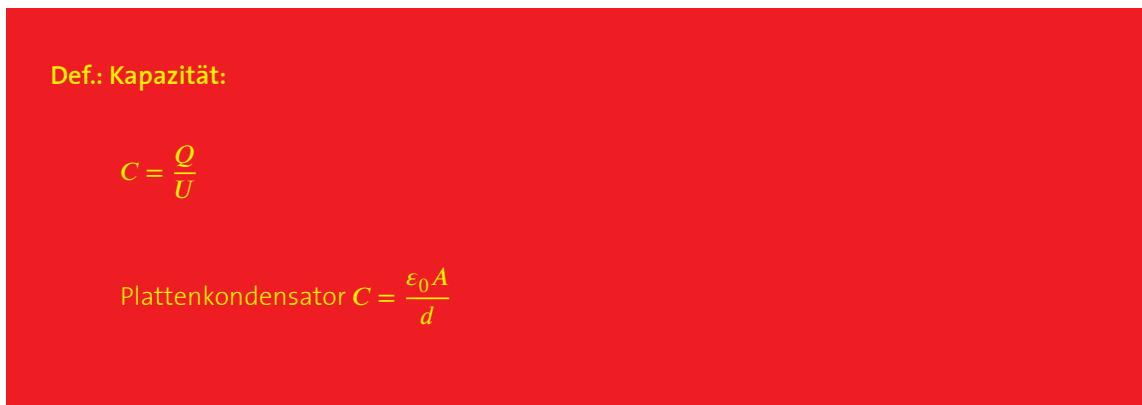
3.1.3 Bewegung $\perp \vec{E}$ -Feld



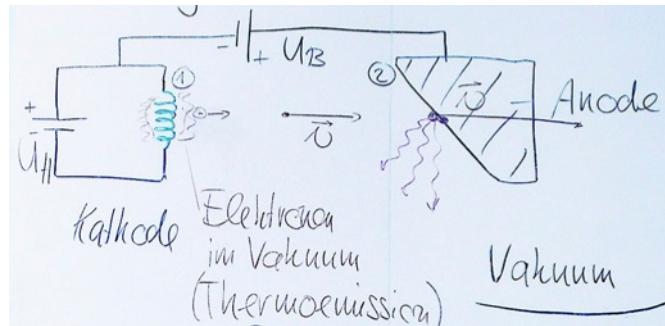
$$\begin{aligned} W_{1 \rightarrow 2} &= \int_{x_1}^{x_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0 \\ &= U_{21} = 0 \\ &= \varphi(x_2) - \varphi(x_1) \end{aligned}$$

Bsp.: Plattenkondensator:

$$U_{21} = -\frac{qEd}{q} = \underbrace{Ed}_{E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}} = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

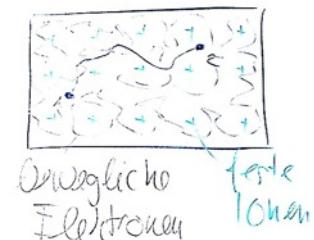


$$\begin{aligned} U_{21} &= \varphi(2) - \varphi(1) \\ &= \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{q} \\ &= - \int_1^2 \vec{E}(r) dr \end{aligned}$$

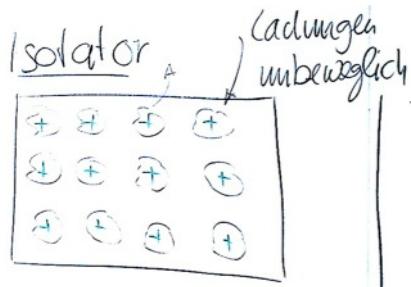
Beschleunigung in Röntgenröhre

$$\begin{aligned} \varphi(2) > \varphi(1) \\ q = -e \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} E_{\text{pot}}(2) < E_{\text{pot}}(1) \\ \text{EEH: } -e\varphi(1) + \underbrace{\frac{1}{2}mv_1^2}_0 = -e\varphi(2) + \frac{1}{2}mv_2^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 = e(\varphi(2) - \varphi(1)) = e \cdot U_B$$

Materialien in elektrischen Feldern**Metalle**

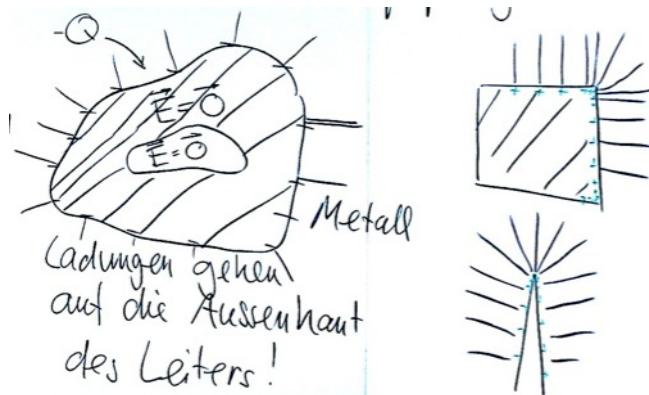
laden
 $+Q$ Elektronen weg
 $-Q$ Elektronen dazu

Isolator**Metalle**

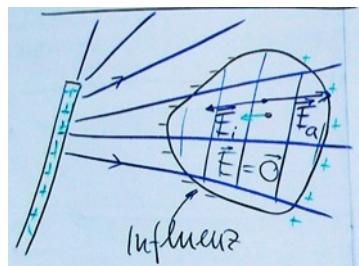
Elektrostatik $\vec{v} = \vec{0}$

\Rightarrow im Innern $\vec{E} = \vec{0}$

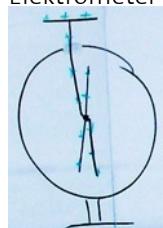
\Rightarrow Metalle sind Aequipotentialgebiete



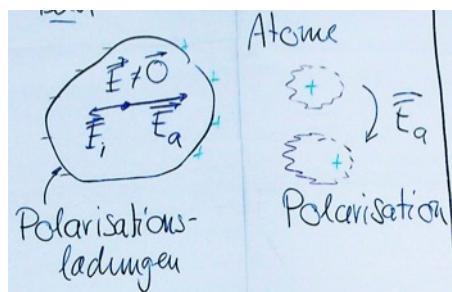
Metall in äusserem Feld



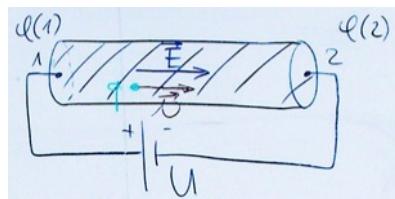
Elektrometer



Isolator im äusseren Feld



3.1.4 Elektrische Gleichströme: Leiter



$$\Rightarrow \varphi(1) > \varphi(2)$$

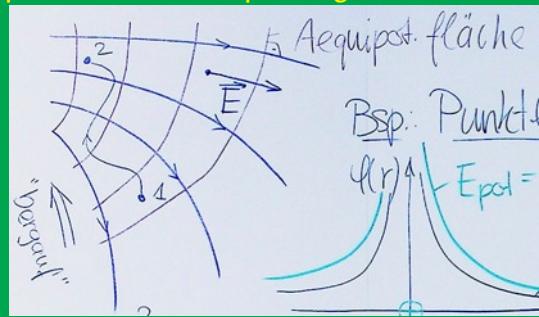
\Rightarrow keine Aequipotentialfläche

\vec{E} -Feld beschleunigt Ladungen

Reibung an Ionen bremst sie

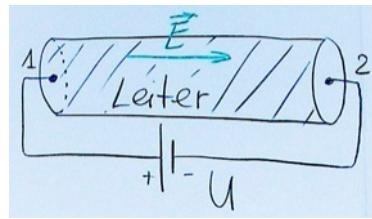
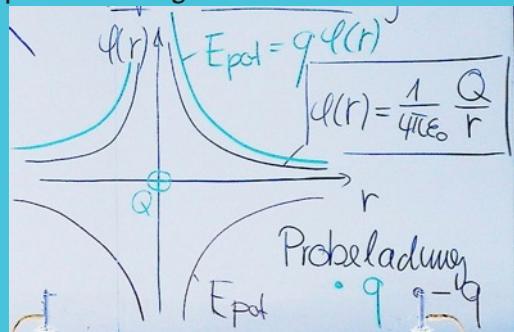
$$\Rightarrow \vec{v} = \text{konst.}$$

Repetition: Elektrische Spannung - elektrisches Potential:



$$U_{21} = - \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Bsp.: Punktladung:

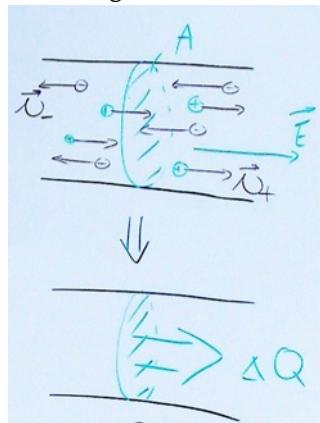


$$U_{21} = U$$

$\Rightarrow \vec{E} \neq \vec{0}$ im Leiter

⇒ Ladungsträger beschleunigt

+ Reibung ⇒ $\vec{v} = \text{konst.}$



pos. Stromrichtung in Feldrichtung

Def.: Stromstärke:

$$\boxed{I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}} \quad [\text{A}]$$

Def.: Stromdichte:

$$\boxed{\vec{j} = \rho \cdot \vec{v}} \quad \left[\frac{\text{A}}{\text{m}^2} \right]$$

mit Ladungsdichte $\rho = \underbrace{n}_{\text{Teilchendichte}} \cdot \underbrace{z}_{\text{Ladung pro Teilchen}} \cdot \underbrace{e}_{\text{Elementarladung} \approx 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}$

Metalle

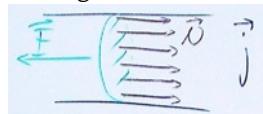
i.A. Elektronen: $z = -1$

Elektrolyt

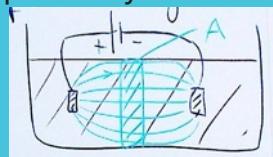
$$\vec{j} = \vec{j}_+ + \vec{j}_- = n_+ z_+ e \vec{v}_+ + n_- z_- e \vec{v}_-$$

z.B.: Mg_2^+ -Ionen: $z = +2$

In zylindrischem Leiter:
homogene Stromdichte



$$I = A j \implies j = \frac{I}{A}$$

Inhomogenes $\vec{j}(\vec{r})$ **Bsp.: Elektrolyt:**

$$I = \iint_A \vec{j} \cdot d\vec{A}$$

3.1.5 Strömungsgesetze

$$\text{Hydro: } I_V = \frac{p_1 - p_2}{\underbrace{R_V}_{\substack{\text{innere} \\ \text{Reibung}}}}$$

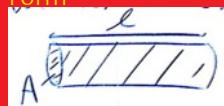
el. Strom: $I = \frac{U}{\underbrace{R}_{\substack{\text{Reibung} \\ \text{an Ionen,} \\ \text{Elektronen}}}}$ \Rightarrow

Def.: elektrischer Widerstand:

$$R = \frac{U}{I} \quad [\Omega]$$

hängt ab von

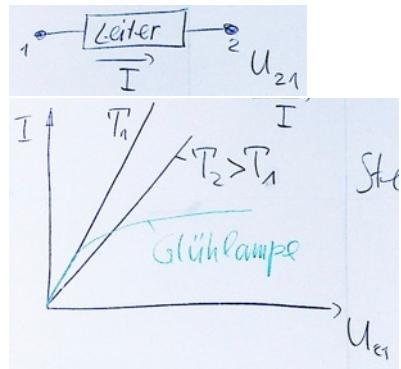
- Material (\rightarrow spez. Widerstand ρ_W)
- Form



$$R = \rho_W \frac{l}{A}$$

3.1.6 Strom-Spannung-Charakteristik

Metall

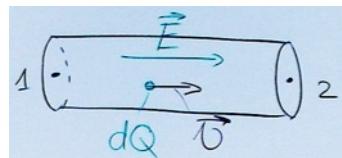


$$\text{Steigung: } \frac{I}{U}$$

$$\Rightarrow R = \frac{U}{I} = \text{konst.}$$

Ohmsches Gesetz

3.1.7 Joulsche Wärme



\vec{E} -Feld leistet Arbeit (Batterie!)

$$dW_{1 \rightarrow 2} = dQ \cdot U_{21}$$

\Rightarrow elektrische Leistung:

$$P = U \cdot I$$

$$P = \frac{dW_{1 \rightarrow 2}}{dt} = \underbrace{\frac{dQ}{dt}}_I \cdot U_{21}$$

$$[W] = V \cdot A$$

3.1.8 Elektrische Leitfähigkeit

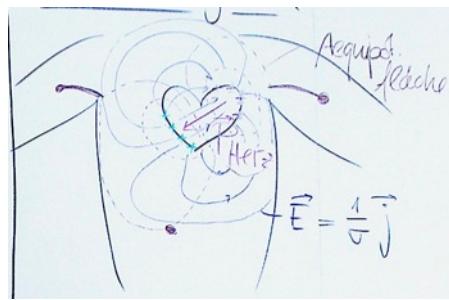
$$I = \frac{1}{R} \cdot U \rightarrow \boxed{\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}} \quad (\text{von } \vec{j} = \rho \cdot \vec{v})$$

Bilanzgewinnung im ganzen Leiter
vektorielles Gesetz gilt überall im Leiter

Def.: elektrische Leitfähigkeit:

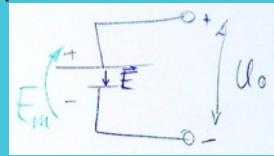
$$\sigma = \frac{1}{\underbrace{\rho_W}_{\text{spez. Widerstand}}}$$

3.1.9 Elektrokardiogramm



3.1.10 Spannungsquellen

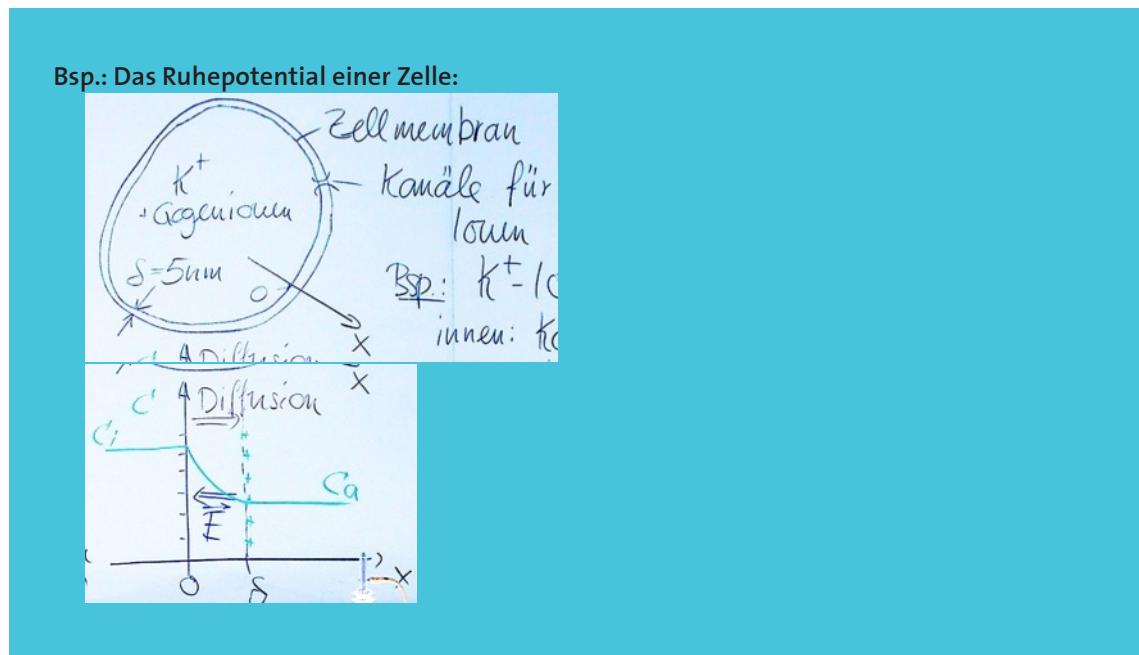
Bsp.: Batterie:



"Elektromotorische Kraft" (EMK)

$$E_m = \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{q}$$

Leerlaufspannung $U_0 = E_m$



Bsp.:K⁺-Ioneninnen Konz. c_i außen Konz. c_a Im GGW sorgt Körper für $c_i > c_a$ Lösung: Konzentration in der Zellwand

$$c(x) = c_i e^{-\frac{ze \cdot E \cdot x}{kT}}$$

am äusseren Rand

$$c(\delta) = c_a = c_i e^{-\frac{ze \cdot \overbrace{E \cdot \delta}^{\text{Diff. Spannung}}}{kT}}$$

Diff'spannung $U_D = E\delta$

$$U_D = \frac{kT}{z \cdot e} \ln \frac{c_i}{c_a}$$

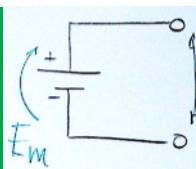
Ruhepotential $U_D \approx 90 \text{ meV}$

Repetition: El. Gleichströme:

<u>Stromstärke:</u> <u>Stromdichte:</u>	$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ $\vec{j} = \rho \cdot \vec{v}$
--	---

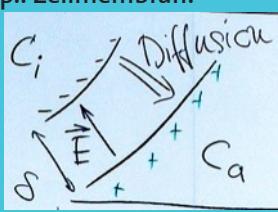
Strömungsgesetze:

$$I = \frac{U}{R} \quad \vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$$



Spannungsquellen
 E_m : elektromotorische "Kraft"
 \Rightarrow Arbeit, um Ladung gegen E-Feld zu verschieben

Bsp.: Zellmembran:



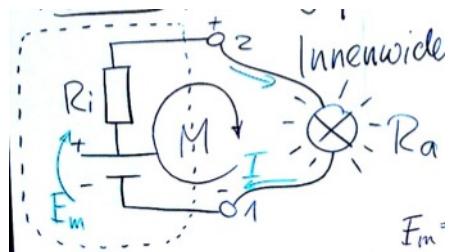
$c_i > c_a$
 K^+ -Konzentration
 $\delta = 5 \text{ mm}$
Diffusion transportiert Ladungen (K^+) gegen E-Feld

$$\Rightarrow U_D = \frac{kT}{ze} \ln \frac{c_i}{c_a}$$

Ruhepotential $\approx 90 \text{ mV}$

$$E = \frac{U_D}{\delta} = \frac{90 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{5 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 2 \cdot 10^7 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Reale Spannungsquellen

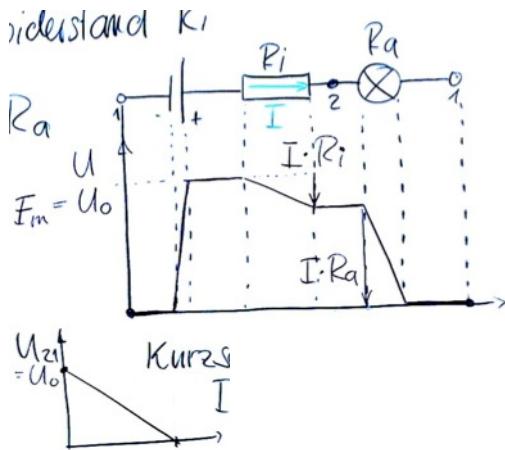


Innenwiderstand R_i Spannungsabfall am R_i

$$U_i = I \cdot R_i$$

Klemmanspannung

$$U_{21} = E_m - I \cdot R_i = U_0 - I \cdot R_i$$

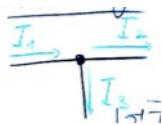


Kurzschluss:

$$I_{\max} = \frac{U_0}{R_i}$$

3.1.11 Kirchhoffsche Maschenregel

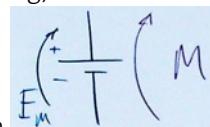
$$\sum E_m = \underbrace{\sum U_i}_{\text{alle Spannungsabfälle}}$$

Kirchoffsche Knotenregel

Hier $I_1 = I_2 + I_3$

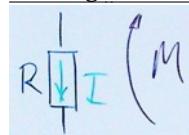
$$\sum I_{\text{zufl.}} = \sum I_{\text{abfl.}}$$

(Kontinuitätsgleichung)



Wichtig: Vorzeichen

E_M positiv



$I \cdot R$ negativ

Rezept:

- 1) Stromrichtungen einzeichnen (beliebig)
- 2) Knotenregel anwenden
- 3) Maschenregel anwenden
- 4) Gleichungen nach I_1, I_2, \dots auflösen

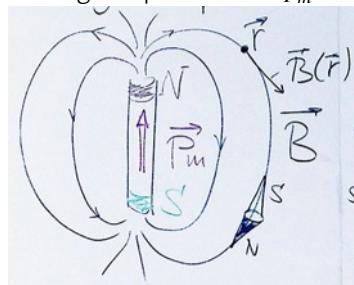
Kapitel 4

Magnetfelder

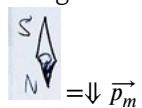
4.1 Stabmagnet

(Permanentmagnet)

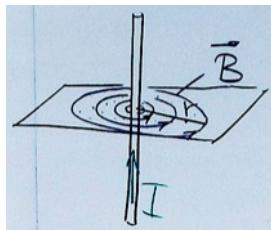
→ magn. Dipolmoment \vec{p}_m



"magn. Induktion"



4.2 Magnetfeld eines el. Stromes



\vec{B} -Feldstärke

$$B(r) = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r}$$

gerader Leiter

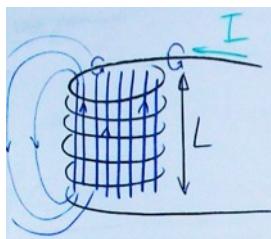
- \vec{B} -Feldlinien sind Kreise
- Drehrichtung: rechte Hand-Regel
- \vec{B} -Feldlinien sind immer geschlossen!

$$[B] = \text{Tesla} = T = \frac{N}{A \cdot m}$$

magn. Feldkonstante

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$$

4.3 B -Feld einer geraden Spule



Innen: homogenes B -Feld, stark

Zahl der Windungen

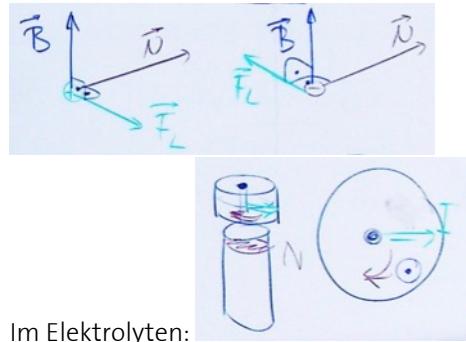
$$B = \frac{\mu_0 \widehat{N} I}{L}$$

aussen: schwaches Dipolfeld

4.4 Die Lorentzkraft

Nur auf bewegte Ladungen!

$$\vec{F}_L = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$



Repetition: Magnetfelder:

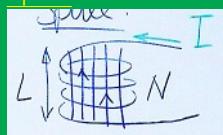
magn. Dipolmoment in **B**-Feld

- Drehmoment ($\vec{p}_m \rightarrow \parallel \vec{B}$)
- Kraft in inhom. **B**-Feld

B-Felder von Strömen gerader Leiter

- Kreisförmige Feldlinien
- rechte-Hand-Regel
-

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

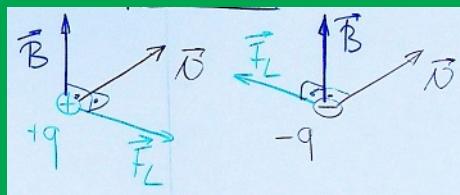
Spule

- im Innern homogen
-

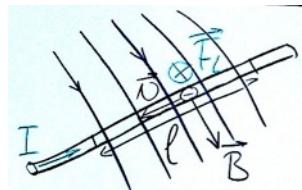
$$B = \frac{\mu_0 NI}{L}$$

Lorentzkraft...auf bewegte Ladungen (\vec{v})

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B})$$



4.5 Elektrischer Leiter in B -Feld



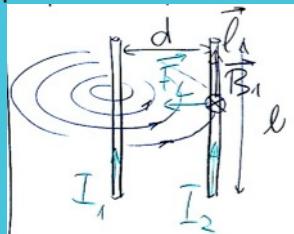
$$d\vec{F}_L = -e(\vec{v} \times \vec{B})$$

\downarrow in Tafel hinein
 \Rightarrow Kraft auf Leiter
Leiterstück, Länge l , Stromstärke I

$$\boxed{\vec{F}_L = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})}$$

Richtung des Stromes I

Bsp.: Kraft zwischen zwei Leitern:



Rollenverteilung!
 I_1 : felderzeugend
 I_2 : Strom auf den Kraft wirkt
(3.N.P.: Situation symmetrisch)

$$F_L = I_2 \cdot l_2 \cdot B_1$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi d}$$

$$\Rightarrow F_L = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d} l_2$$

symmetrisch in I_1, I_2

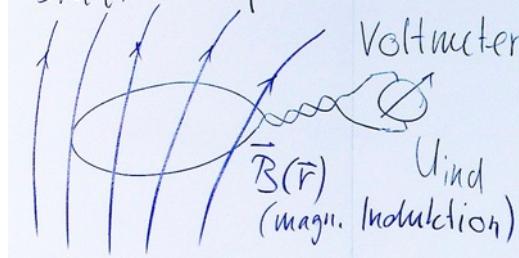
Bsp.: im Experiment:

$$I_1 = I_2 = 140 \text{ A}$$

$$d = 1 \text{ cm} \implies F_L = 0.04 \text{ N}$$

4.6 Das Induktionsgesetz

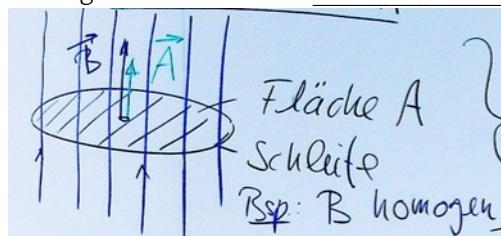
Drahtsschleife:



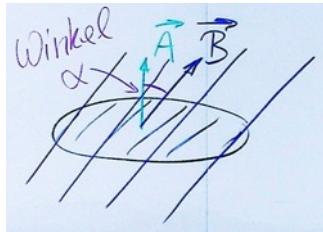
$U_{\text{ind.}}$: Induktionsspannung
Faradaysches Induktionsgesetz

$$U_{\text{ind.}} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Φ : magnetischer Feldfluss durch die Schleife



$$\Phi = B \cdot A \text{ Hydro: } I_V = v \cdot A$$

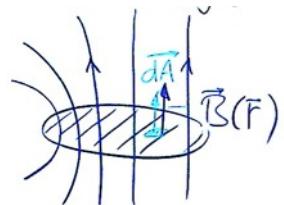


$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = B \cdot A \cdot \cos \alpha$$

z.B.:

$$\alpha = 90^\circ \implies \Phi = 0$$

4.6.1 B inhomogen



$$\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{A} = \iint B \cdot \cos \alpha \cdot dA$$

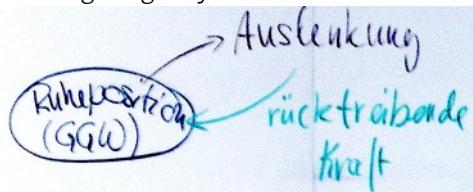
4.6.2 Flussänderung

- Fläche A ändern
- Winkel α ändern

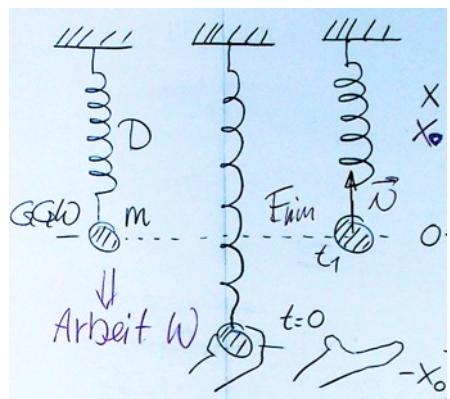
Kapitel 5

Schwingungsvorgänge

schwingfähiges System



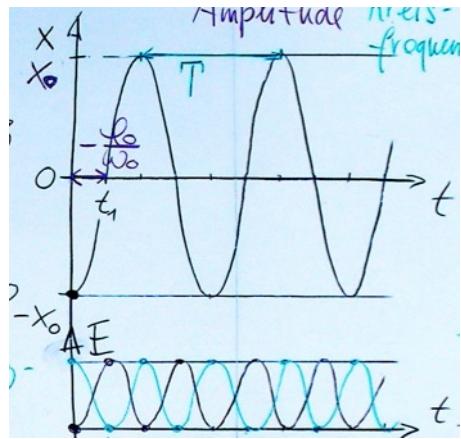
5.1 Energiebetrachtung



- gegeben durch Schwingsystem
- Anfangsbedingungen

harmonische Schwingung

$$x(t) = \underbrace{x_0}_{\text{Amplitude}} \sin(\underbrace{\omega_0}_{\text{Kreisfrequenz}} t + \underbrace{\varphi_0}_{\text{Phase}})$$



$$E_{\text{tot}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = \text{konst.} = W$$

$$E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} D x^2$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$$

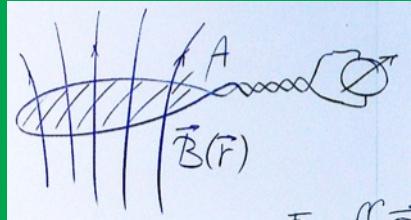
Kreisfrequenz ω_0

$$(2.\text{N.P.}) \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Schwingungsperiode T

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

$$\text{Frequenz } f = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

Repetition:Das Induktionsgesetz

magn. Fluss

$$\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Faraday's Induktionsgesetz

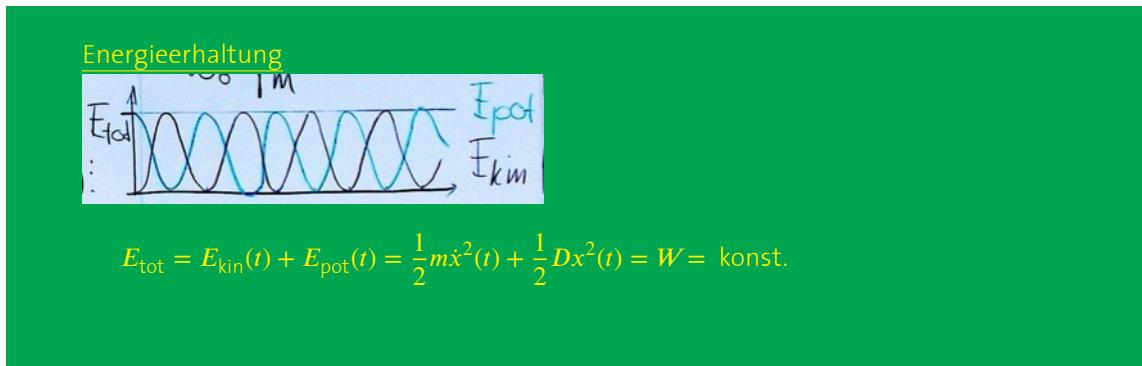
$$U_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Schwingungsvorgängeharmonische Schwingung:

$$x(t) = \underbrace{x_0}_{\text{Amplitude}} \sin(\underbrace{\omega_0}_{\text{Kreisfrequenz}} t + \underbrace{\varphi_0}_{\text{Phase}})$$

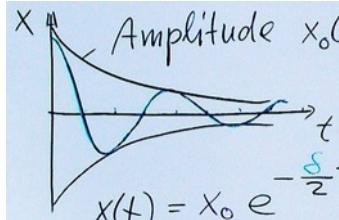
Bsp.: Federpendel:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$$



5.2 Gedämpfte Schwingung

Energie geht durch Reibung verloren!

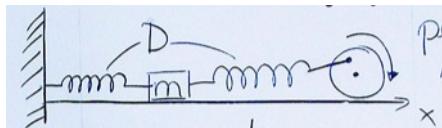


$$\text{Amplitude } x_0(t) = x_0 e^{-\frac{\delta}{2}t}$$

$$x(t) = x_0 e^{-\frac{\delta}{2}t} \sin(\omega_d t + \varphi_0)$$

schwache Dämpfung (δ klein) $\omega_d \approx \omega_0$ Energieverlust: $E_{\text{tot}} = E_{\text{pot}}(0) \cdot e^{-\delta t}$

5.3 Erzwungene Schwingung



periodische Anregung $F_0 \sin \omega t$
2 Frequenzen!

- ohne Anregung: $\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$ Eigenfrequenz
- Anregungsfrequenz ω frei wählbar

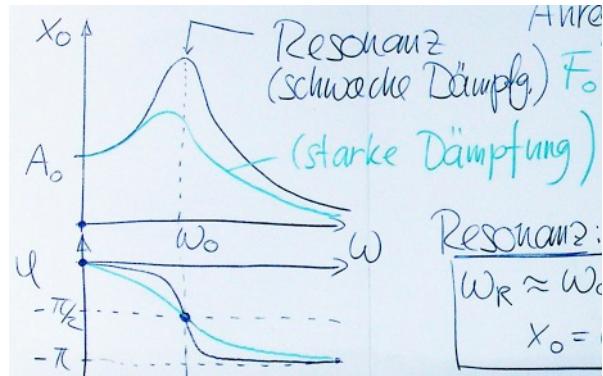
Frage: Bewegung mit ω oder ω_0 ?

Zu Beginn: Einschwingung mit ω_0 (gedämpft) und ω !
 $t \rightarrow$ gross: stationärer Zustand. Nur noch ω !

5.3.1 Nur noch stationärer Zustand

(mit Dämpfung: rasch im stationärem Zustand)

$$x(t) = x_0(\omega) \cdot \sin(\omega t + \varphi(\omega))$$

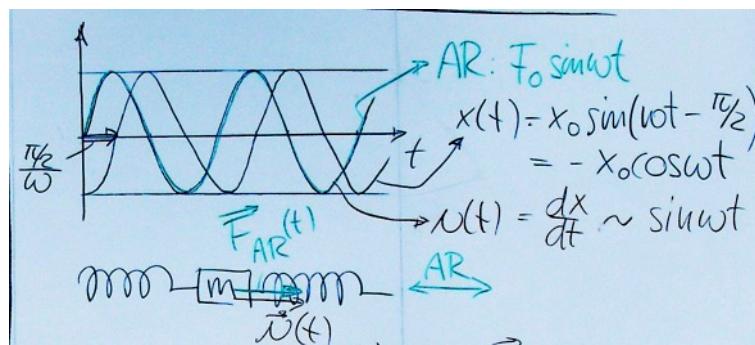


Anregung: $F_0 \sin \omega t$

Resonanz:

$$\omega_R \approx \omega_0, \varphi = -\frac{\pi}{2}, x_0 = \text{maximal}$$

5.3.2 Erklärung der Phase bei Resonanz



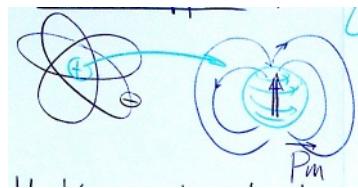
$$x(t) = x_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = -x_0 \cos \omega t$$

\Rightarrow Verschiebung \vec{dr}

$\Rightarrow \vec{F}_{AR}$ verrichtet immer positive Arbeit!

5.4 Anwendung: Magnetische Resonanztomographie (MRI)

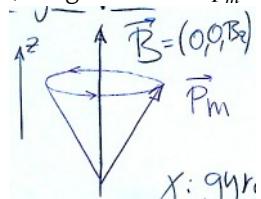
5.4.1 Wasserstoffkern



- Ladung $+e$
- Eigendrehimpuls (Spin)
- magn. Moment \vec{p}_m

5.4.2 H-Kerne in starkem Magnetfeld

\downarrow magn. Moment \vec{p}_m + Drehimpuls



\Rightarrow Präzessionsbewegung

$$\vec{B} = (0, 0, B_z)$$

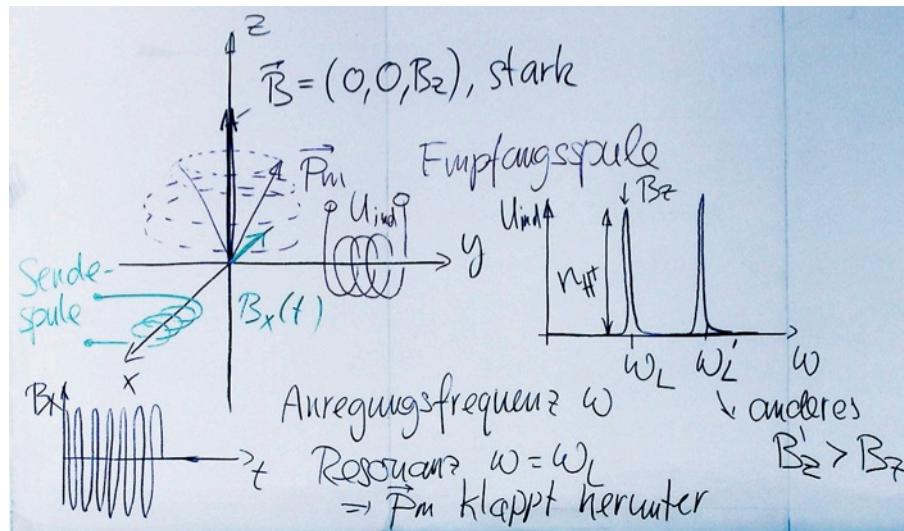
Präzessions-(Larmor-)Frequenz

$$\boxed{\omega_L = \gamma \cdot B_z}$$

γ : gyromagn. Verhältnis

Wasserstoffkern: $\gamma = 2\pi \cdot 42.58 \frac{\text{MHz}}{\text{T}}$

5.4.3 Kernresonanz-Spektroskopie

Anregungsfrequenz ω Resonanz $\omega = \omega_L$ $\Rightarrow \vec{P}_m$ klappt herunter

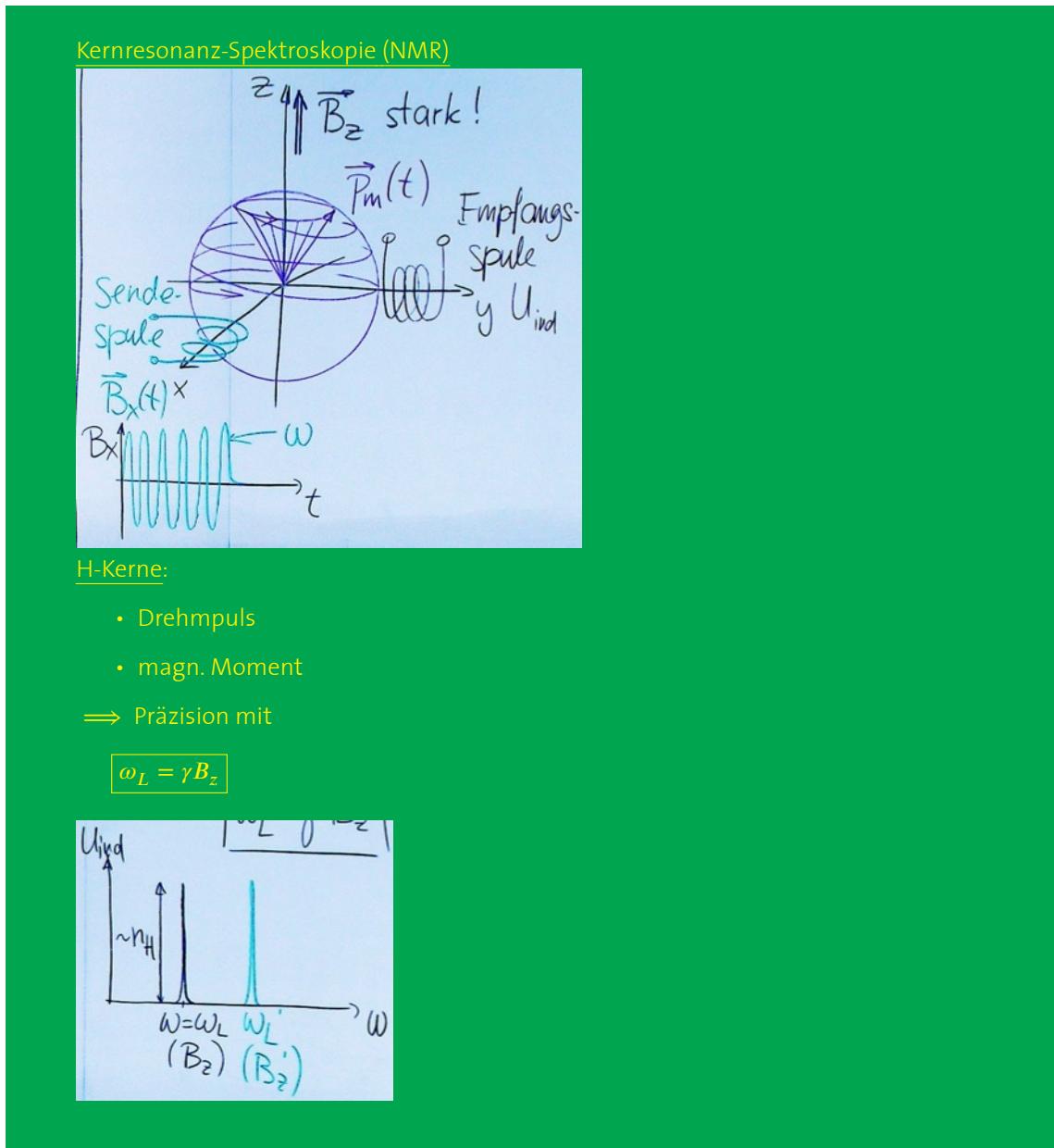
Repetition: Erzwungene Schwingung:

Anregung: $F_0 \sin \omega t$
Schwingungssystem, Eigenfrequenz ω_0
 \Rightarrow stationärer Zustand:

$$x(t) = x_0(\omega) \sin(\omega t + \varphi(\omega))$$

Resonanz:

$$\begin{aligned} \omega_R &\approx \omega_0 \\ x_0(\omega_R) &\text{ maximal} \\ \varphi(\omega_R) &= -\frac{\pi}{2} \end{aligned}$$



5.4.4 Gradientenfeld $\vec{B}_z(\vec{r})$

genau kennen!

⇒ Messe U_{ind} bei $\omega_L(\vec{B}_z)$

⇒ erhalte $U_{\text{ind}}(\vec{B}_z(\vec{r}))$

⇒ $n_H(\vec{r})$

5.5 Wellen

Was braucht es?

- Medium:

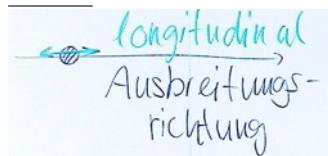


⇒ viele Schwingungssysteme, "Oszillatoren" + Kopplung zwischen Oszillatoren
Oszillatoren identisch ⇒ resonante Ausbreitung

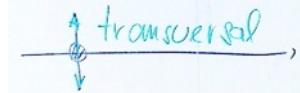
- Anregung (=Welle): "Störung", die sich im Medium ausbreitet
⇒ Welle transportiert Energie, nicht Masse!

5.5.1 Polarisation

= Bewegungsrichtung der einzelnen Oszillatoren
Pendel:



Wellenmaschine:



5.5.2 Ausbreitungsgeschwindigkeit c

...hängt ab von Medium (m, D)

5.5.3 Mathematische Beschreibung

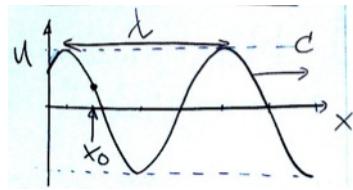
$$u(x, t) = u(x - ct) \quad (\rightarrow \text{pos. } x\text{-Richtg.})$$

$$u(x, t) = u(x + ct) \quad (\rightarrow \text{neg. } x\text{-Richtg.})$$

harmonische Wellen:

$$\begin{aligned} u(x, t) &= u_0 \sin(k(x - ct)) \\ &= u_0 \sin(\underbrace{k}_{\substack{\text{Wellenzahl [m}^{-1}\text{]} \cdot c}} \underbrace{x - \omega t}_{\substack{\text{Kreisfreq.}}}) \\ &= u_0 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - 2\pi \underbrace{f}_{\substack{\text{Frequenz}}} \cdot t\right) \end{aligned}$$

5.5.4 Welle im Ortsbild



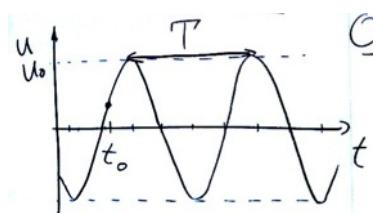
Zeit t_0 fest

$$u(x, t) = u_0 \sin(kx - \underbrace{\omega t_0}_{\substack{\text{konst. Phase}}})$$

Wellenlänge λ

$$\boxed{\lambda = \frac{2\pi}{k}}$$

5.5.5 Welle im Zeitbild



Ort x_0 fest (1 Oszillator!)

$$u(x_0, t) = u_0 \sin(\underbrace{kx_0 - \omega t}_{\substack{\text{konst. Phase}}})$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

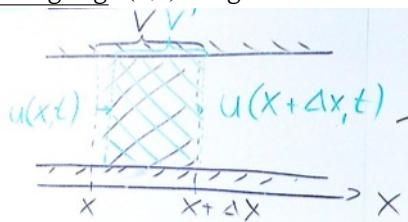
5.5.6 Wichtiger Zusammenhang

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$

Schallwellen (Akustik)

Medium: Luft, Wasser, FK

Anregung $u(x, t)$: longitudinale Auslenkung von Luftsichten



$$u(x, t) = u_0 \sin(kx - \omega t)$$

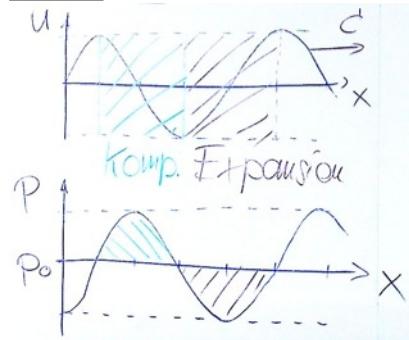
hier: $V' < V$

Luft komprimiert!

Def.: Schalldruck:

$$p_s(x, t) = p(x, t) - p_0 = - \underbrace{p_s^0}_{\text{Schalldruckamplitude}} \cos(kx - \omega t)$$

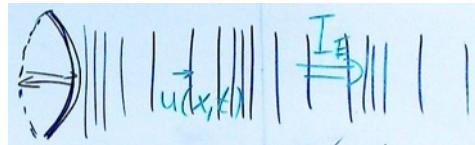
Ortsbild:



Schallgeschwindigkeit c

Luft:

$$c = \sqrt{\frac{RTk}{M}} = \sqrt{\frac{\frac{7}{5}p_0}{\rho}} \approx 350 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

5.5.7 IntensitätEnergiestrom I_E ($\frac{\text{J}}{\text{s}} = \omega$)

$$I_E = \underbrace{\frac{1}{2}\rho}_{\text{kin. Energie pro Vol.}} \underbrace{v_0^2}_{\text{"Schallschnelle"}} \cdot A \cdot c$$

$$u(x, t) \quad x = x_0$$

$$\Rightarrow v(x, t) = \frac{du(x, t)}{dt}$$

Amplitude v_0 Intensität:

$$I = \frac{I_E}{A} = \frac{1}{2}\rho v_0^2 \cdot c = \frac{1}{2}\rho\omega^2 u_0^2 c$$

$$\left[u(x, t) = u_0 \sin(kx - \omega t) \right] \quad \dots \quad \boxed{I = \frac{(p_s^0)^2}{2 \cdot \rho \cdot c}}$$

$$\boxed{I \sim u_0^2}$$

5.5.8 Menschliches OhrHörschwelle $I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ Schmerzgrenze $I_S \approx 1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ \Rightarrow Wahrnehmung logarithmisch!**Schallpegel**

$$\boxed{L = 10 \cdot \log_{10} \frac{I}{I_0}} \text{ in dezibel dB}$$

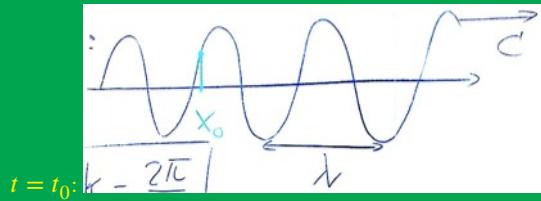
Bsp.:

$$I = I_0 \implies L = 0$$

$$\text{Schalldruckampl. } p_s^0 = \sqrt{2\rho c I} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} = 2 \cdot 10^{-10} \text{ bar}$$

Repetition: Harmonische Wellen:

$$u(x, t) = u_0 \sin(kx - \omega t)$$



$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$c = \frac{\lambda}{T}$$

Schallwellen (in Gasen)

$u(x, t)$: longitudinale Auslenkung von Luftschichten

$p_s(x, t)$: Schalldruck

Schallgeschwindigkeit

$$c = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho}} \approx 350 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Intensität:

$$I = \frac{1}{2} \rho \omega^2 u_0^2 c = \frac{(p_s^0)^2}{2 \rho c}$$

Schallpegel:

$$L = 10 \cdot \log_{10} \frac{I}{I_0} \quad \text{in dB; mit } I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

z.B.:

$$L = 80 \text{ dB}$$

$$80 = 10 \log \frac{I}{I_0} \implies 10^8 = \frac{I}{10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}$$

5.5.9 Hören von Schallwellen

- reiner Ton: genau 1 Frequenz $f = \frac{\omega}{2\pi}$

$$\implies u(x, t) = u_0 \sin(kx - \omega t)$$

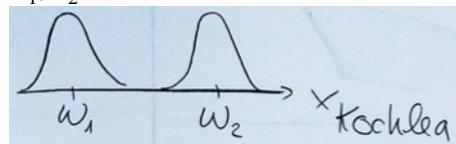
Mittelohr: $x = x_0 = 0$
 $\implies u_0 \sin \omega t \implies$ Frequenz \sim Ort der Anregung auf Kochlea

- Zwei Frequenzen

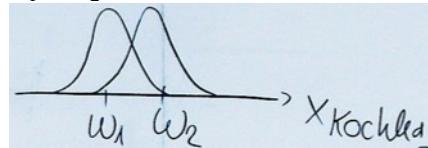
$$u(t) = u_0 \sin \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \right) t \cdot \cos \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \right)$$

2 Fälle:

- ω_1, ω_2 stark verschieden

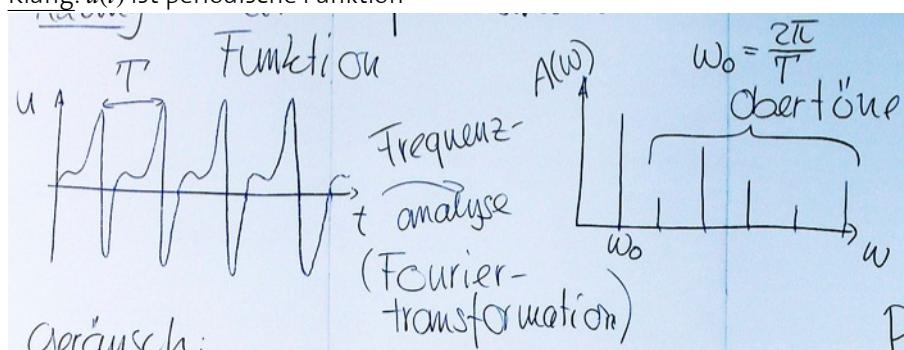


- $\omega_1 \approx \omega_2$

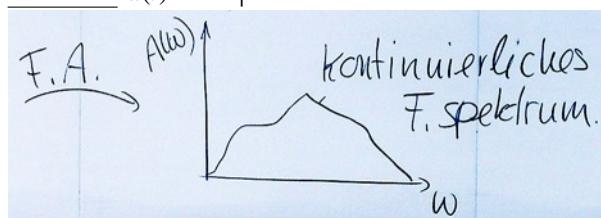


$$\begin{aligned} &\Rightarrow \text{mittlere Frequenz } \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \\ &\Rightarrow \text{Amplitude } 2u_0 \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right)t \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Schwebung} \\ \text{ } \end{array} \right\}$$

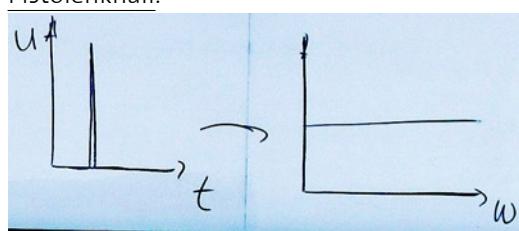
- Klang: $u(t)$ ist periodische Funktion



- Geräusch: $u(t)$ nicht periodisch



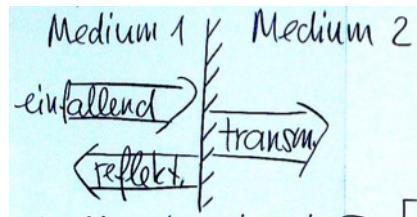
Pistolenknall:



5.5.10 Ultraschall

($f \approx 20 \text{ kHz} - 100 \text{ MHz}$)

Reflexion und Transmission

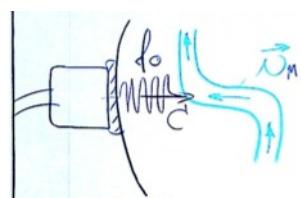


M_1 : Luft

M_2 : Wasser

Wellenwiderstand Z_W

$$Z_W = \rho \cdot c$$



Reflexion an inhomogenitäten im Blut (\Rightarrow bewegtes Medium)
Erregung des Mediums (Blut)

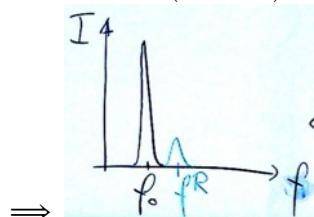
$$f' = f_0 \left(1 + \frac{v_M}{c} \right)$$

(D.E. bei bewegtem Empfänger)
Erzeugt reflektierte Welle

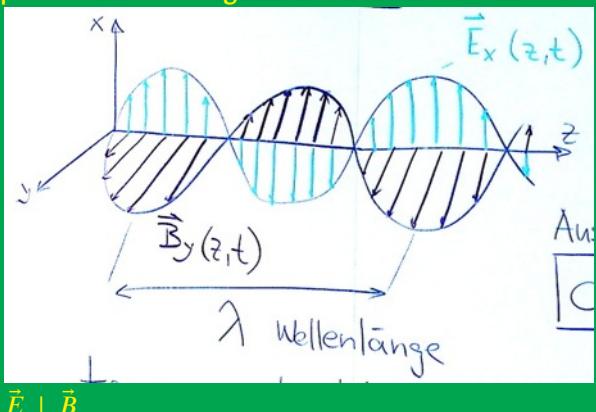
$$f^R = \frac{f'}{\left(1 - \frac{v_M}{c} \right)}$$

(D.E. bei bewegtem Sender)

$$\Rightarrow f^R \approx f_0 \left(1 + 2 \frac{v_M}{c} \right)$$



Repetition: Elektromagnetische Wellen:



$$\vec{E} \perp \vec{B}$$

transversale Welle $E, B \perp$ Ausbreitung

Ausbreitungsgeschwindigkeit: Vakuum $3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$c = \lambda \cdot v$$

$$[c] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

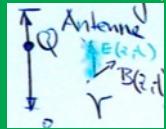
$$[\lambda] = \text{m}$$

$$[v] = \text{s}^{-1}$$

Bsp.:

$$100 \text{ MHz} = v \implies \lambda = 3 \text{ m}$$

Ausbreitungsmedium
Vakuum und gewisse Materie z.B. Wasser, Glas, ...
Erzeugung: beschleunigte Ladung
Hertz'sche Dipol



Kapitel 6

Optik

$$\underbrace{750 \text{ nm}}_{\text{rot}} < \lambda < \underbrace{400 \text{ nm}}_{\text{blau}}$$

Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$c = \frac{c_0}{n}$$

n = Brechungsindex

$n \geq 1$

$$n_{\text{Luft}} = 1 + 3 \cdot 10^{-4}$$

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = 1.33$$

$$n_{\text{Biomat.}} = 2.42$$

$$n_{\text{Vakuum}} \equiv 1$$

6.1 Wellenausbreitung in 2D und 3D

2 Fälle:

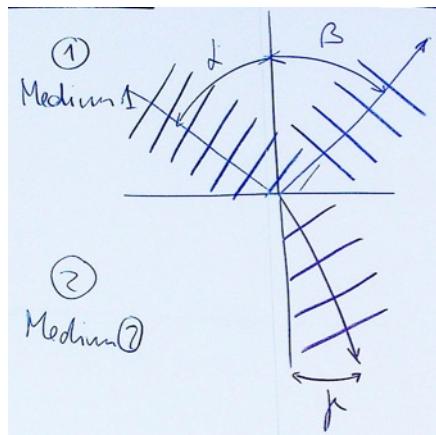


6.1.1 Prinzip von Huygens

Satz:

Jeder Punkt des Mediums das von der Welle erreicht wird, erzeugt eine Kugelwelle derselben Frequenz.

6.2 Reflexion & Brechung



$$\alpha = \beta$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

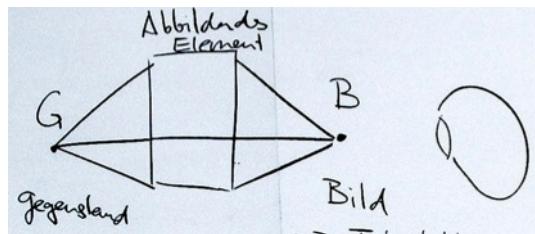
6.2.1 "Snellius"

Totalreflexion

$$\sin \gamma \geq \frac{n_2}{n_1}$$

6.3 optische Abbildungen

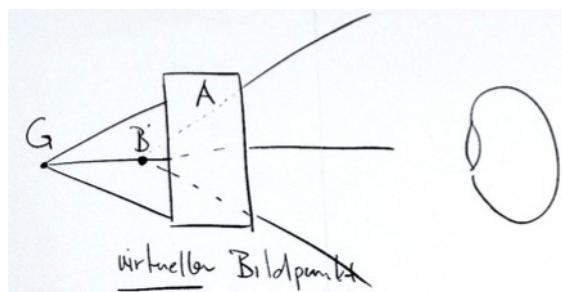
6.3.1 reeler Bildpunkt



z.B.:

- Fotoplatte
- CCD Chip

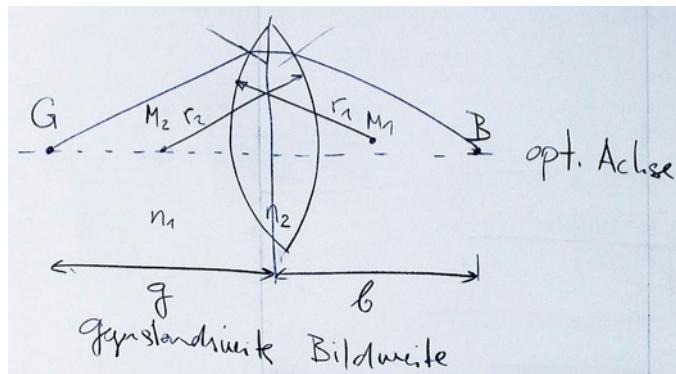
6.3.2 virtueller Bildpunkt



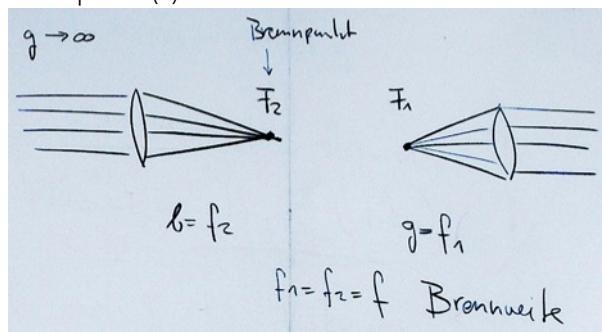
z.B.:

Spiegelbild

6.3.3 Abbildungen durch Linsen



Brennpunkt (e)



$f_1 = f_2 = f$ Brennweite

Brechkraft

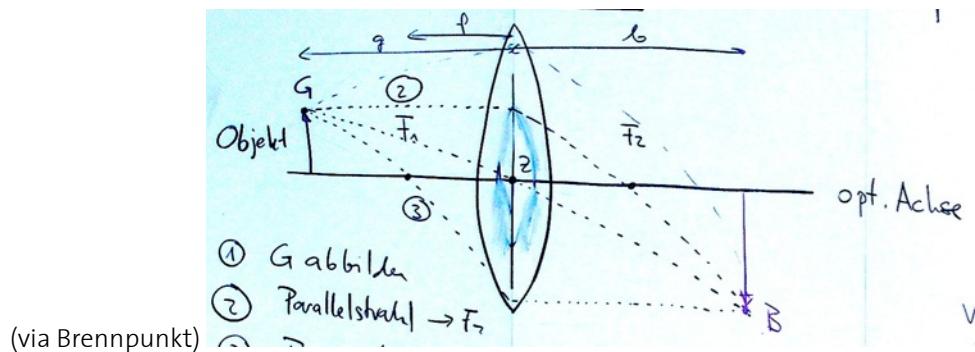
$$D = \frac{1}{f} = \text{Brücke Linse} \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Bsp.:



$$\Rightarrow 10 \text{ Dioptrien } [\text{m}^{-1}]$$

$$\Rightarrow f = 10 \text{ cm}$$

Bildkonstruktion

1. G abbilden
2. Parallelstrahl $\rightarrow F_1$
3. Brennstrahl $\rightarrow F_2$
4. Kontrollstrahl durch Zentrum

Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

Vergrößerung

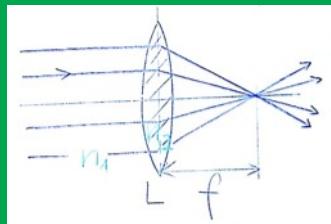
$$m = \frac{B}{G} = -\frac{b}{g}$$

$g > 0$ für G links

$b > 0$ für B rechts

Repetition: Abbildungen mit Linsen:Brechkraft

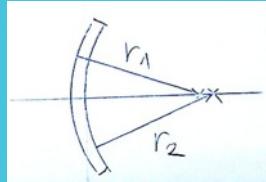
$$\varphi = \frac{1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$



n_1, n_2 Brechungsindizes
 r_1, r_2 Krümmungsradien
 (⊕ für M; rechts von L)

Bsp.: Uhrglas:

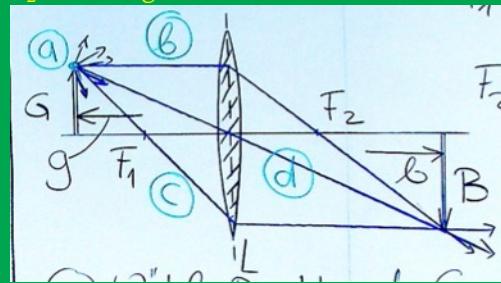
$$r_1 = r_2 \implies \varphi = 0 \\ f = 0$$



Bsp.:

$$f = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \varphi = 10 \text{ dpt}$$

Bildkonstruktion F_1 : Gegenstandsseitig F_2 : Bildseitig

- (a) W hle Punkt auf G
- (b) Parallelstrahl $\rightarrow F_2$
- (c) Bremsstrahl $\rightarrow F_1$
- (d) Kontrollstrahl (Zentrum)

Abb. Gleichung

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

Vorzeichen

Licht von links!

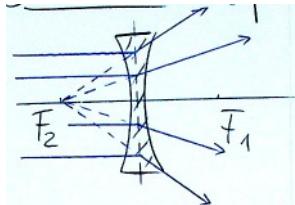
 $g > 0$ f r G links $b > 0$ f r B rechts

Vergr sserungsmassstab:

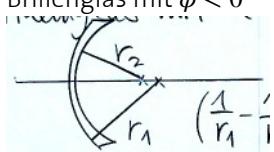
$$m = \frac{B}{G} = -\frac{b}{g}$$



6.4 Streulinsen ($f < 0$)



virtueller Brennpunkt
neg. Dioprienzahl
Brillenglas mit $\varphi < 0$



$$\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) < 0$$

6.4.1 Abbildung mit Streulinse

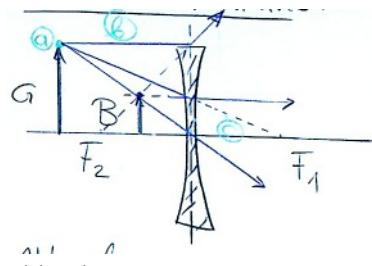


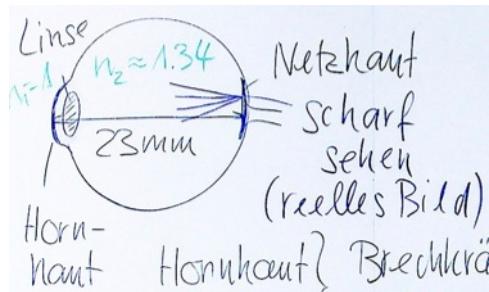
Abb. Gl.

$$f = 3 \text{ dm}$$

$$g = 4.4 \text{ dm}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g} = \frac{-1}{3} - \frac{1}{4.4} = \dots \Rightarrow b = -1.7$$

6.5 Das menschliche Auge



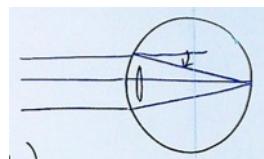
$$\left. \begin{array}{l} \text{Brechkraft} \\ \text{Linse} \end{array} \right\} \quad \text{Brechkraft addieren}$$

zwei verschiedene Medien (n_1, n_2)
 $f_2 \neq f_1 \implies$ Brechkraft:

$$\varphi = \frac{n_2}{f_2}$$

6.5.1 Akkommodationsfähigkeit

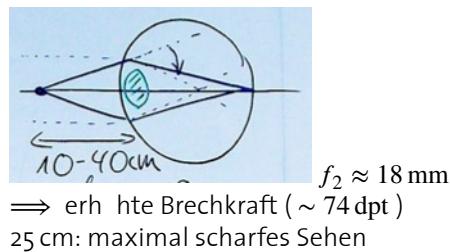
Fernpunkt



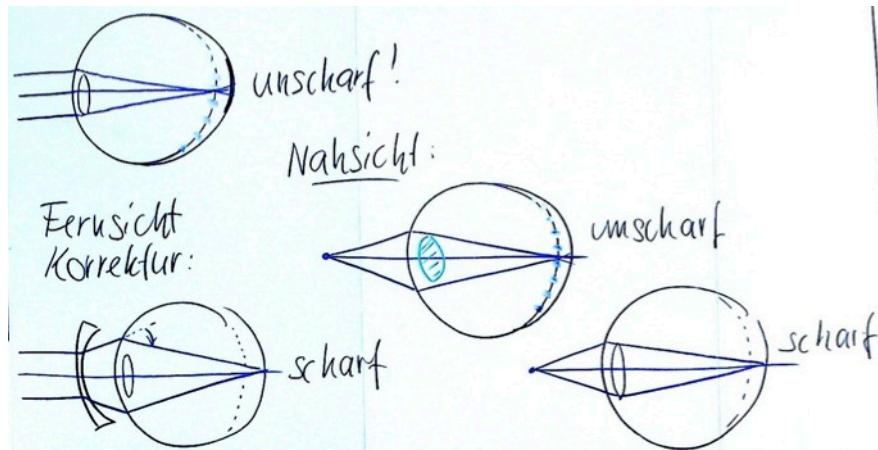
$$f_2 = 23 \text{ mm}$$

$$\left(60 \text{ dpt} = \frac{1.34}{0.023 \text{ m}} \right)$$

Nahpunkt



6.5.2 Kurzsichtigkeit (myop)



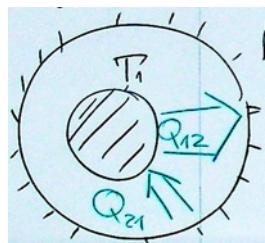
6.6 Wrmestrahlung

$$\lambda > 750 \text{ nm}$$

Thermodynamik: Wrmestausch via EM-Strahlung

Oberflche wichtig!

"schwarz": keine Strahlung reflektiert



schwarz $T_2 < T_1$

\Rightarrow TD-GGW ($T_2 = T_1$)

6.6.1 Gesetz von Stefan-Boltzmann

Satz:

$$S = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5.6 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$$

$$300 \text{ K} \rightarrow S = 450 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$500 \text{ K} \rightarrow S = 3.5 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2}$$

Repetition: Wärmestrahlung:

EM-Strahlung, $\lambda \gtrsim 750 \text{ nm}$

Erzeugung:

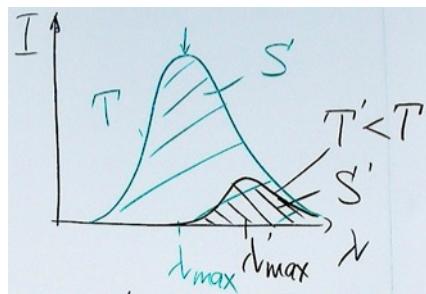
- Gitterschwingungen
- Molekylvibrationen

Gesamte Abstrahlung eines schwarzen Körpers:

$$S = \sigma T^4$$

(Gesetz von Stefan-Boltzmann) $\sigma = 5.6 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$

6.6.2 Spektrum



Wien'sches Verschiebungsgesetz:

$$\lambda_{\max} \sim \frac{1}{T}$$

Kohlenbogenlampen:

$$T \approx 2'000 \text{ K}$$

$$\lambda_{\max} \approx 1'450 \text{ nm (IR)}$$

Sonne:

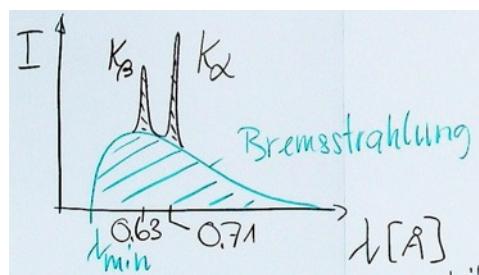
$$\lambda_{\max} \approx 510 \text{ nm}$$

$$\Rightarrow T \approx 5'900 \text{ K}$$

6.7 Röntgenstrahlung $\lambda \approx \text{\AA}$

Erzeugung mit Röntgenröhre

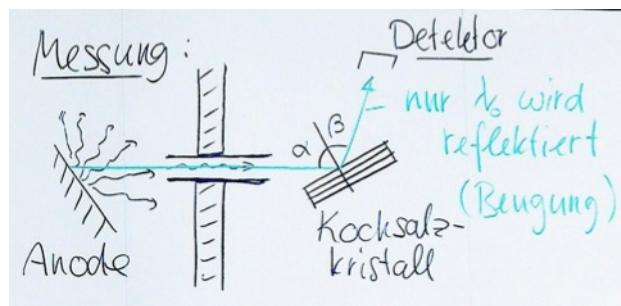
6.7.1 Spektrum einer Mo-Anode



$$\text{Frequenz: } f = \frac{c}{\lambda}$$

λ_{\min} : harteste Strahlung

6.7.2 Messung



6.8 Atomphysik

klassisches Atommодell



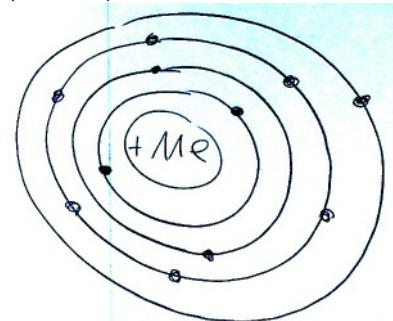
Beschleunigung → EM-Strahlung

Energieverlust → instabil!

→ Quantenphysik!!

6.8.1 Na-Atom

($Z = 11$)



Atom-Orbitale (Chemie)

Quantenzahlen

Hauptquantenzahl n

$n = 1, 2, 3, \dots$

Schale:

$n = 1 : K$

$n = 2 : L$

$n = 3 : M$

Drehimpulsquantenzahl l

$l < n$

$l = \underbrace{0}_{s}, \underbrace{1}_{p}, \underbrace{2}_{d}, \dots$

physikalische Interpretation

→ Wahrscheinlichkeit, wo sich e^- befindet

→ phys. Messgrößen bestimmen

Bsp.: Drehimpuls:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$\text{QM: } L = l \cdot \frac{\hbar}{2\pi}$$

Planck-konstante $\hbar = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

Bsp.: Energie:

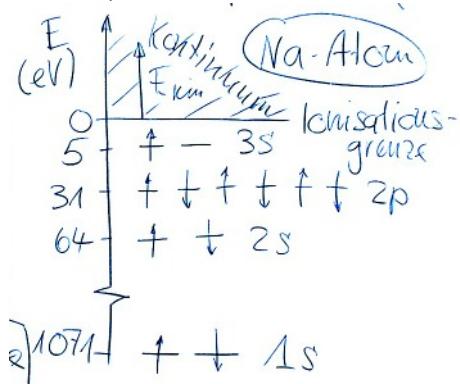
$E(n, l)$ für jeden Zustand n, l

Besetzung dieser Atomorbitale

- Drehimpulsentartung: $2l + 1$ Plätze
- Spinentartung $\uparrow\downarrow \times 2$

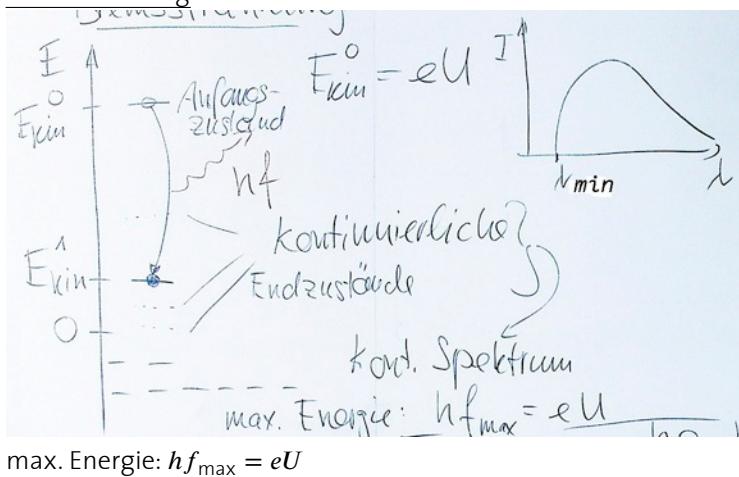
Pauli-Prinzip

Nur 1 e⁻ pro Platz ($2 \cdot (2l + 1)$)



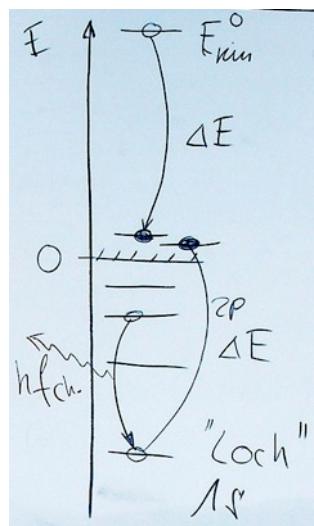
Rontgenemission

- Bremsstrahlung



$$\text{max. Energie: } hf_{\max} = eU$$

$$\lambda_{\min} = \frac{c}{f_{\max}} = \frac{hc}{eU}$$

Charakteristische Strahlung

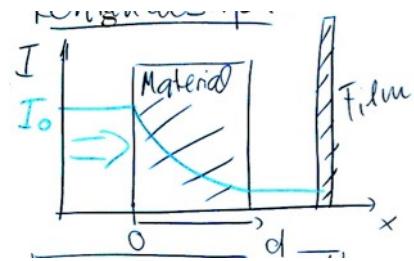
$K_\alpha, K_\beta?$
Loch in K -Schale
Rekonstitution

$$\begin{aligned} 2p \rightarrow 1s & \quad K_\alpha \\ 3p \rightarrow 1s & \quad K_\beta \end{aligned}$$

Loch in L -Schale

$$3p \rightarrow 2s \quad (\Delta l = \pm 1)$$

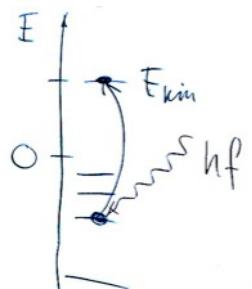
6.8.2 Röntgenabsorption



$$I(d) = I_0 e^{-\mu d}$$

μ : Absorptionskoeffizient

Prozess: Photoemission



Teil II

Anhänge

Anhang A

Vorlesungsvorlagen

Mechanik

Kinematik

Geschwindigkeit:	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	Beschleunigung:	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$
Beschleunigungskomponenten:	$a_Z = \frac{v^2}{r}, \quad a_T = \frac{d \vec{v} }{dt}$		
Winkelgeschwindigkeit:	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$	Bahngeschwindigkeit:	$v = r \cdot \omega$

Dynamik

Impuls:	$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$		
Newton'sche Axiome:	$\vec{F} = m\vec{a}, \quad \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$		
Gewichtskraft:	$\vec{G} = mg\vec{g}$		
Coulombkraft:	$F_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$		
Haftreibung:	$F_H \leq \mu_H F_N$	Gleitreibung:	$F_R = \mu_G \cdot F_N$
Federkraft:	$F_F = -Dx$		
Zentripetalkraft:	$F_z = m\frac{v^2}{r} = mr\omega^2$		
Kraftstoss:	$\Delta p = \int_0^\tau F(t)dt = \vec{F} \cdot \tau$		
Drehmoment:	$\vec{M}_o = \vec{r} \times \vec{F}$		
Mechanisches Gleichgewicht:	$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0}$	und	$\sum_{i=1}^n \vec{M}_{o,i} = \vec{0}$

Energie und Arbeit

Kinetische Energie:	$E_{\text{kin}} = \frac{m}{2}v^2$	Arbeit:	$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r}$
Pot. Energie in konserv. Kraftfeld:	$E_{\text{pot}}(2) - E_{\text{pot}}(1) = - \int_1^2 \vec{F}_{\text{Feld}} \cdot d\vec{r}$		
$E_{\text{pot}} = mgh$ (Schwerkraft)	$E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}Dx^2$ (Feder)		
Energiesatz:	$W_{1 \rightarrow 2} = E_{\text{kin}}(2) - E_{\text{kin}}(1)$		
Energieerhaltungssatz:	$E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \text{konst}$		

Festigkeit

Zugspannung/Druck:	$\sigma = \frac{dF_N}{dA}, \quad \sigma = \frac{F_N}{A}$	Schubspannung:	$\tau = \frac{dF_T}{dA}, \quad \tau = \frac{F_T}{A}$
Dehnung:	$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}, \quad \varepsilon = \frac{L' - L}{L}$	Hooke'sches Gesetz:	$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}, \quad \sigma = E\varepsilon$
Scherung:	$\gamma = \frac{\tau}{G}, \quad \gamma = \frac{\tau}{G}$		
<i>Biegebelastung eines Balkens:</i>			
Flächenträgheitsmoment:	$I_z = \int_A z^2 dA$		
max. Spannung:	$\sigma_{\text{max}} = \frac{F \cdot L \cdot H}{2I_z}$	max. Durchbiegung:	$z_{\text{max}} = \frac{F \cdot L^3}{3E \cdot I_z}$
Torsion:			
max. Schubspannung:	$\tau_{\text{max}} = \frac{2M_o}{\pi R^3}$	max. Verdrehwinkel:	$\phi_{\text{max}} = \frac{2LM_o}{\pi GR^4}$
<i>Zylindrisches Gefäß:</i>			
Dehnbarkeit:	$D = \frac{2R}{E \cdot d}$	Rel. Volumenänderung:	$\frac{\Delta V}{V} = D \cdot \Delta p$

Flüssigkeiten / Gase

Druck:	$p = \frac{dF}{dA}$
Druckverteilung in Flüssigkeiten:	$p(z) = p_0 + \rho \cdot g \cdot z$
Druckverteilung in Zentrifuge:	$p(r) = p_0 + \frac{1}{2} \rho \omega^2 (r^2 - r_0^2)$
Barometerformel:	$p(h) = p_0 e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_0}} = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}$
Auftrieb:	$F_A = \rho_{Fl} \cdot g \cdot V_e$
Volumenstromstärke:	$I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A \cdot v \quad (\text{für } v \text{ homogen})$
Kontinuitätsgleichung:	$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$
Bernoulli-Gleichung:	$p + \frac{\rho}{2} v^2 + \rho g h = p_o = \text{konst.}$
Newton'sches Reibungsgesetz:	$\tau = \eta \cdot \frac{dv}{dy}$
Hagen-Poiseuille-Gesetz:	$I_V = \frac{\pi R^4 (p_1 - p_2)}{8 \eta L}, \quad \text{Strömungswiderstand: } R_V = \frac{8 \eta L}{\pi R^4}$
Serieschaltung:	$R_V^{tot} = \sum R_V^i \quad \text{Parallelschaltung: } \frac{1}{R_V^{tot}} = \sum \frac{1}{R_V^i}$
Turbulenzkriterium:	$Re = \frac{2 \cdot \rho \cdot \bar{v} \cdot R}{\eta} \quad \text{Rohr: } Re_{krit} = 2300$
Stokes'sches Reibungsgesetz:	$F_R = 6 \pi \eta R v$

Thermodynamik

Ideale Gase

Innere Energie:	$U = N \cdot \frac{\overline{m} v^2}{2}, \quad \text{Druck: } p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \frac{\overline{m}}{2} v^2$
Geschwindigkeitsverteilung:	$n(v) = A_v \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$
Zustandsgleichung (ν Mole):	$p \cdot V = \nu \cdot R \cdot T, \quad R = 8.31 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$

Wege zum thermodynamischen Gleichgewicht

Diffusion:	$j_x = -D \cdot \frac{dn}{dx}, \quad \text{Wärmeleitung: } j_{wx} = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx}$
Osmotischer Druck:	$posm = c \cdot R \cdot T \quad (\text{Konzentration: } c = \frac{\nu}{V_{Fl}})$
Sättigungskonz. von Gasen in Flüssigkeiten:	$c_i^s = K(T) \cdot p_i$
Abs. Luftfeuchtigkeit:	$f_a = \frac{m_{H_2O}}{V} \quad \text{Rel. Luftfeuchtigkeit: } f_r = \frac{p_{H_2O}}{p_D(T)}$
Partialdruck Wasserdampf:	$p_{H_2O} = f_a \cdot \frac{RT}{M_{H_2O}}$

1. Hauptsatz der Wärmelehre

$$\Delta U = Q + W$$

Änderung der inneren Energie:

Schmelzen/Erstarren:	$Q_S(\text{proMol})$
Verdampfen/Kondensieren:	$Q_D(\text{proMol})$
Temperaturänderung:	$Q = C \cdot \Delta T = \nu \cdot c_{molar} \cdot \Delta T$

Elektrizität und Magnetismus

Elektrostatik

Coulomb-Gesetz:	$F_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$
elektrische Feldstärke:	$\vec{E} = \frac{\vec{F}_c}{q}$
elektrisches Dipolmoment:	$\vec{p} = Q \cdot \vec{d}$
elektrische Spannung:	$U_{21} = \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{q} = - \int_1^2 \vec{E} d\vec{s} = \varphi(2) - \varphi(1)$
Kapazität:	$C = \frac{Q}{U}$ (Plattenkondensator: $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$)

Gleichströme

Stromstärke:	$I = \frac{dQ}{dt}$
Stromdichte:	$\vec{j} = \rho_q \cdot \vec{v} = n \cdot z \cdot e \cdot \vec{v}$
Ohmsches Gesetz:	$U = R \cdot I$ mit $R = \text{konst.}; \quad \vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$
Leistung:	$P = I \cdot U$
Drahtwiderstand:	$R = \rho_w \frac{\ell}{A} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{\ell}{A}$
Kirchhoff-Gleichungen:	$\sum I_{zufl.} = \sum I_{wegfl.}$ $\sum E_m = \sum U_i$
Serieschaltung:	$R_s = \sum R_i$
Parallelschaltung:	$\frac{1}{R_p} = \sum \frac{1}{R_i}$
Ruhepotential einer Zelle:	$U_D = \frac{kT}{ze} \cdot \ln \frac{c_i}{c_a}$

Magnetfelder

Gerader Leiter:	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$
Spule:	$B = \frac{\mu_0 N I}{L}$
Lorentzkraft:	$\vec{F}_L = q (\vec{v} \times \vec{B}) , \quad \text{Kraft auf geraden Leiter: } \vec{F}_L = I (\vec{l} \times \vec{B})$
Induktionsgesetz:	$U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} , \quad \text{magn. Fluss: } \Phi = \int B \cdot dA \cdot \cos \alpha$

Schwingungen / Wellen / Optik / Akustik / Röntgen

Schwingungen

Harmonische Schwingung:	$x(t) = x_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$
Eigenfrequenz des Federoszillators:	$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} , \quad \omega_0 = 2\pi f_0$
Gedämpfte Schwingung:	$x(t) = x_0 e^{-\frac{\delta t}{2}} \sin(\omega_d t + \varphi_0)$ $E_{tot}(t) = E_{tot}(0) \cdot e^{-\delta t}$
Resonanz:	$\omega_{\text{Res}} \cong \omega_0$ für schwache Dämpfung

Wellen

Harmonische, eindimensionale Welle: $u(x, t) = u_0 \sin(kx - \omega t)$

$$c = f\lambda, \quad \omega = 2\pi f, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$f = \frac{1}{T} = \text{Frequenz}$$

Akustik

Ausbreitungsgeschwindigkeiten (Schallgeschwindigkeit)

in Festkörpern:	longitudinal	$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$
	transversal	$c = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$
in Flüssigkeiten:	$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$	(Kompressionsmodul K : $\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta p}{K}$)
in Gasen:	$c = \sqrt{\frac{R \cdot T \cdot \kappa}{M}} = \sqrt{\frac{\kappa \cdot p_0}{\rho}}$	($\kappa \approx 7/5$ für Luft)
Intensität:	$I = \frac{\rho}{2} \cdot u_0^2 \cdot \omega^2 \cdot c = \frac{\rho}{2} \cdot v_0^2 \cdot c = \frac{(p_0)^2}{2 \cdot Z_W} = \frac{(p_0)^2}{2 \cdot \rho \cdot c}$	
Wellenwiderstand:	$Z_W = \rho \cdot c = \sqrt{\rho \cdot E}$	
Schallpegel:	$L [dB] = 10 \cdot \log_{10} \frac{I}{I_0}; \quad I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$	
Dopplereffekt:	Bewegte Quelle:	$f' = \frac{f}{1 \mp \frac{v_Q}{c}}$
	Bewegter Beobachter:	$f' = f \left(1 \pm \frac{v_B}{c} \right)$

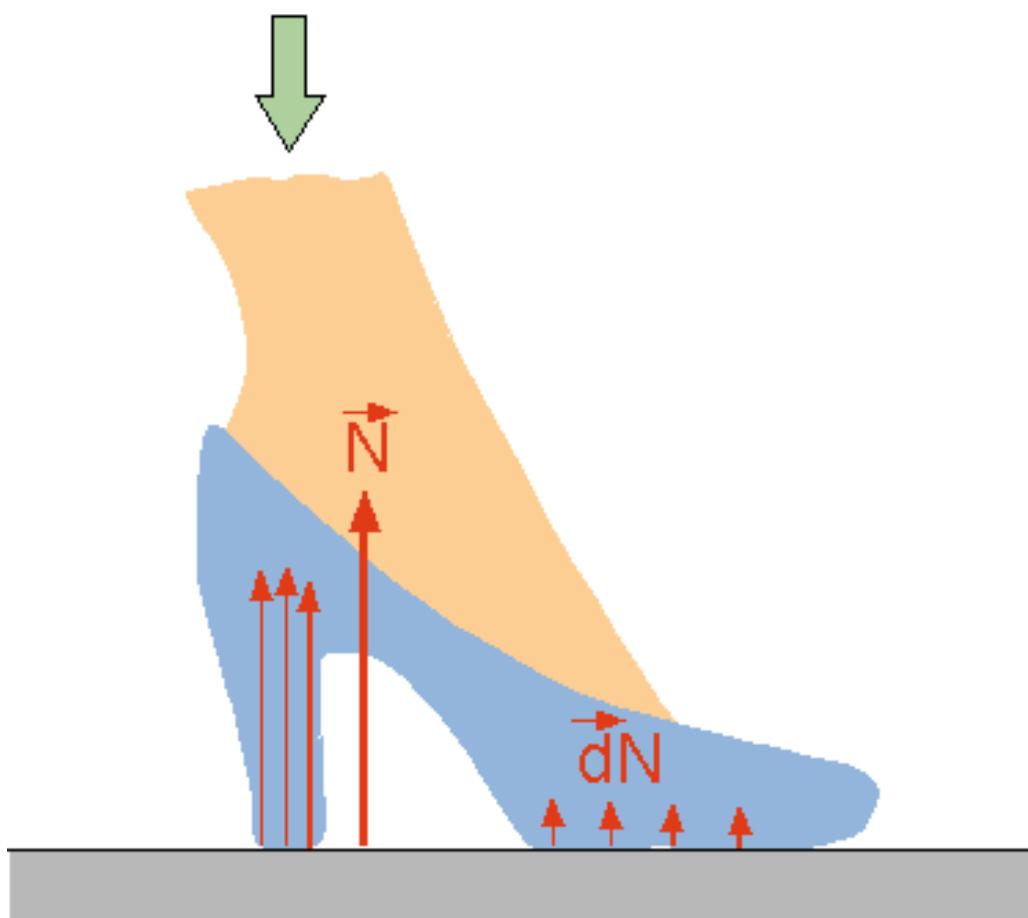
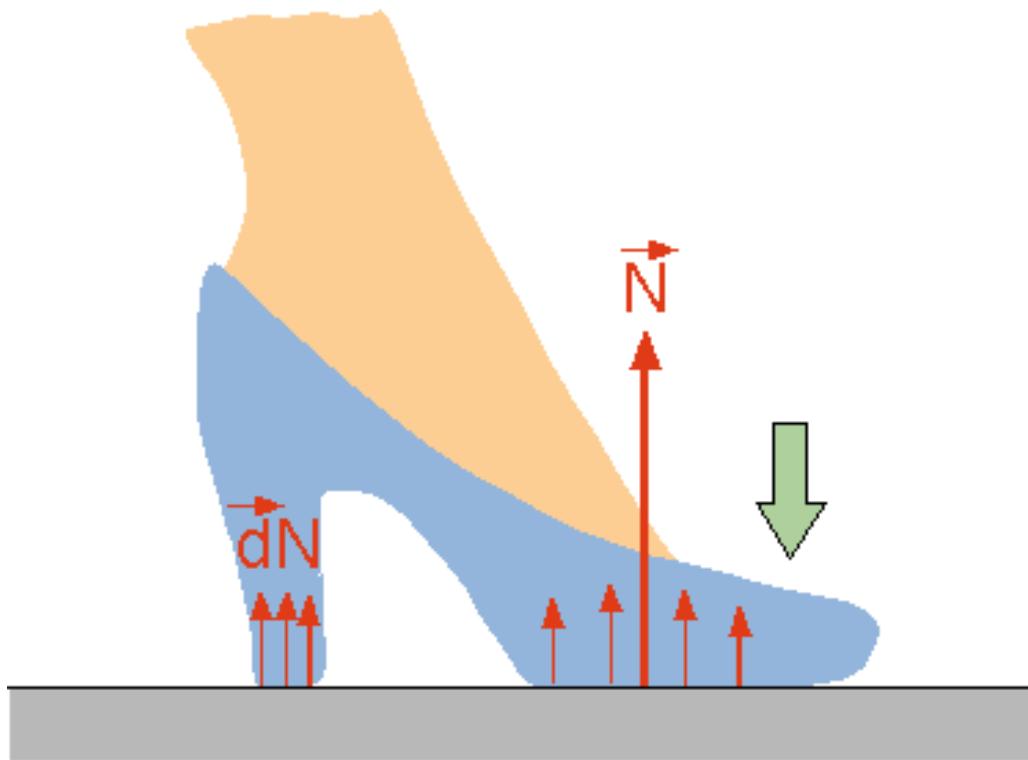
Optik

Brechungsindex:	$n = \frac{c_0}{c}$
Reflexionsgesetz:	$\alpha = \beta$
Brechungsgesetz:	$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{n_2}{n_1}$
Totalreflexion:	$n_2 < n_1; \quad \sin \alpha_\kappa = \frac{n_2}{n_1}$
Brechkraft einer dünnen Linse:	$\frac{1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$
Abbildungsgleichung:	$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$
Vergrösserungsverhältnis:	$m = \frac{B}{G} = -\frac{b}{g}$

Röntgenstrahlung

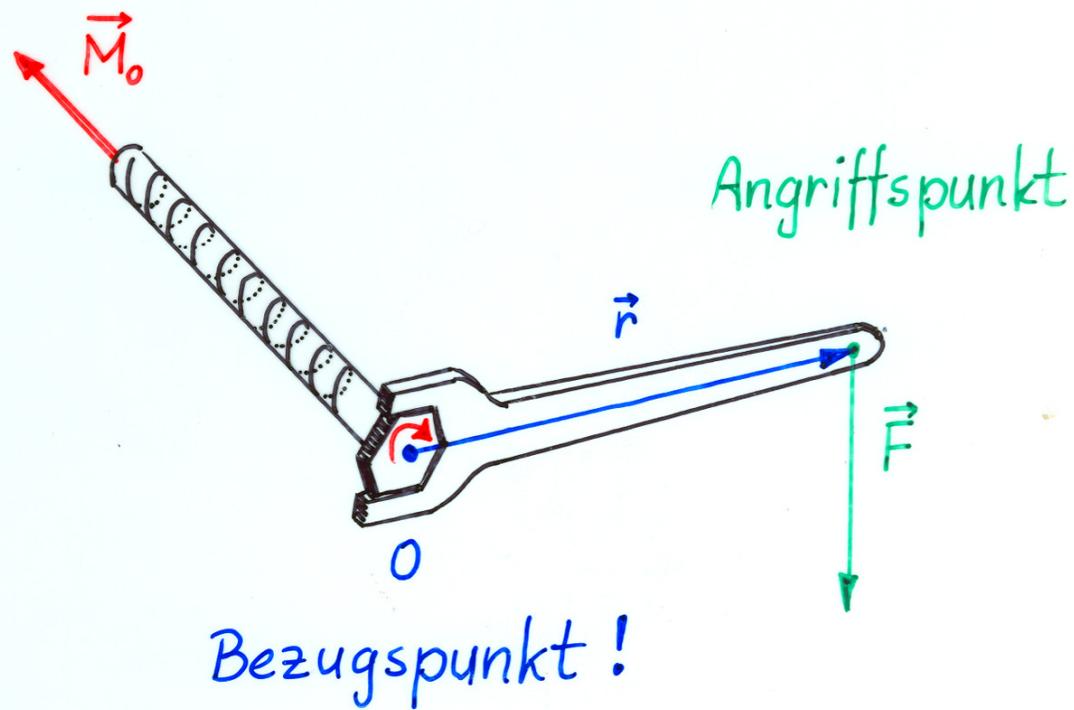
Minimale Wellenlänge:	$\lambda_{min} = \frac{h \cdot c}{e \cdot U}$
Absorption von Röntgenstrahlung:	$I(x) = I_0 e^{-\mu x}$ (μ : Absorptionskoeffizient)
Halbwertsdicke:	$d_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\mu}$

SCHUH



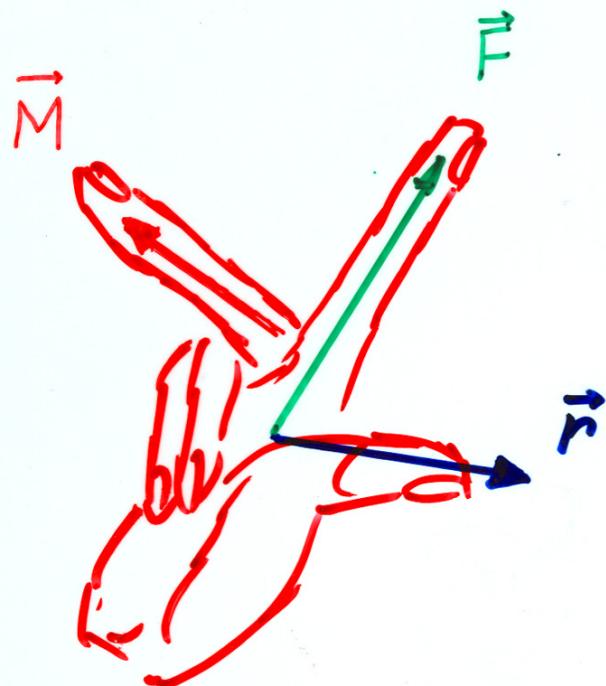
Das Drehmoment

$$\vec{M}_o = \vec{r} \times \vec{F}$$



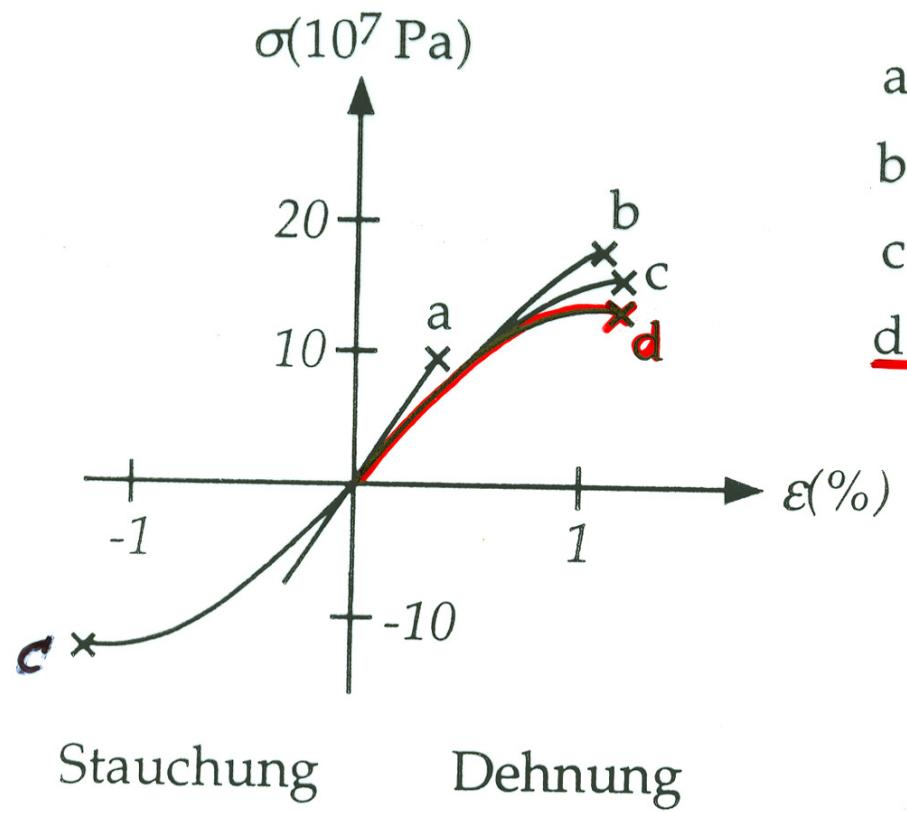
Das Vektorprodukt

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$



"rechte - Hand - Regel "

Material	Elastizitätsmodul E (GPa = 10^9 N/a)	Bruchfestigkeit σ_B (10^7 Pa)	Bruchdehnung ε_B (%)
Aluminium (rein weich)	72	1.3	50
α -Eisen	218	10	50
CrV-Federstahl	212	155	5
Beton	40	5	
Hölzer //	15	5-20	
Hölzer \perp	1.5	0.3-1	
Knochen kompakt	18	12	
Knochen spongiös	0.08	0.22	
Knochen //	16	8.5	0.6
Knochen \perp		1	0.2
Sehnen	0.7	6.5	
Bandscheiben		1.1	
Menschenhaar	3.6		

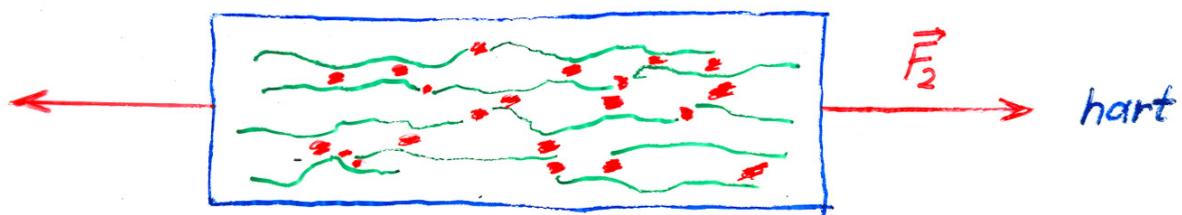
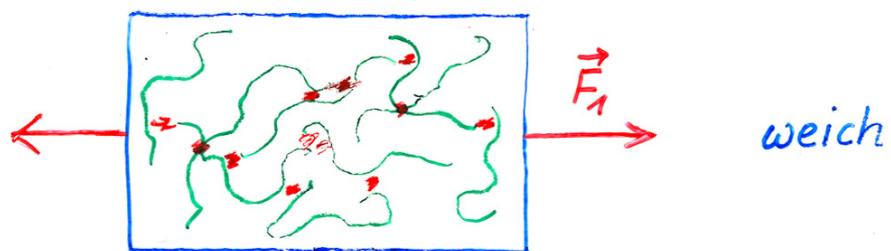
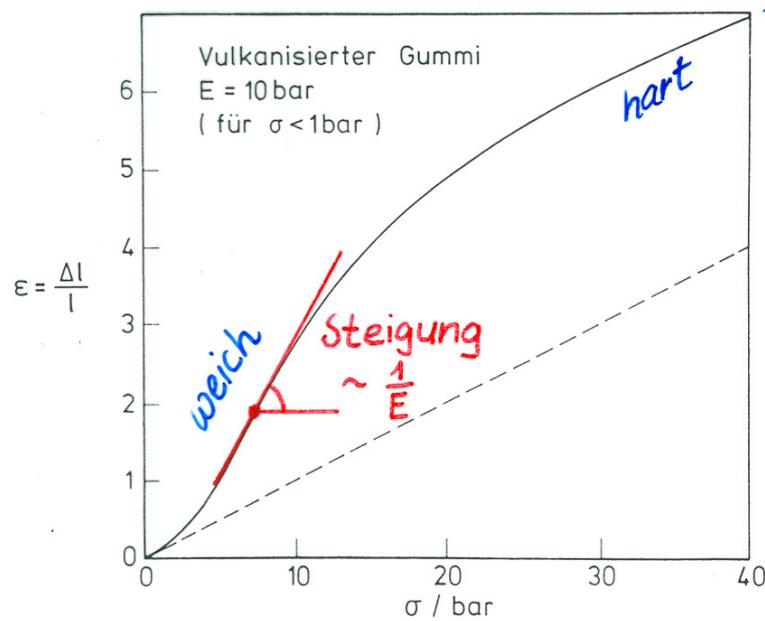


- a: trockener Knochen
- b: Schienbeinknochen
- c: Wadenbeinknochen
- d: Oberschenkelknochen

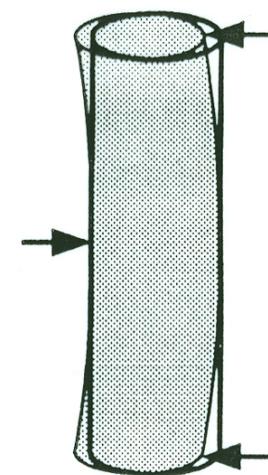
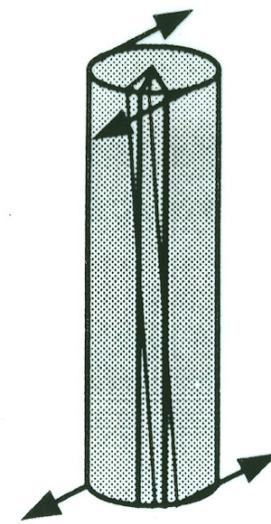
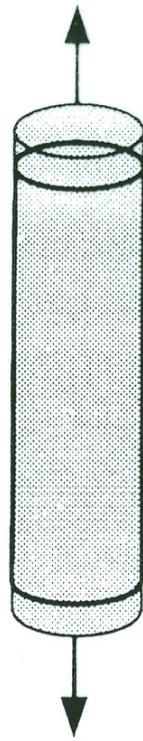
Gummi, Muskel



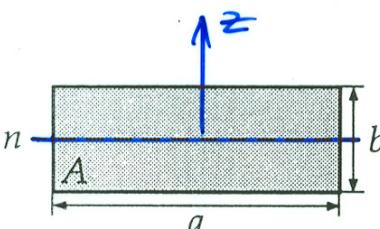
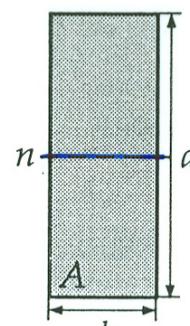
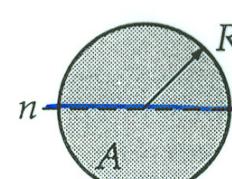
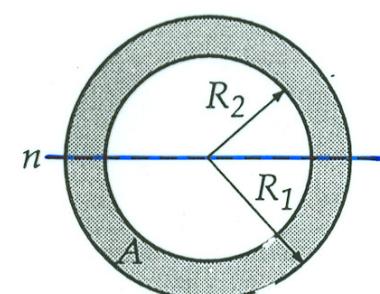
(makromolekulare Polymere)



Dehnung Stauchung Scherung Torsion Biegung



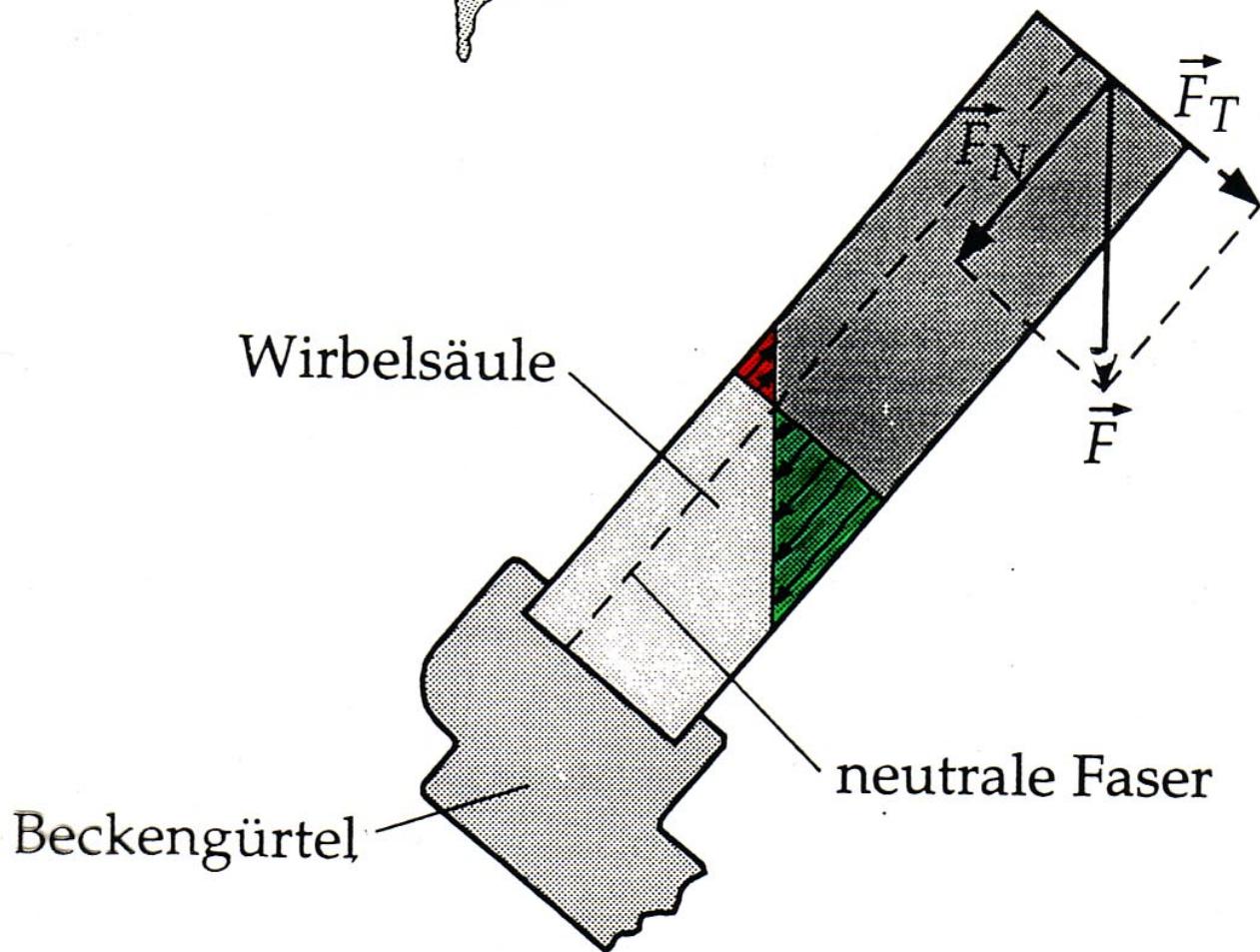
optimale Form
für Knochen!

Flächenträgheitsmoment I_z			
	$I_z = \frac{1}{12} ab^3$		$I_z = \frac{1}{12} ba^3$
	$I_z = \frac{\pi}{4} R^4$		$I_z = \frac{\pi}{4} (R_1^4 - R_2^4)$

gleiche Querschnittsfläche!

Biegung:

I_z gross $\Rightarrow \sigma_{\max}$ klein



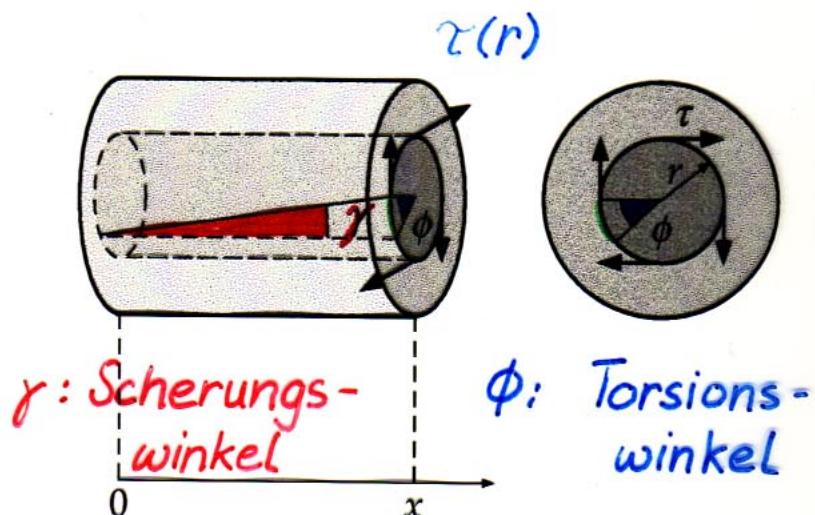
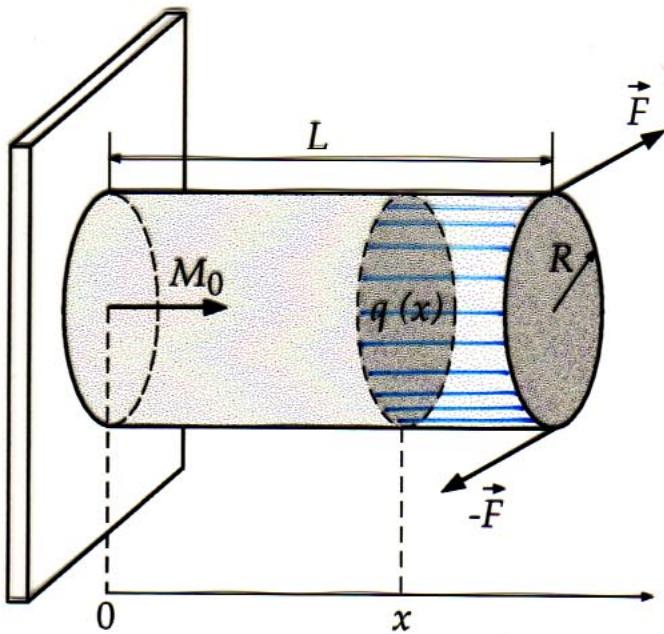
TORSION EINES ZYLINDRISCHEN STABES

Drehmoment

$$|\vec{M}_O| = |\vec{M}_L| = 2 F \cdot R$$

im Gleichgewicht mit Summe aller

Schubspannungen



γ : Scherungswinkel

ϕ : Torsionswinkel

$$r\phi = \gamma \cdot x = \frac{\tau}{G} x$$

Verdrehwinkel

$$\varphi(x) = \frac{2x}{\pi G R^4} M_O$$

$$\varphi_{max} = \frac{2L}{\pi G R^4} M_O \sim \frac{1}{R^4} !$$

Schubspannung

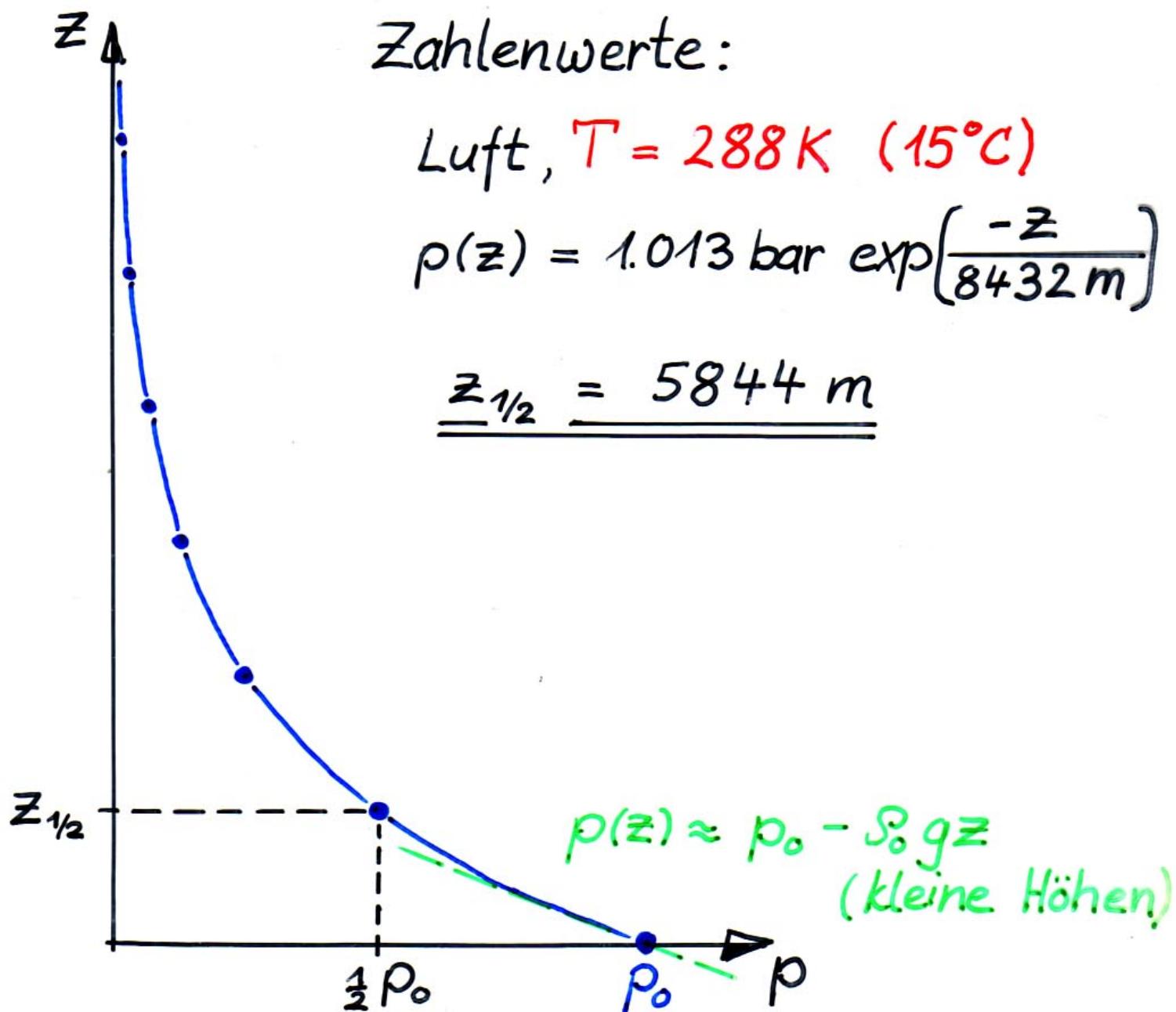
$$\tau(r) = \frac{2r}{\pi R^4} M_O$$

$$\tau_{max} = \frac{2}{\pi R^3} M_O \sim \frac{1}{R^3} !$$

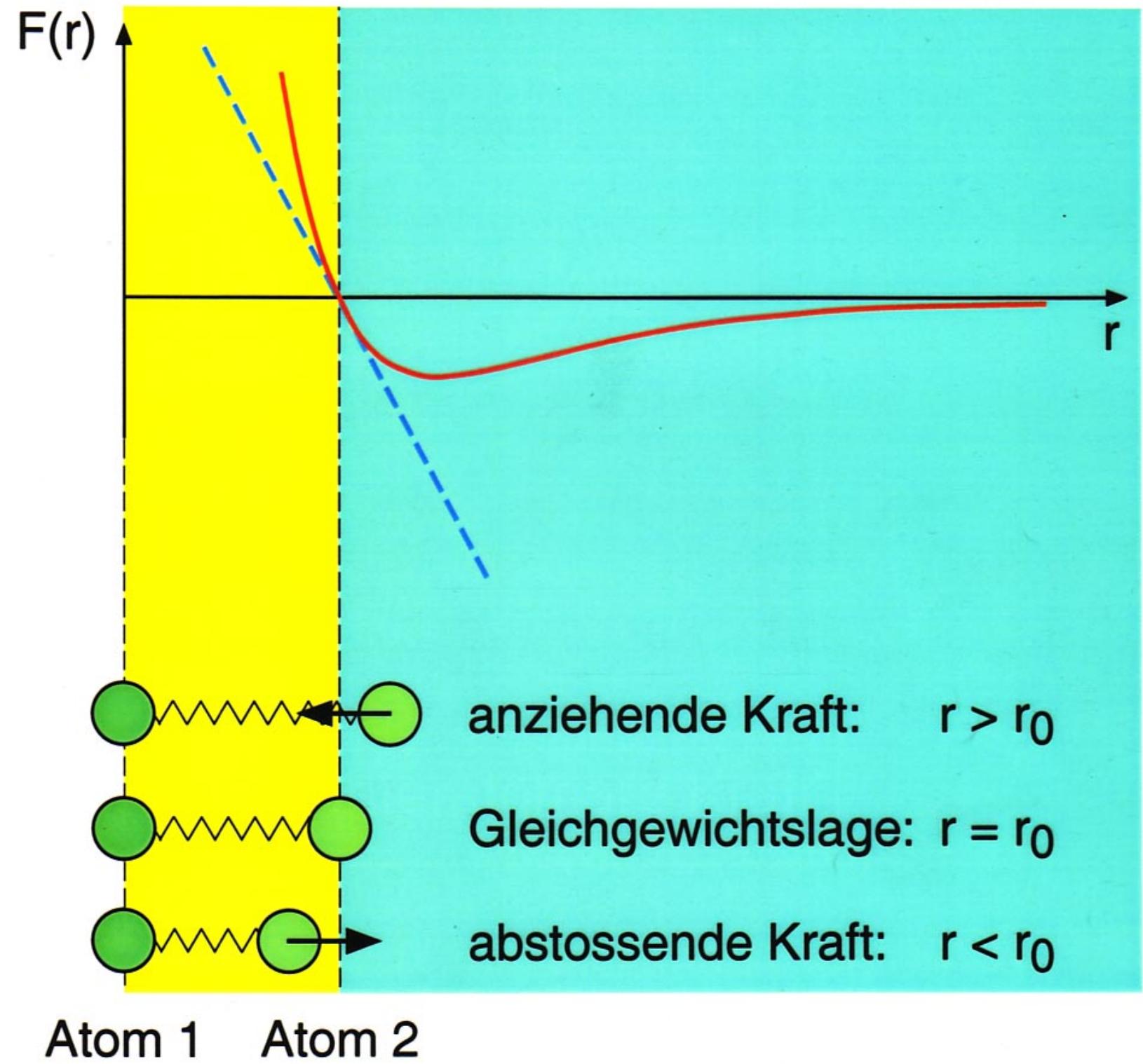
Die Barometerformel

$$p(z) = p_0 \exp\left[-\frac{\rho_0}{p_0} g z\right]$$

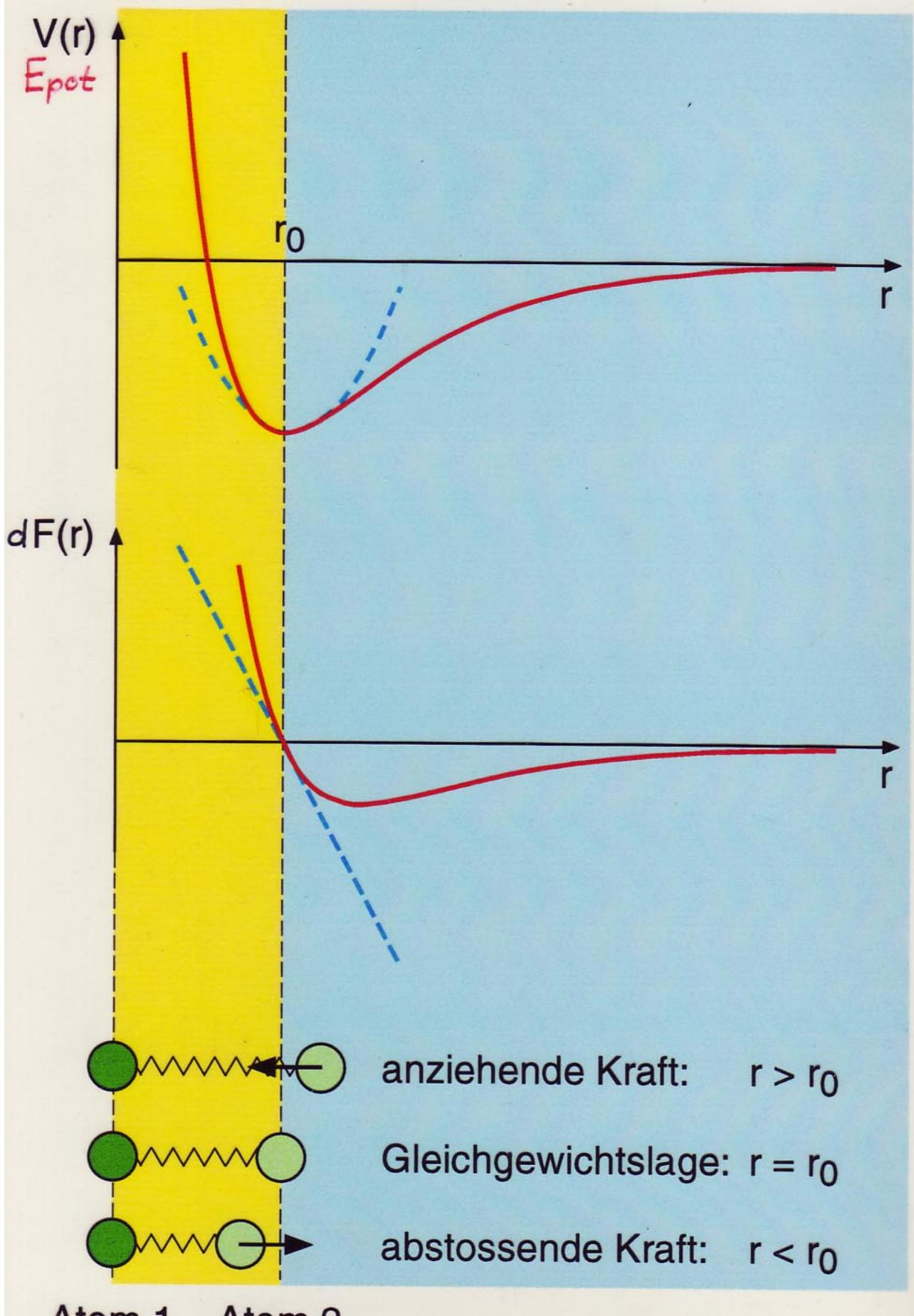
$$= p_0 \exp\left[-\frac{m g}{k T} z\right]$$

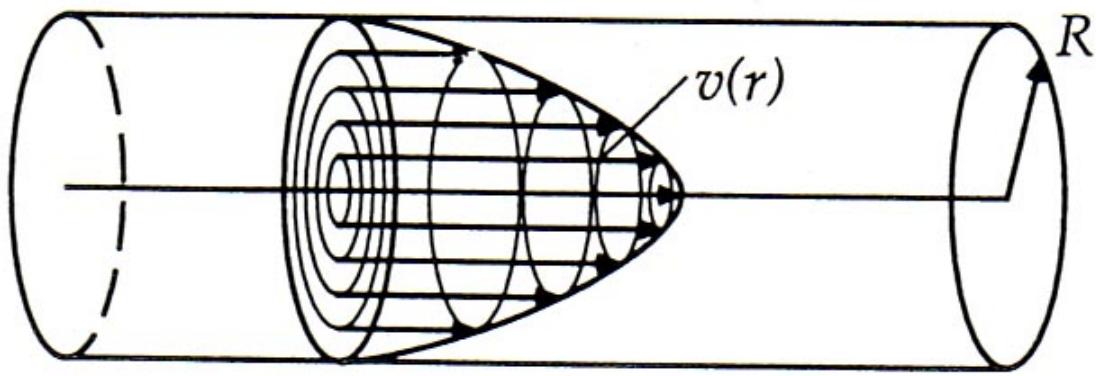


Interatomare Kraft

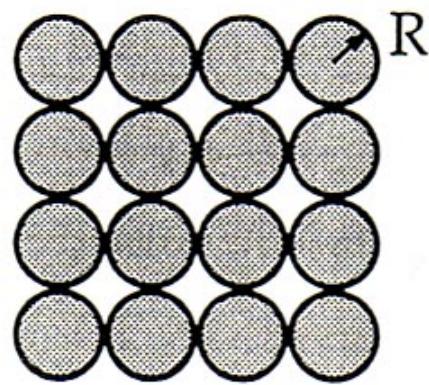


Interatomare Kraft





N Rohre mit Radius R

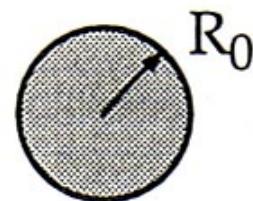


$$N=16$$

$$R=1\text{cm}$$

$$A_{\text{tot}} = N\pi R^2 = 50.3\text{cm}^2$$

1 Rohr mit Radius R_0



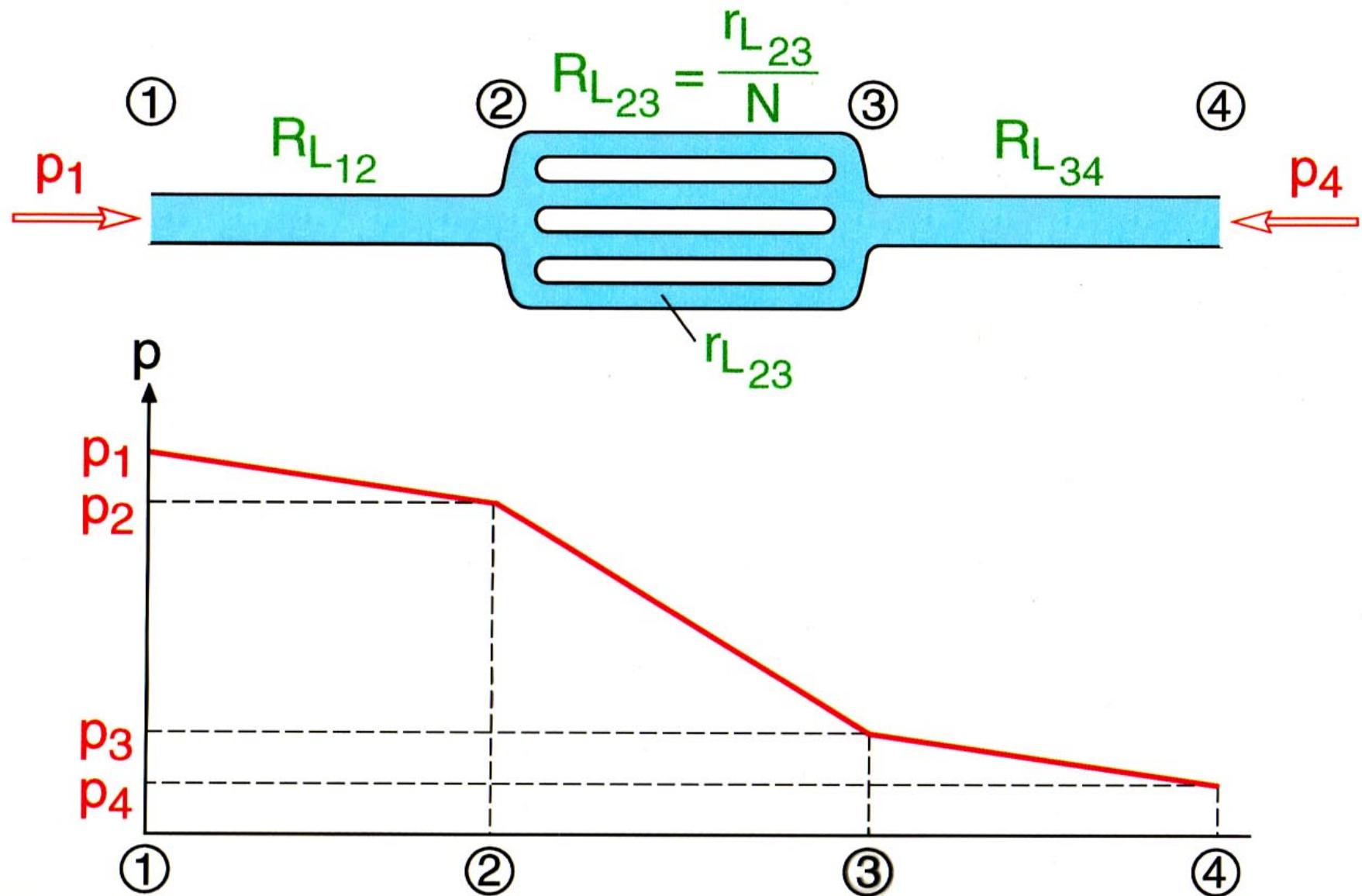
$$N=1$$

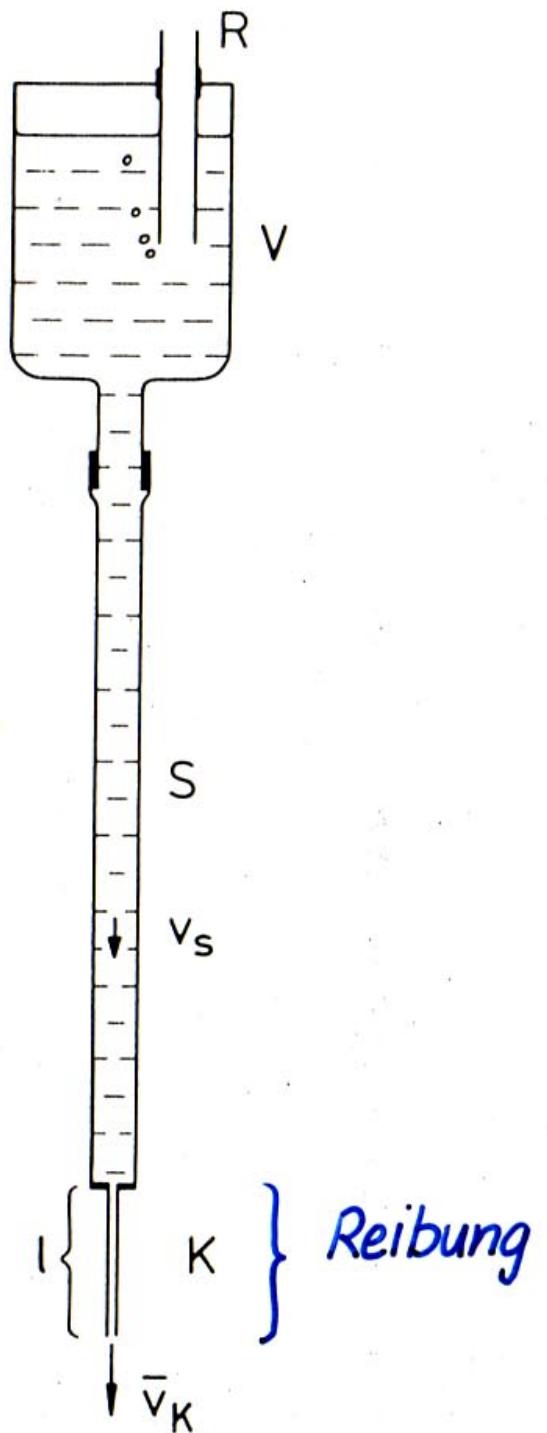
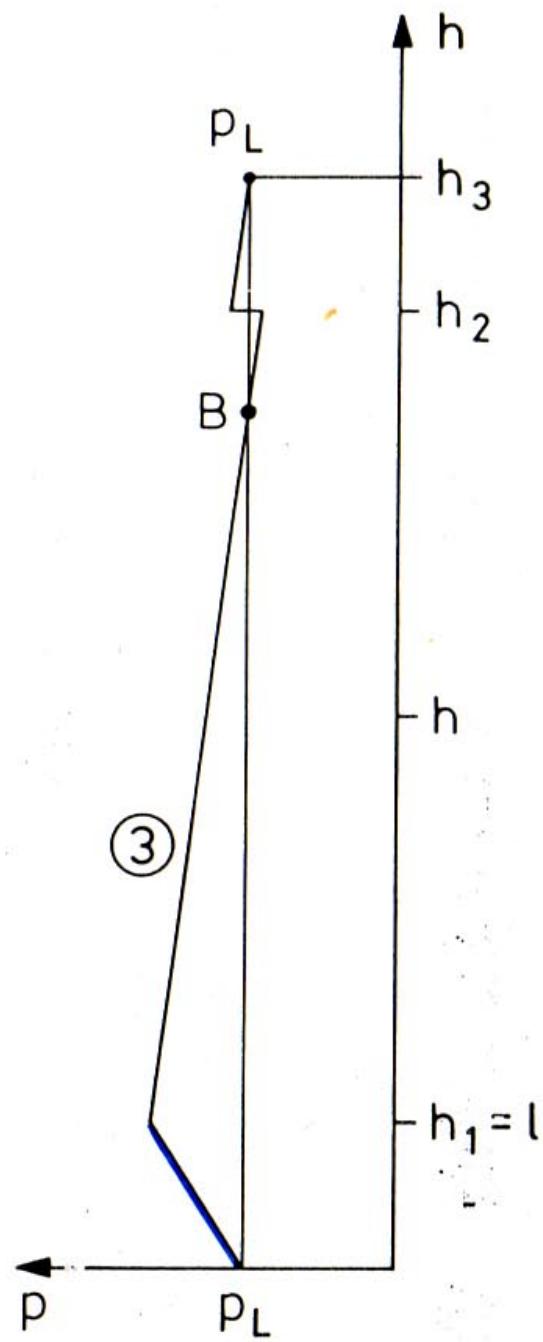
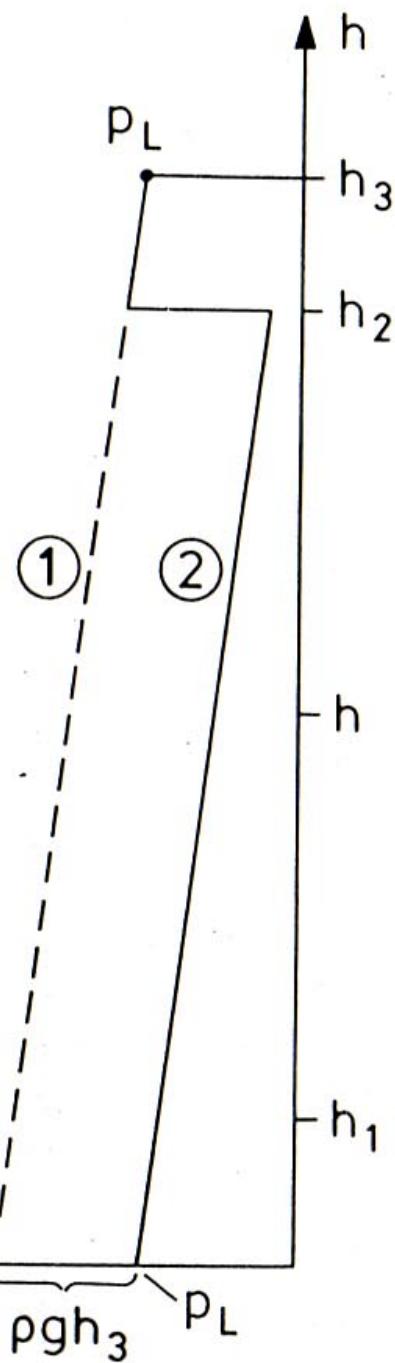
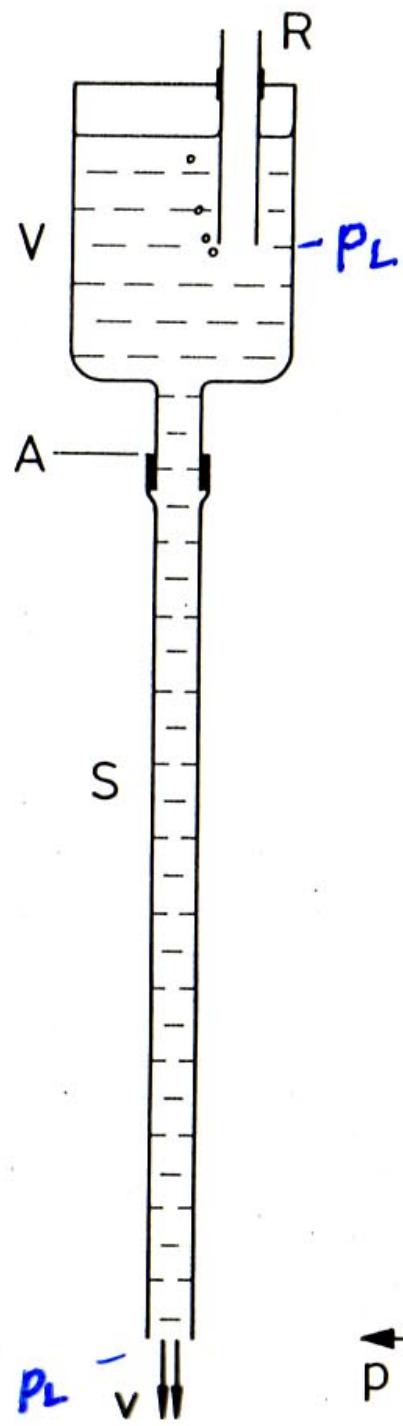
$$R_0=2\text{cm}$$

$$A_0 = \pi R_0^2 = 12.6\text{cm}^2$$

Druckabfall in einem Rohrsystem

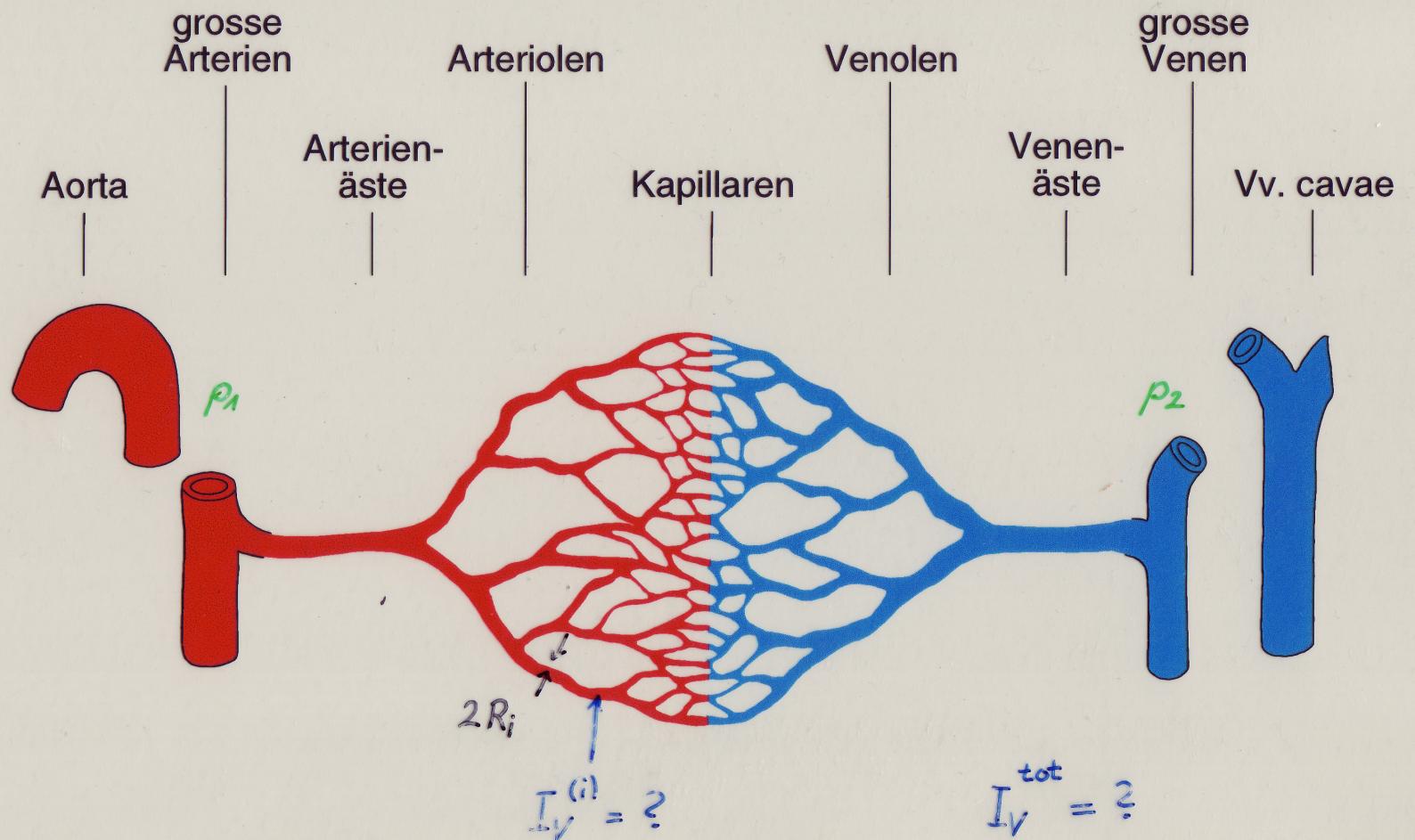
$$R_{L12} = R_{L34} < R_{L23}$$



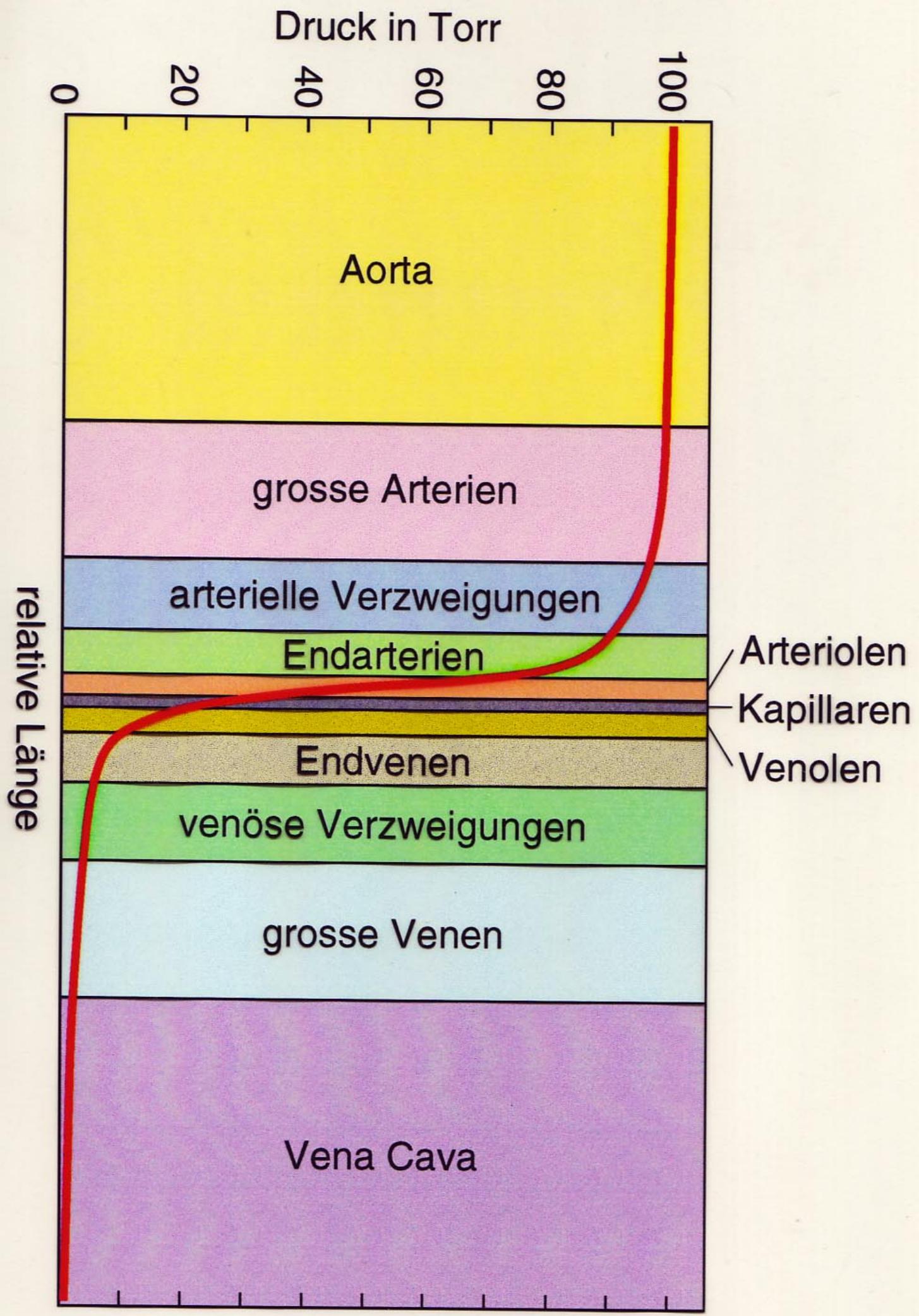


aus Kamke/Walcher

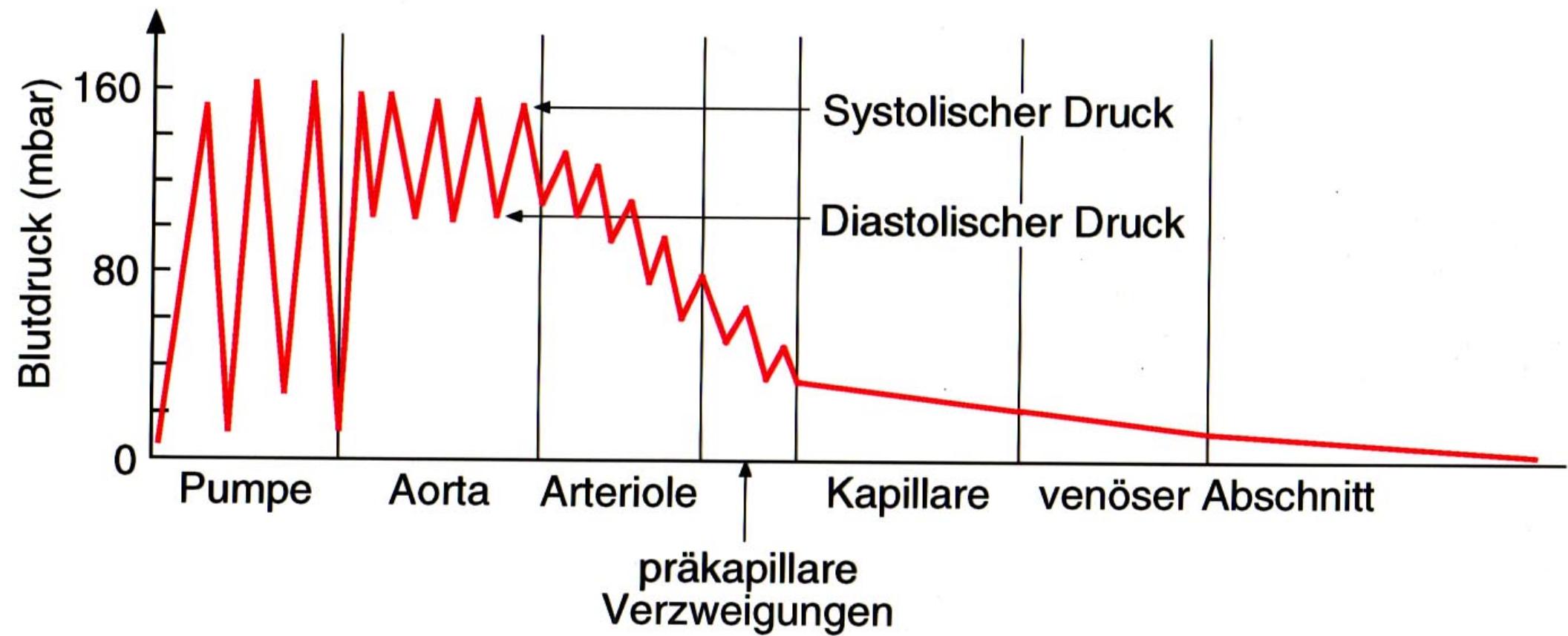
Der Blutkreislauf



Gefäss	R (m)	N	A (m^2)	L (m)	v (m/s)	$R_{L_{\text{eff}}}/R_{L_{\text{tot}}} (\%)$
Aorta	$1 \cdot 10^{-2}$	1	$3 \cdot 10^{-4}$	0.4	0.3	
Grosse Arterie	$2 \cdot 10^{-3}$	40	$6 \cdot 10^{-4}$	0.2	0.15	25
Arterie	$5 \cdot 10^{-4}$	2000	$1.5 \cdot 10^{-3}$	0.05	0.06	
Arteriole	$1 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^7$	$1.3 \cdot 10^{-2}$	0.002	0.007	40
Kapillare	$4 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^9$	$1.5 \cdot 10^{-1}$	0.001	0.0006	28
Venole	$1.5 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^7$	$6 \cdot 10^{-2}$	0.002	0.0015	7
Vene	$1 \cdot 10^{-3}$	1200	$4 \cdot 10^{-3}$	0.05	0.02	



Verlauf des Blutdruckes im Kreislaufsystem



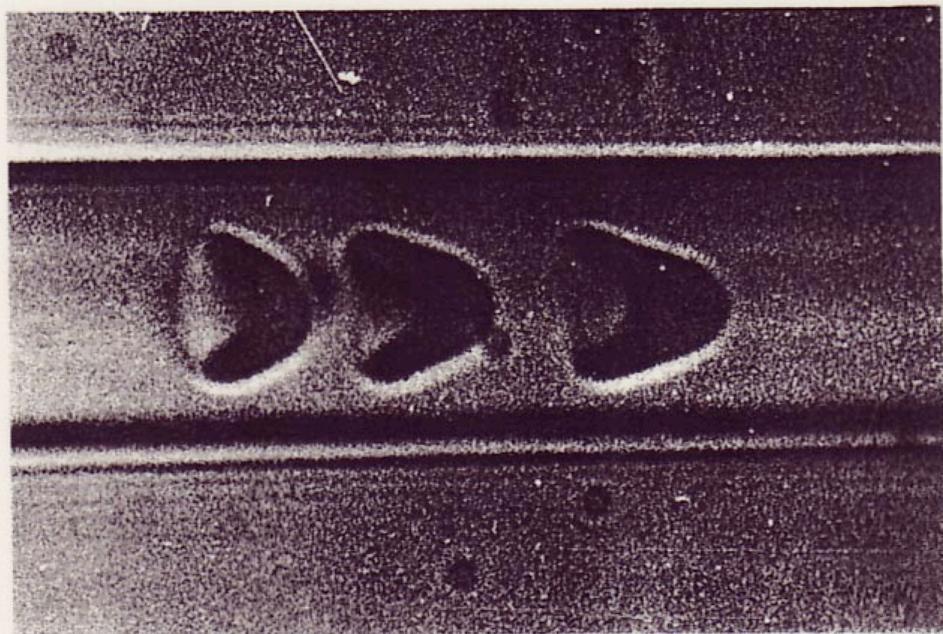
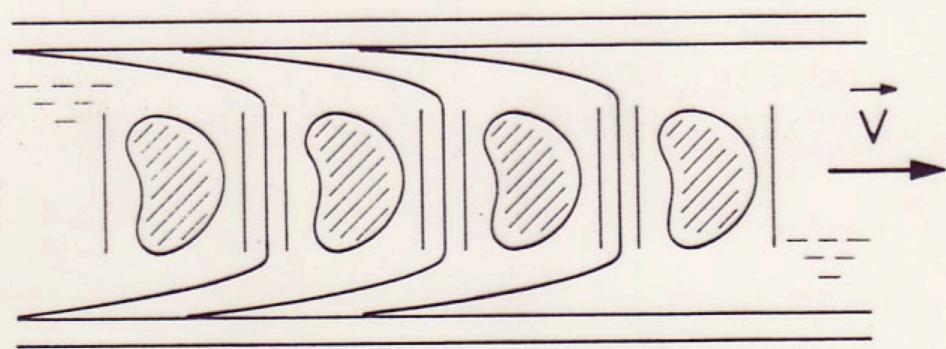


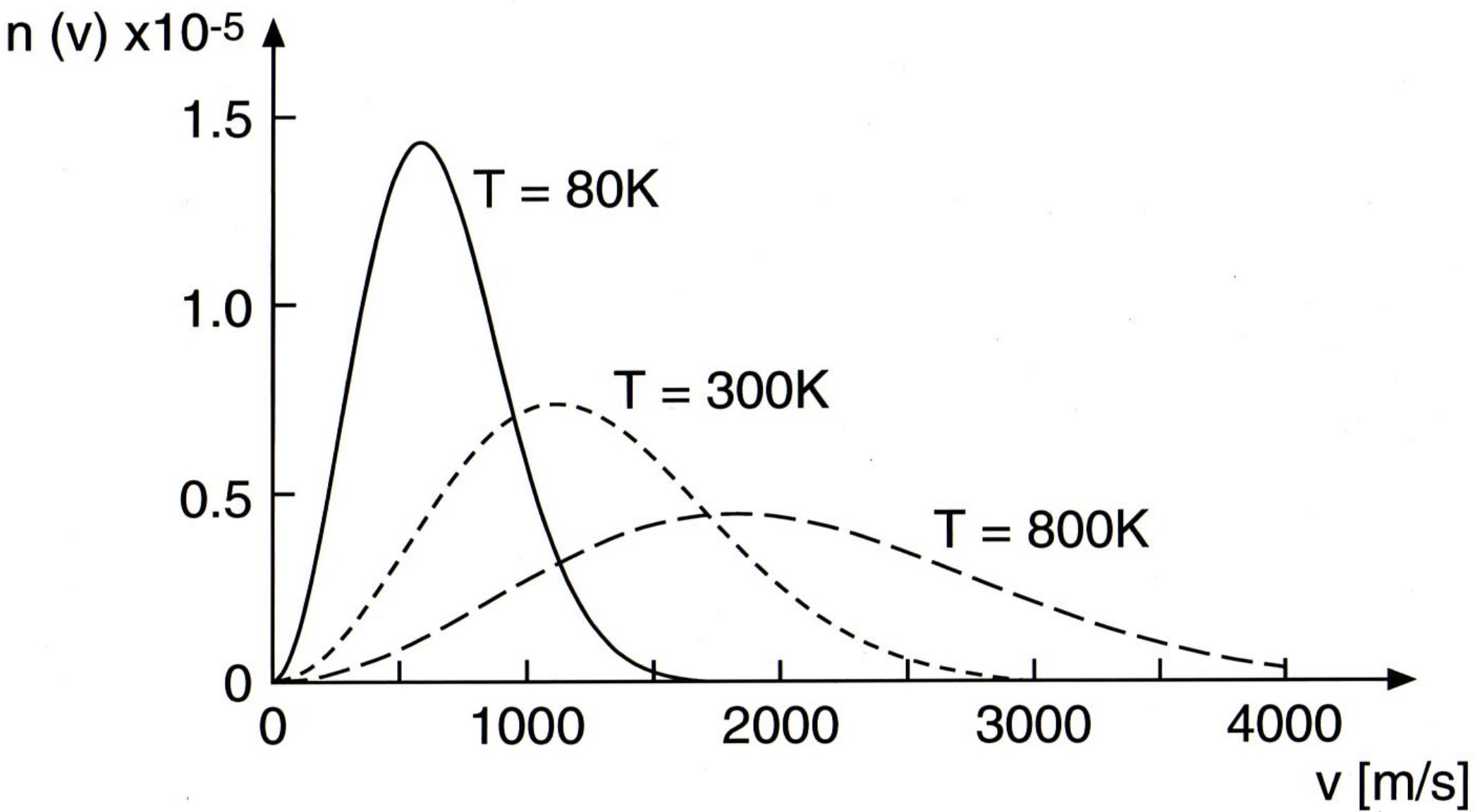
Fig. 9.26 Blutströmung durch eine Glaskapillare vom Durchmesser $d = 10 \mu\text{m}$. Strömung von links nach rechts (überlassen von P. A. L. Gaehtgens)

Fig. 9.25
Blutströmung in Kapillargefäßen
des Kaninchenmesenteriums

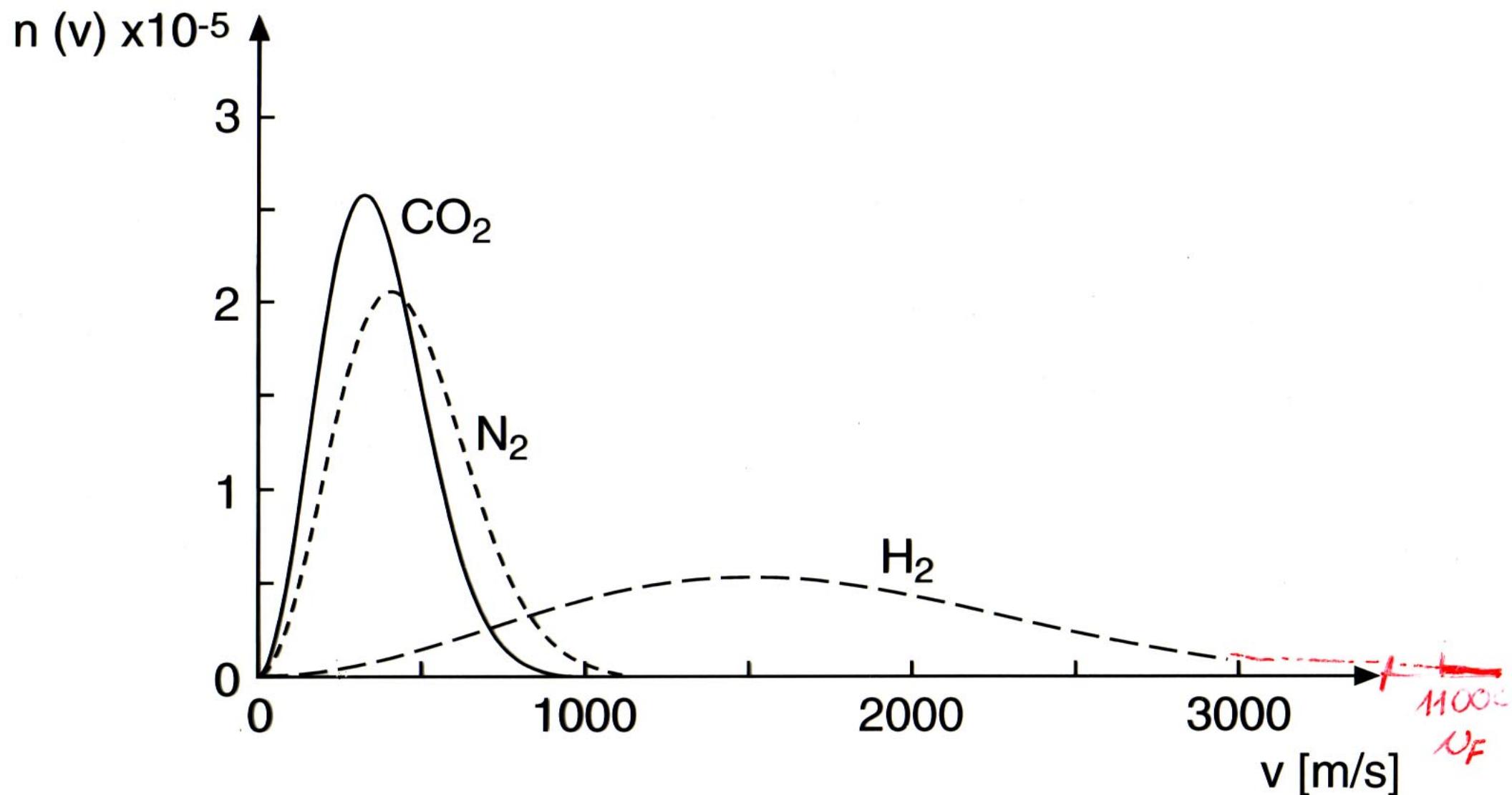
aus Kamke/Walcher



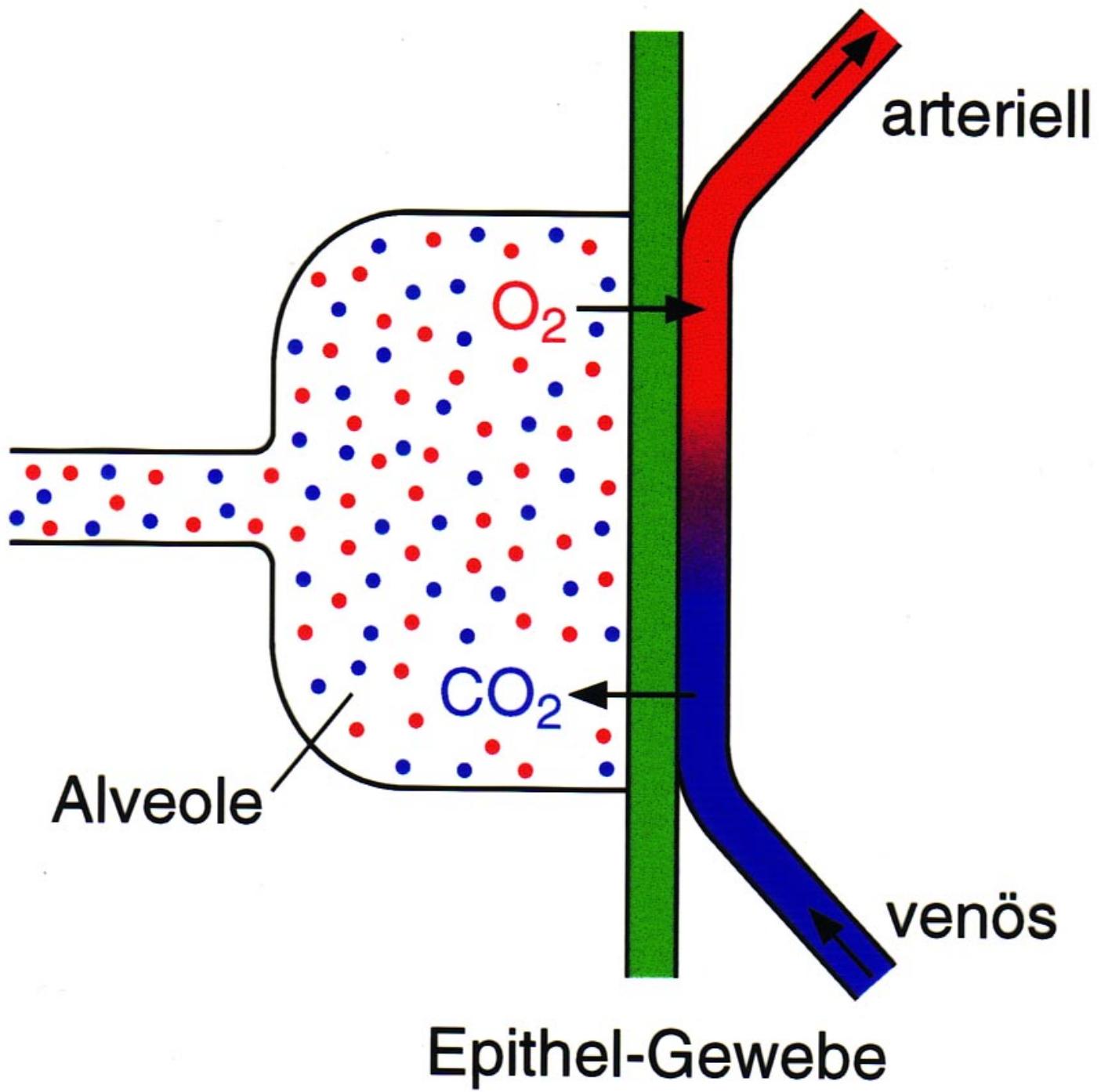
Maxwell-Boltzmann Geschwindigkeitsverteilung Helium

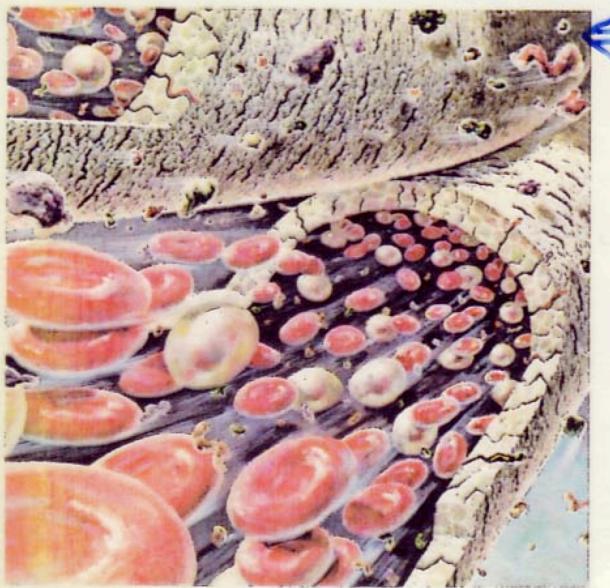


Maxwell-Boltzmann Geschwindigkeitsverteilung $T = 273K$



Gasaustausch zwischen Lunge (Alveole) und Blutgefäß

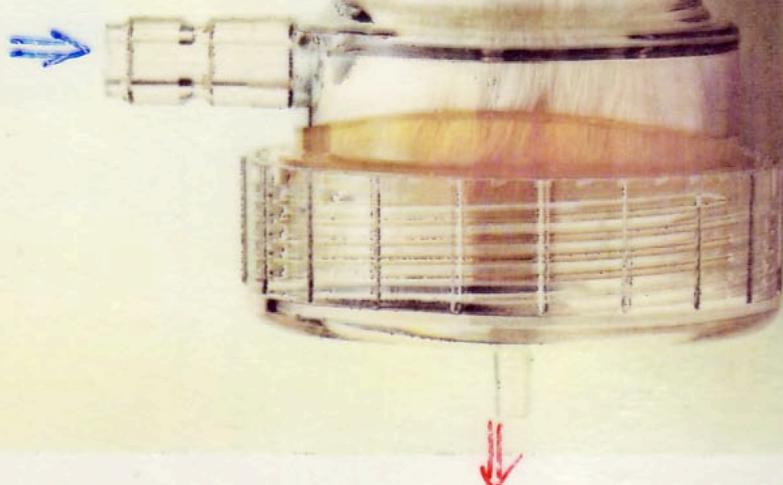




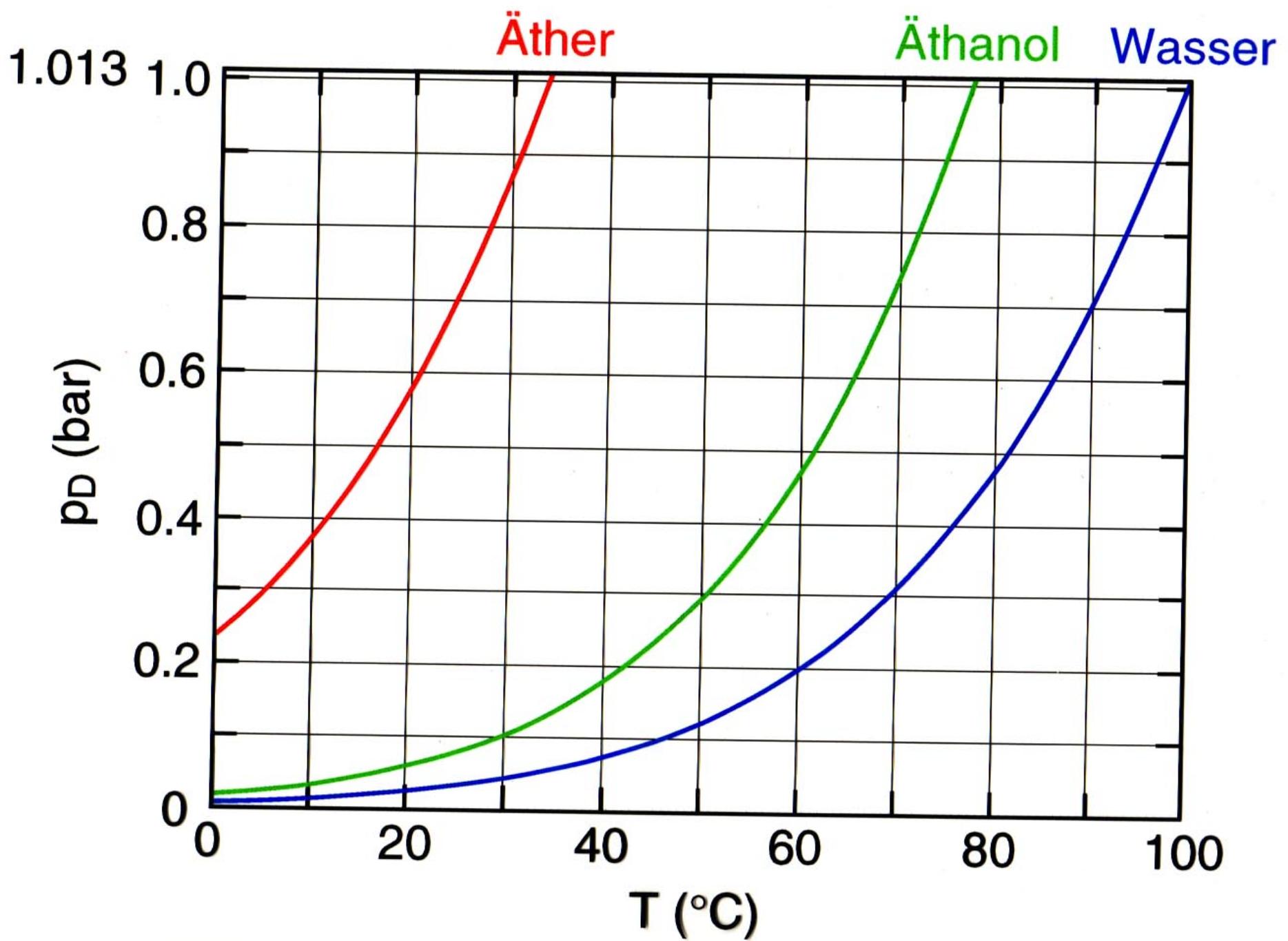
Représentation artistique d'un flux sanguin et de son épuration au travers des fibres creuses du rein artificiel C-DAK

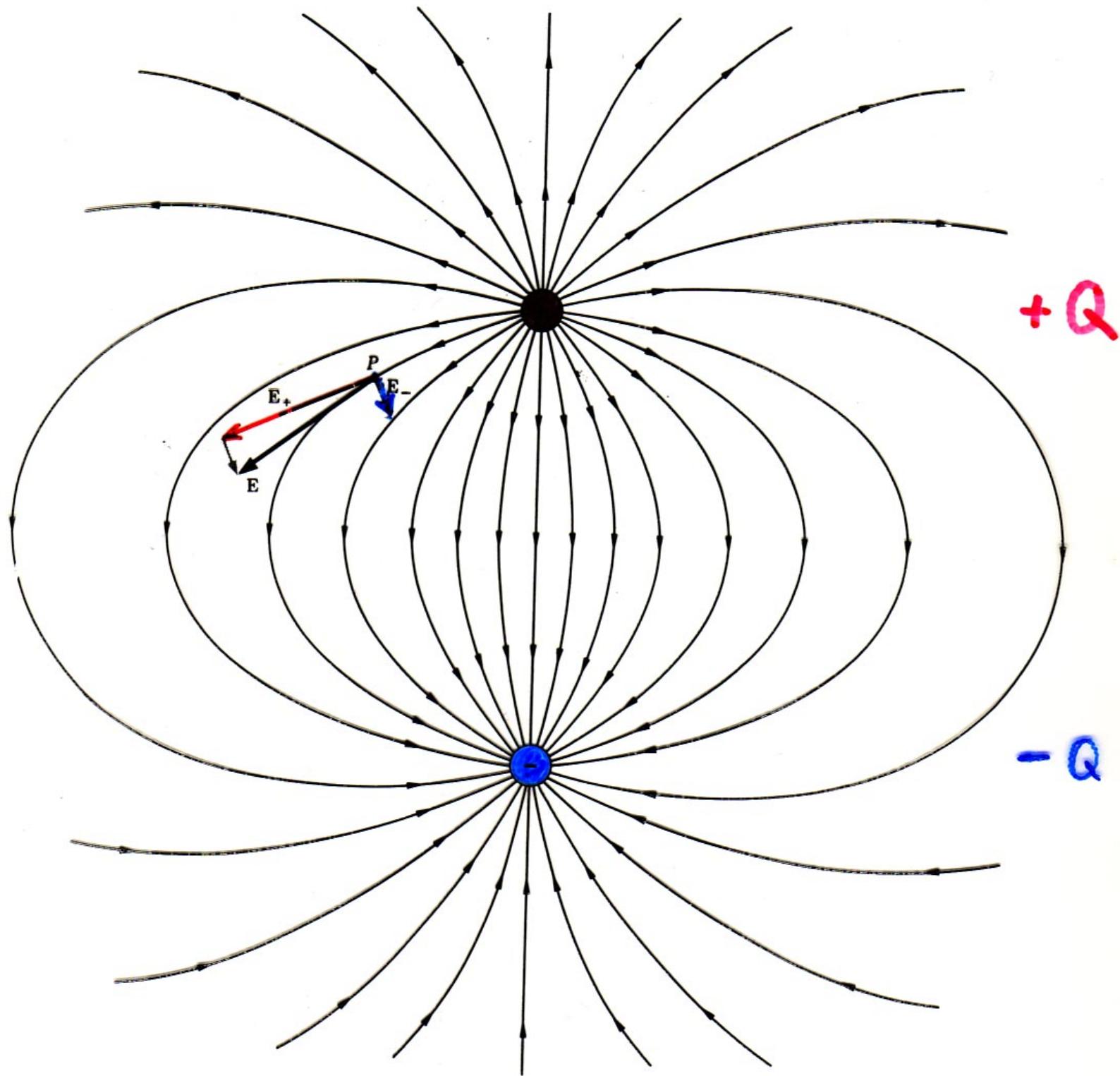


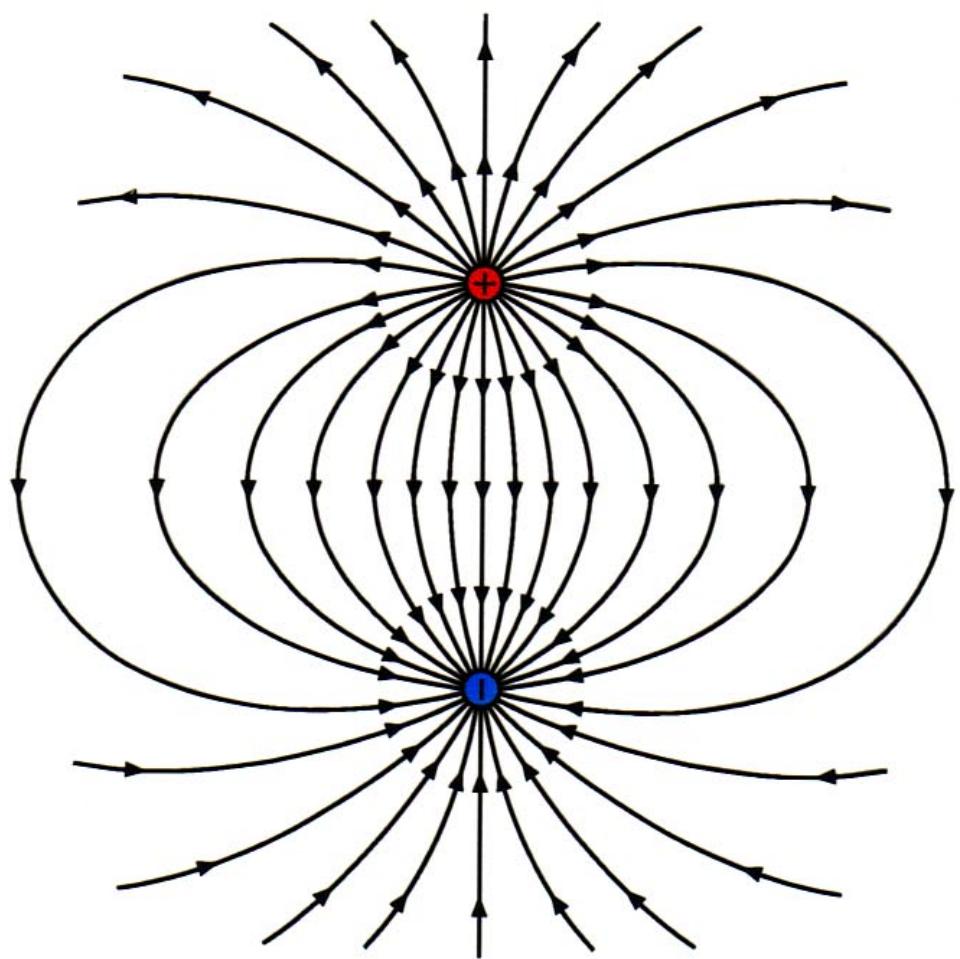
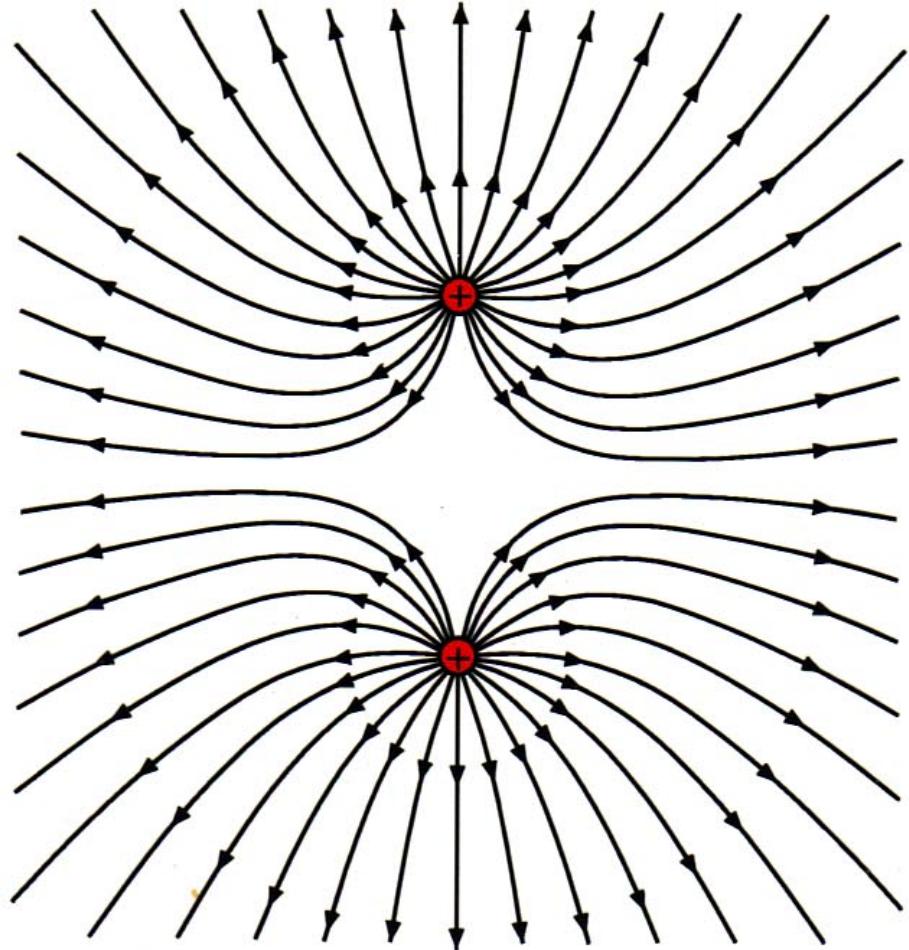
Material der hohlen Fibern: Cellulose
 Anzahl Fibern: 20'000
 effektive Länge: 21 cm
 Innendurchmesser einer Fiber: 200 Mikrometer
 Wandstärke: 30 Mikrometer
 Gesamtmembranfläche: 2.5 m²

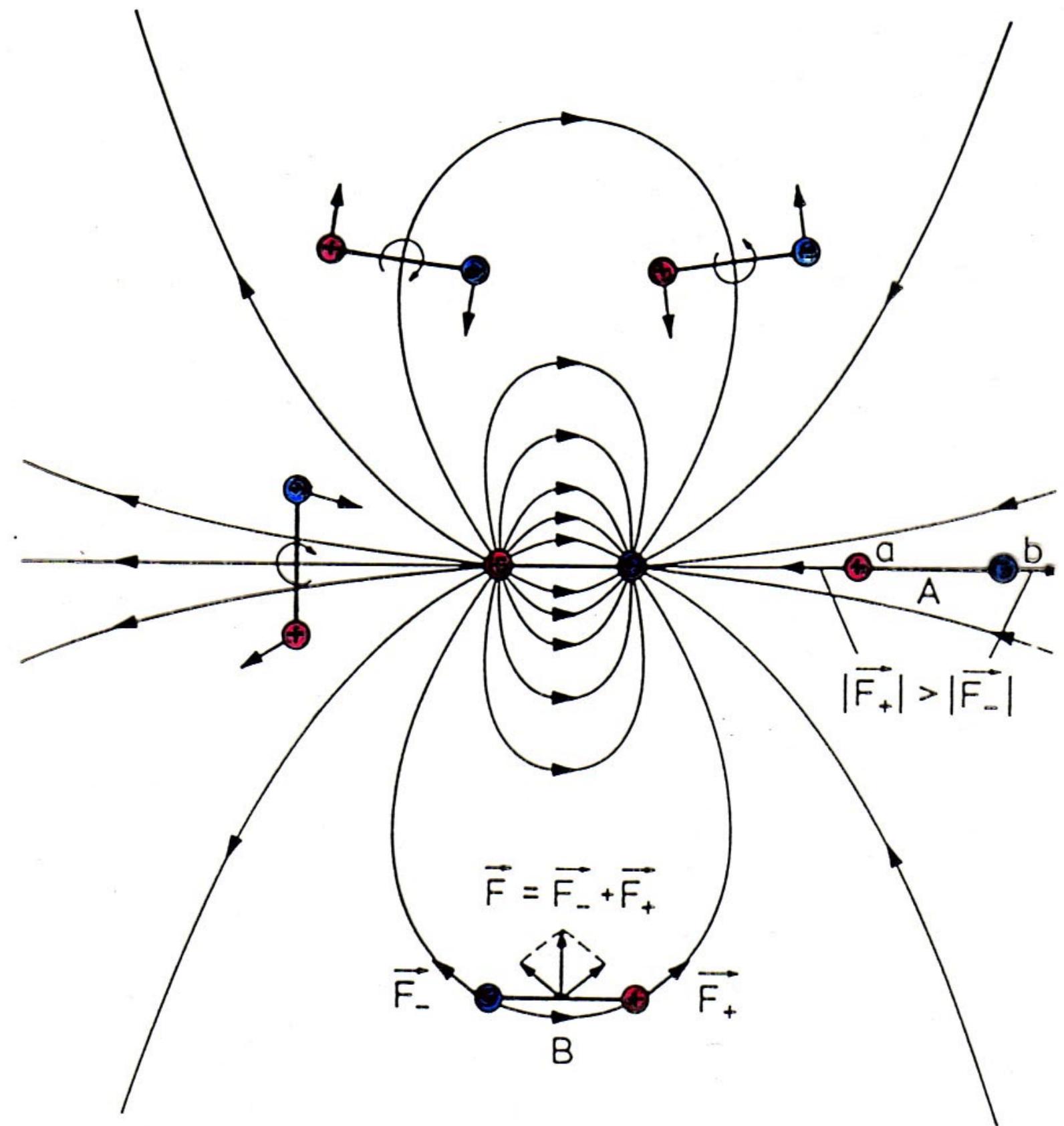


Dampfdruck p_D (T)









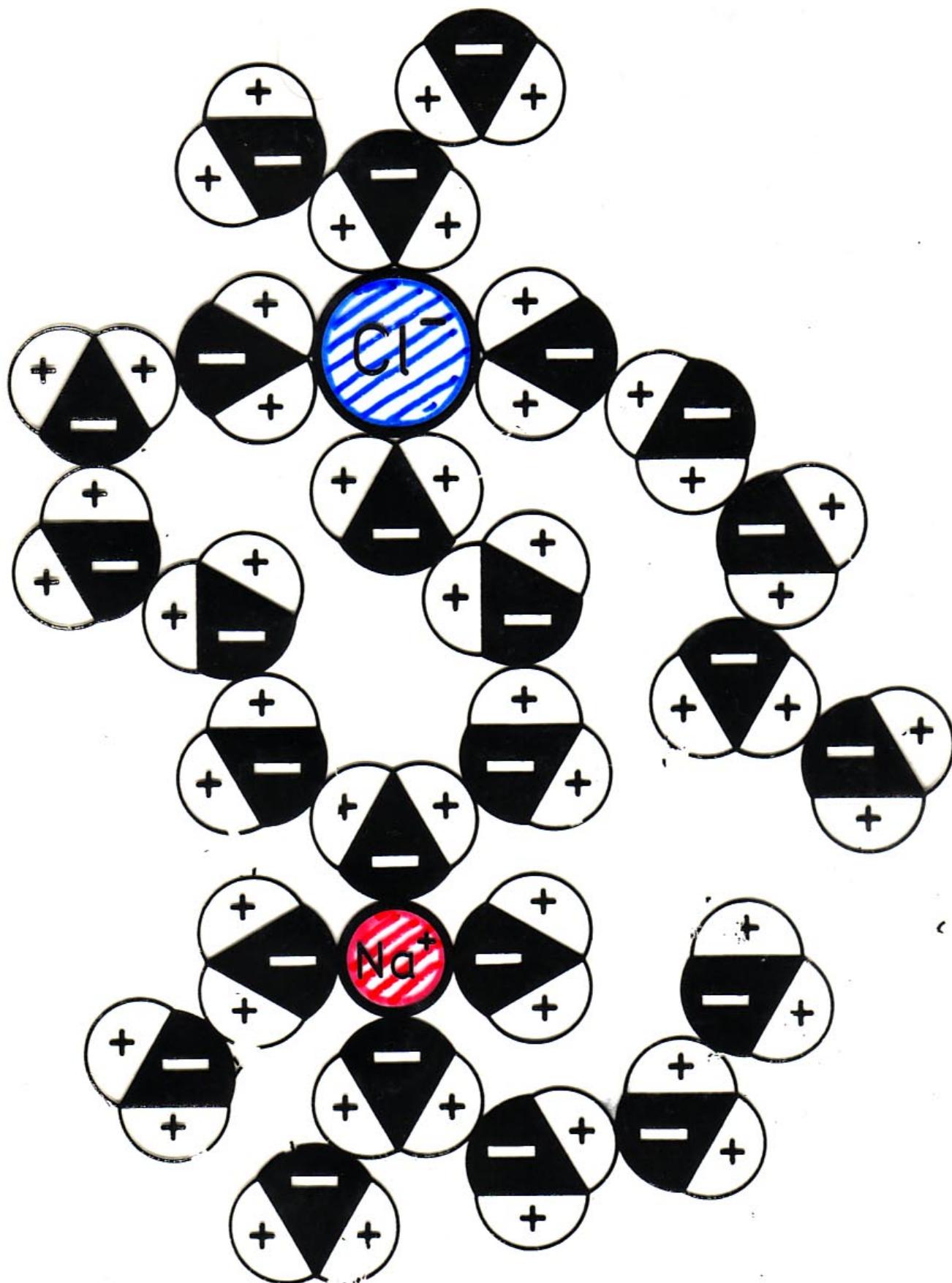
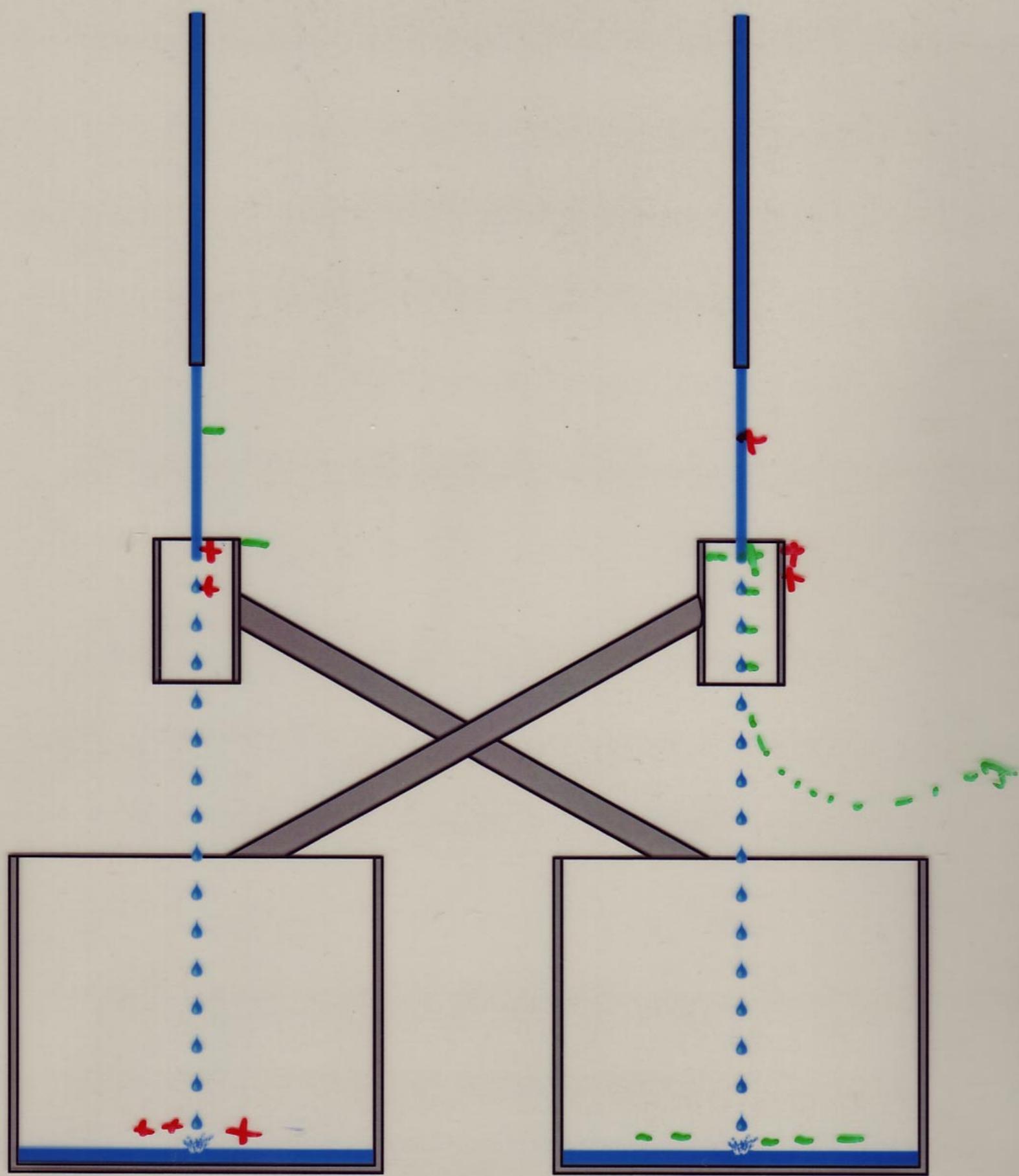


Fig. 8.19 Hydratation: die Wasserdipole lagern sich orientiert um gelöste Ionen



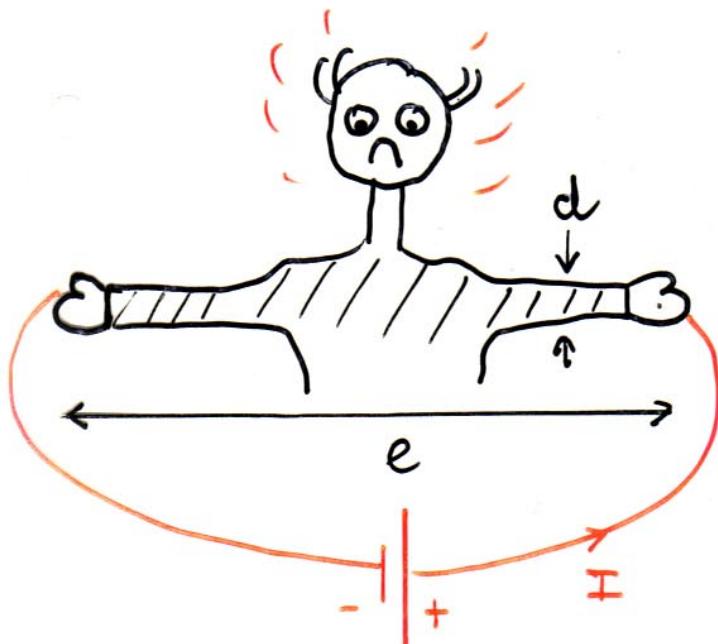
DER MENSCHLICHE KÖRPER ALS ELEKTR. LEITER

mittlere Leitfähigkeit des menschlichen Körpers:

$$\sigma \approx 0.3 \Omega^{-1} m^{-1}$$

mittlerer spezifischer Widerstand:

$$g = 1/\sigma \approx 3 \Omega m$$



$$g_{sp} \quad l = 2m, d = 8\text{ cm}$$

$$R_{\text{Hand-Hand}} = g \frac{l}{A} \approx 1.2 \text{ k}\Omega$$

$$R_{\text{Hand-Hand}} \approx 1200 \Omega$$

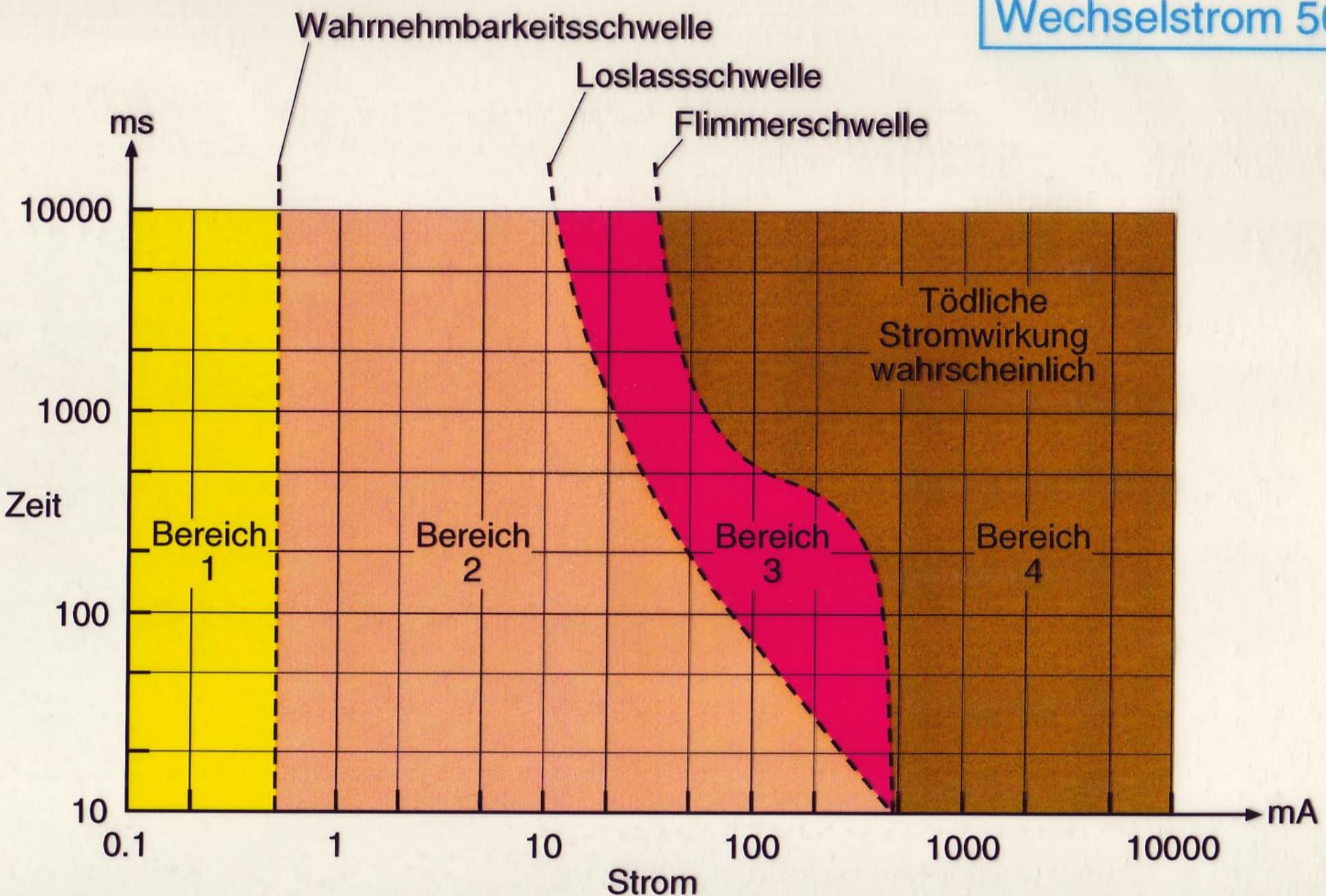
$$R_{\text{Hand-Rumpf}} \approx 600 \Omega$$

$$\text{elektrische Leistung: } P = V^2/R$$

$$\text{Werte für } R_{\text{Hand-Hand}} = 1.2 \text{ k}\Omega$$

V (V)	I (mA)	P (W)
5	4	0.02
30	25	0.75
110	92	10
230	192	44

Wechselstrom 50Hz



Gefährzungsbereiche für Erwachsene (Stromweg: 1 Hand-beide Füsse)

Gefährliche Wirkungen des elektrischen Stromes

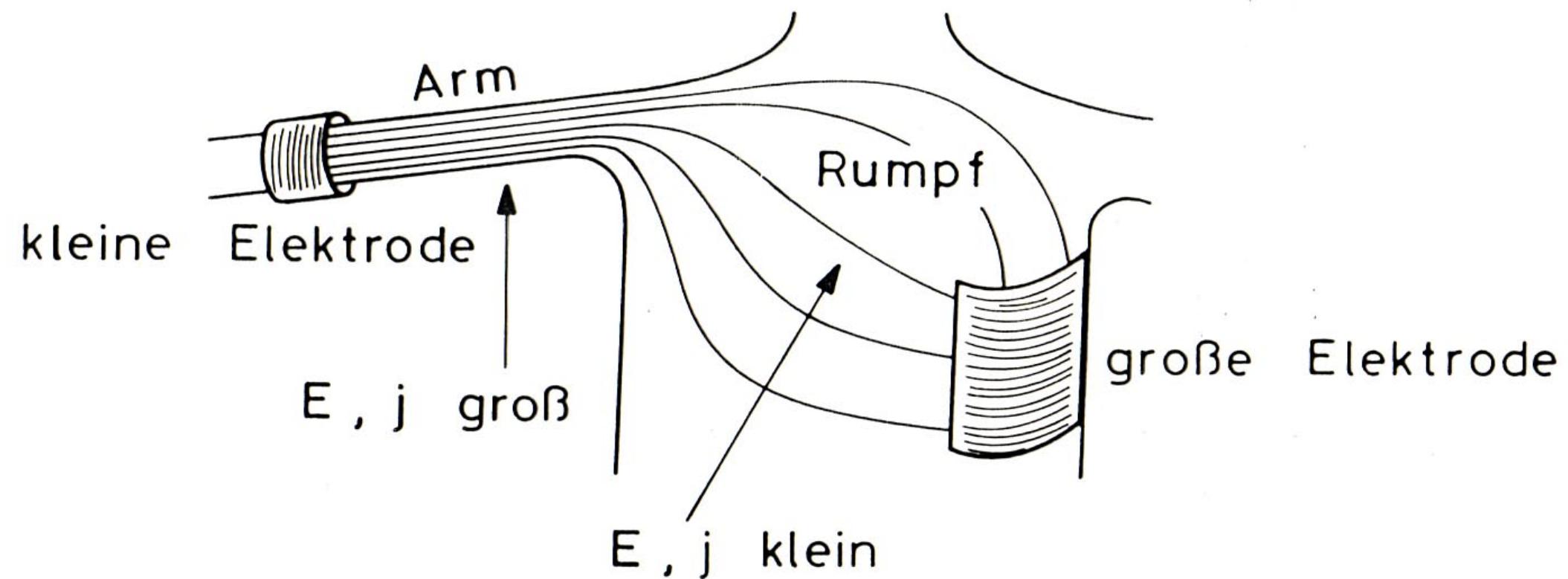
Die Reizleitung in den Nerven wird durch Ionenleitung bewerkstellt. Daher entstehen starke Reize durch Ströme von aussen.

gestörte Reizleitung

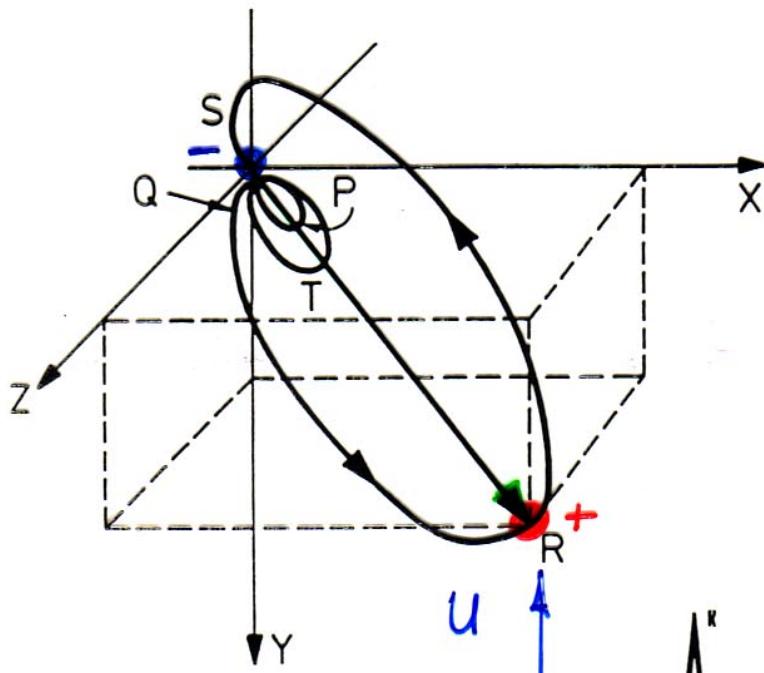
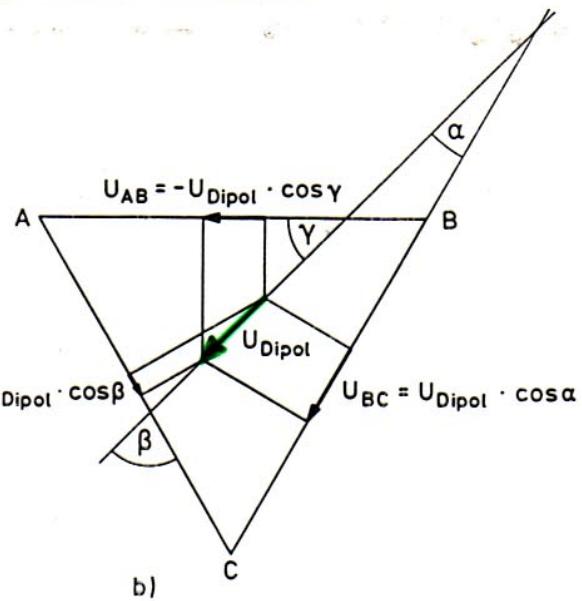
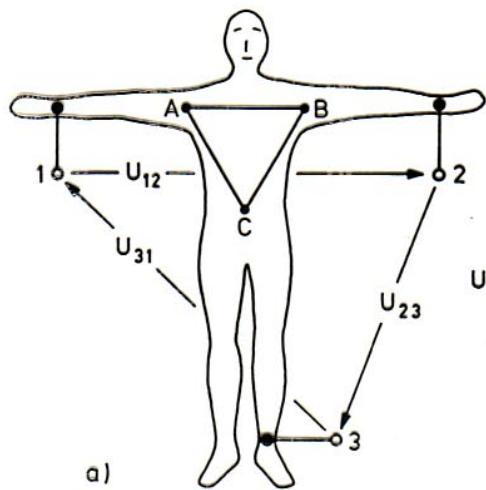
- Atmung
- Herz
- Muskelkrämpfe

chem. Reaktionen

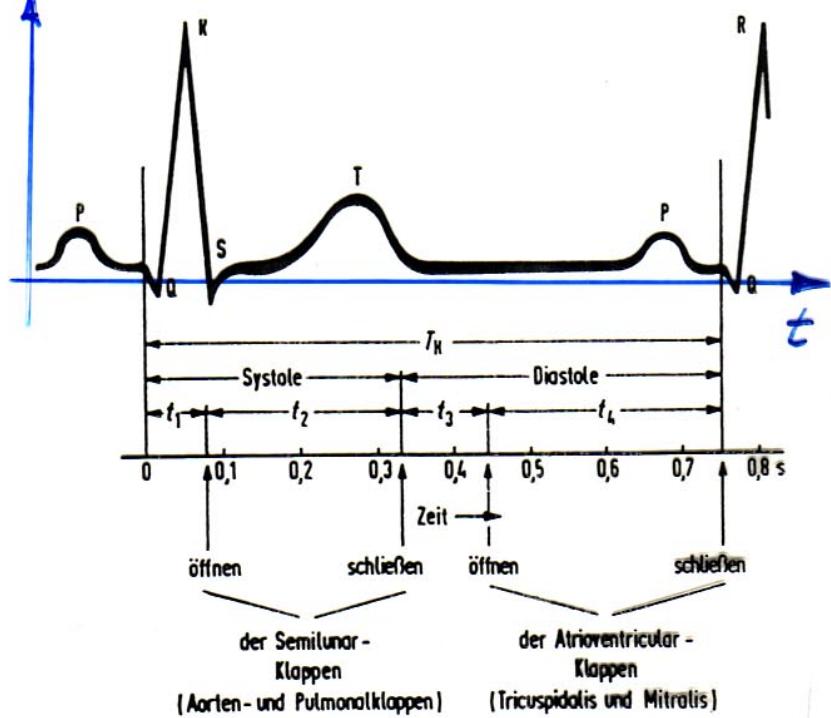
- Vergiftung
- Verbrennung

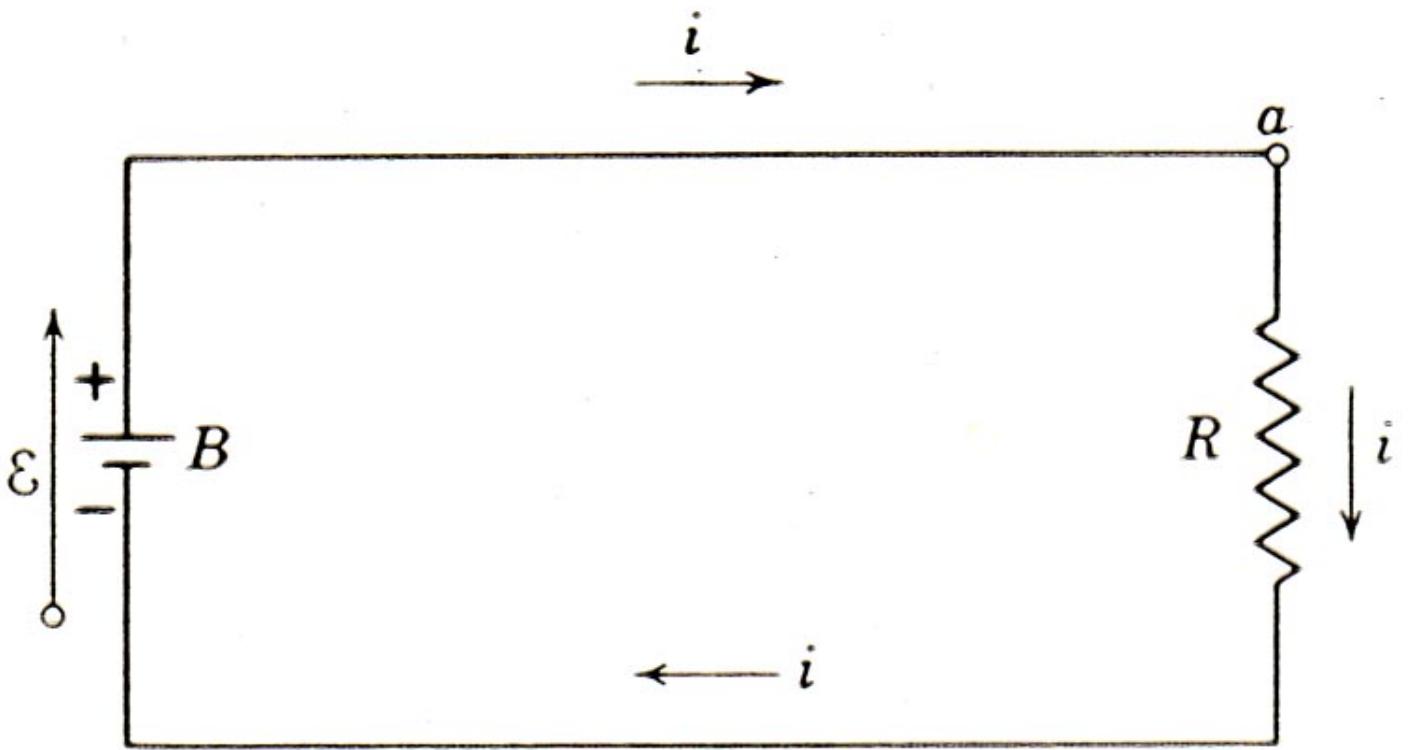


Das Elektrokardiogramm (EKG)

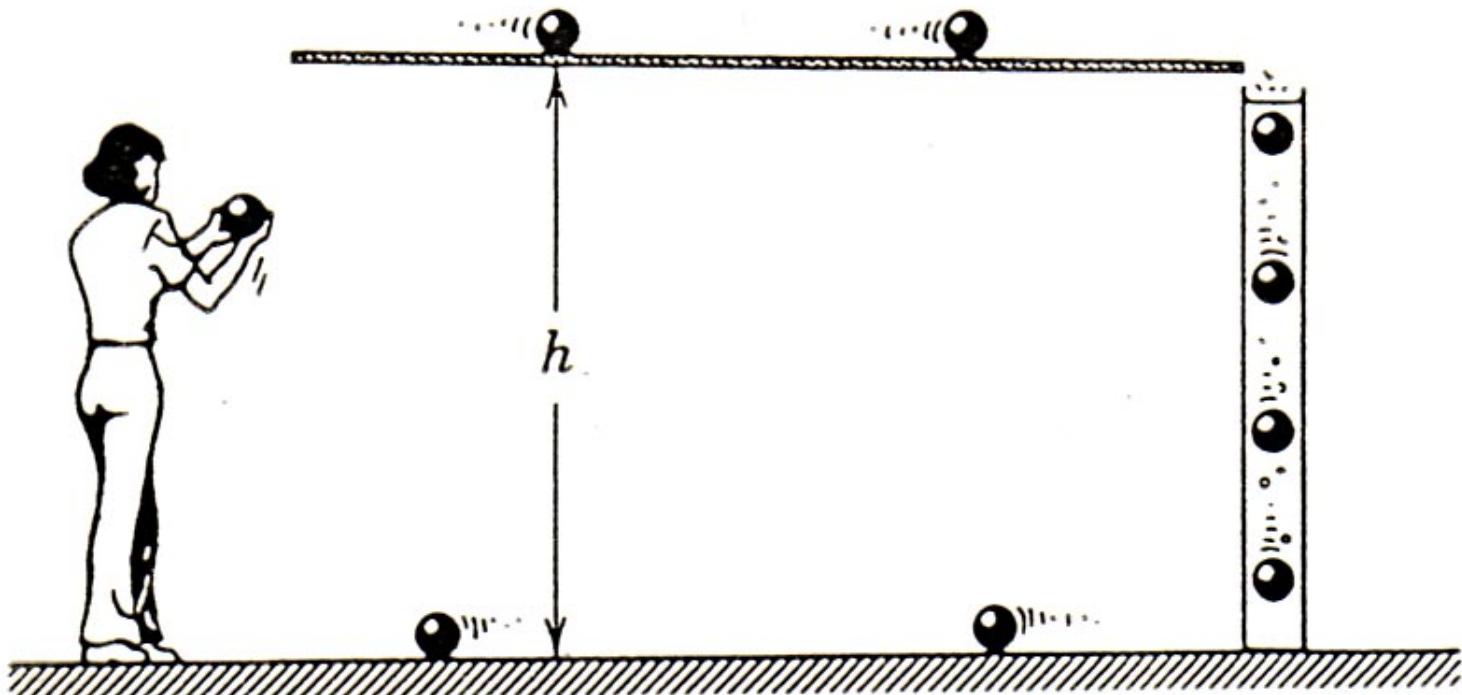


der Herz-Zweipol
als Funktion der
Zeit

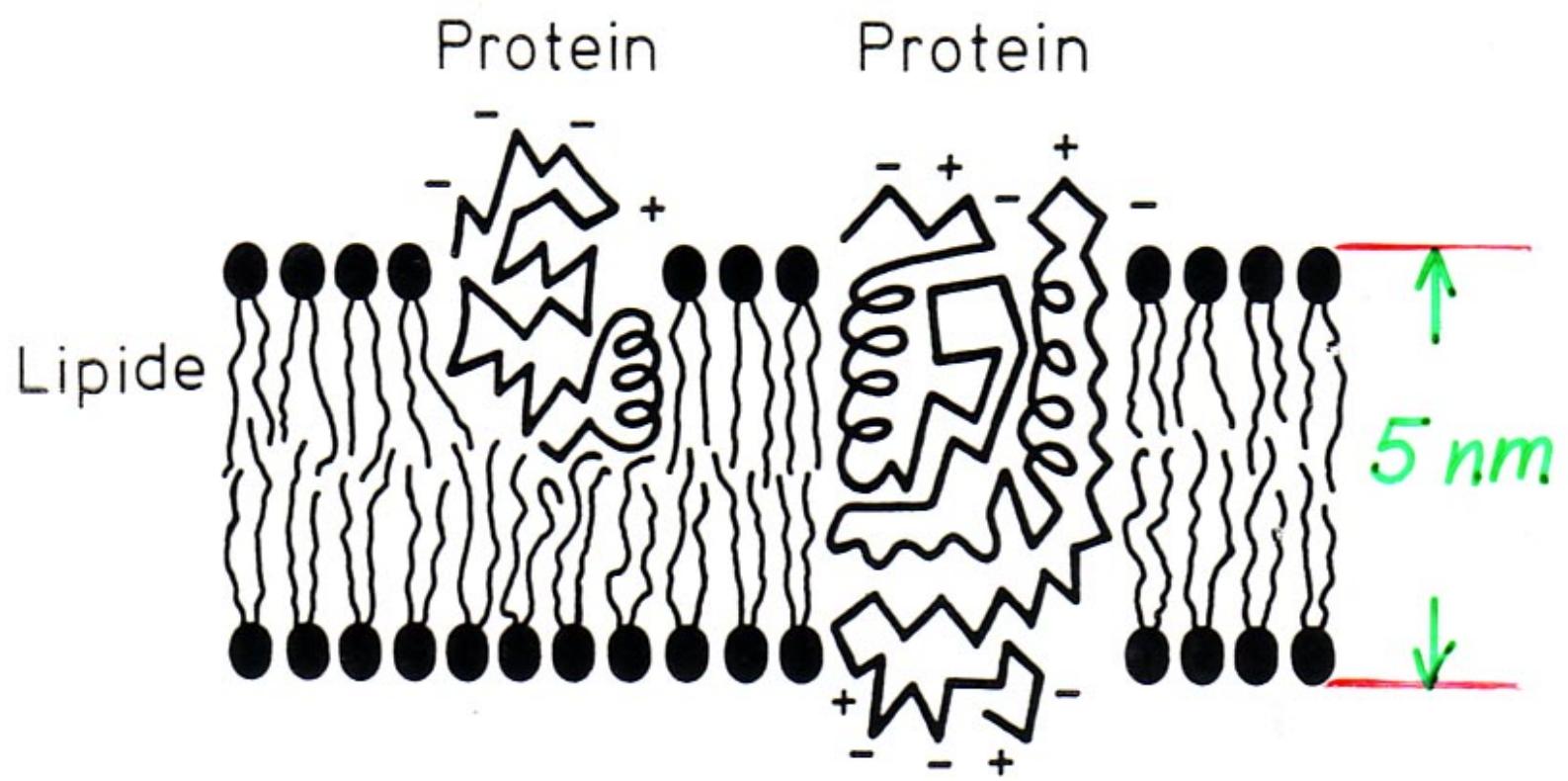


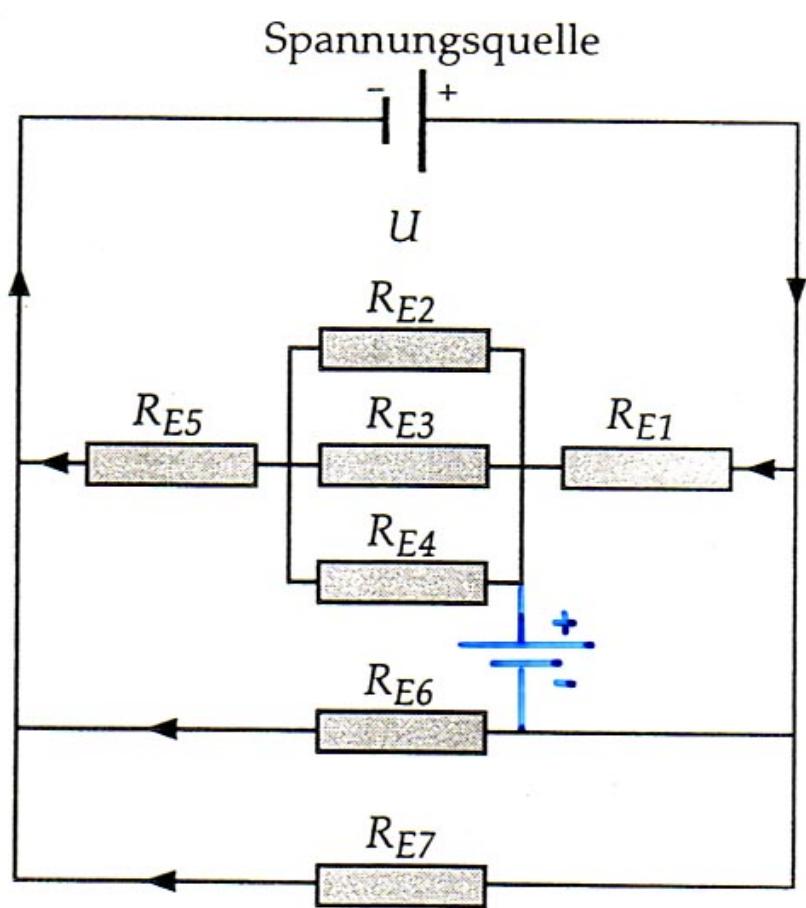
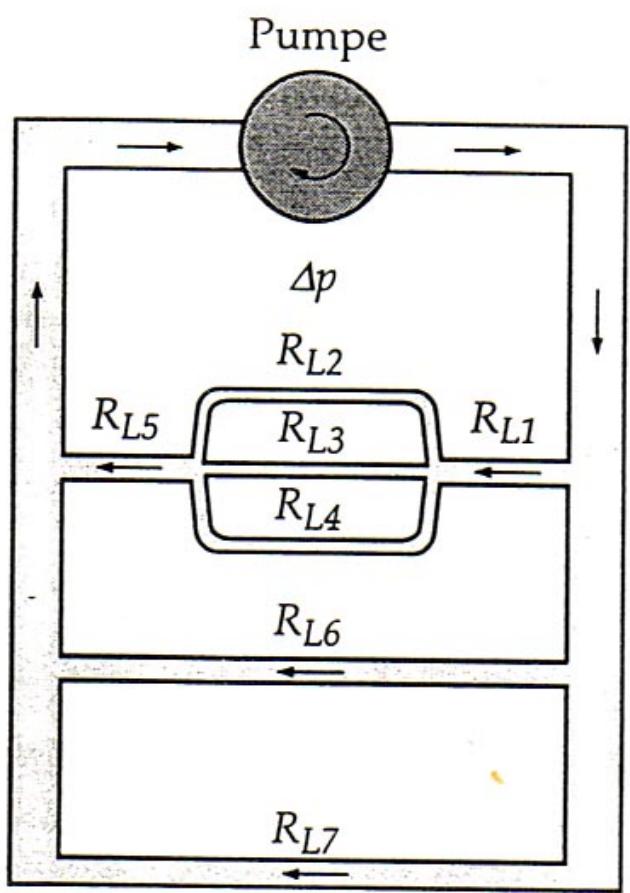


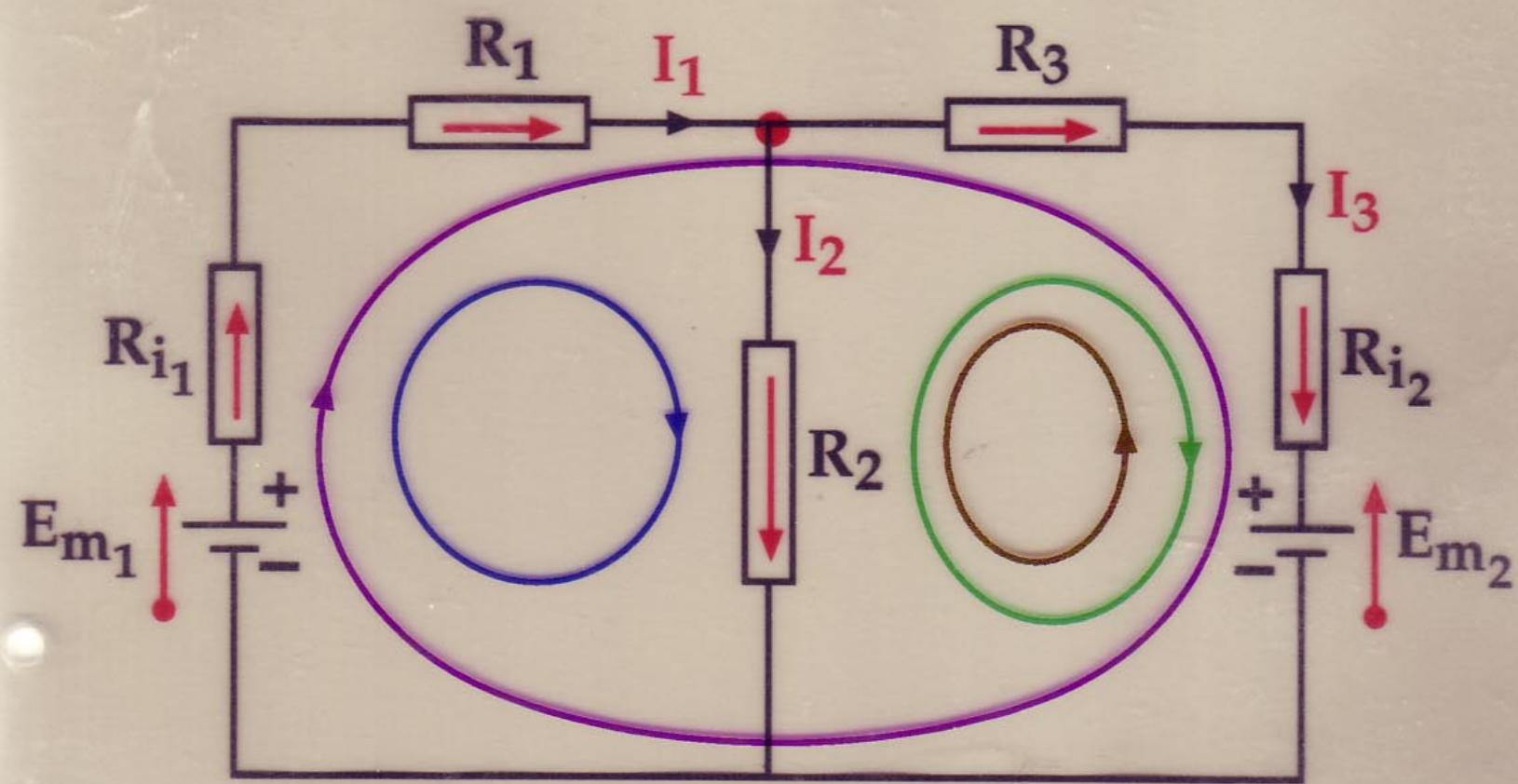
(a)



(b)







- Knoten: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

Maschen:

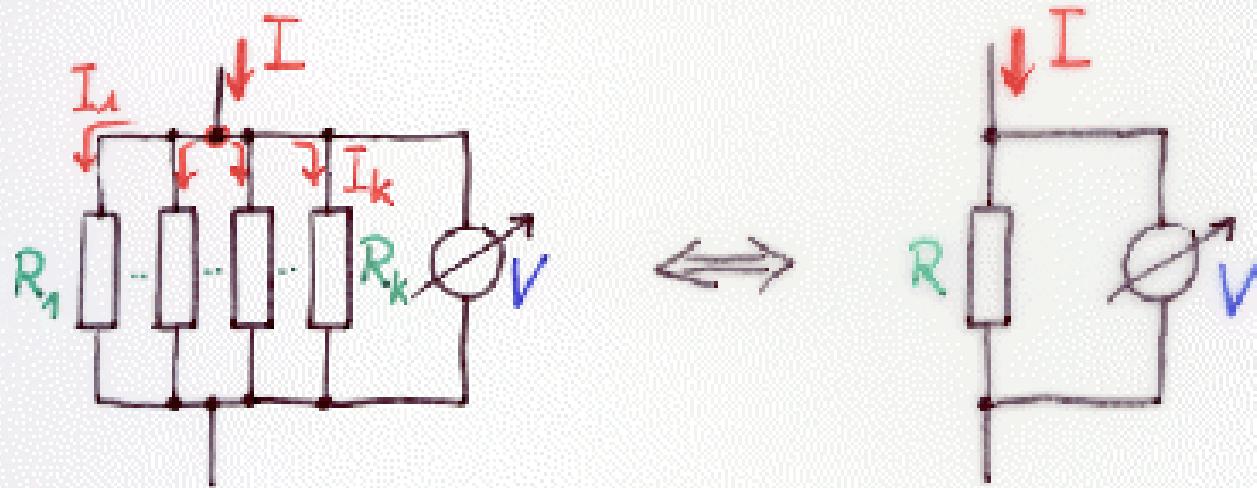
- $E_{m1} = I_1 R_{i1} + I_1 R_1 + I_2 R_2$

- $-E_{m2} = -I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_3 R_{i2}$

- $E_{m1} - E_{m2} = I_1 R_{i1} + I_1 R_1 + I_3 R_3 + I_3 R_{i2}$

- $E_{m2} = +I_2 R_2 - I_3 R_3 - I_3 R_{i2}$

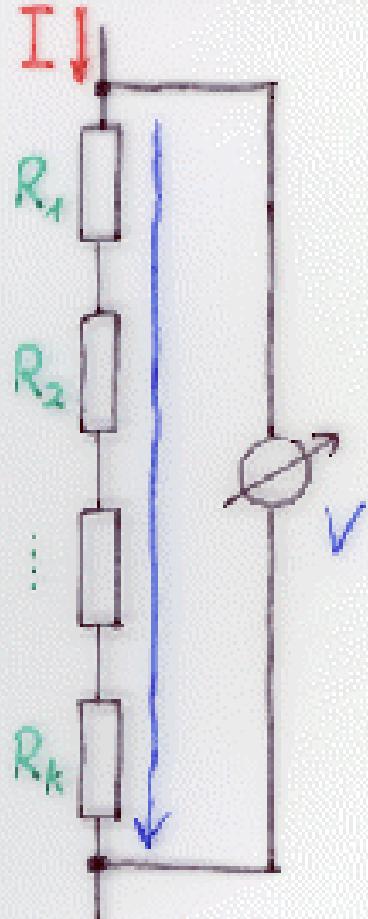
Parallelschaltung von Widerständen



Knotenregel: $I = \sum_k I_k = \sum_k \frac{V}{R_k} \doteq \frac{V}{R}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{R} = \sum_k \frac{1}{R_k}}$$

Serieschaltung

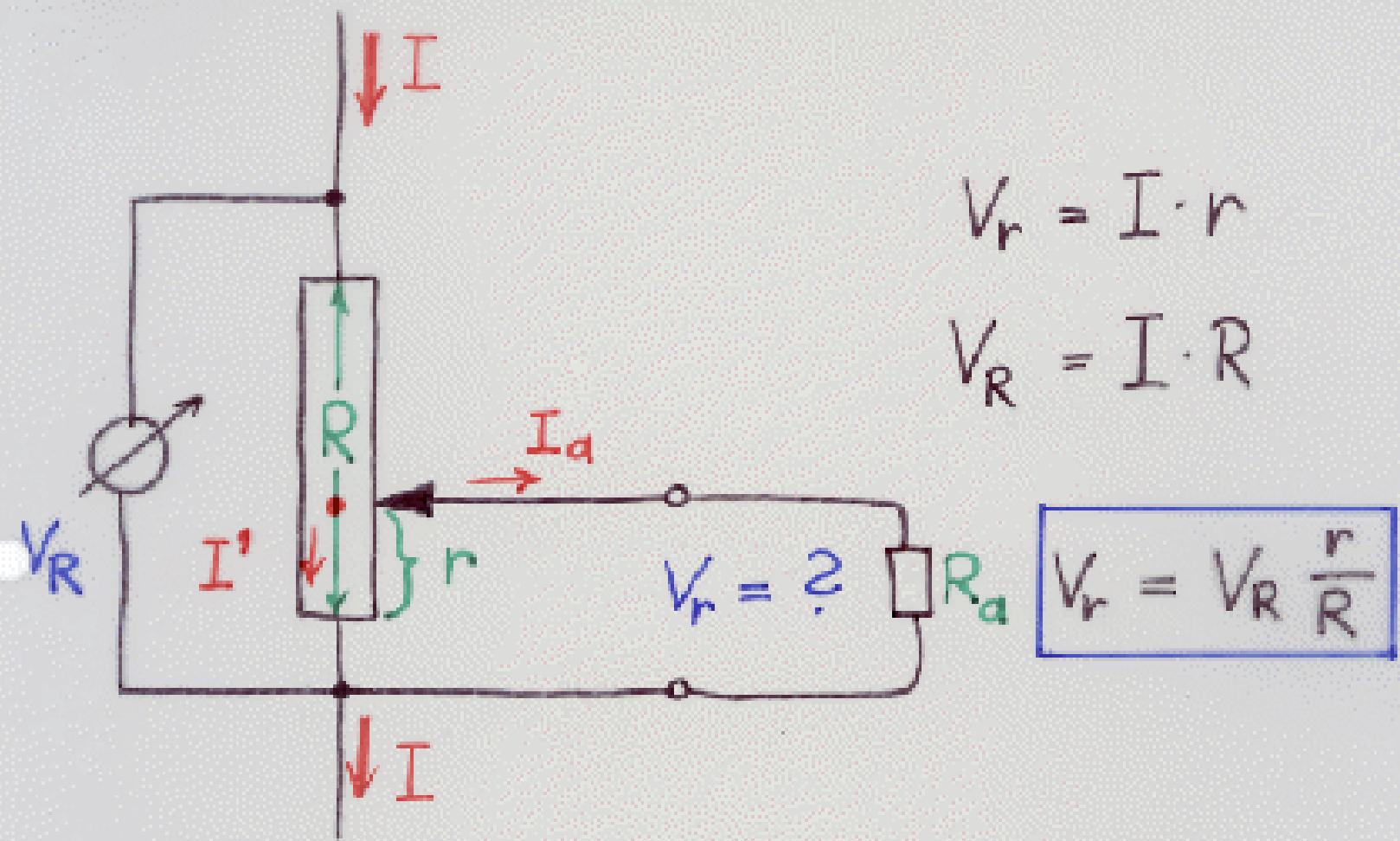


Maschenregel:

$$V = I \cdot R = \sum_k I \cdot R_k = I \cdot \sum_k R_k$$

$$\Rightarrow \boxed{R = \sum_k R_k}$$

Der Spannungsteiler

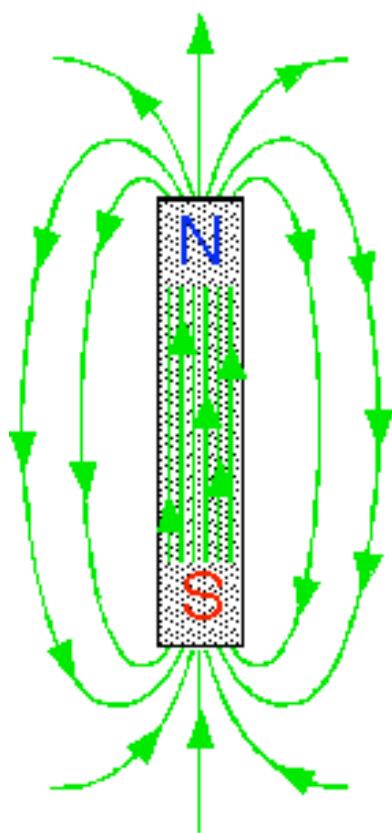


mit Verbraucher R_a

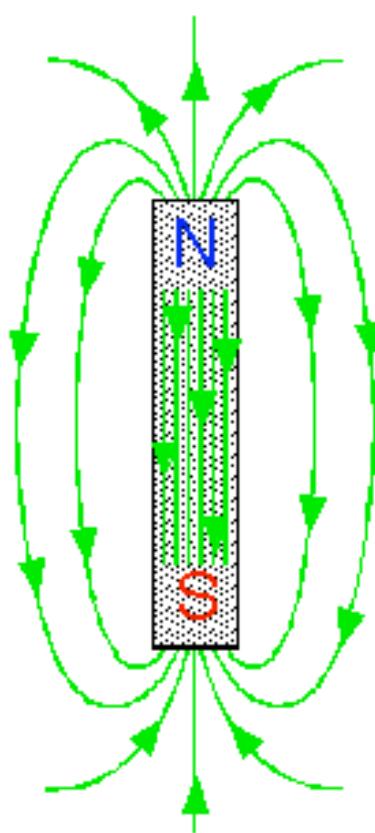
$$I' = I - I_a < I$$

$$V_r^a = I' \cdot r < V_r$$

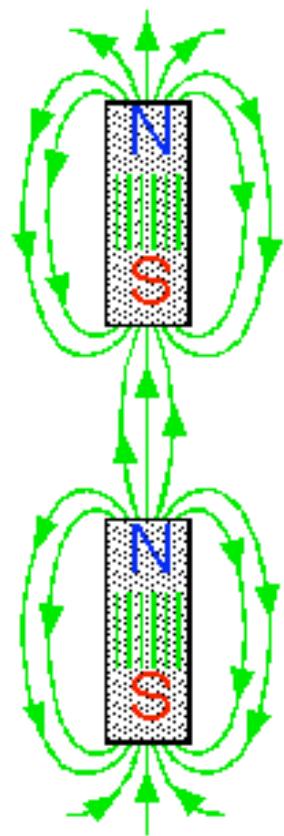
Magnetische Monopole ?



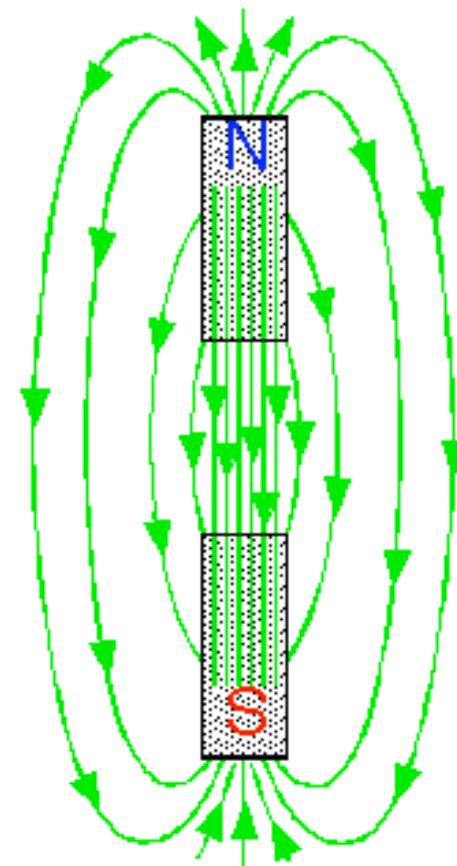
oder



?



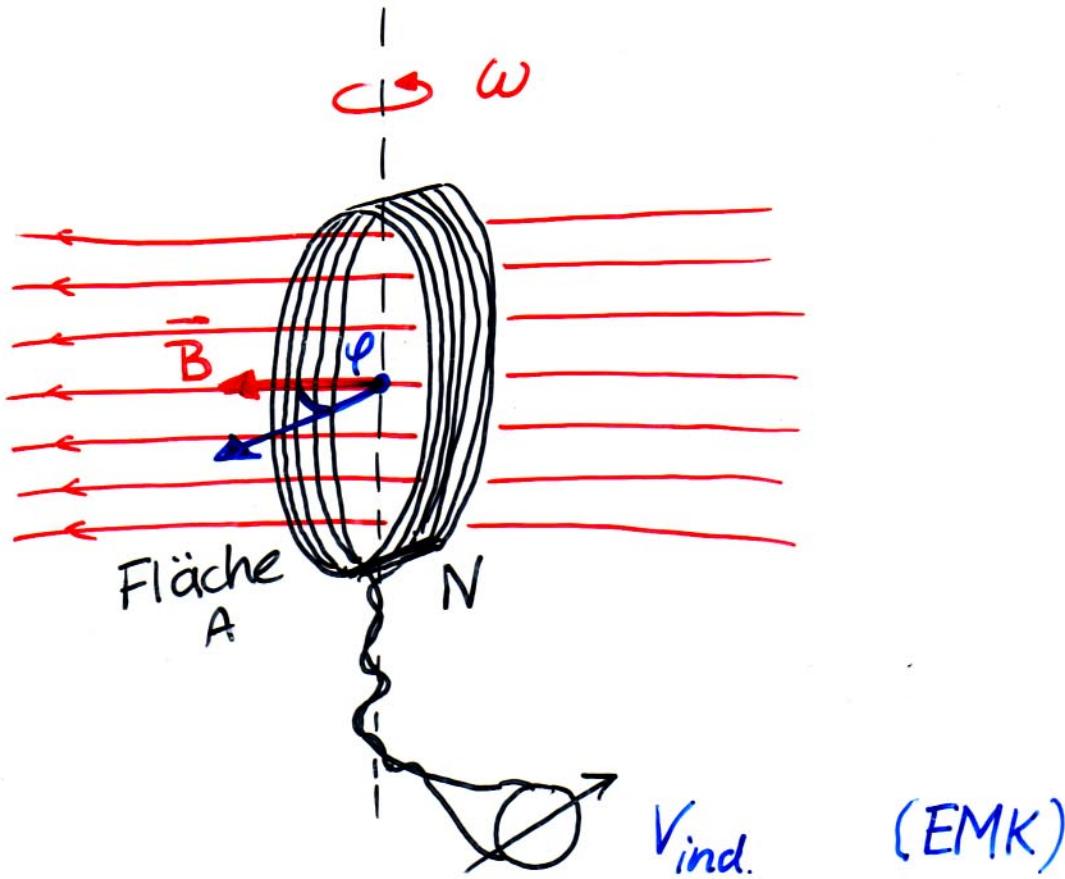
oder



?

\vec{B} hat keine Quellen

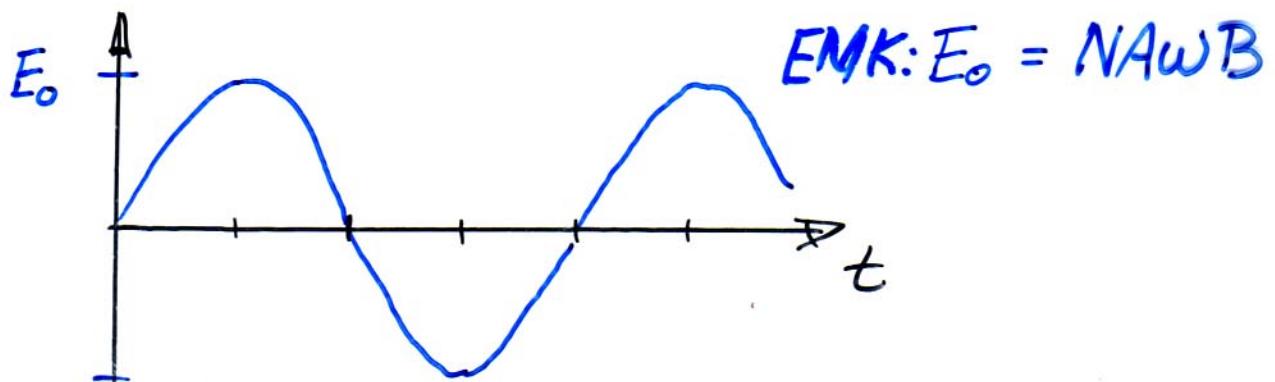
Der Wechselspannungsgenerator



$$V_{\text{ind.}} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt} (NAB \cos \varphi)$$

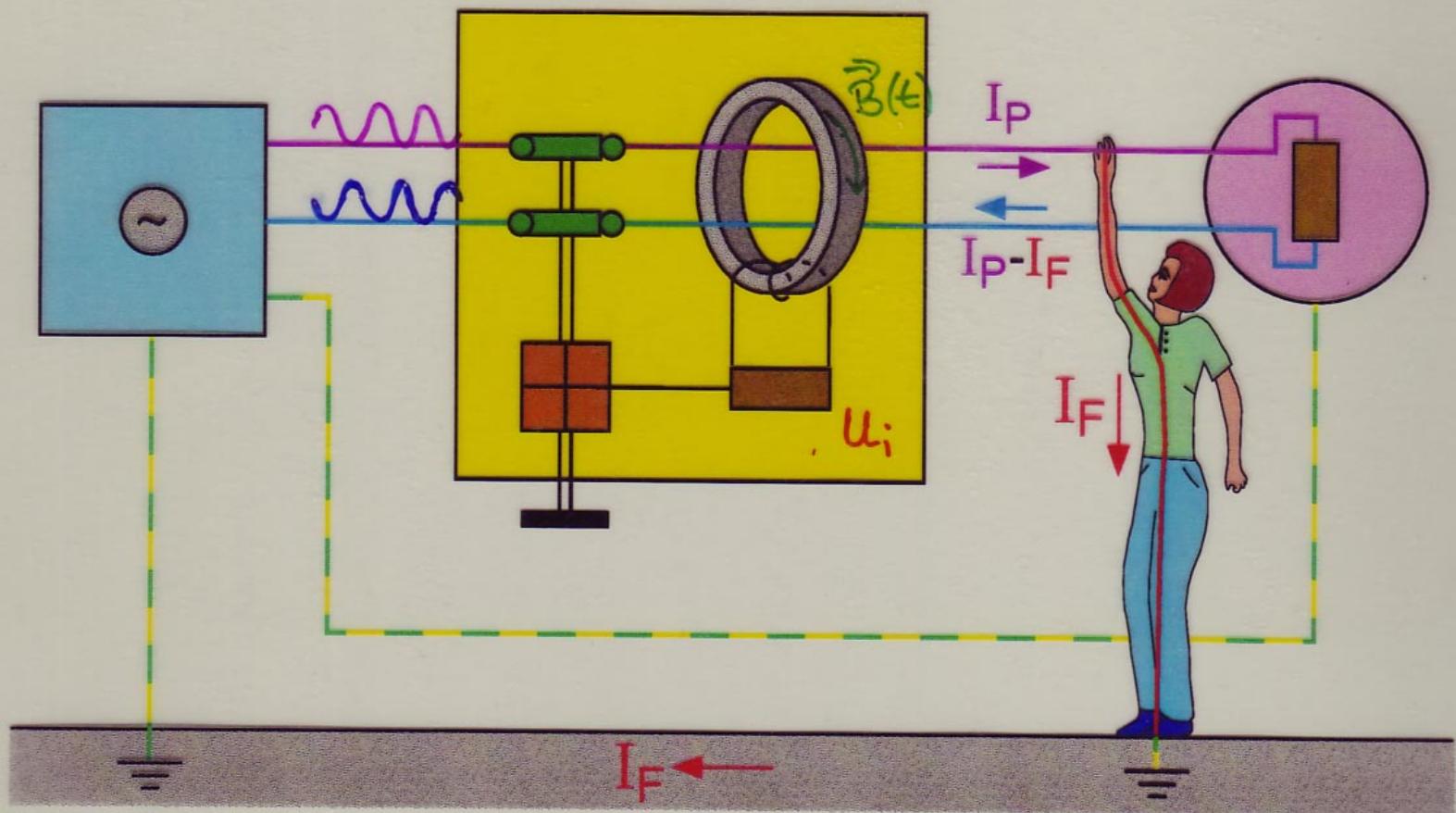
Drehung: $\varphi(t) = \omega \cdot t$

$$\Rightarrow V_{\text{ind.}} = NAB \sin \omega t$$

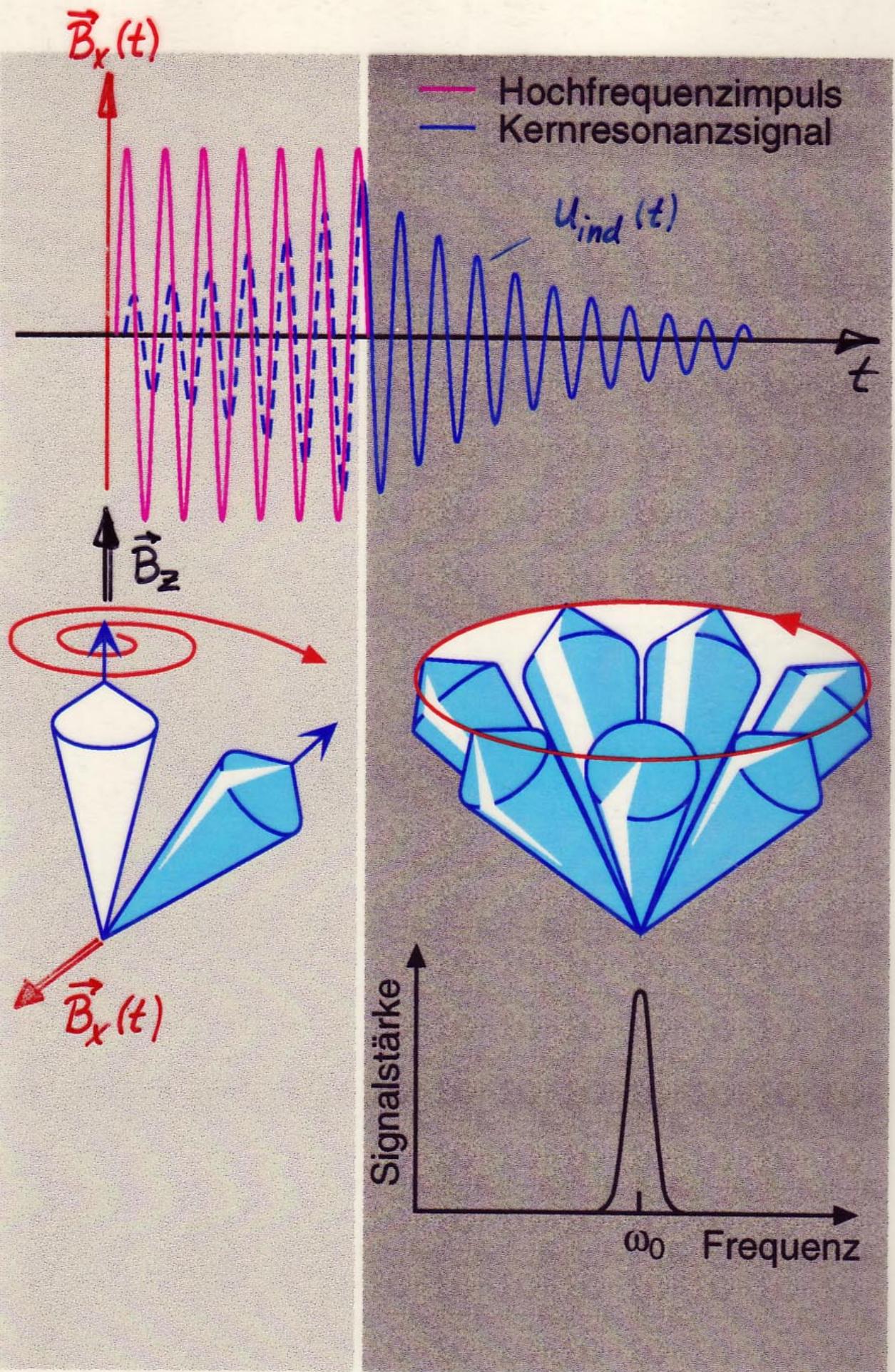


Prinzip der Fehlerstromschutzschaltung

Stromquelle Fehlerstromschutzschalter Verbraucher

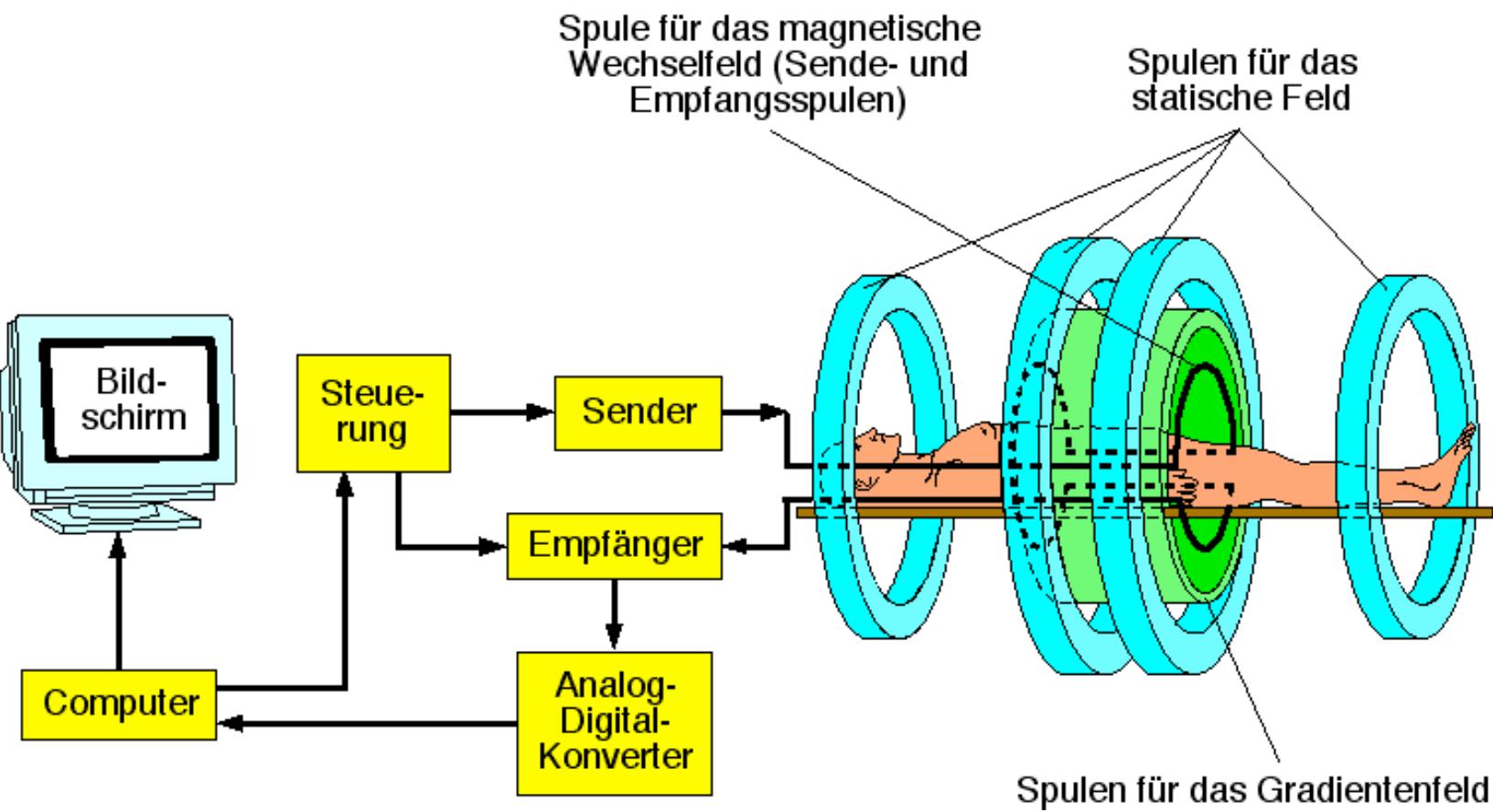


Zeitlicher
Verlauf
des KERN-
resonanz-
experiments

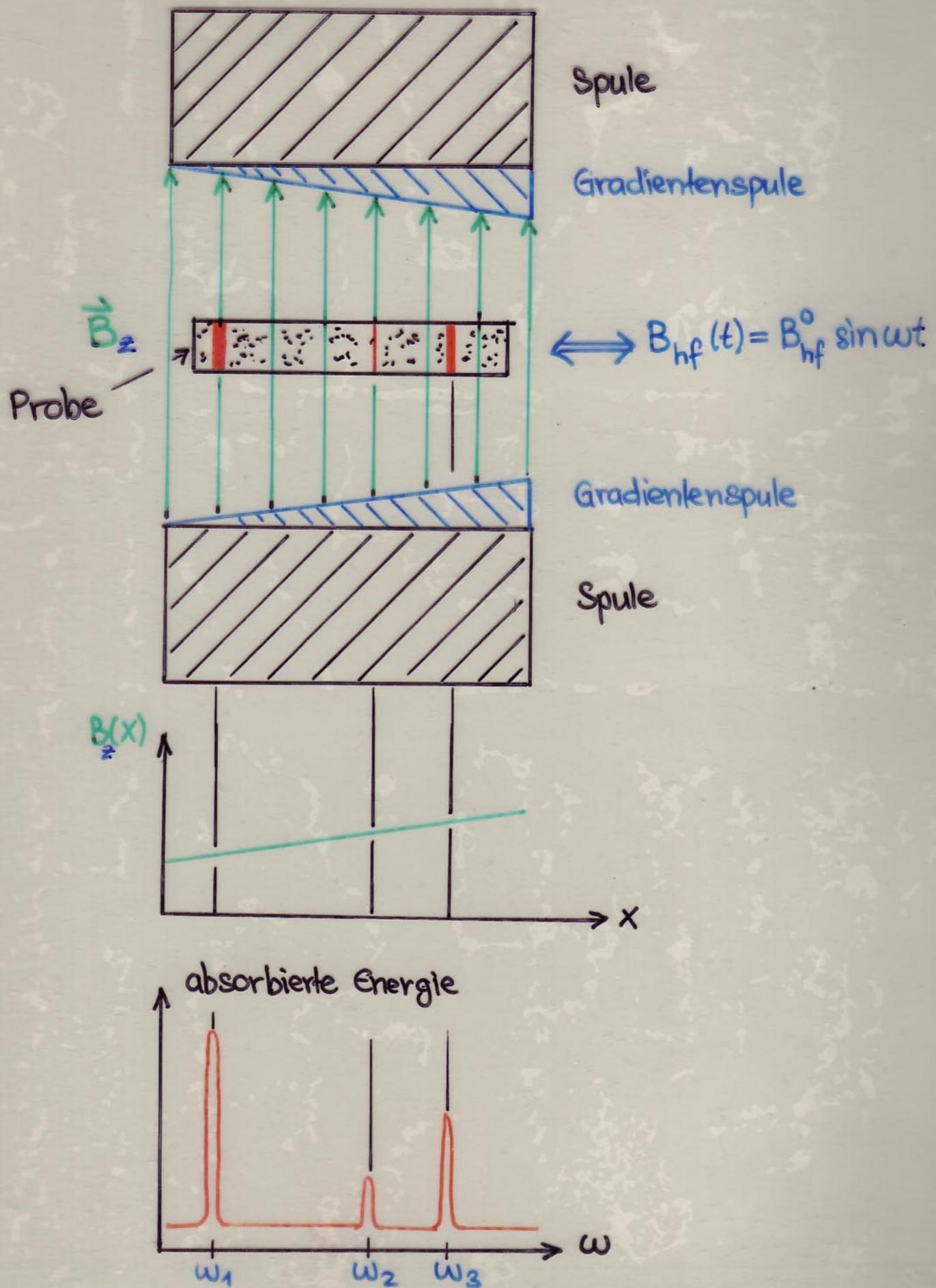


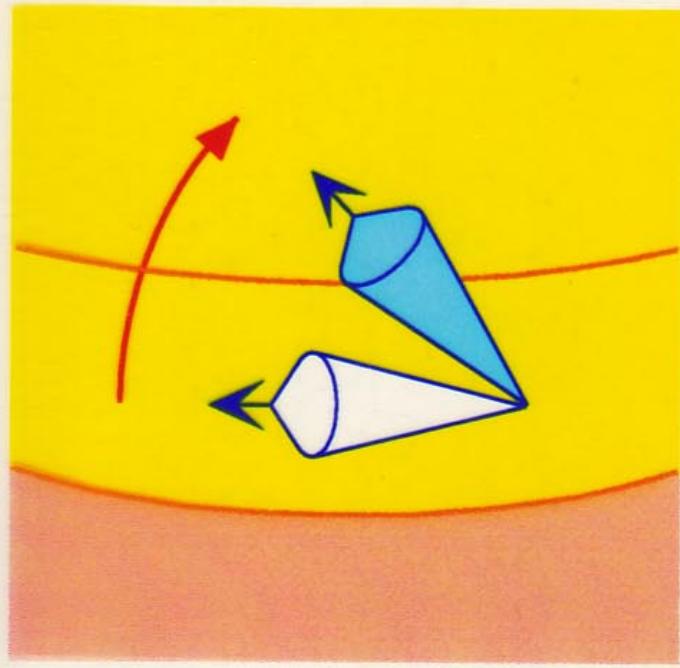
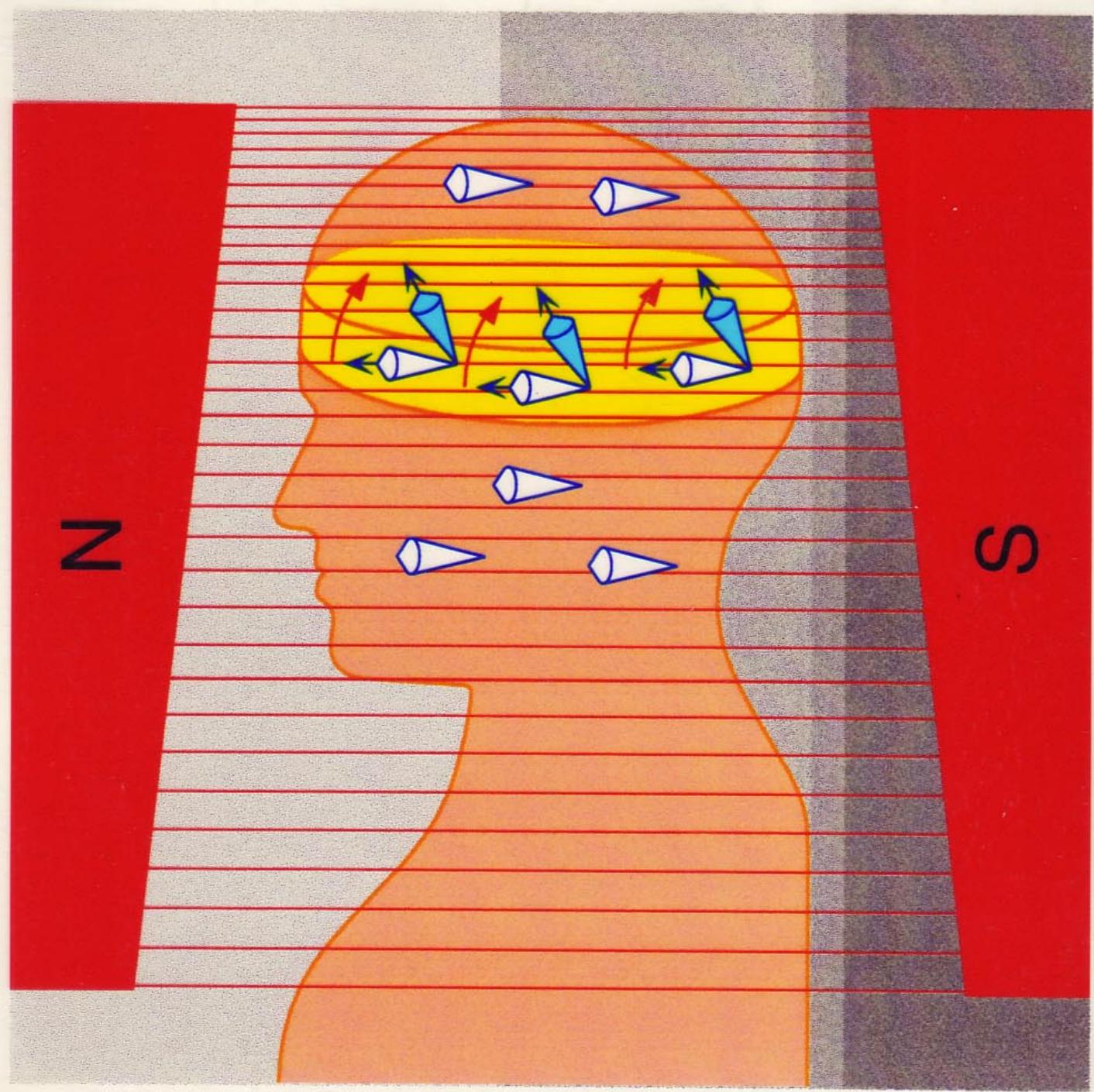
Kernresonanzspektrum

Aufbau einer MRT-Anlage

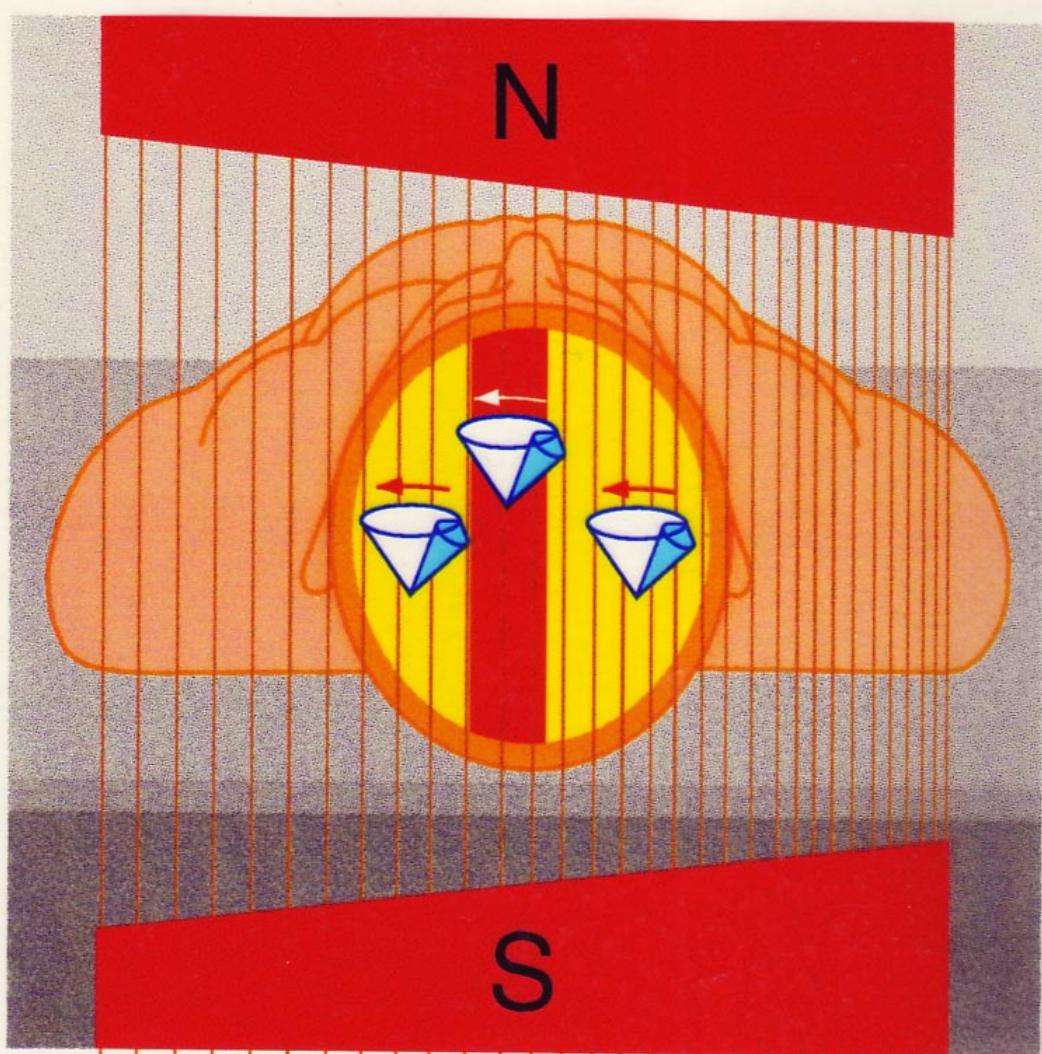
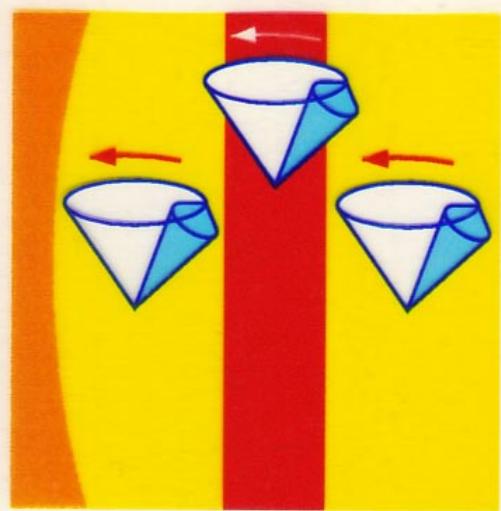


PRINZIP DER NMR-TOMOGRAPHIE

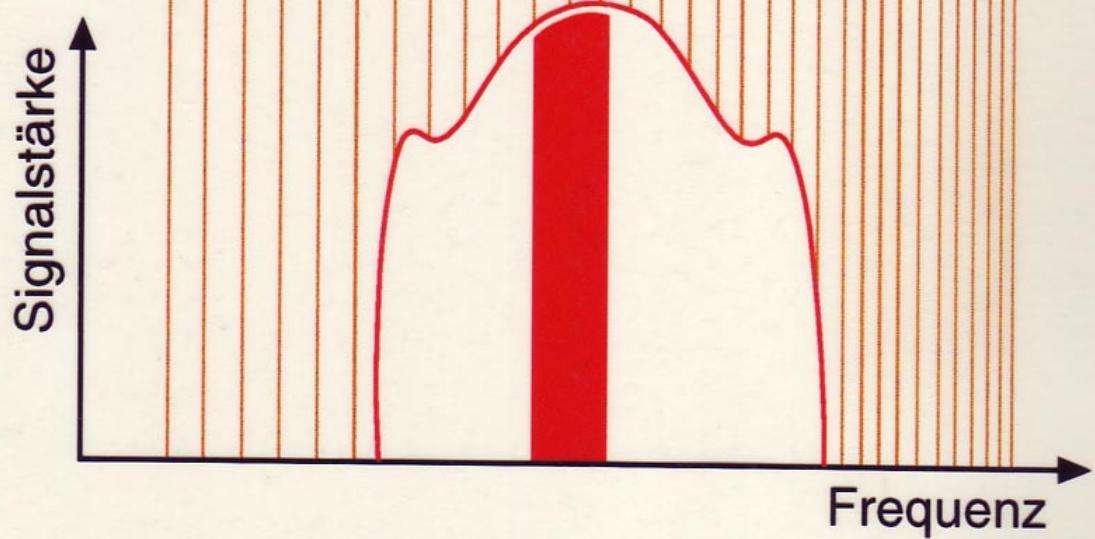




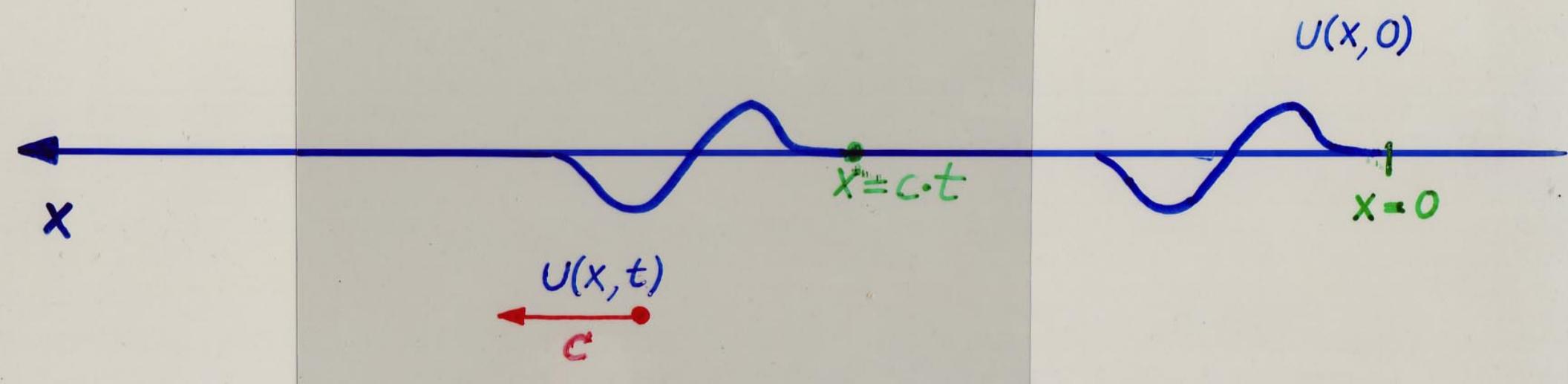
Selektive Anregung
einer Schicht



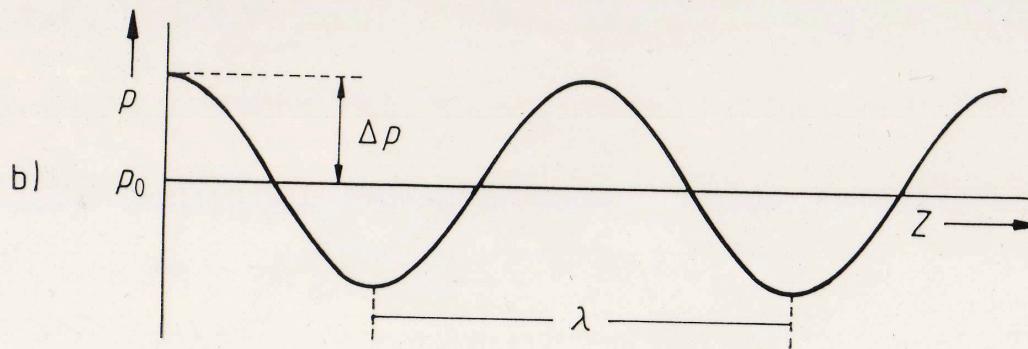
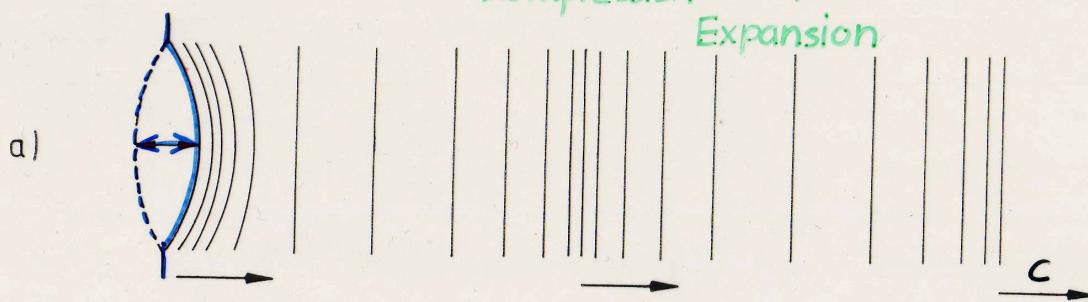
Aufnahme einer
Projektion im
Feldgradienten



Laufende Welle



Lautsprecher-Membran



Kompression
Expansion

sehr schnell \Rightarrow adiabatisch!

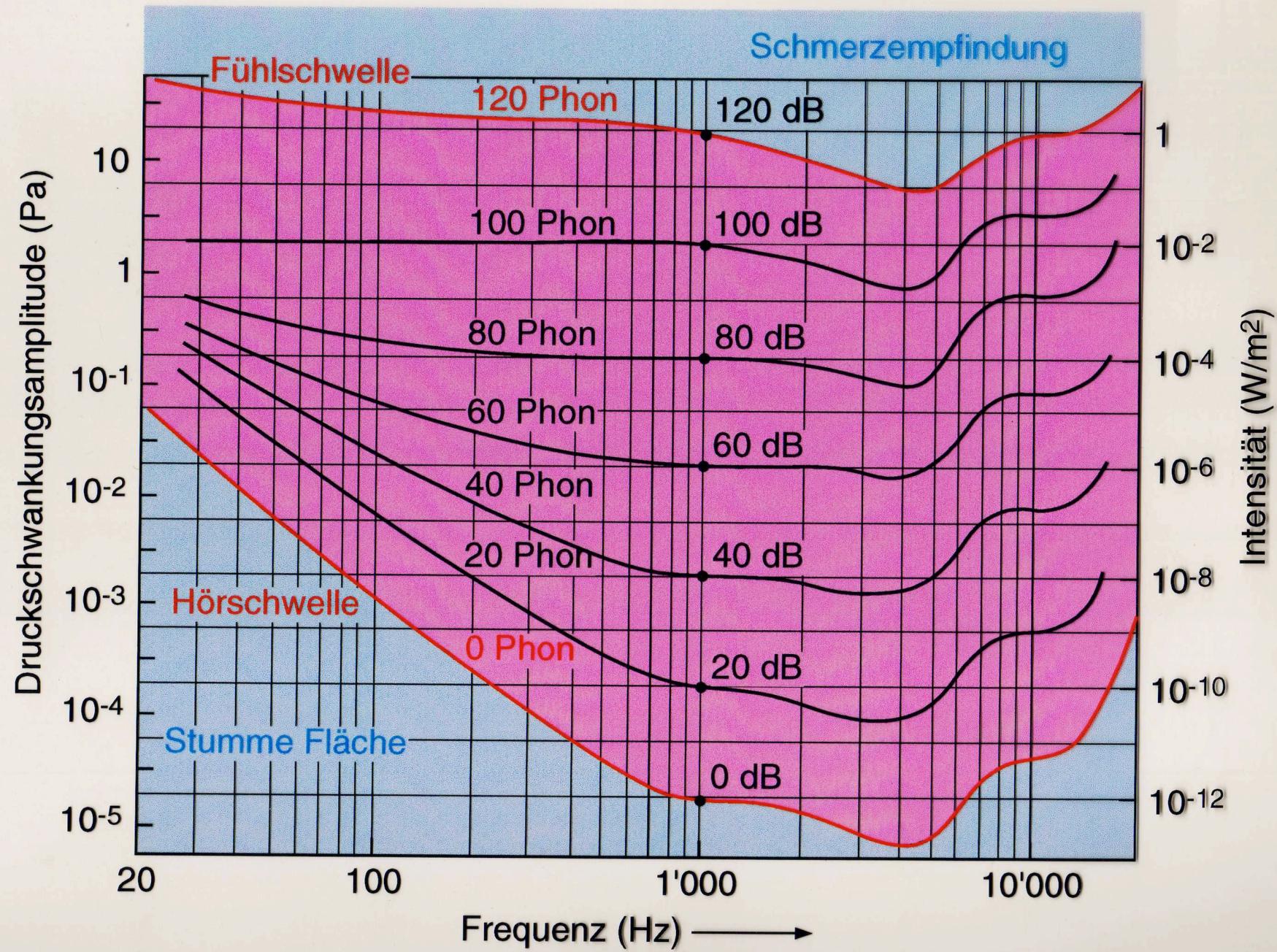
$$c = \sqrt{\frac{\alpha p_0}{\rho}}$$

Material	Schallgeschwindigkeit (in m/s)
Luft	344
Kohlendioxid	258
<u>Wasser</u>	1480
Äthylalkohol	1210
Blut (bei 37 °C)	1570
Kupfer	3560
Glas	5600
Eis	3250
Diamant	18000

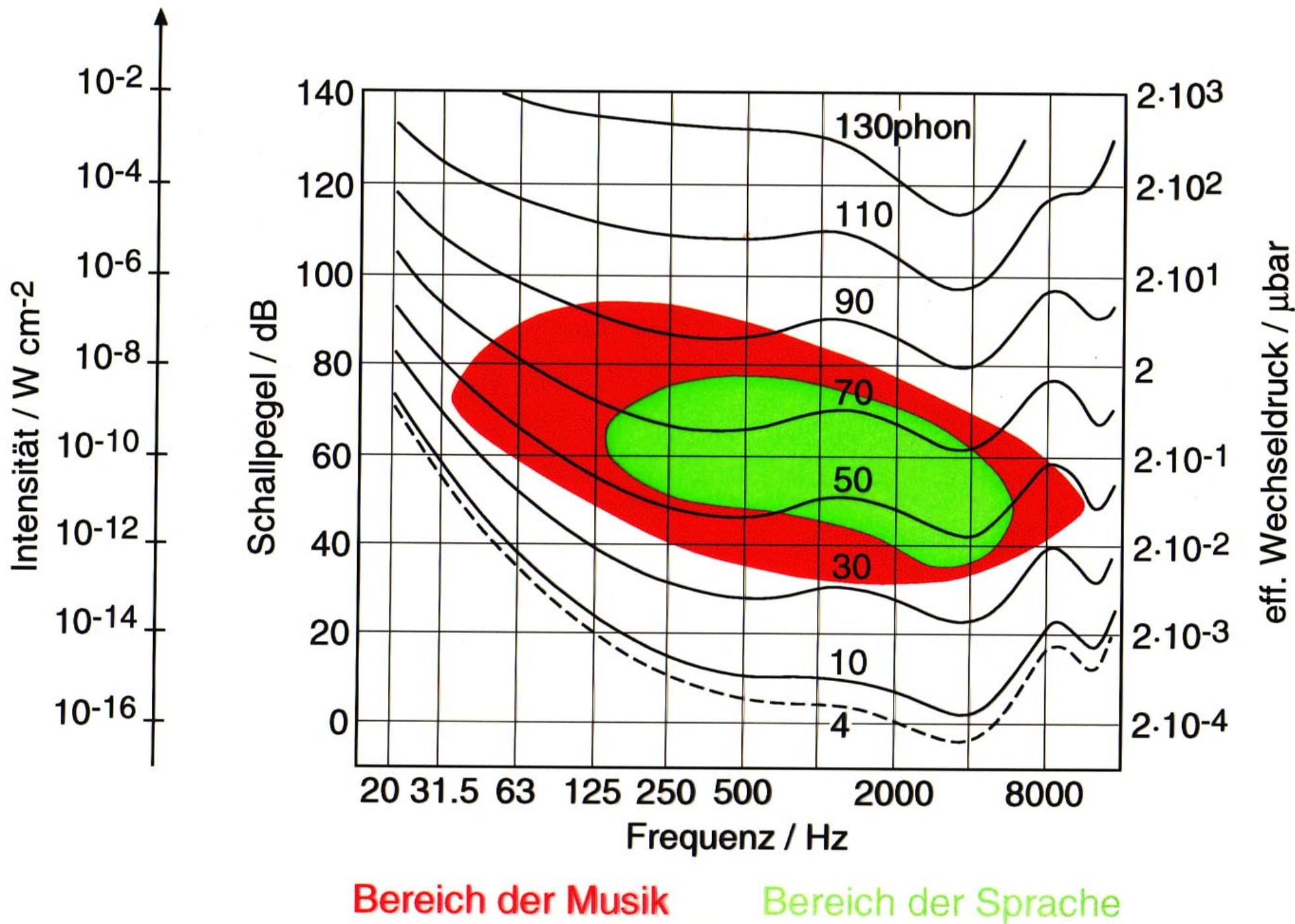
344
258 } Gase

1480 } \Rightarrow Ultraschall
1210 } Flüssigkeiten

3560
5600 } feste Körper

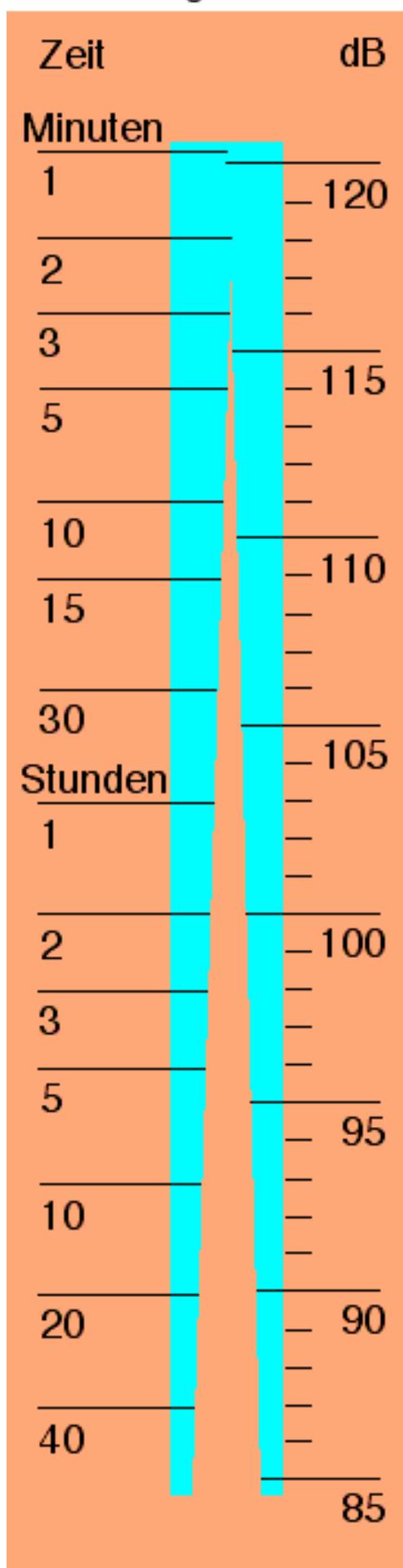


Hörbereich des menschlichen Gehörs

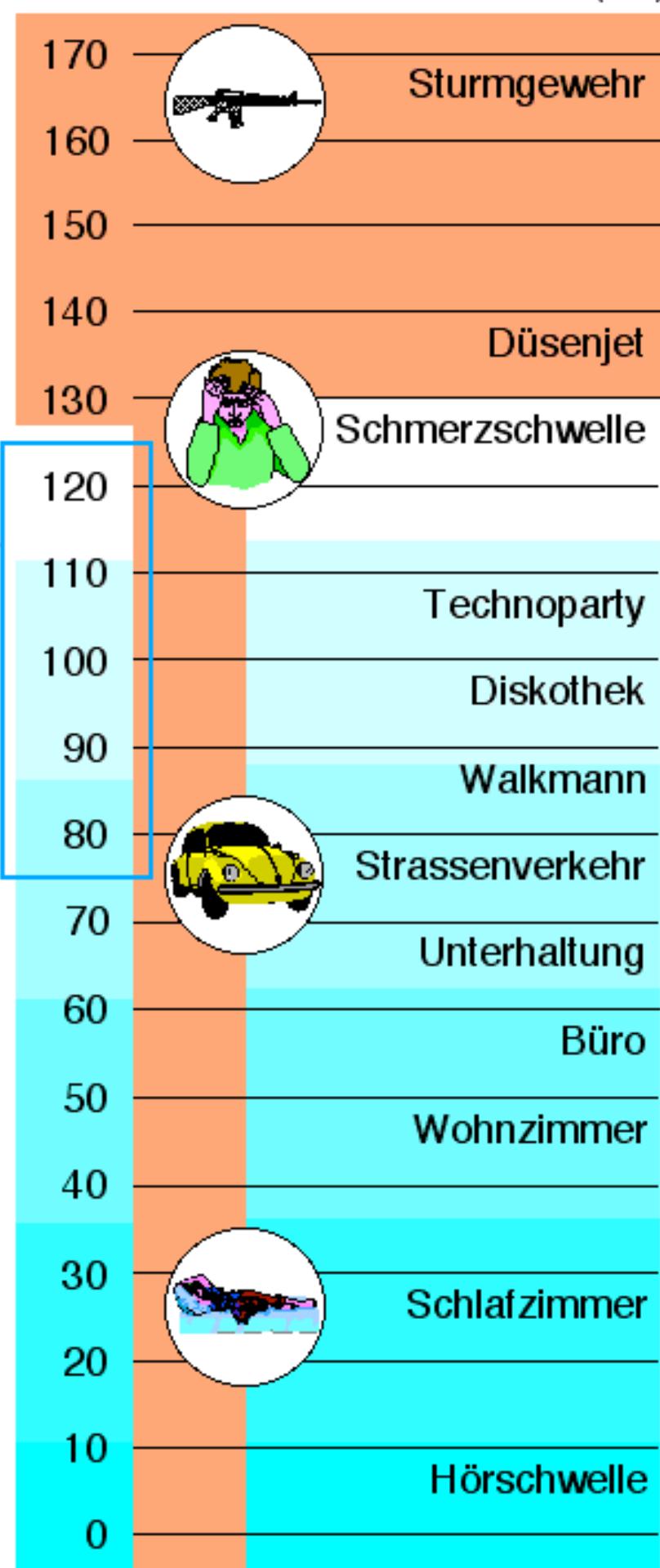


Ist Ihr Gehör in Gefahr ?

Zulässige wöchentliche
Einwirkungszeit

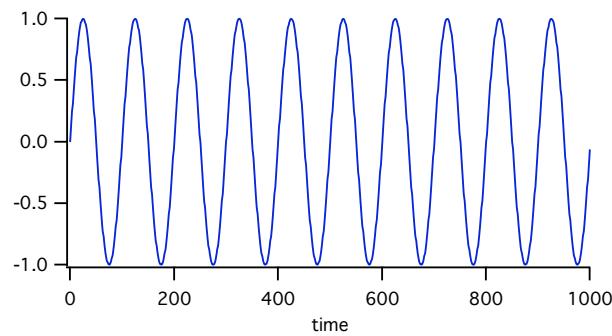


Schallpegel
in Dezibel (dB)



Schwebung (engl. Beat)

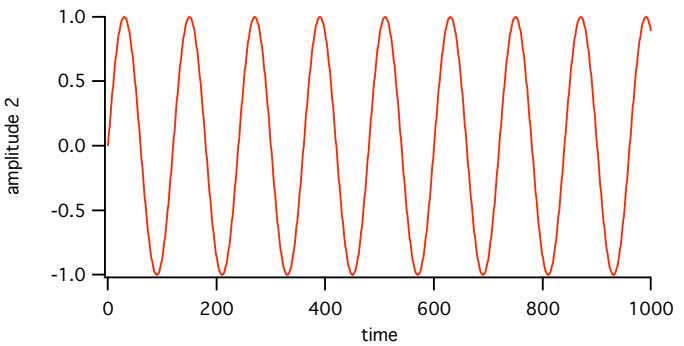
amplitude 1



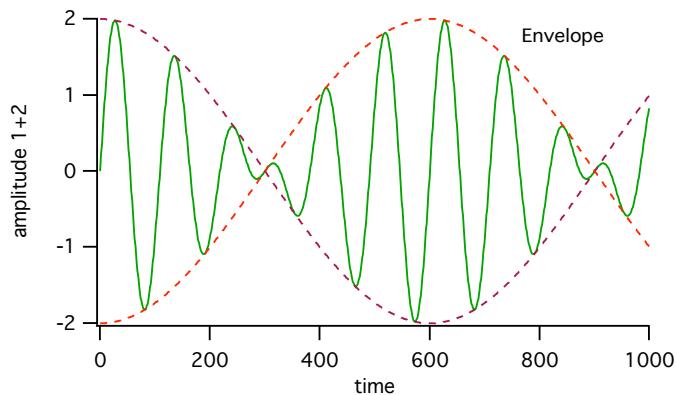
Wellen am Ort $x=0$

$$u_1(t) = u_o \sin(\omega_1 t)$$

amplitude 2



$$u_2(t) = u_o \sin(\omega_2 t)$$

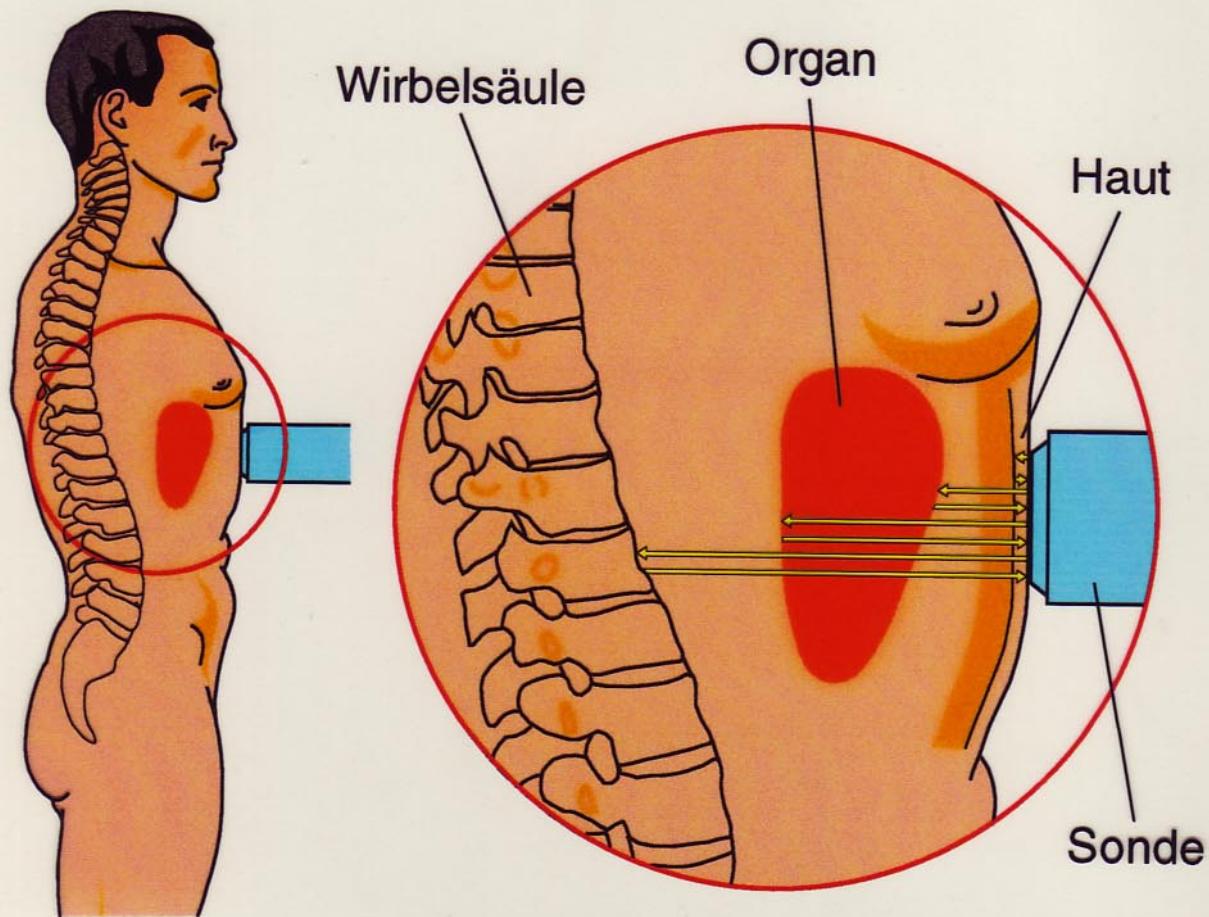
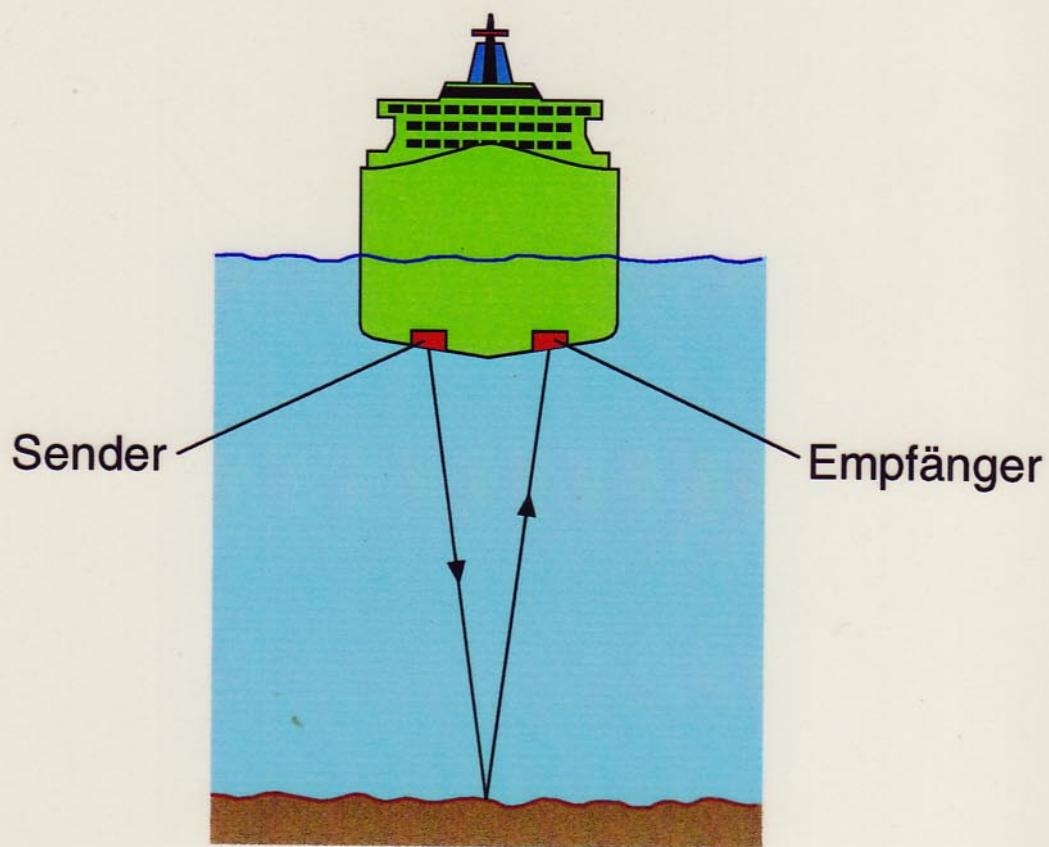


$$u_1 + u_2 = 2u_o \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \cdot t\right)$$

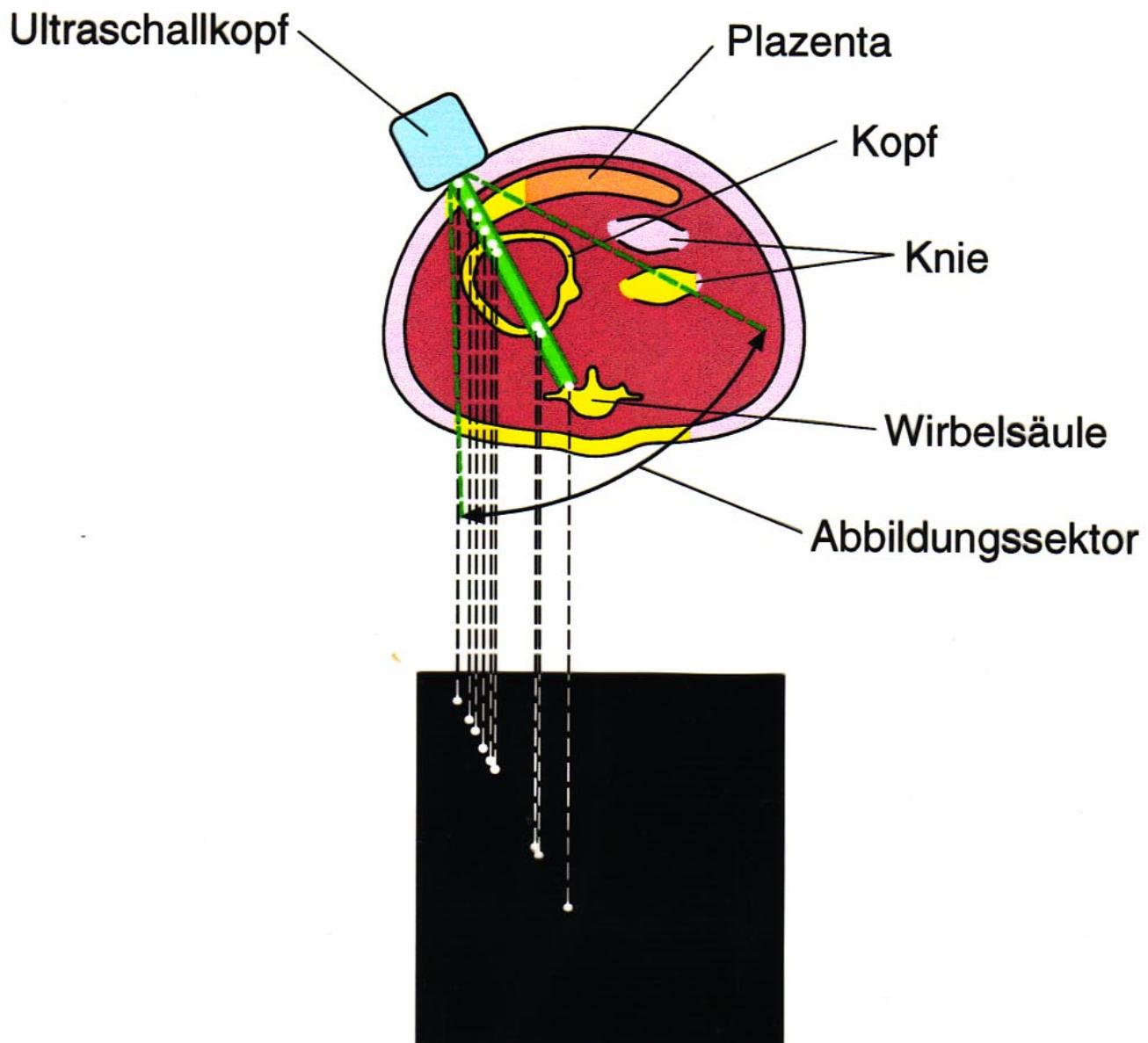
Tab. 13.1 Einige Daten zur Schallausbreitung

Stoff	Schallgeschwindigkeit m/s	Dichte kg/m ³	Wellenwiderstand kg/m ² s Z_w
Wasser (20 °C)	1483	998,2	$1,480 \cdot 10^6$
Luft (p_n, T_n)	331	1,293	$0,000428 \cdot 10^6$
Fett	1470	970	$1,42 \cdot 10^6$
Knochenmark	1700	970	$1,65 \cdot 10^6$
Muskel	1568	1040	$1,63 \cdot 10^6$
Gehirn	1530	1020	$1,56 \cdot 10^6$
Knochen (kompakt)	3600	1700	$6,12 \cdot 10^6$

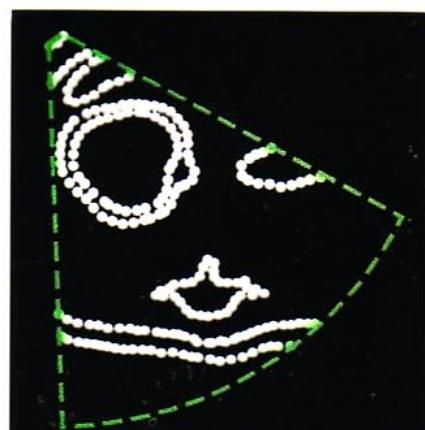
Vergleich Echolotverfahren in der Schiffahrt und Impulsechoverfahren in der Ultraschalldiagnostik



Prinzip des B-Bild-Verfahrens



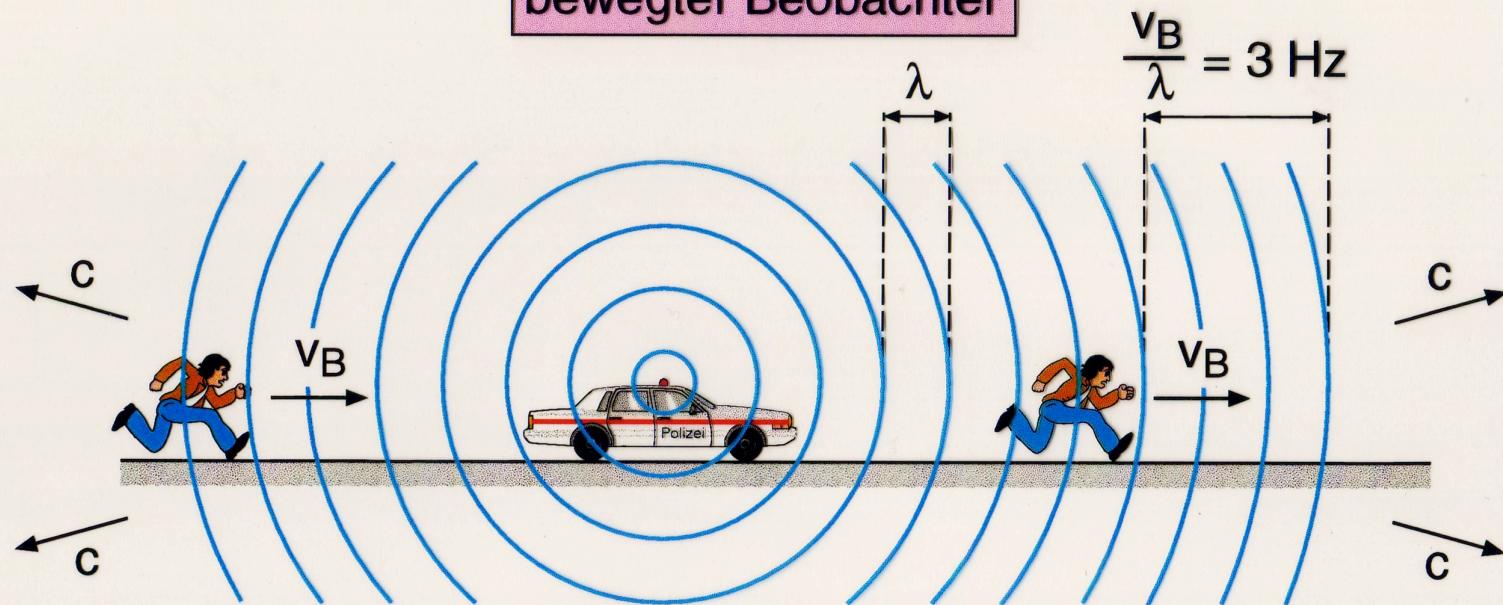
B-Scan-Bildlinie der hervorgehobenen Schallrichtung



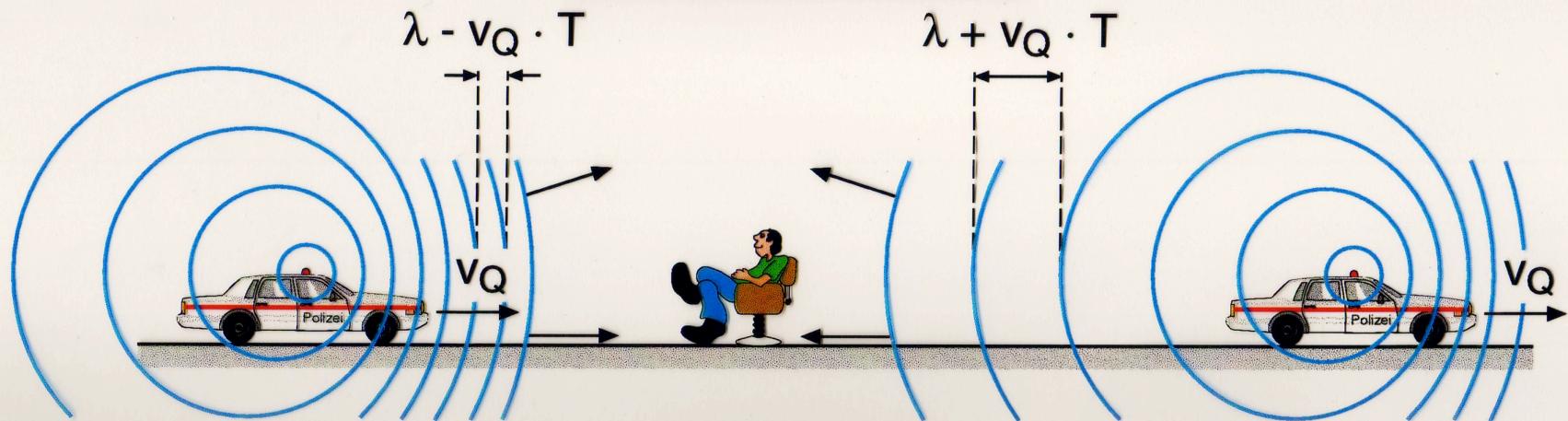
Zusammensetzung vieler Bildlinien
zu einem zweidimensionalen Bild

Dopplereffekt

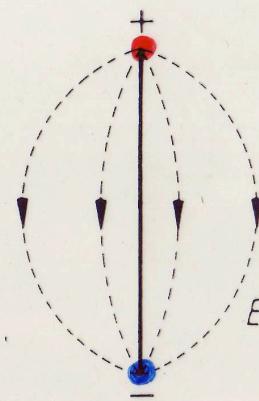
bewegter Beobachter



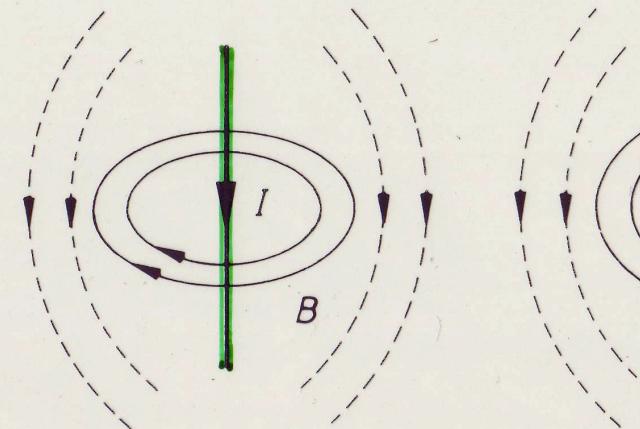
bewegte Schallquelle



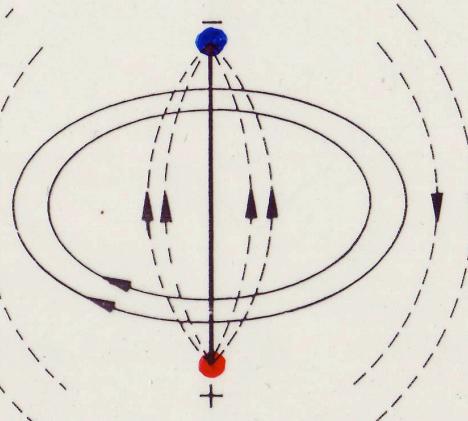
Der Hertzsche Dipol



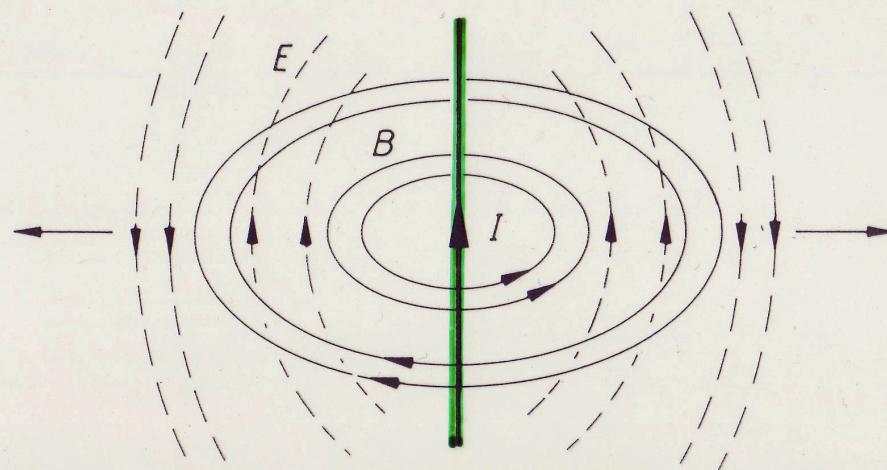
a)



b)

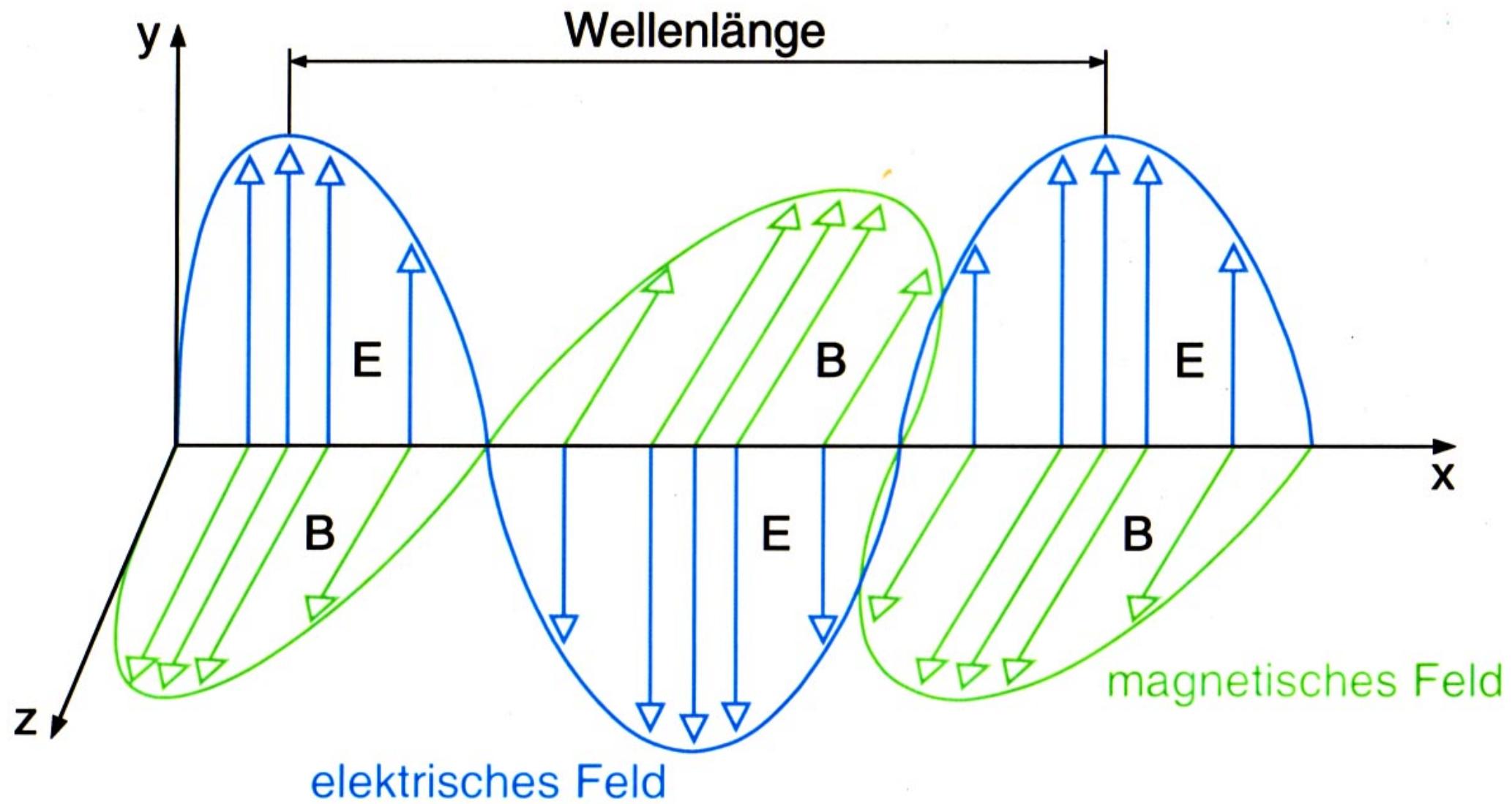


c)

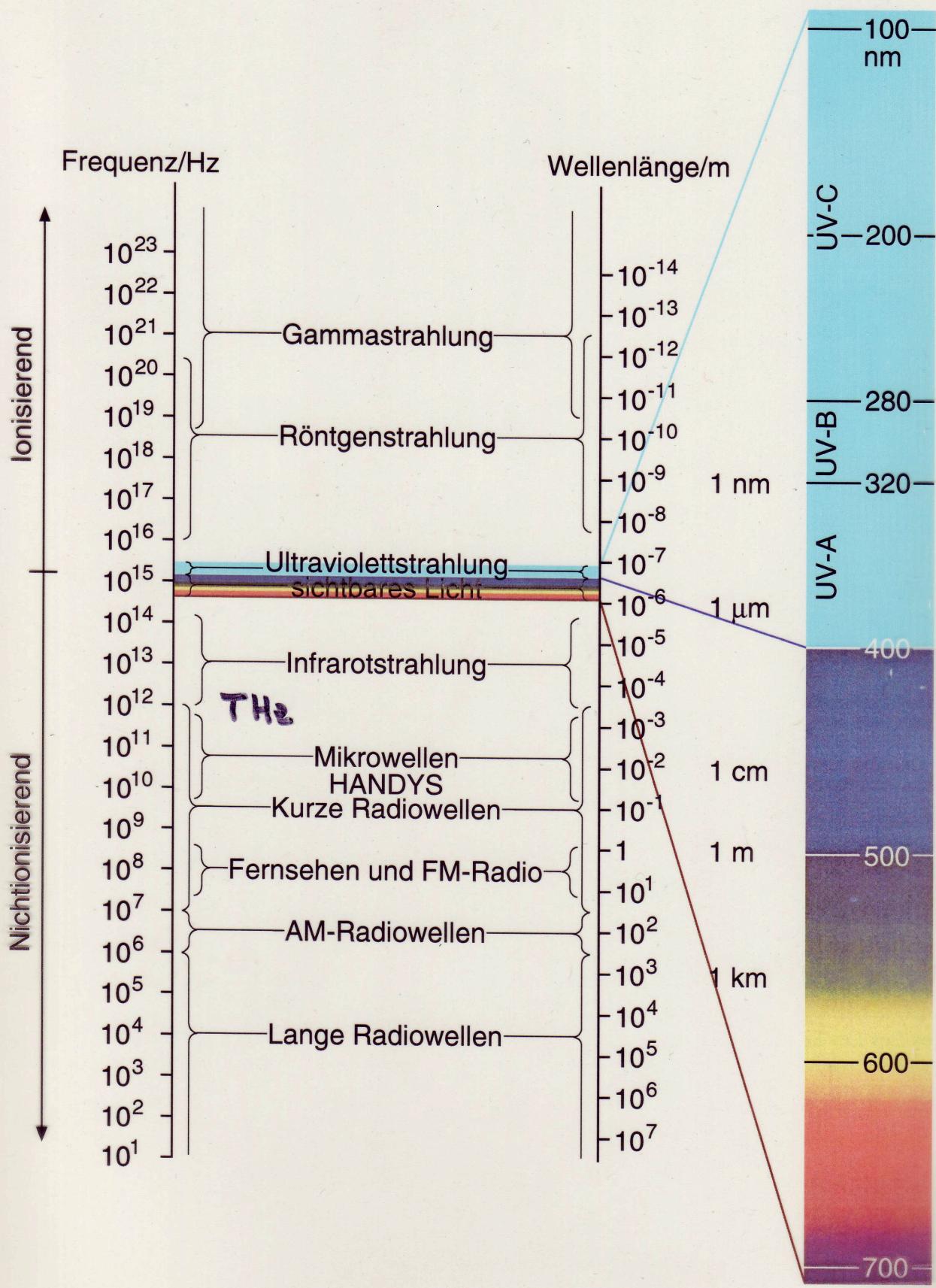


d)

Abstrahlung
von EM-Wellen



Das elektromagnetische Spektrum

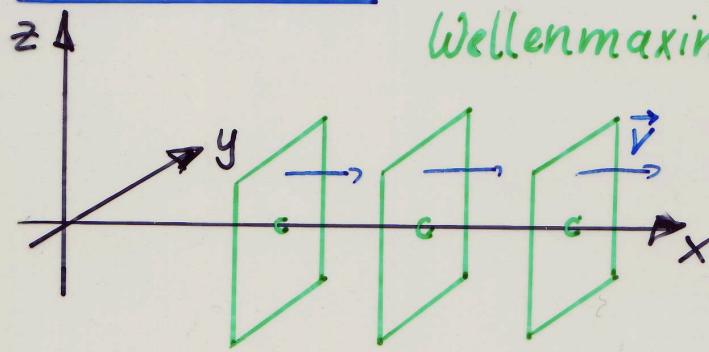


Wellenausbreitung im 3D-Raum

Welle: $u(\vec{r}, t)$

2 wichtige Fälle:

Ebene Wellen



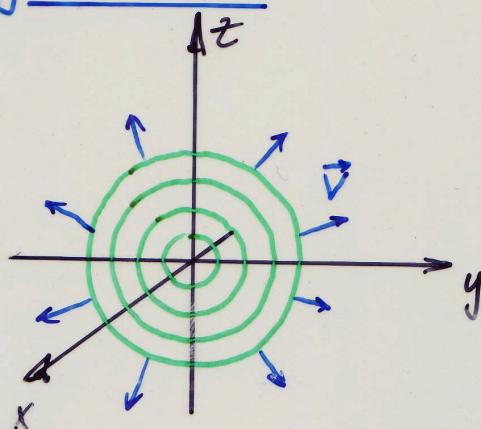
Wellenmaxima: Ebenen

(= Flächen konstanter Phase)

unabhängig
von y, z

$$u(\vec{r}, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

Kugelwellen



Wellenmaxima bilden Kugelflächen

$$u(\vec{r}, t) = A(r) \sin(kr - \omega t)$$

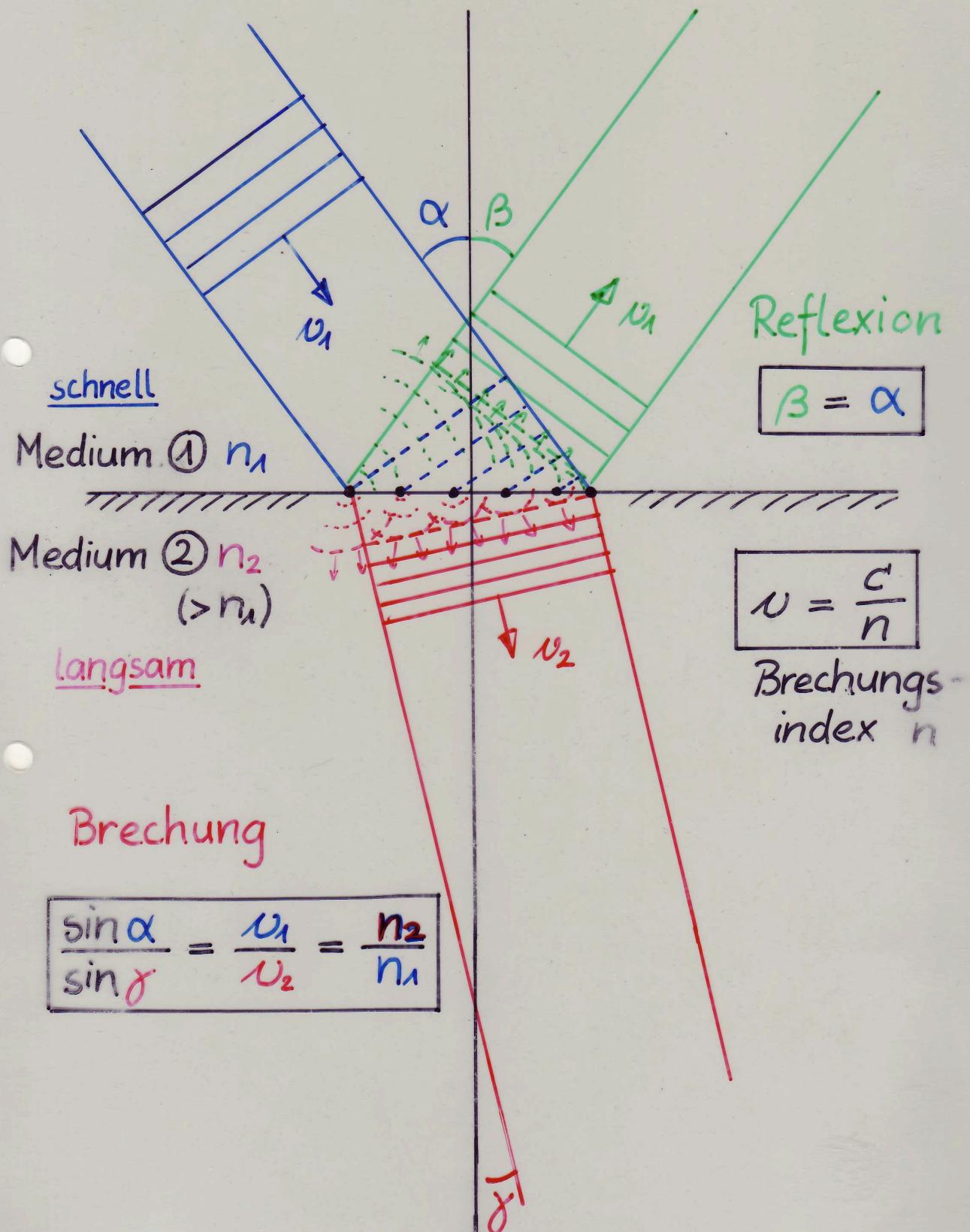
$$\text{mit } A(r) \sim \frac{1}{r}$$

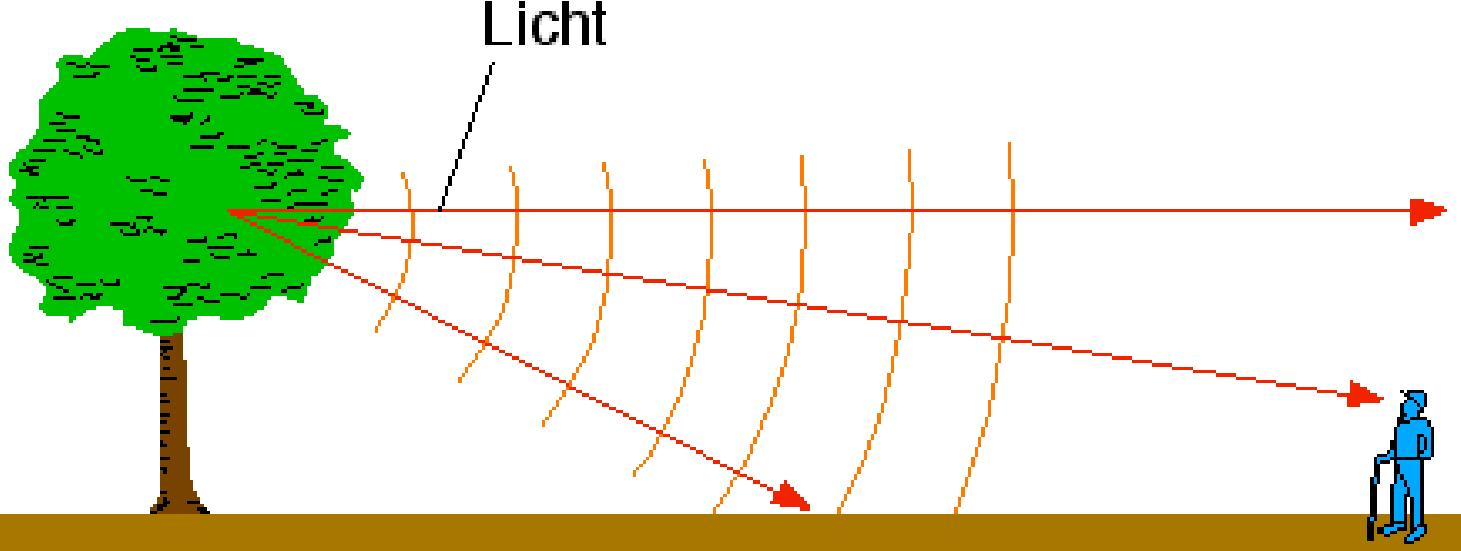
\Rightarrow konstanter Energiefluss: $I \sim A^2 \sim \frac{1}{r^2}$ } Φ_{kons}
Kugelfläche: $4\pi r^2$

Tab. 14.1 Brechzahlen einiger Stoffe. Benutztes Licht: Rotes Licht der Vakuum-Wellenlänge
 $\lambda = 650 \text{ nm}$

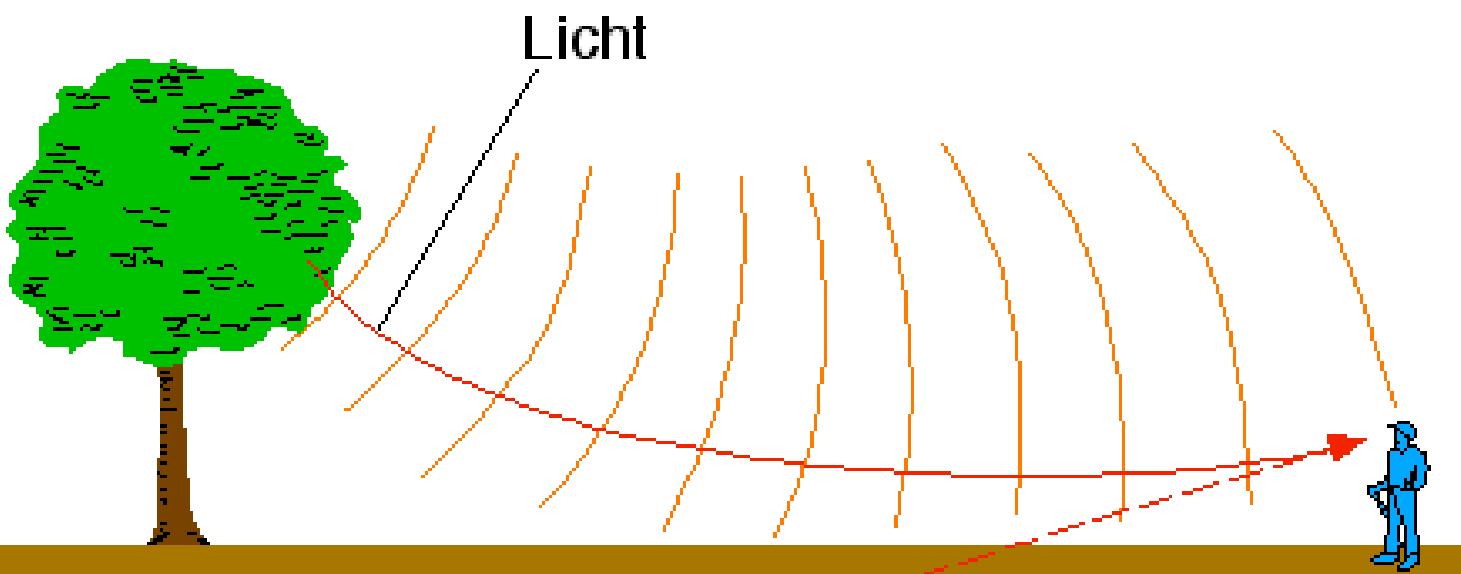
Luft (STPD)	1,00029	Wasser	1,33
Steinsalz	1,54	Flußspat	1,43
Kronglas	1,51	Quarzglas	1,46
leichtes Flintglas	1,60	Plexiglas	1,492
schweres Flintglas	1,75	Lexan	1,580
NaI	1,78	Kanadabalsam	1,542
Spezialglas 900403	1,89	α -Monobromnaphthalin	1,6582

Reflexion und Brechung von Wellen





Luft mit überall gleicher Temperatur



Die Luft ist in Bodennähe wärmer

Abbildung durch Reflexion

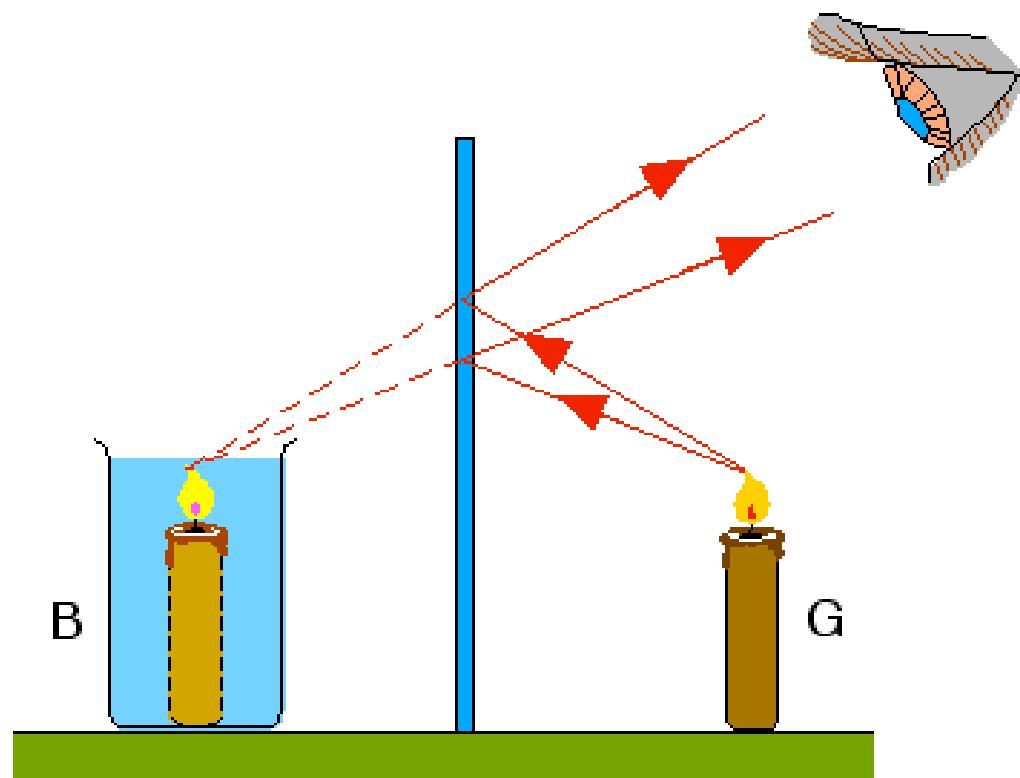
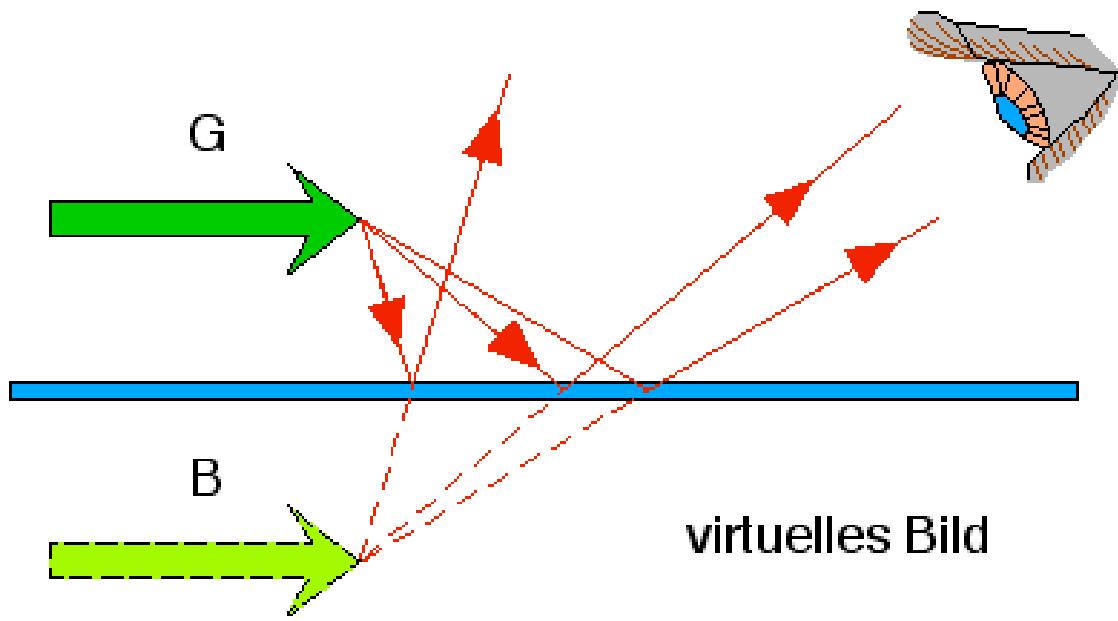
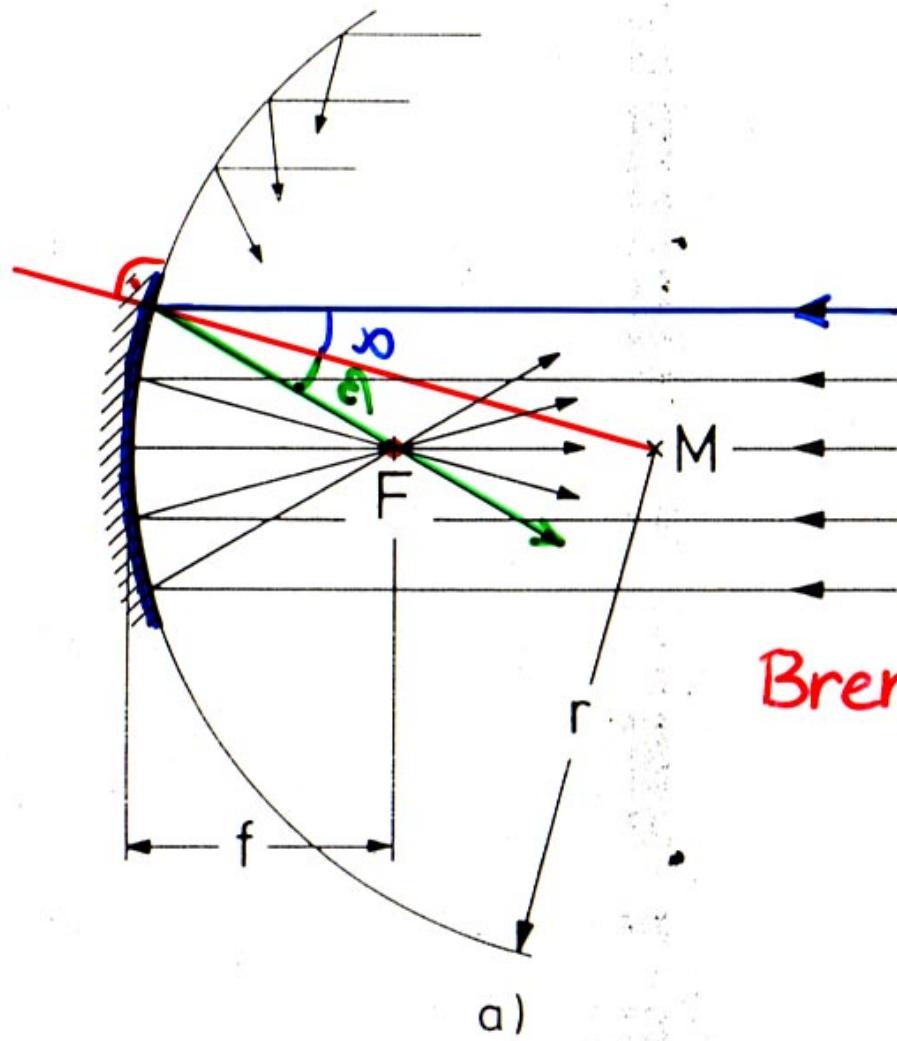
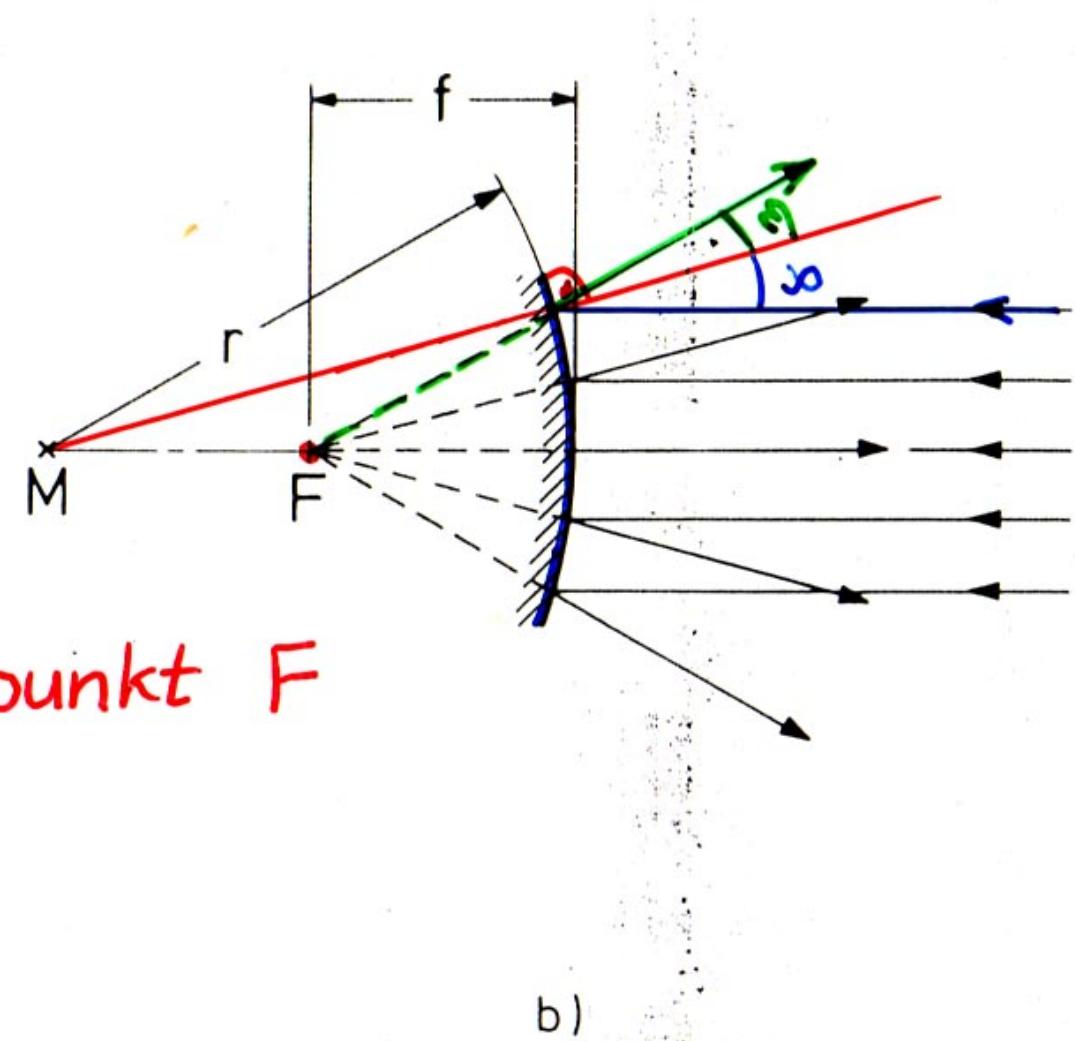


Abbildung durch sphärische Spiegel



Brennpunkt F

a)



b)

... nur für Strahlen nahe der Achse!

Sammellinsen

$$f > 0$$


bikonvex



plankonvex



konkavkonvex

Zerstreuungslinsen

$$f < 0$$


bikonkav

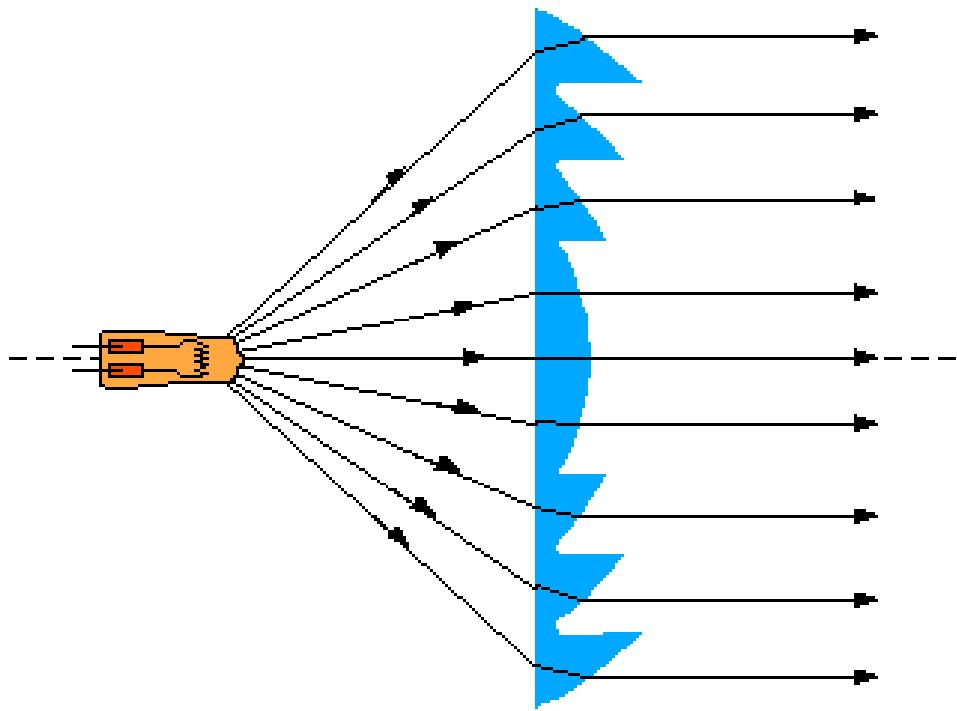


plankonkav

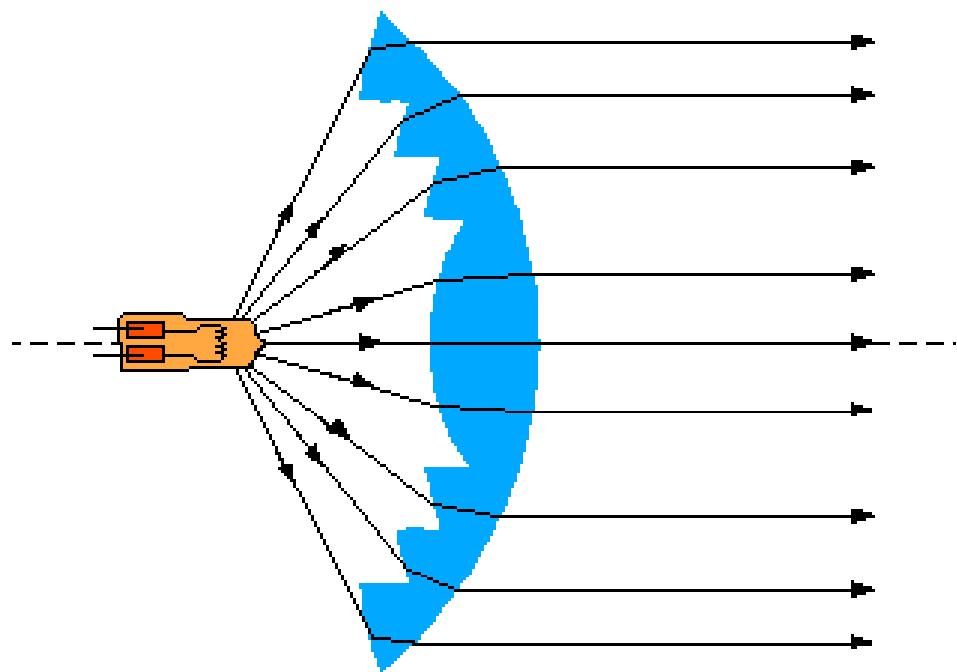


konvexkonkav

Fresnel'sche Stufenlinse



plankonvex

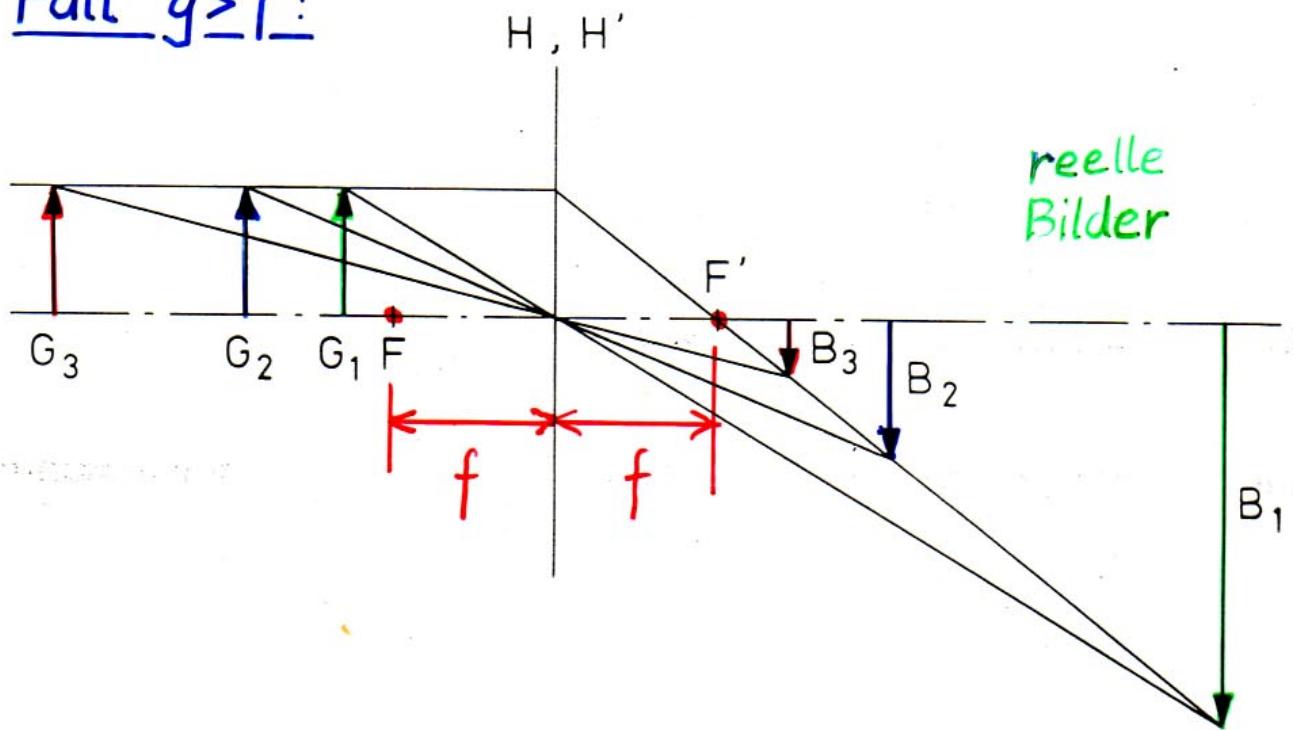


bikonvex

Abbildungen mit Sammellinsen

($f > 0$)

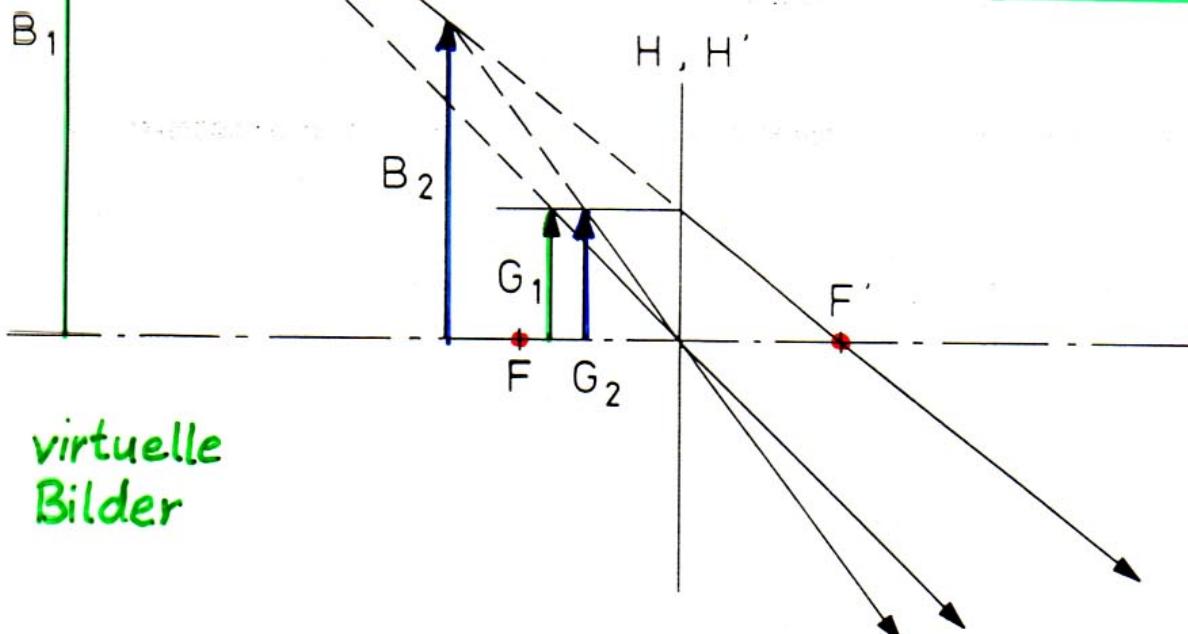
Fall $g \geq f$:



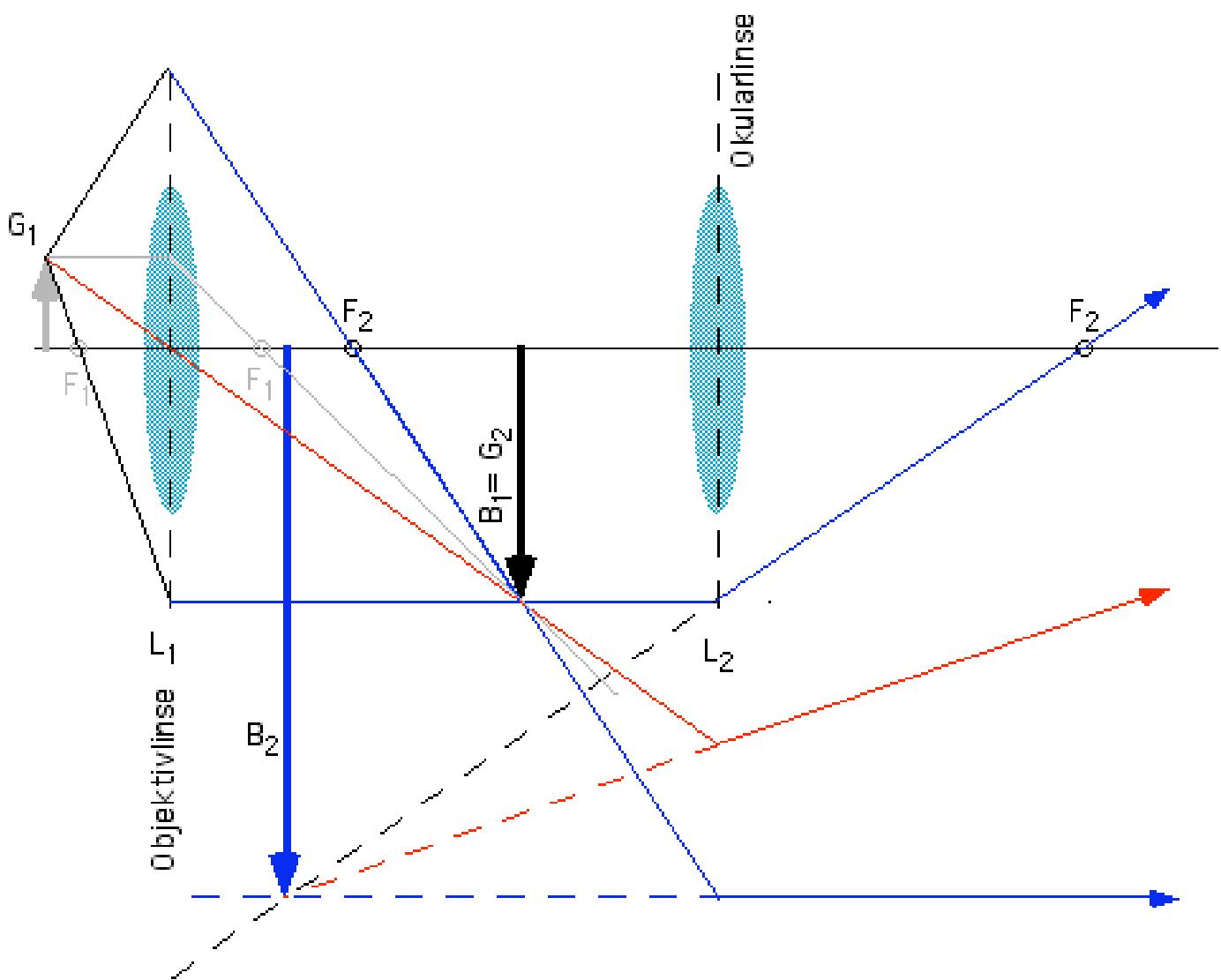
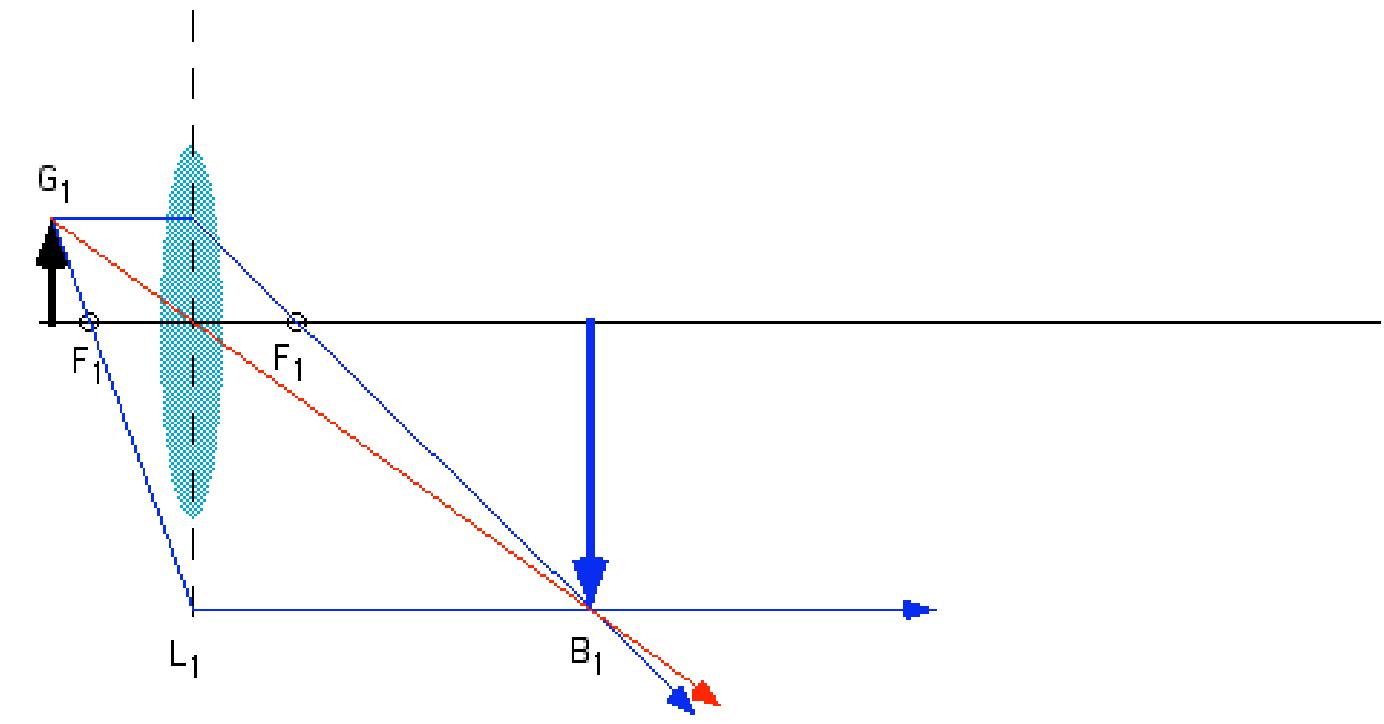
Fall $g \leq f$:

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow b = \underline{\underline{\frac{fg}{g-f}}}$$



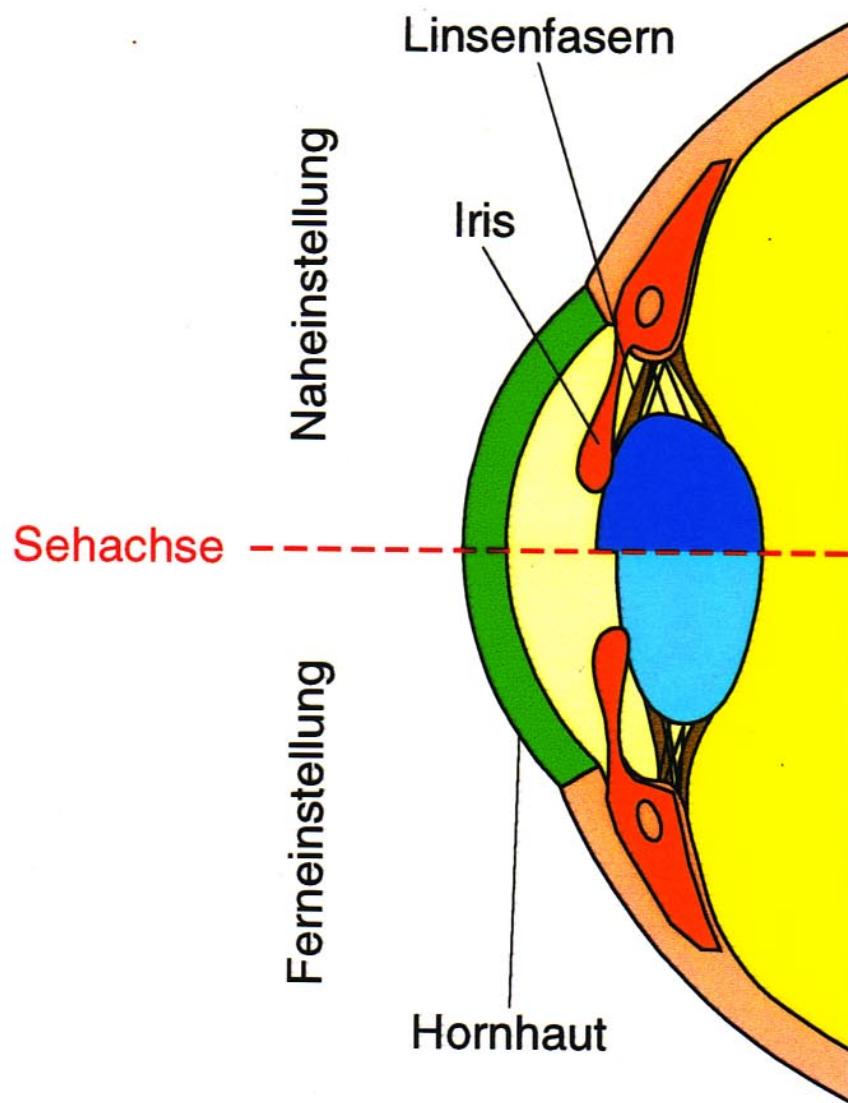
Mikroskop mit zwei Linsen



Nah- und fernakkommadiertes Auge

Brechkraft bei Nahakkommodation

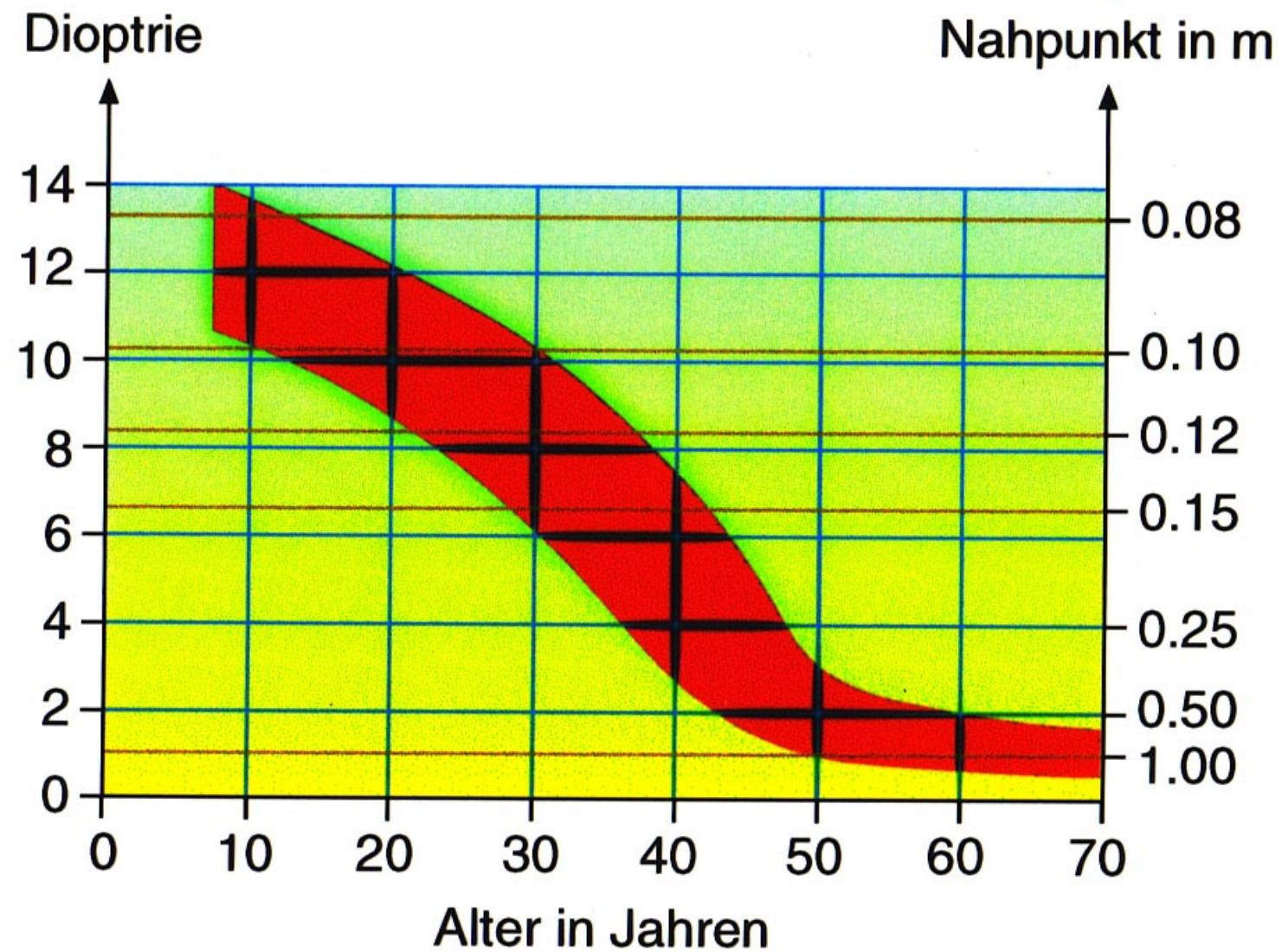
Hornhaut: 42dpt
Linse: 32dpt
insgesamt: 74dpt

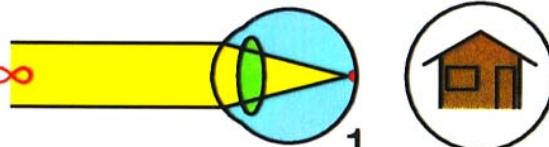
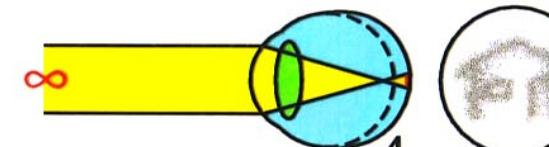
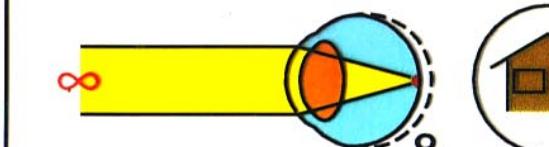
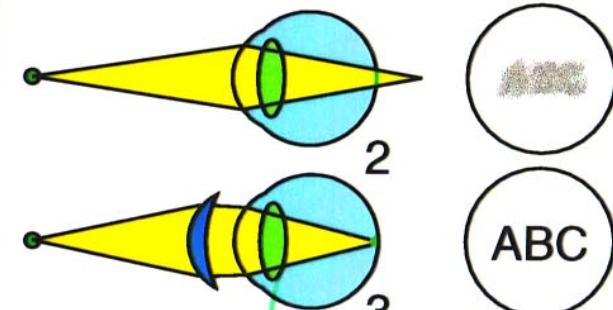
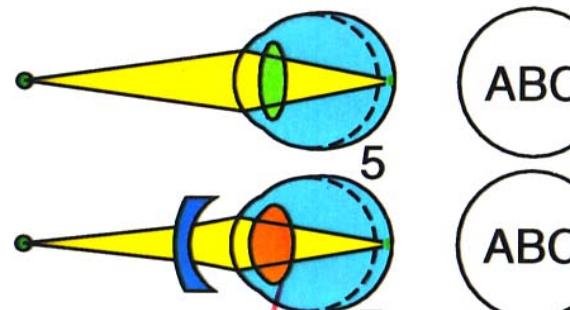
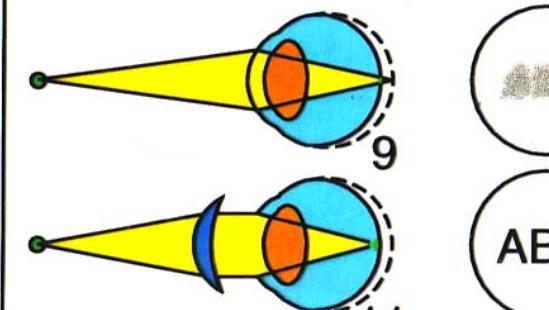


Brechkraft bei Fernakkommodation

Hornhaut: 42dpt
Linse: 18dpt
insgesamt: 60dpt

Altersabhängigkeit der relativen Veränderbarkeit der Brechkraft der Augenlinse

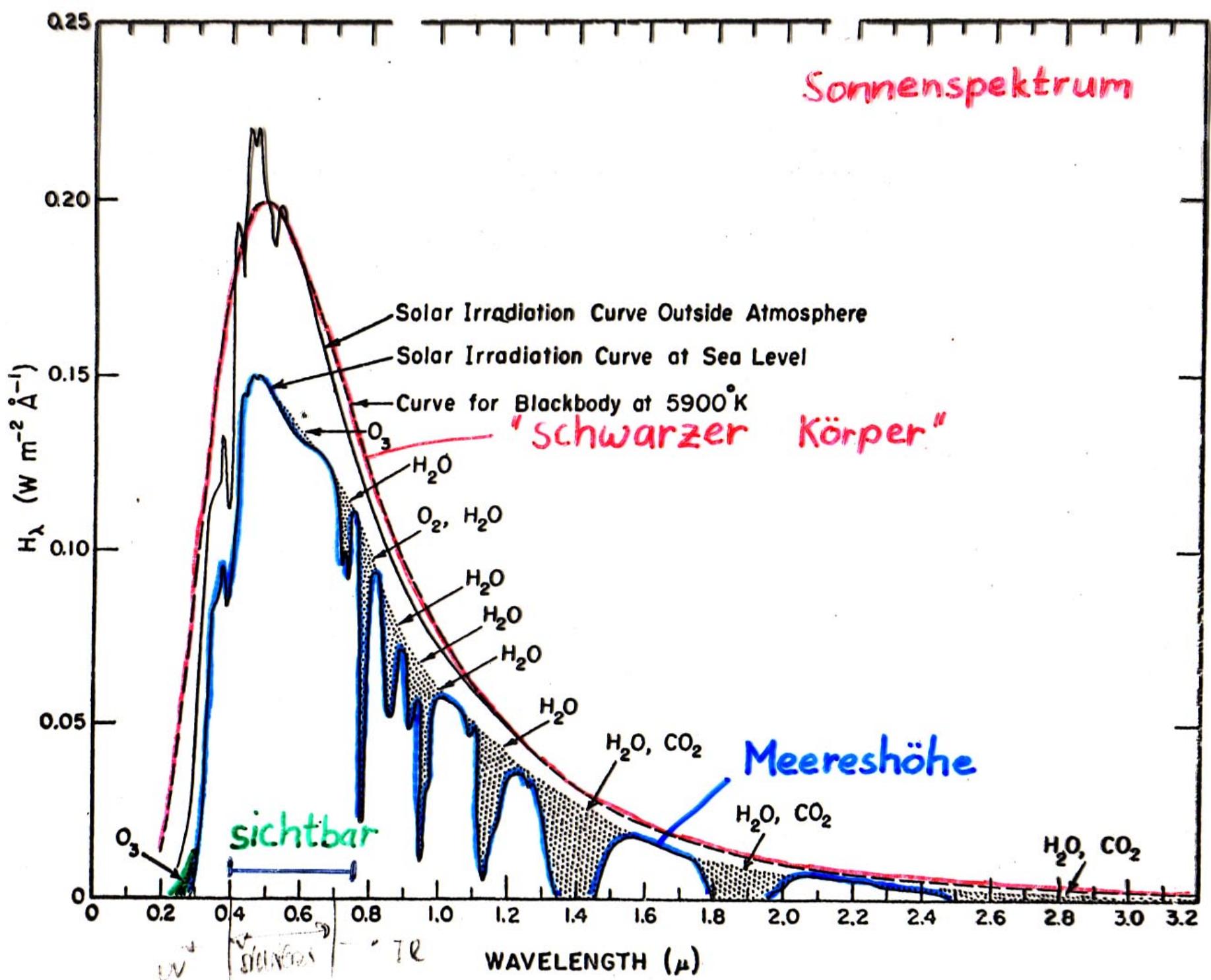


Alterssichtigkeit		Kurzsichtigkeit	Weit-(Über-)sichtigkeit
fern	 Keine Brille nötig !		
nah	 ABC	 ABC	 ABC

Fernpunkt -
akkommodation

Nahpunkt -
akkommodation
(erhöhte Brechkraft.)

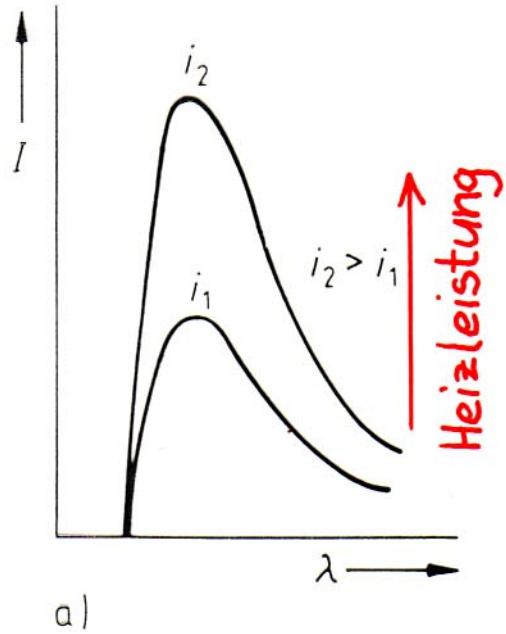
Sonnenspektrum



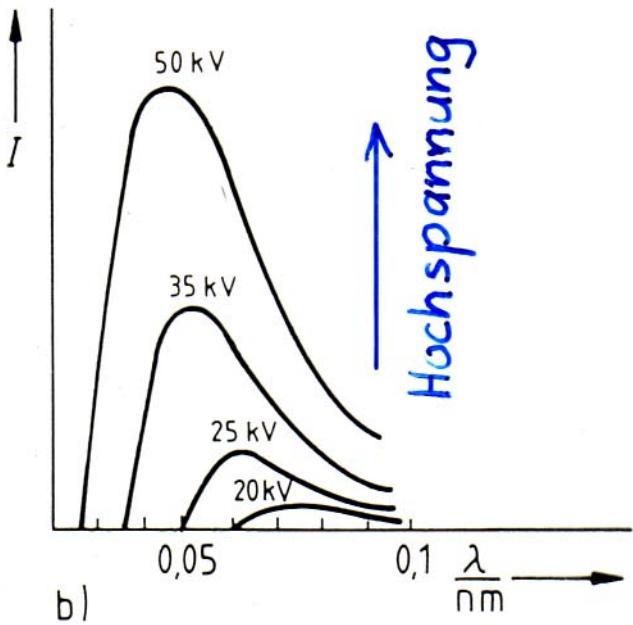
Figur 36a

Spectral distribution curves related to the sun; shaded areas indicate absorption, at sea level, due to the atmospheric constituents shown.

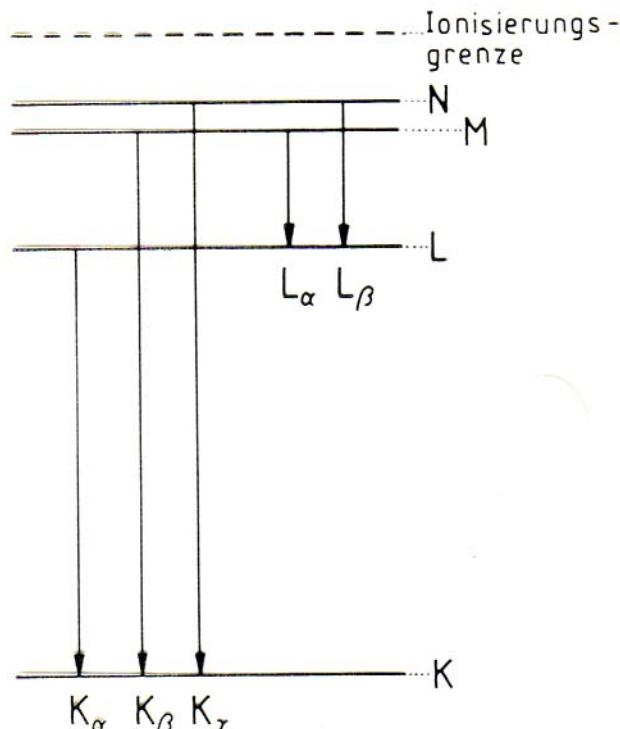
Bremsstrahlungs - Spektren



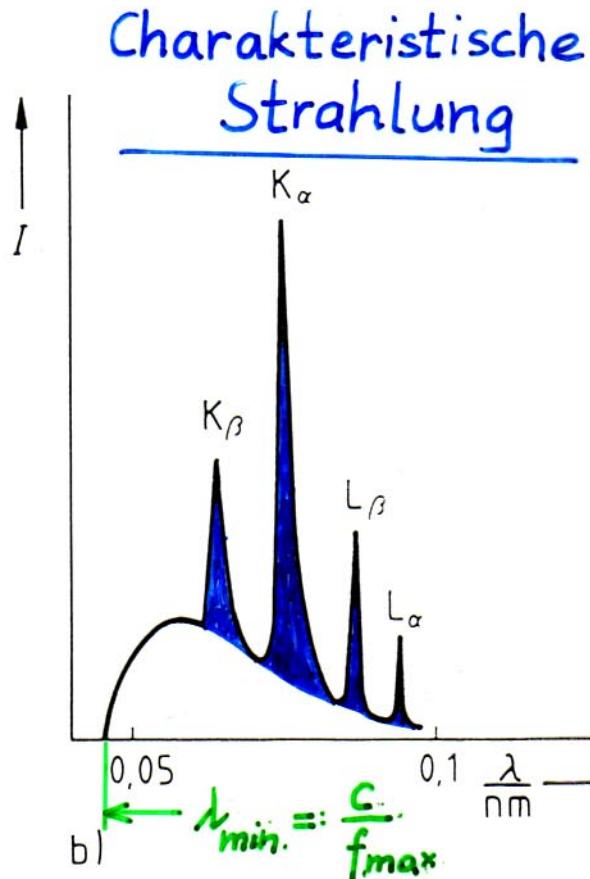
a)



b)



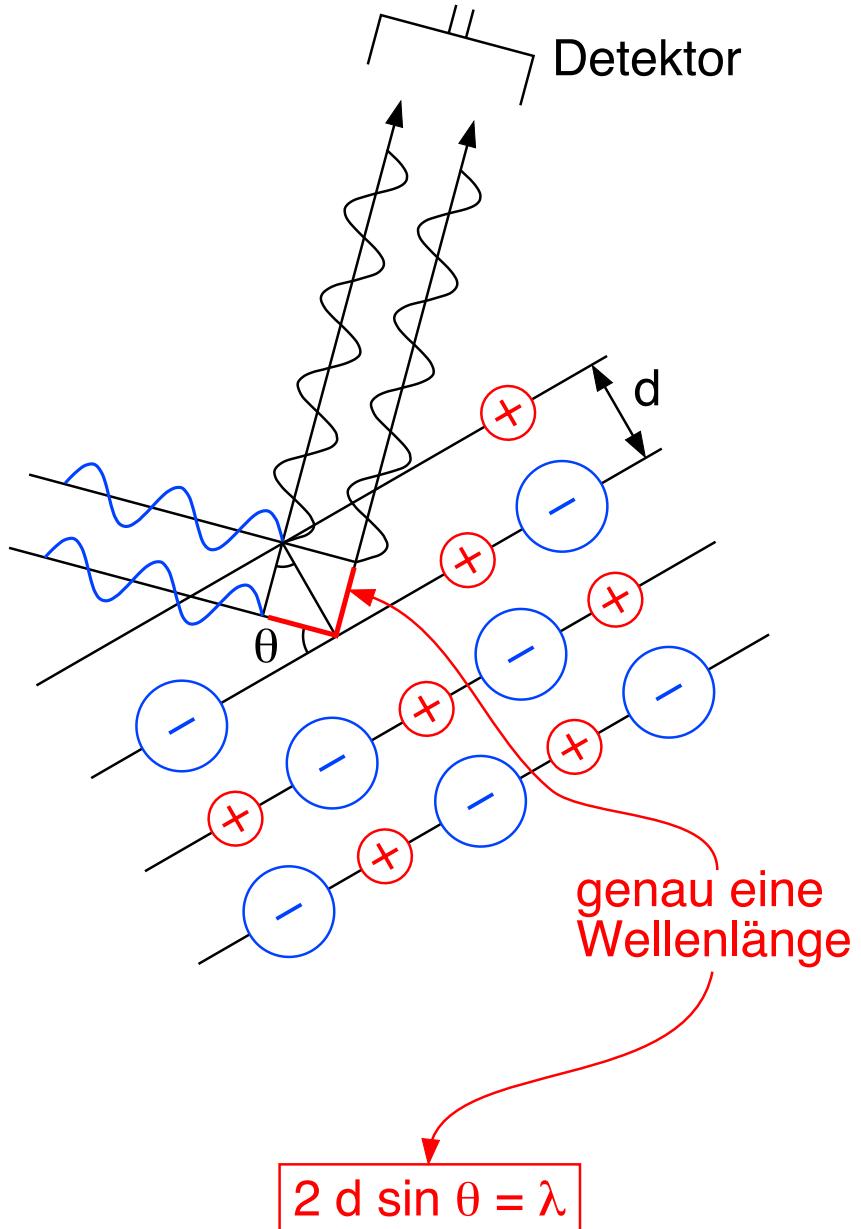
a)



$$\lambda_{\min.} = \frac{C}{f_{\max.}}$$

Metall	Ordnungszahl Z	Wellenlänge (in 10^{-11} m)	Energie (in keV)
Aluminium	13	83	1.55
Kupfer	29	15.4	8.1
Wolfram	74	2.1	59

Beugung von Röntgenstrahlung an NaCl-Kristall



Bragg-Gesetz

Kristall kippen (θ) $\rightarrow \lambda$ durchstimmen

Index

Fettgedrückte Seitenzahlen weisen auf Definitionen hin.

- Arbeit, **44**
- Beschleunigung, **13**
- Dehnung, **30**
- Dipolmoment, **84**
- Drehmoment, **28**
- elektrische
 - ~ Feld, **83**
 - ~ Spannung, **86**
- elektrische Leitfähigkeit, **98**
- elektrischer Widerstand, **96**
- Energie
 - potentielle ~, **48**
 - ~satz, 47
- Energie-Erhaltungs
 - ~satz, 49
- Entropie, **81**
- Feld
 - elektrische ~, **83**
- Geschwindigkeit, **12**
- Gesetz
 - ~ von Stefan-Boltzmann, 138
- Gleichgewicht
 - thermodynamisches ~, **70**
- Kapazität, **89**
- Kraft, **20**
- Leitfähigkeit
 - elektrische ~, **98**
- Masse, **20**
- Normalspannung, **31**
- Querkontraktion, **31**
- Rohrwiderstand, **57**
- S, **81**
- Satz
 - Energie ~, 47
 - Energie-Erhaltungs~, 49
- Schalldruck, **121**
- Schubspannung, **34**
- Schwerpunkt, **29**
- Spannung, **87**
 - elektrische ~, **86**
- Stefan-Boltzmann
 - Gesetz von ~, 138
- Stromdichte, **94**
- Stromstärke, **94**
- thermodynamisches Gleichgewicht, **70**
- Volumendurchfluss, **51**
- Volumenstromstärke, **51**
- Widerstand
 - elektrischer ~, **96**

INDEX

INDEX

Todo list