

# Naturwissenschaftliche Grundlagen der Medizin

Physik für Mediziner

Prof. Jürg Osterwalder  
[osterwal@physik.unizh.ch](mailto:osterwal@physik.unizh.ch)  
HS 2011

Michal Sudwoj  
[michal.sudwoj@uzh.ch](mailto:michal.sudwoj@uzh.ch)

Geschrieben in  
 $\text{\LaTeX}$

# Inhaltsverzeichnis

<b>I Vorlesungsnotizen</b>	<b>7</b>
o <b>Wozu Physik für Mediziner?</b>	<b>8</b>
<b>1 Mechanik</b>	<b>10</b>
1.1 Kinematik . . . . .	10
1.1.1 Weg-Zeit-Diagramm . . . . .	10
1.1.2 Geschwindigkeit . . . . .	10
1.1.3 Geschwindigkeits-Zeit Diagramm . . . . .	11
1.1.4 Nicht-gleichförmige Bewegungen . . . . .	11
Schreibweise . . . . .	12
1.1.5 Bewegungen in der Ebene . . . . .	15
Ortsvektor $\vec{r}(t)$ . . . . .	15
Schnelligkeit . . . . .	16
Momentanbeschleunigung . . . . .	16
1.1.6 Wann ist eine Bewegung beschleunigt? . . . . .	17
1.1.7 Bewegungen im 3D-Raum . . . . .	18
1.2 Dynamik . . . . .	19
1.2.1 Kraft/Masse . . . . .	19
1.2.2 Die Newtonschen Prinzipien (1686) . . . . .	19
1. Newtonsches Prinzip (Trägheitsprinzip) . . . . .	20
Newtonsches Prinzip (Reaktionsprinzip) . . . . .	20
1.2.3 Arten von Kräften . . . . .	22
Gravitationskraft . . . . .	22
Elektromagnetische Kräfte . . . . .	22
starke Kraft . . . . .	22
schwache Kraft . . . . .	22
1.2.4 Coulombkraft und ihre Erscheinungsformen . . . . .	22
Coulombgesetz . . . . .	23
Kraftgesetz zwischen zwei Atomen . . . . .	24
Kraftkurve . . . . .	24
1.2.5 Reibungskräfte . . . . .	24
Haftriebung . . . . .	25
1.2.6 Gleitreibung $\vec{F}_R$ . . . . .	25
1.2.7 Kraftstöße . . . . .	26

## INHALTSVERZEICHNIS

### INHALTSVERZEICHNIS

---

Experiment . . . . .	27
Vereinfachung . . . . .	28
1.2.8 Das Drehmoment . . . . .	28
1.2.9 Gleichgewicht starrer Körper . . . . .	28
1.2.10 Der Schwerpunkt SP . . . . .	29
Denkexperiment Spazierstock . . . . .	29
1.3 Festigkeitslehre (Elastizitätslehre) . . . . .	30
1.3.1 Materialverhalten . . . . .	30
Das Spannungs-Dehnungs Diagramm . . . . .	31
1.3.2 Scherung . . . . .	33
1.3.3 Spannungszustand . . . . .	34
1.3.4 Die Biegebelastung eines Balkens . . . . .	35
Wahl des Koordinatensystems . . . . .	35
1.3.5 Drehmomentgleichgewicht . . . . .	36
1.4 Hydrostatik . . . . .	38
1.4.1 Der Hydrostatische Druck $p$ . . . . .	38
1.4.2 Der Luftdruck (Gase) . . . . .	38
Experiment: Bierglas . . . . .	38
Magdeburger Halbkugeln . . . . .	39
Aneurysma . . . . .	40
Druckverteilung in Flüssigkeiten . . . . .	41
Atmung beim Tauchen . . . . .	42
Luftdruck . . . . .	42
1.4.3 Der Auftrieb . . . . .	42
Druckverteilung in Zentrifuge . . . . .	43
1.5 Energie und Arbeit . . . . .	44
1.5.1 verschiedene Energieformen . . . . .	44
1.5.2 Arbeit . . . . .	44
1.5.3 Energie und Energieerhaltungssatz . . . . .	47
Situation . . . . .	47
Situation Energieerhaltungssatz . . . . .	48
1.6 Hydrodynamik: Strömungen in Flüssigkeiten . . . . .	51
1.6.1 Stationäre Strömungen . . . . .	51
1.6.2 Kontinuitätsgleichung . . . . .	52
1.6.3 Die Bernoulli-Gleichung . . . . .	52
Druckmessung in Strömungen . . . . .	54
Mariott'sche Flasche . . . . .	55
1.6.4 Innere Reibung . . . . .	55
1.6.5 Das Newtonsche Reibungsgesetz . . . . .	56
Rohrströmungen . . . . .	57
1.6.6 Gesetz von Hagen-Poiseuille . . . . .	57
Rohrsysteme . . . . .	57
Parallelschaltung . . . . .	60
1.6.7 Das Stokesche Reibungsgesetz . . . . .	60
1.6.8 Turbulente Störungen . . . . .	61
Rohrströmung . . . . .	62

## INHALTSVERZEICHNIS

### INHALTSVERZEICHNIS

---

Turbulenzkriterium . . . . .	62
Kapillare . . . . .	63
<b>2 Thermodynamik (Wärmelehre)</b>	<b>64</b>
2.1 Modell des idealen Gases . . . . .	64
2.1.1 Zustandsgrößen . . . . .	64
2.1.2 Die Geschwindigkeitsverteilung . . . . .	65
2.1.3 Der Gasdruck . . . . .	66
2.2 Temperatur . . . . .	67
2.2.1 Was ist Temperatur . . . . .	71
2.2.2 Wärmeaustausch . . . . .	71
Temperatur beim idealen Gas . . . . .	72
2.3 Diffusion . . . . .	72
2.3.1 Quantitative Beschreibung . . . . .	73
2.3.2 Diffusion durch porösen Ton . . . . .	74
2.3.3 Gasaufnahme in Flüssigkeiten . . . . .	74
Im TD-GGW . . . . .	74
2.4 Osmose . . . . .	75
2.5 Physiologische Kochsalzlösung . . . . .	77
2.6 Der Dampfdruck . . . . .	78
2.7 Luftfeuchtigkeit . . . . .	79
2.8 1. Hauptsatz der Wärmelehre . . . . .	79
2.9 Wärmeleitung . . . . .	80
2.10 2. Hauptsatz der WL . . . . .	82
<b>3 Elektrizitätslehre</b>	<b>84</b>
3.1 Elektrostatik . . . . .	84
3.1.1 Das Elektrische Feld . . . . .	84
Feldlinien . . . . .	85
Mehrere Punktladungen . . . . .	85
Das Dipolfeld . . . . .	86
Dipol in äusserem Feld . . . . .	87
Homogenes $\vec{E}$ -Feld . . . . .	87
Plattenkondensator . . . . .	87
3.1.2 Die Elektrische Spannung . . . . .	88
3.1.3 Bewegung $\perp \vec{E}$ -Feld . . . . .	90
Beliebiges $\vec{E}$ -Feld . . . . .	91
Beschleunigung in Röntgenröhre . . . . .	92
Materialien in elektrischen Feldern . . . . .	92
Metalle . . . . .	92
Isolator . . . . .	93
Metalle . . . . .	93
Metall in äusserem Feld . . . . .	94
Isolator im äusseren Feld . . . . .	94
3.1.4 Elektrische Gleichströme: Leiter . . . . .	94
Metalle . . . . .	97

## INHALTSVERZEICHNIS

### INHALTSVERZEICHNIS

---

Elektrolyt . . . . .	97
Inhomogenes $\vec{j}(\vec{r})$ . . . . .	97
3.1.5 Strömungsgesetze . . . . .	98
3.1.6 Strom-Spannung-Charakteristik . . . . .	100
Metall . . . . .	100
3.1.7 Joulsche Wärme . . . . .	100
3.1.8 Elektrische Leitfähigkeit . . . . .	101
3.1.9 Elektrokardiogramm . . . . .	101
3.1.10 Spannungsquellen . . . . .	101
Reale Spannungsquellen . . . . .	105
3.1.11 Kirchhoffsche Maschenregel . . . . .	105
Kirchoffsche Knotenregel . . . . .	106
<b>4 Magnetfelder</b>	<b>107</b>
4.1 Stabmagnet . . . . .	107
4.2 Magnetfeld eines el. Stromes . . . . .	108
4.3 $B$ -Feld einer geraden Spule . . . . .	108
4.4 Die Lorentzkraft . . . . .	109
4.5 Elektrischer Leiter in $B$ -Feld . . . . .	111
4.6 Das Induktionsgesetz . . . . .	112
4.6.1 $B$ inhomogen . . . . .	113
4.6.2 Flussänderung . . . . .	113
<b>5 Schwingungsvorgänge</b>	<b>114</b>
5.1 Energiebetrachtung . . . . .	114
5.2 Gedämpfte Schwingung . . . . .	117
5.3 Erzwungene Schwingung . . . . .	117
5.3.1 Nur noch stationärer Zustand . . . . .	118
5.3.2 Erklärung der Phase bei Resonanz . . . . .	118
5.4 Anwendung: Magnetische Resonanztomographie (MRI) . . . . .	119
5.4.1 Wasserstoffkern . . . . .	119
5.4.2 H-Kerne in starkem Magnetfeld . . . . .	119
5.4.3 Kernresonanz-Spektroskopie . . . . .	120
<b>II Anhänge</b>	<b>121</b>
<b>A Vorlesungsvorlagen</b>	<b>122</b>
A.1 Formelsammlung zur Hilfe beim Lösen der Übungsblättern und der Prüfung . . . . .	123
A.2 Verteilung der Normalkräfte hängt von der Belastung ab. Beispiel Schuh . . . . .	127
A.3 Das Drehmoment . . . . .	128
A.4 Das Vektorprodukt, Rechte Hand Regel . . . . .	129
A.5 Tabelle Elastizitätsmodule, Bruchspannungen . . . . .	130
A.6 Bruchspannungen für Knochen . . . . .	131

## INHALTSVERZEICHNIS

### INHALTSVERZEICHNIS

---

A.7	Viskoelastische Materialien: Gummi und Muskel . . . . .	132
A.8	Verformungen, Dehnung, Torsion . . . . .	133
A.9	Fächenträgheitsmomente . . . . .	134
A.10	Modell für Wirbelsäule - falsche Belastung . . . . .	135
A.11	Torsion eines zylindrischen Stabes . . . . .	136
A.12	Druckverteilung in der Atmosphäre, Barometerformel . . . . .	137
A.13	Interatomare Kraft und deren Linearisierung - Federmodell . . . . .	138
A.14	Von der interatomaren Kraft zur interatomaren potentiellen Energie	139
A.15	Hagen-Poiseuille-Gesetz: Starke Abhängigkeit des Volumendurch- flusses vom Rohr-Radius . . . . .	140
A.16	Druckabfall entlang verzweigtem Rohrsystem . . . . .	141
A.17	Druckverhältnisse in Infusionsgefäß/-leitung ohne und mit Kanüle	142
A.18	Schematische Darstellung des Kreislaufsystems . . . . .	143
A.19	Zahlenmässige Charakterisierung des Kreislaufsystems . . . . .	144
A.20	Verteilung des Druckabfalls im Kreislaufsystem . . . . .	145
A.21	Blutdruckamplitude entlang des Kreislaufsystems . . . . .	146
A.22	Strömung in Kapillaren: nicht-newtonsche Strömung . . . . .	147
A.23	Maxwell-Boltzmannsche Geschwindigkeitsverteilung: Tempera- turabhängigkeit . . . . .	148
A.24	Maxwell-Boltzmannsche Geschwindigkeitsverteilung: Massenab- hängigkeit . . . . .	149
A.25	Gasaustausch in einer Lungen-Alveole . . . . .	150
A.26	Dialysepatrone . . . . .	151
A.27	Dampfdruckkurven von Wasser, Äthanol und Äther . . . . .	152
A.28	elektrisches Dipolfeld . . . . .	153
A.29	zwei ganz unterschiedliche Feldlinienbilder!	154
A.30	Dipole erzeugen Drehmomente und Kräfte auf andere Dipole . . .	155
A.31	Hydratationsschale in wässrigen Lösungen . . . . .	156
A.32	Kelvin-Generator . . . . .	157
A.33	Der Mensch als elektrischer Leiter . . . . .	158
A.34	Bereiche der Wirkung elektrischer Ströme auf den menschlichen Körper . . . . .	159
A.35	Schädigungen des Körpers durch elektrische Ströme . . . . .	160
A.36	Ströme in der Elektro-Physiotherapie . . . . .	161
A.37	Zum Elektrokardiogramm (Figuren aus Kamke/Walcher)	162
A.38	Zum Begriff der "elektromotorischen Kraft"	163
A.39	Schematisches Bild einer Zellwand . . . . .	164
A.40	Beispiel für die Komplexität elektrischer Schaltkreise, Analogie zu Strömungen . . . . .	165
A.41	Beispiel zur Anwendung der Kirchhoffsschen Regeln . . . . .	166
A.42	Parallel- und Serieschaltung von elektrischen Widerständen . . .	167
A.43	Der Spannungsteiler . . . . .	168
A.44	Sind magnetische Feldlinien tatsächlich immer geschlossen ? Ma- gnetische Monopole ? . . . . .	169
A.45	Der Wechselspannungsgenerator . . . . .	170
A.46	Funktionsweise eines Fehlerstrom-Schutzschalters (FI) . . . . .	171

## INHALTSVERZEICHNIS

### INHALTSVERZEICHNIS

---

A.47 Veranschaulichung der Kernspinresonanz . . . . .	172
A.48 Schema eines Magnetresonanztomographen . . . . .	173
A.49 Magnetresonanztomographie: Kodierung des Ortes via Gradien- tenfeld . . . . .	174
A.50 Magnetresonanztomographie: Aufnahme von Querschnitten . . .	175
A.51 Magnetresonanztomographie: Aufnahme von Längsschnitten . .	176
A.52 Laufende Welle . . . . .	177
A.53 Ausbreitung von Schallwellen . . . . .	178
A.54 Vergleich von Schallgeschwindigkeiten in verschiedenen Medien .	179
<b>Index</b>	<b>180</b>
<b>ToDo</b>	<b>181</b>

---

# Teil I

# Vorlesungsnotizen

## Kapitel o

# Wozu Physik für Mediziner?

Physik = Lehre der Naturgesetze

1. Mensch & Tier: Teil der Natur → Verständnis des Organismus

Bsp.:

- Hüftgelenk → Mechanik, Festigkeitslehre
- Auge → Optik
- Reizübertragung (Nerven) → Elektrizität
- Blutzirkulation → Strömungslehre

2. Diagnostik-/Therapiwerkzeuge → physikalische Apparate

Bsp.:

- Röntgenapparatur, CT, MRI → Verstehen der Resultate → Schutz von Patient + Personal

3. Besondere Berufsbilder

## KAPITEL 0. WOZU PHYSIK FÜR MEDIZINER?

---

- Gerichtsmediziner
  - Sicherheit, Unfallverhütung
  - Strahlenschutz
4. Analytisches Denken! Probleme lösen: (Diagnose, Entscheidungen treffen)

# Kapitel 1

## Mechanik

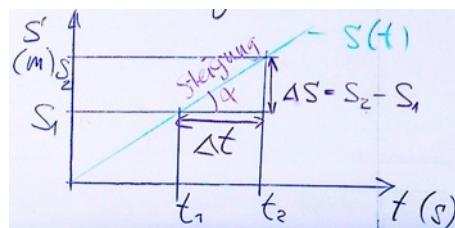
### 1.1 Kinematik

Beschreibung von Bewegungen  
einfachster Fall:

- geradlinige Bahn (1D)
- gleichförmige Bewegung



#### 1.1.1 Weg-Zeit-Diagramm



$$\tan \alpha = \frac{\Delta s}{\Delta t} = v$$

konst. Steigung von  $s(t) \implies$  konst.  $v$

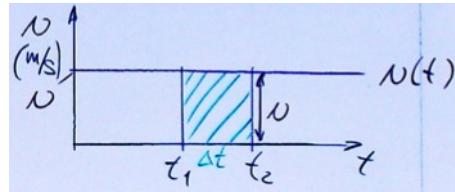
#### 1.1.2 Geschwindigkeit

Def.: Geschwindigkeit:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$[v] = \frac{m}{s}$$

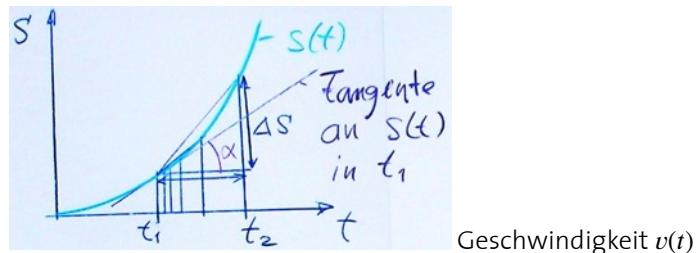
### 1.1.3 Geschwindigkeits-Zeit Diagramm



$$v(t) = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Fläche =  $v \cdot \Delta t = \Delta s$  ! = zurückgelegter Weg

### 1.1.4 Nicht-gleichförmige Bewegungen



$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \text{mittlere Geschwindigkeit zw. } t_1 \text{ und } t_2$$

$$v(t_1) = \lim_{t_1 \rightarrow t_2} \frac{\Delta s}{\Delta t} \underset{\text{Math.}}{=} s'(t)$$

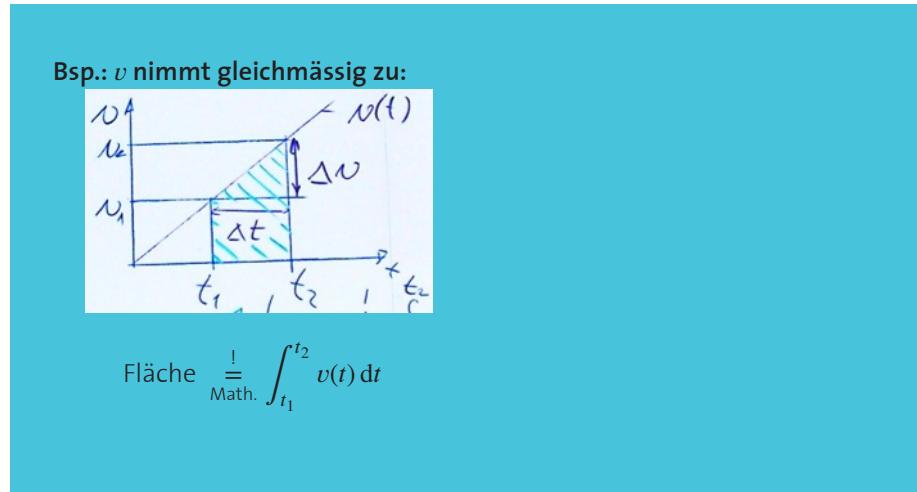
$$v(t) = s'(t)$$

**Schreibweise**

$$\Delta t \rightsquigarrow dt$$

$$v(t) = s'(t) =: \frac{ds}{dt}$$

1. Ableitung

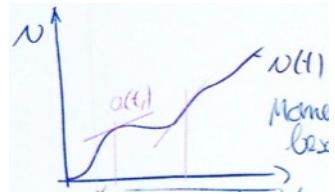
 $v(t)$ : Momentangeschwindigkeit

Änderung der Geschwindigkeit mit der Zeit:



Fall:

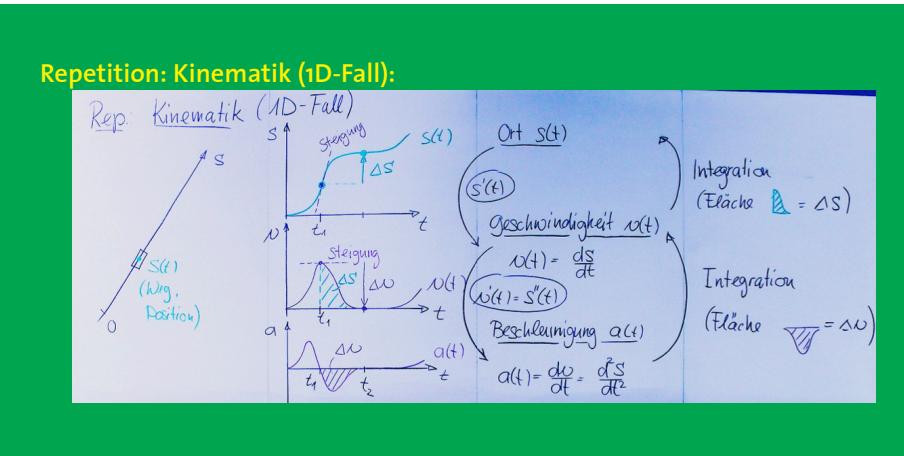
- gleichförmige Beschleunigung:  $a = \text{konst.}$
- beliebige Funktion  $a(t)$

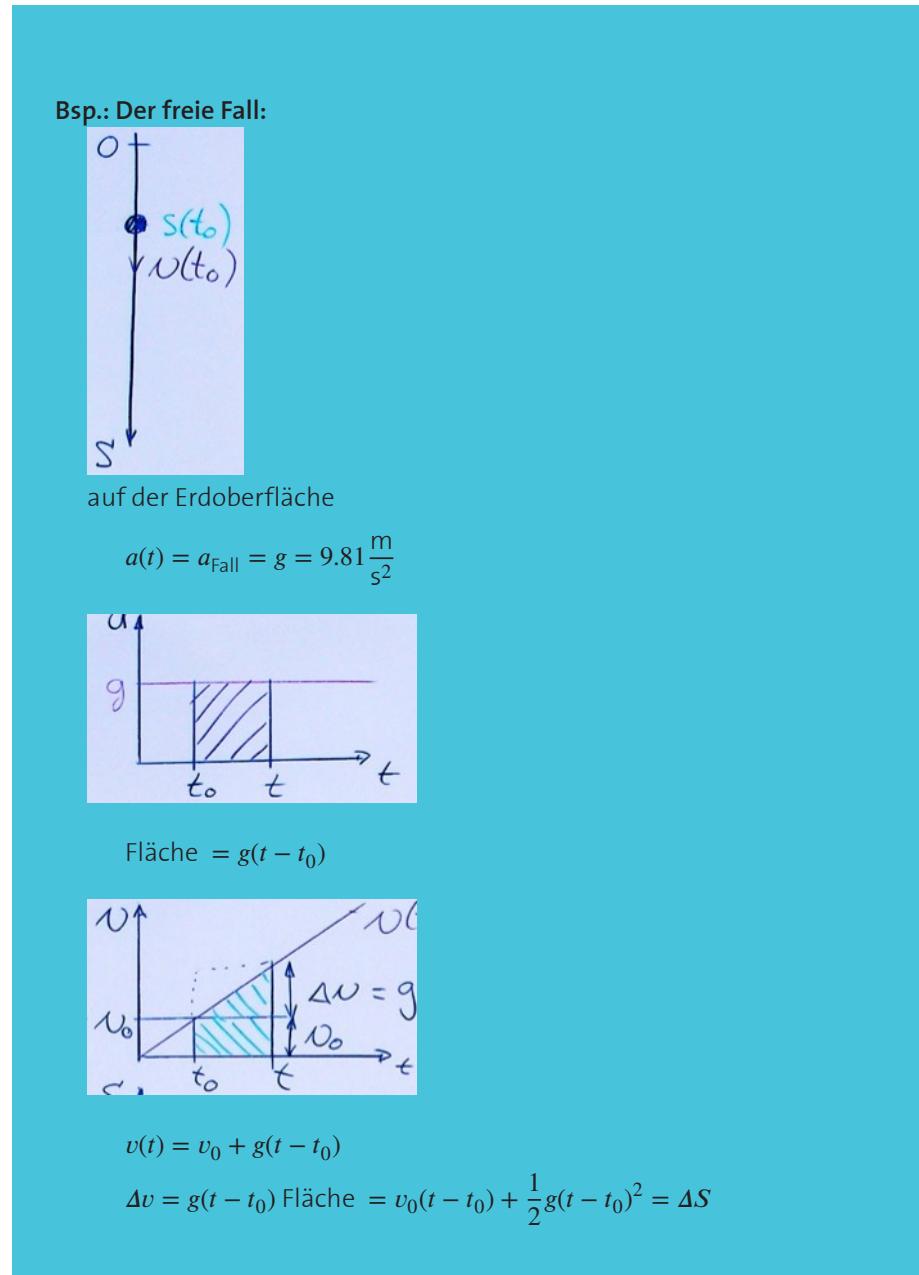


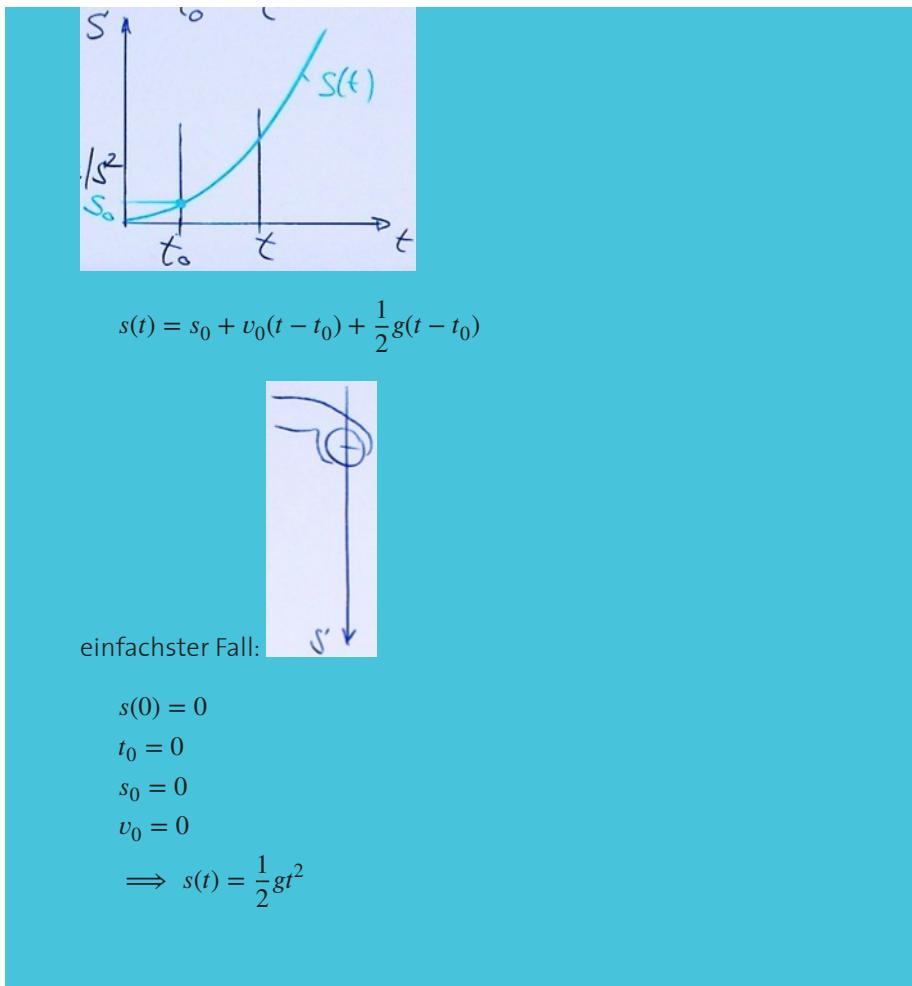
analog:

$$a(t) = \frac{dv}{dt}$$

$$a(t) = \frac{d}{dt} \left( \frac{ds}{dt} \right) = s''(t) =: \frac{d^2 s}{dt^2}$$

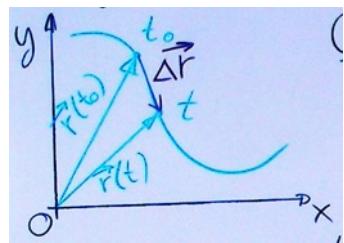






### 1.1.5 Bewegungen in der Ebene

Ortsvektor  $\vec{r}(t)$



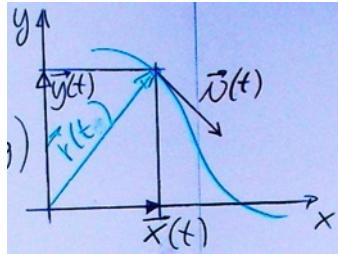
→ Länge (Betrag)

→ Richtung

Geschwindigkeit:  $\frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}$  Weg:  $\Delta \vec{r} = \vec{r}(t) - \vec{r}(t_0)$

$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$  mittlere Geschwindigkeit

Momentangeschwindigkeit:  $\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \stackrel{\text{Math.}}{=} \frac{d\vec{r}}{dt}$



$$\vec{r}(t) = \vec{x}(t) + \vec{y}(t)$$

⇒ Komponentenschreibweise

$$\vec{r}(t) = (x(t), y(t))$$

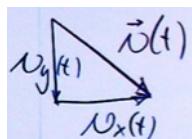
$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \left( \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right)$$

$v(t)$ :

- Betrag (Schnelligkeit)
- Richtung! (tangential zu Bahn)

### Schnelligkeit

$$|\vec{v}(t)| = v(t) = \sqrt{v_1^2(t) + v_2^2(t)}$$



### Momentanbeschleunigung

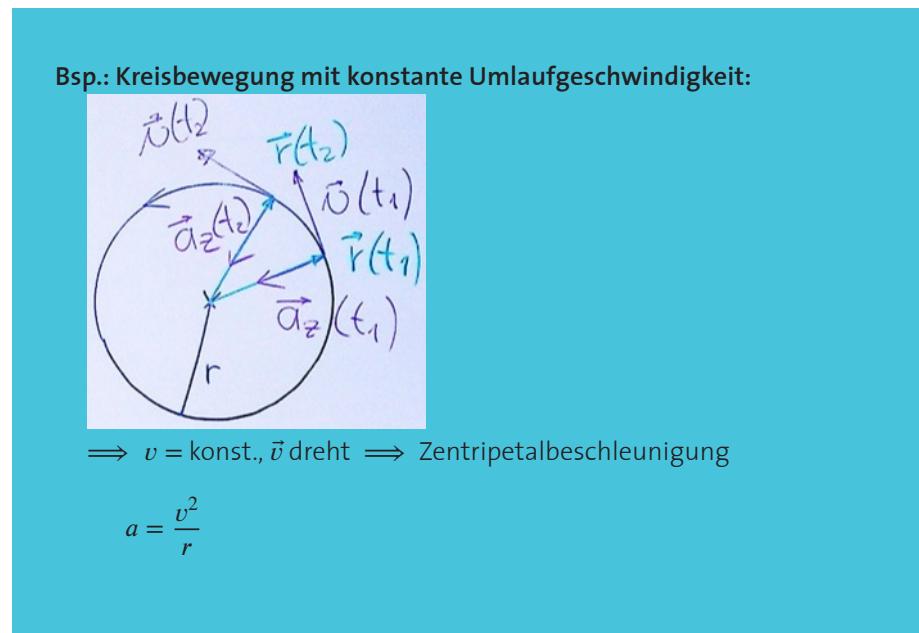
$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{s}}{dt^2}$$

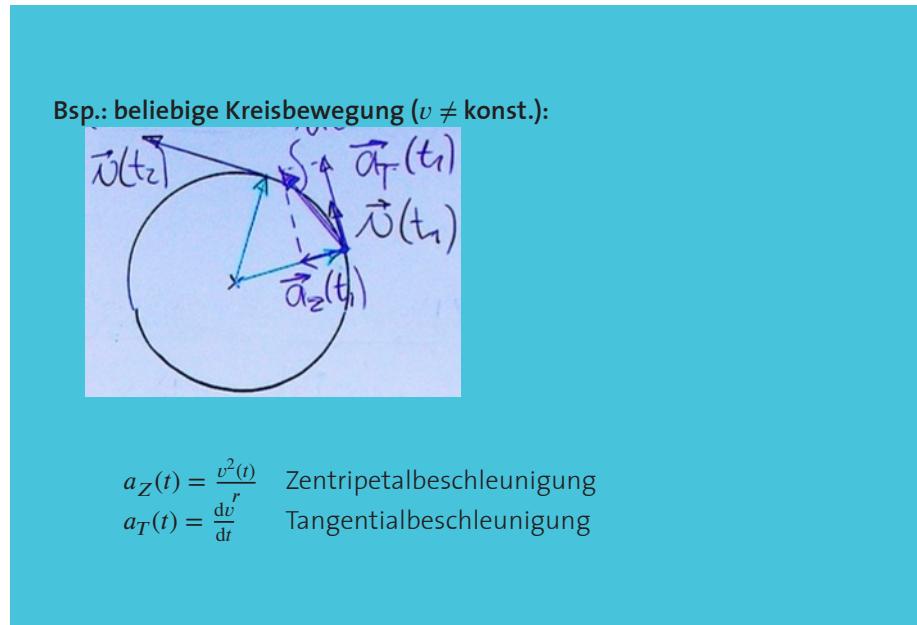
### 1.1.6 Wann ist eine Bewegung beschleunigt?

Wenn  $\vec{v}$  sich ändert!

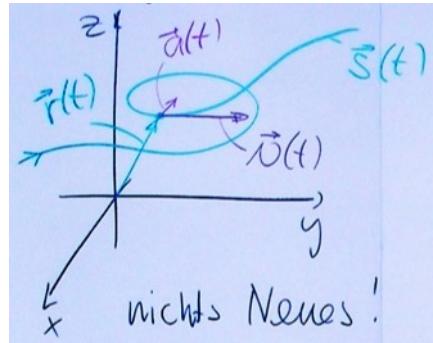
→ Betrag

→ Richtung!





### 1.1.7 Bewegungen im 3D-Raum



nicht Neues!

$$\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$$

## 1.2 Dynamik

⇒ Ursache der Bewegung

### 1.2.1 Kraft/Masse

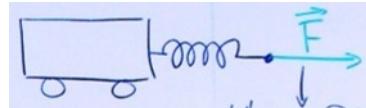
**Def.: Kraft:**  
...Wirkung!

Bsp.:

- Gewicht heben
- Deformation (Messung!)
- Bewegung

**Def.: Masse:**  
"Trägheit" ("...schwieriger in Bewegung zu setzen")

Kraft: Vektor!



Länge, Richtung, Angriffspunkt

### 1.2.2 Die Newtonschen Prinzipien (1686)

$$\underbrace{\vec{F}}_{\text{Ursache}} = \underbrace{m \cdot \vec{a}}_{\text{Wirkung}}$$

$$[F] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N} \quad (\text{Newton})$$

⇒ 2. Newtonsche Prinzip (Axiom) (Aktionsprinzip)  
Anwendung:

- Mann kennt Kraft ⇒ Beschleunigung + Bahn berechnen
- Ich sehe Beschleunigung ⇒ Was für Kräfte wirken

### 1. Newtonsches Prinzip (Trägheitsprinzip)

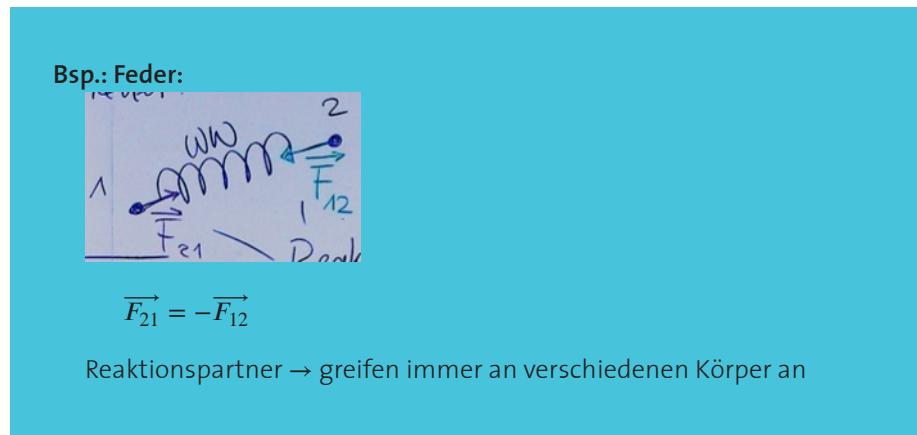
kräftefreie Körper ( $\vec{F} = \vec{0}$ ,  $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$ )

- Körper in Ruhe (ist + bleibt)
  - bewegt sich mit konst. Geschwindigkeit  $\vec{v} = \text{konst.}$
- ⇒ Bewegungszustände

### Newton'sches Prinzip (Reaktionsprinzip)

(action = reactio)

Kräfte röhren immer von Wechselwirkungen (WW)



**Repetition: Dynamik:**

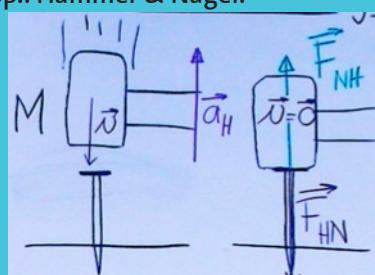
Kraft: erzeugt Bewegung  
 Masse: Trägheit  
 Newtonsche Prinzipien

1. kräftefreier Körper:  $\vec{v} = \text{konst.}$  (z.B.  $\vec{v} = \vec{0}$ )
2.  $\vec{F} = m\vec{a}$  Ursache & Wirkung
3. Kräfte röhren **immer** von WW her



$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

**Bsp.: Hammer & Nagel:**



$$2. \vec{F}_{NH} = M\vec{a}_H$$

$$3. \vec{F}_{HN} = -\vec{F}_{NH}$$

### 1.2.3 Arten von Kräften

#### Gravitationskraft

(Anziehung von Massen)

auf Erdoberfläche Gewichtskraft  $\vec{G}$

Betrag:  $mg$

Richtung: zum Erdmittelpunkt

Angriffspunkt: Schwerpunkt



Reaktionspartner:

#### Elektromagnetische Kräfte

(Anziehung / Abstossung von Ladungen)

- Coulombkraft (elektrische Kraft; verschiedene Erscheinungsformen)
- magnetische Kraft
- Lorentzkraft

#### starke Kraft

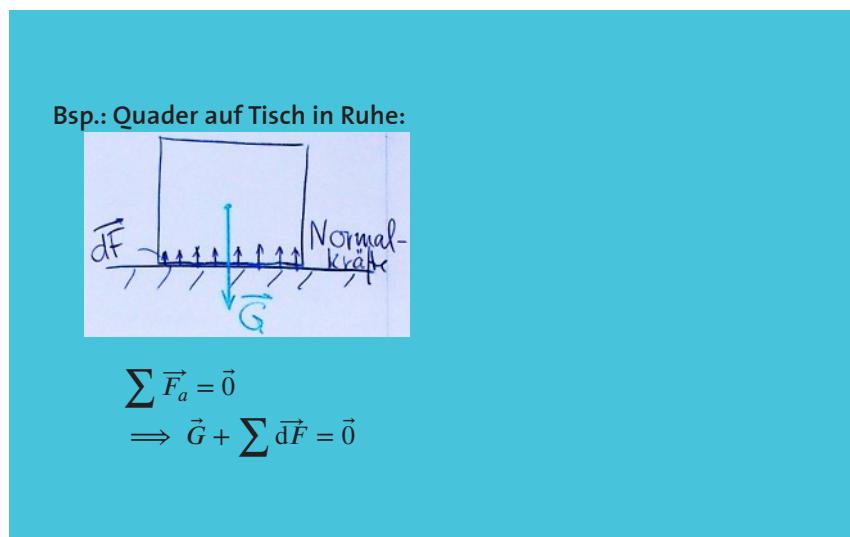
- Stabilität der Atomkerne

#### schwache Kraft

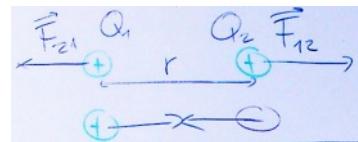
- Radioaktivität

### 1.2.4 Coulombkraft und ihre Erscheinungsformen

- elastische Kräfte im festen Körpern (Kohäsion)
- Berührungs Kräfte - Die Normalkraft



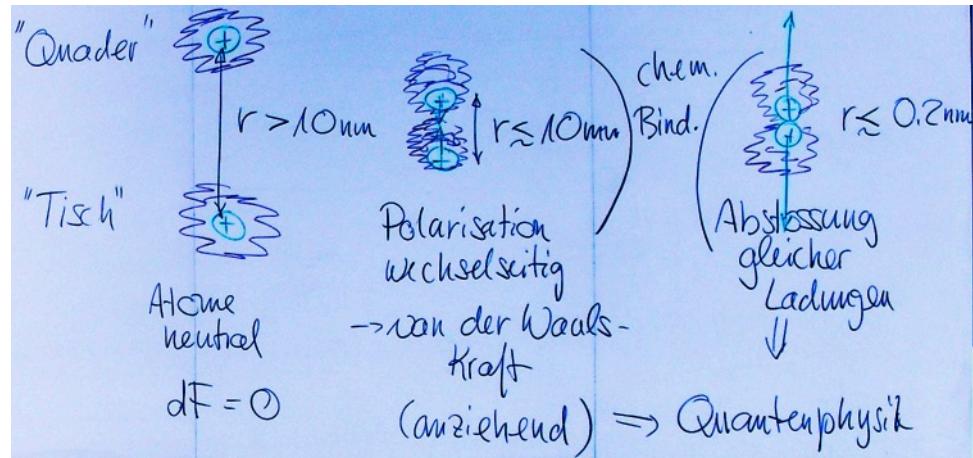
## Coulombgesetz



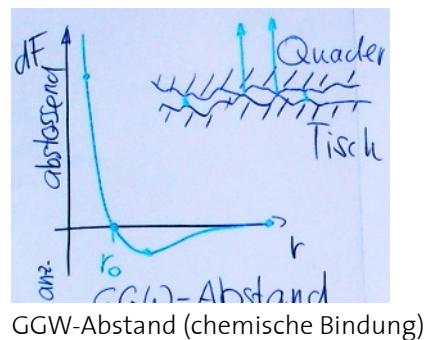
$$F_{21} = F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

elektrische Feldkonstante  $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{m}}$

## Kraftgesetz zwischen zwei Atomen

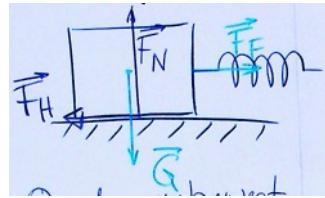


## Kraftkurve



## 1.2.5 Reibungskräfte

(parallel zur Berührungsfläche)

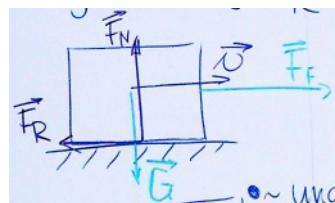
**Haftriebung**

Quader unbewegt

$$\vec{F}_H = -\vec{F}_F$$

maximale Haftriebung:

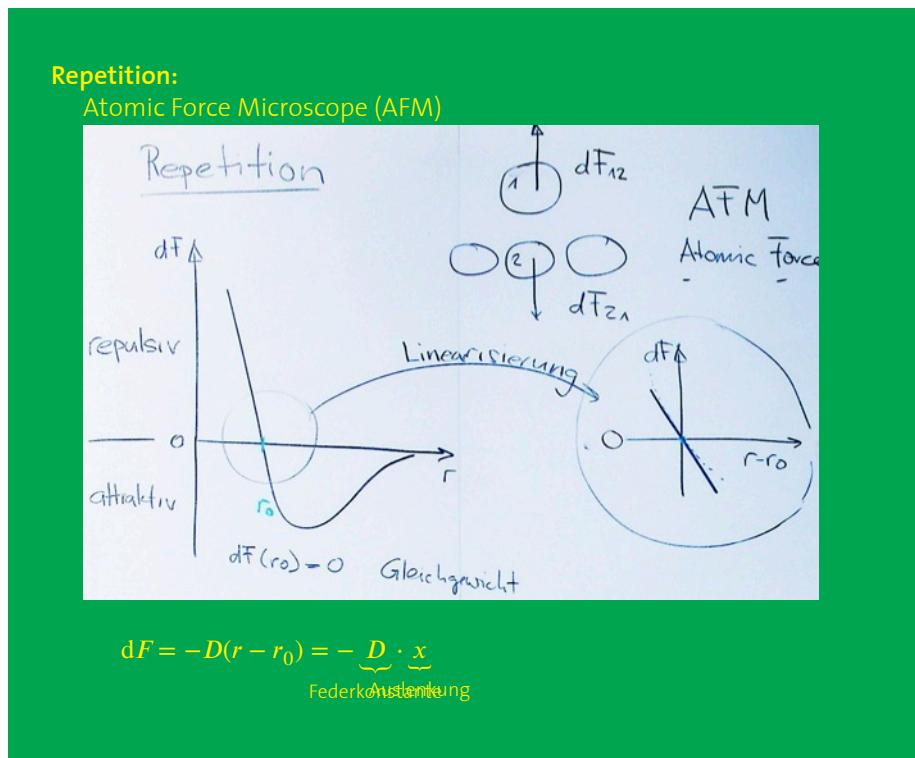
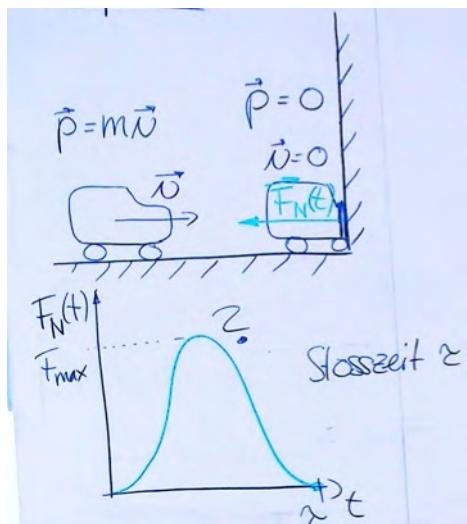
$$F_H \leq \underbrace{\mu_H}_{\text{Haftriebungszahl}} F_N$$

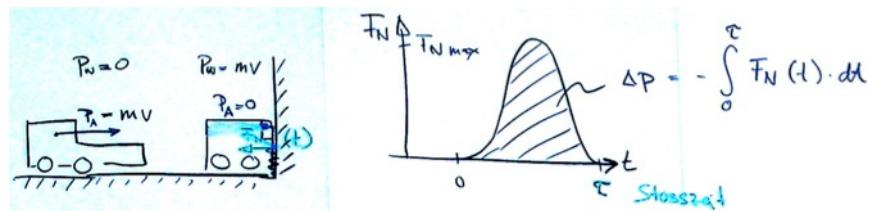
**1.2.6 Gleitreibung  $\vec{F}_R$** 

- Richtung: versucht immer Relativbewegung zu bremsen.
- unabhängig von  $v$

$$F_R = \mu_G \cdot F_N$$

## 1.2.7 Kraftstöße





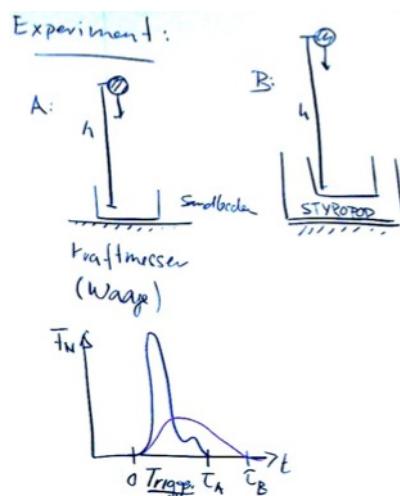
$$\Delta p = - \int_0^\tau F_n(t) \cdot dt$$

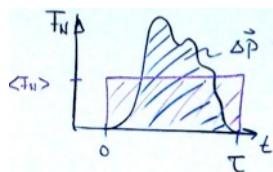
$\tau$  Stosszeit

kleine Kräfte  $F_N$ :

- wenn  $\tau$  gross
- wenn  $\Delta p$  klein

### Experiment



**Vereinfachung**

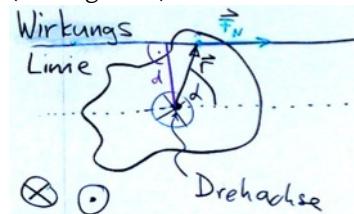
$$\Delta \vec{p} = m \vec{v} = - \left\langle \vec{F}_N \right\rangle \tau = - \int_0^\tau F_N(t) dt$$

**1.2.8 Das Drehmoment**

**Def.: Drehmoment:**

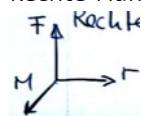
$$\overrightarrow{M}_0 = \vec{r} \times \vec{F}$$

(Hebelgesetz)



$$M_0 = r \cdot F_N \cdot \sin \alpha = d F_N$$

Rechte-Hand-Regel:

**1.2.9 Gleichgewicht starrer Körper**

keine Bewegung:

$$\sum \vec{F}_i = 0 \quad \text{Translation}$$

$$\sum \vec{M}_i = 0 \quad \text{Rotation}$$

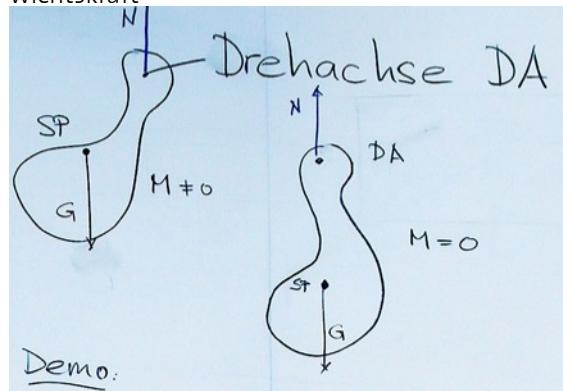
## 1.2.10 Der Schwerpunkt SP

**Def.: Schwerpunkt:**

$$\vec{r}_s = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$$

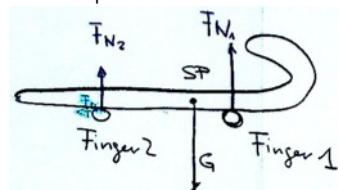
Massenelement

gewichtetes Mittel aller Orte der Körpermassen und ist der Angriffspunkt der Gewichtskraft



## Denkexperiment Spazierstock

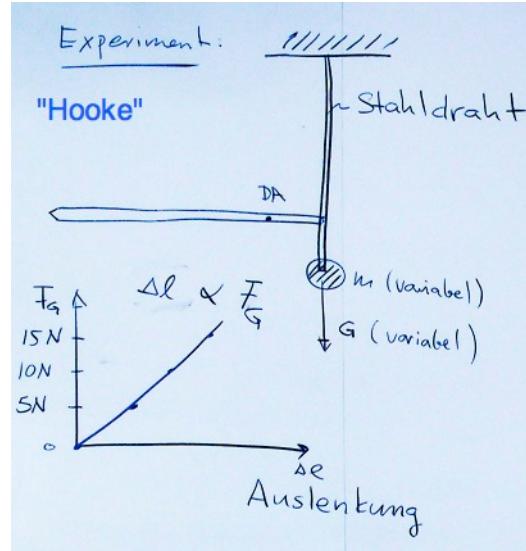
Schwerpunkt des



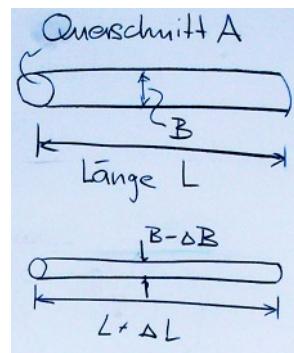
wenn  $F_{R_1} > F_{R_2}$  bewegt sich Finger 2.

### 1.3 Festigkeitslehre (Elastizitätslehre)

Reale Körper sind deformierbar (reversibel und/oder irreversibel). Festigkeit hängt vom Material und Form ab.



#### 1.3.1 Materialverhalten



Def.: Dehnung:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

$$[\varepsilon] = 1$$

Def.: Querkontraktion:

$$\beta = \frac{\Delta B}{B}$$

Def.: Normalspannung:

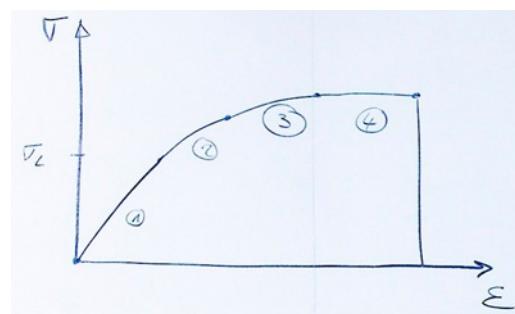
$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

$$[\sigma] = \text{Pa}$$

Zugspannung  $\sigma > 0$

Druckspannung  $\sigma < 0$

### Das Spannungs-Dehnungs Diagramm



1. linearer Bereich  $\sigma = E\epsilon^1$
2. nichtlinearer Bereich
3. plastischer Bereich
4. Fliessen
5. Bruch

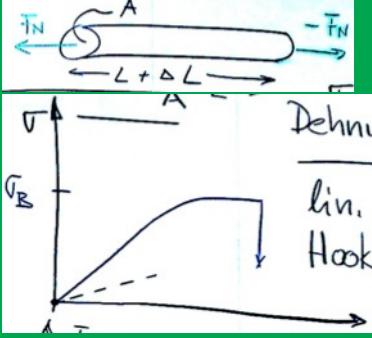
**Repetition:**

- Kraftstoss  $\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}$
- Drehmoment  $\vec{M}_o = \vec{r} \times \vec{F}$   
(Folien)  
gerichtete Grösse mit Drehsinn  
rechte Hand Regel

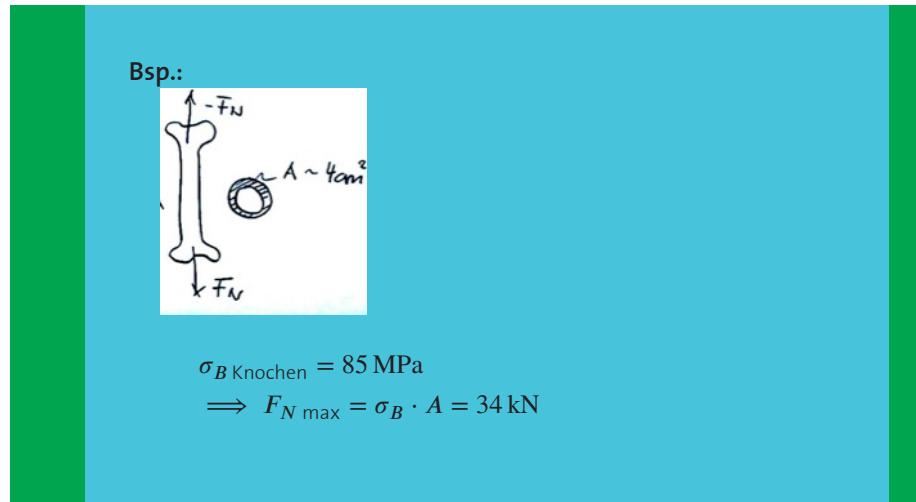


- Schwerpunkt  $\vec{r}_{SP} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$

Festigkeitslehre



<sup>1</sup>E Elastizitätsmodul, z.B. Stahl 200 GPa , Nanotubes 1TPa



Spannungs-Dehnungsdiagramm  
lin. Bereich Hooke'sches Gesetz:

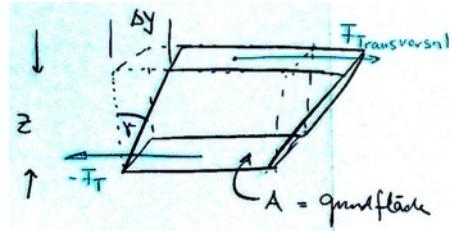
$$\sigma = \underbrace{E}_{\text{Elastizitätsmodul}} \cdot \epsilon$$

Elastizitätsmodul

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L} \quad []$$

### 1.3.2 Scherung

Demo: Schaumgummiquader



Scherwinkel

$$\gamma = \frac{\Delta y}{z}$$

**Def.: Schubspannung:**

$$\tau = \frac{F_T}{A}$$

$$[\tau] = \text{Pa}$$

für den linearen Bereich (Hooke) gilt:

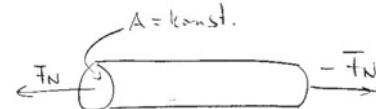
$$\tau = \underbrace{G}_{\text{Schubmodul [Pa]}} \cdot \gamma$$

### 1.3.3 Spannungszustand

Dehnung, Stauchung

Scherung, Biegung

Torsion



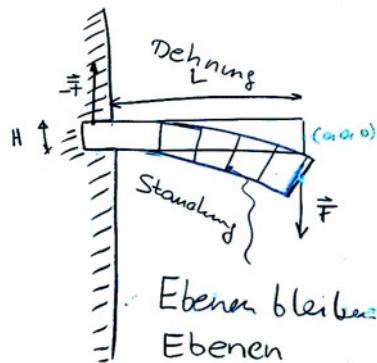
Spannungsfelder

$$\sigma(x, y, z) = \sigma(\vec{r}) = \frac{F_N}{A} = \text{konst.}$$

$$\tau(\vec{r}) = 0 \quad (\text{keine Scherung})$$

Die Spannung in einem Körper lässt sich für jeden Punkt bestimmen.

### 1.3.4 Die Biegebelastung eines Balkens



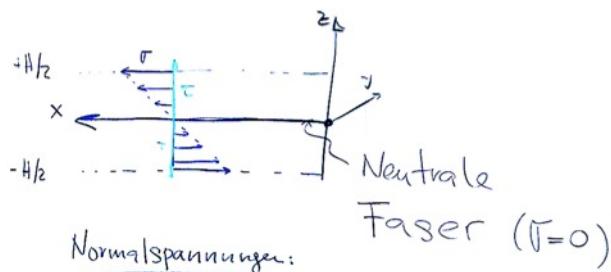
Querschnitt  $A = H \cdot B$

Biegung:

- $\sigma$  Normalspannung
- $\tau$  Schubspannungen

Problem: Bestimmung von  $\sigma(\vec{r})$ ;  $\tau(\vec{r})$  unter Berücksichtigung des Gleichgewichts

#### Wahl des Koordinatensystems



Normalspannungen:

$$\sigma(x, y, z) = \alpha(x) \cdot z$$

prop. zur Dehnung.

Annahme: Gewichts des Balken  $\ll F$

Kräfte Gleichgewicht:

$z$ -Komponente

$$-F + A \cdot \tau(x) = 0 \implies \tau(x) = \frac{F}{A} = \text{konst.}$$

$x$ -Komponente:

$$\begin{aligned} \int_A \sigma(x, y, z) dA &= 0 \\ \Rightarrow \int_{-\frac{H}{2}}^{+\frac{H}{2}} \alpha(x) \cdot z \cdot B \cdot dz &= 0 \\ \Rightarrow \alpha(x) \cdot B \underbrace{\int_{-\frac{H}{2}}^{+\frac{H}{2}} z \cdot dz}_{\text{muss } 0 \text{ sein}} &= 0 \\ \Rightarrow \text{neutrale Faser liegt in der Mitte} \end{aligned}$$

### 1.3.5 Drehmomentgleichgewicht

$$|M_{\wedge}| = F \cdot x$$

$$|M_{\wedge}| = \int_A z \cdot \sigma(x, y, z) \cdot dA$$

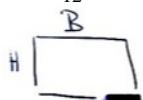
$$\text{Gleichgewicht: } |M_{\wedge}| = |M_{\cap}|$$

$$\begin{aligned} F \cdot x &= \int_A z \cdot \alpha(x) \cdot z \cdot dA = \alpha(x) \cdot \underbrace{\int_A z^2 dA}_{\substack{\text{geometrischer Faktor} \\ \text{Flächenträgheitsmoment } I_z}} \\ \Rightarrow \alpha(x, z) &= \alpha(x) \cdot z = \frac{x \cdot z}{I_z} \cdot F \end{aligned}$$

Diskussion:

- Neutrale Faser liegt bei  $z = 0$
- wo bricht der Balken bei  $(L, y, \frac{H}{2})$

$$\bullet I_z = \frac{1}{12} BH^3$$



**Repetition: Verteilung von Spannungen in festen Körpern:**

**Bsp.: Biegebelastung von Balken:**

$\sigma(F) = \frac{xz}{I_z} \cdot F$  Normalspannung.

$z(F) = \frac{F}{A}$  konst. Schubspannig.

$z_{\max} = \frac{L^3}{3EI_z}$

Körper im GGW

Koordinatensystem

Querschnitt A

$I_z = \frac{1}{12} BH^3$

Flächenträgheitsmoment  $I_z$

allg.:  $I_z = \int_A z^2 dz$   
Abstand von  $n$

## 1.4 Hydrostatik

### 1.4.1 Der Hydrostatische Druck $p$

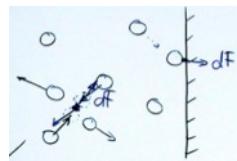
Bsp.: Flüssigkeit:

$$\text{Druck } p = \frac{\sum dF}{A}$$

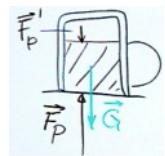
$$[p] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

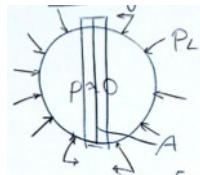
Druck ist isotrop!

### 1.4.2 Der Luftdruck (Gase)



Experiment: Bierglas



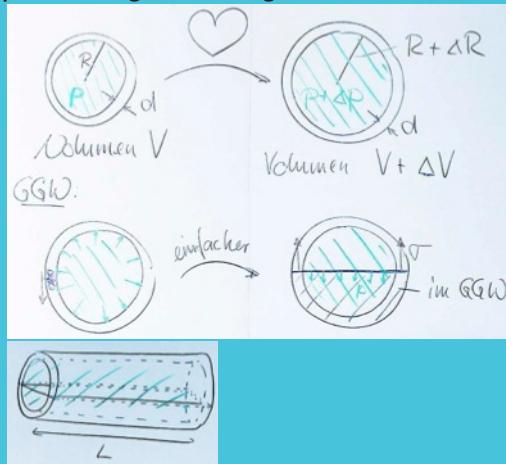
**Magdeburger Halbkugeln**

$$p_L \approx 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$A \approx 100 \text{ cm}^2$$

$$F = p_L \cdot A = 10^3 \text{ N} \approx 100 \text{ kg}$$

Bsp.: Dehnung eines Blutgefäßes:



$$\underbrace{p \cdot 2 \cdot R \cdot L}_{\Downarrow\Downarrow} = \underbrace{2 \cdot \sigma \cdot d \cdot L}_{\Updownarrow\Updownarrow}$$

$$\Rightarrow \text{Spannung } \sigma = \frac{R}{d} \cdot p \text{ mit } \varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

$\Rightarrow V$  nimmt zu

:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{2 \cdot R}{E \cdot d} \cdot \Delta p =: \overbrace{D}^{\text{Dehnbarkeit}} \cdot \Delta p$$

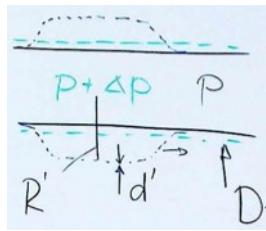
Physiologie oft:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta p}{k}$$

Volumenelastizitätsmodul

$$k = \frac{1}{D}$$

### Aneurysma



$$D = \frac{2R}{Ed}$$

$$D' = \frac{2R'}{Ed'} > D$$

altendes Blutgefäß  $E \nearrow \Rightarrow D \searrow$

$\Rightarrow$  krakhafte Gefässerweiterung

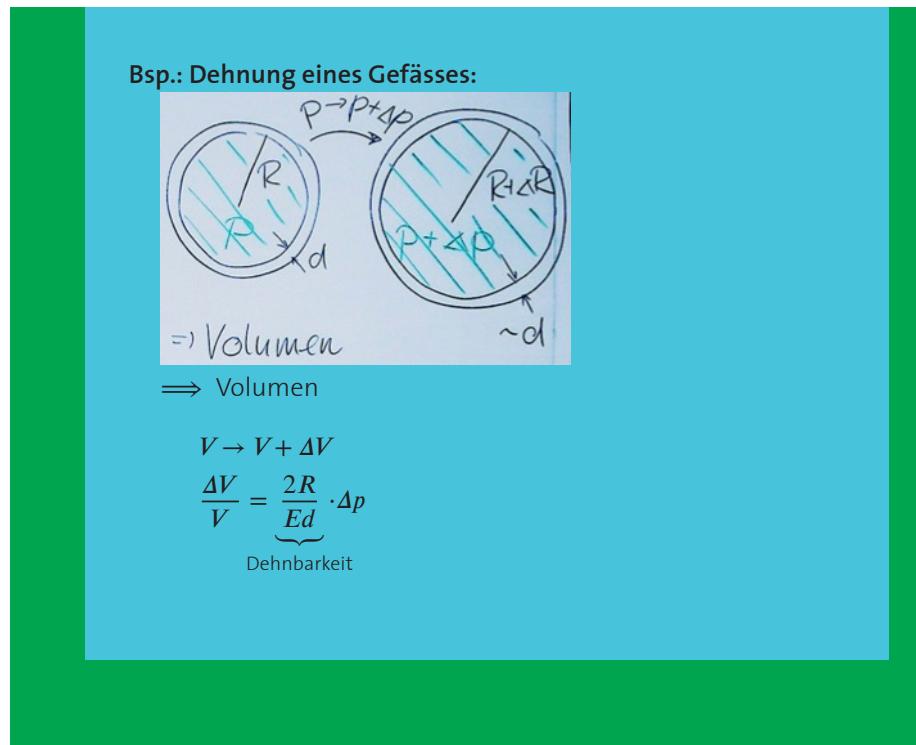
### Repetition: Hydrostatik:

hydrostatischer Druck in Flüssigkeiten / Gasen:

$$p = \frac{\sum dF}{A}$$

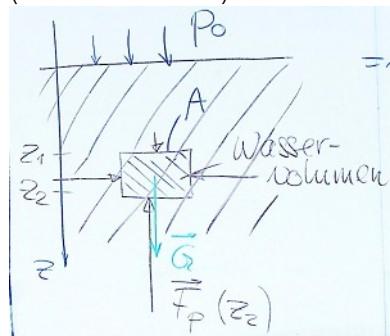
- isotrop!
- Luftdruck  $p_0$

$$p_0 \approx 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ bar} \equiv 1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} !$$



### Druckverteilung in Flüssigkeiten

(auf Erdoberfläche)



GGW

$$F_p(z_1) + G = F_p(z_2)$$

$$F_p (= p \cdot A)$$

$$\Rightarrow p(z_2) = p(z_1) + \frac{G}{A}$$

$$\Rightarrow p(z_2) = p(z_1) + \frac{(z_2 - z_1) \cdot A \cdot \rho \cdot g}{A}$$

Wähle  $z_1 = 0, z_2 = z$

$$p(z) = p_0 + z \cdot \rho \cdot g$$

10m Wassertiefe

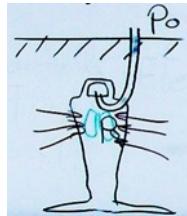
$$\rho \cdot g \cdot z = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10\text{m} = 10^5 \text{Pa} = 1\text{bar}$$

$$1\text{mmH}_2\text{O} \Rightarrow p = 9.8\text{Pa}$$

$$1\text{mmHg} \Rightarrow p = 133\text{Pa} =: 1\text{torr}$$

$$\text{Blutdruck } \bar{p} \approx 100\text{mm Hg} = 133\text{mbar}$$

### Atmung beim Tauchen



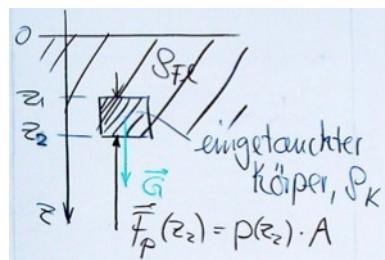
### Luftdruck

$$p_L(z) = ?$$

$$\rho_L \approx 1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_W \approx 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

### 1.4.3 Der Auftrieb

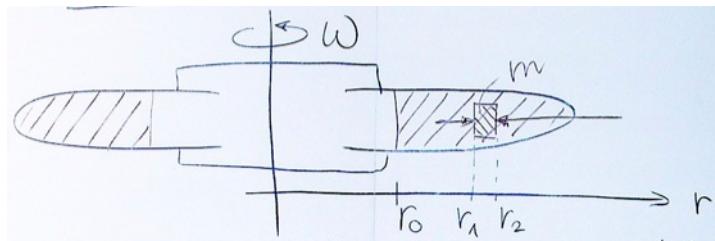


$$F_{\text{res}} = F_p(z_1) + G - F_p(z_e) = G - (p(z_2) - p(z_1)) \cdot A = (z_2 - z_1) A \cdot \rho_K \cdot g - \underbrace{(z_2 - z_1) A \cdot g \cdot \rho_F}_{F_A}$$

$$F_{\text{res}} = \underbrace{(z_2 - z_1)}_{V_K} \cdot A \cdot g(\rho_K - \rho_{\text{Fl}})$$

$$\begin{aligned}\rho_K > \rho_{\text{Fl}} &= F_{\text{res}} > 0 & \downarrow \\ \rho_K < \rho_{\text{Fl}} &= F_{\text{res}} < 0 & \uparrow\end{aligned}$$

## Druckverteilung in Zentrifuge



$\Rightarrow$  Trennung von Stoffen durch Sedimentation  $m$  auf Kreisbahn  $\Rightarrow$  Zentripetalbeschleunigung  $a_z$

$$a_z = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$

2.N.P  $F_z = ma_z$ ; Rechnung:

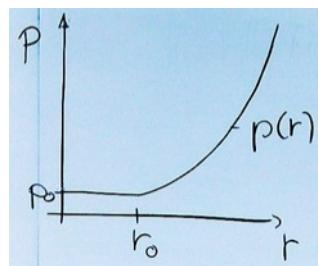
$$\dots p(r) = p_0 + \frac{1}{2} \rho_{\text{Fl}} \omega^2 (r^2 - r_0^2)$$

Ultrazentrifuge 100000  $\frac{\text{U}}{\text{min}}$

$$\omega = 2\pi f = 10500 \text{ s}^{-1}$$

$$r \approx 5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow p \approx 1.3 \text{ kbar}$$



## 1.5 Energie und Arbeit

### 1.5.1 verschiedene Energieformen

**kinetische Energie** BILD

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$$

**potentielle Energie** BILD

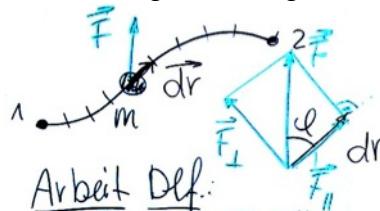
$$E_{\text{pot}} = mgh$$

**Federenergie** BILD

$$E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}Dx^2$$

### 1.5.2 Arbeit

Umwandlung einer Energieform in die andere via Kräfte



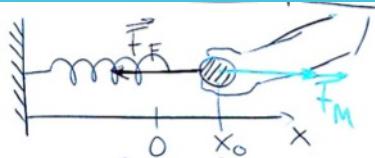
Def.: Arbeit:

$$\begin{aligned} dW &= \vec{F} \cdot \vec{dr} \\ &= F \cdot dr \cdot \cos \varphi \\ &= F_{||} \cdot dr \end{aligned}$$

Gesamte Arbeit

$$\begin{aligned} W_{1 \rightarrow 2} &= \int_1^2 \vec{F} \cdot \vec{dr} \\ [W] &= \text{N} \cdot \text{m} = \text{J} \text{ (Joule)} \end{aligned}$$

**Bsp.: Arbeit zum Spannen einer Feder:**



The diagram shows a horizontal spring attached to a fixed wall on the left. A hand, represented by a blue oval, is pulling the right end of the spring to the right. A coordinate system is shown with the origin O at the wall and the right end at  $x_0$ . A force vector  $\vec{F}_M$  is shown pointing right from the hand, and a reaction force vector  $\vec{F}_F$  is shown pointing left from the spring. A small shaded area under the curve of the spring indicates the work being done.

ganz langsam!

$$\implies E_{\text{kin}} = 0$$

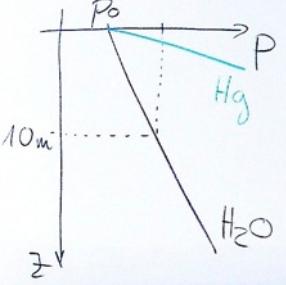
$$\vec{F}_M = -\vec{F}_F$$

$$F_F = -D \cdot x$$

$$\text{Arbeit der Hand } W_{0 \rightarrow x_0} = \int_0^{x_0} \vec{F}_M \cdot d\vec{r}$$

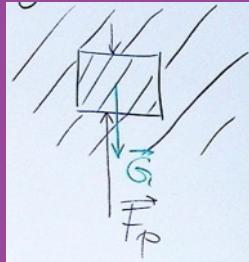
$$W_{0 \rightarrow x_0} = \int_0^{x_0} F_M \cdot dx = \int_0^{x_0} D \cdot x \, dx = \frac{1}{2} D x^2 \Big|_0^{x_0} = \frac{1}{2} D x_0^2$$

**Repetition: Hydrostatik:**  
Druckverteilung in Flüssigkeiten:

$$p(z) = p_0 + \rho_{\text{Fl.}} g z$$


The diagram shows a vertical column of a fluid. At the top, the atmospheric pressure is labeled  $p_0$ . Inside the column, the pressure is labeled  $P$ . Two different liquids are shown: mercury ( $Hg$ ) and water ( $H_2O$ ). The height of the mercury column is labeled  $z$ , and the height of the water column is labeled  $10\text{ m}$ . Dotted lines connect the pressures  $p_0$  and  $P$  to their respective heights  $z$  and  $10\text{ m}$ .

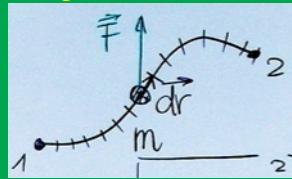
Folge: Auftrieb:



Zentifuge:

$$p(r) = p_0 + \frac{1}{2} \rho_{\text{FL}} \omega^2 (r^2 - r_0^2)$$

Energie und Arbeit:



Arbeit:

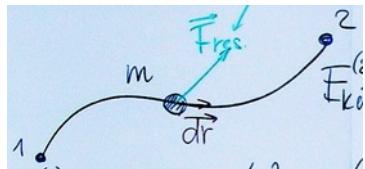
$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

z.B. Spannen einer Feder

$$W_{0 \rightarrow x_0} = \frac{1}{2} D x_0^2$$

### 1.5.3 Energie und Energieerhaltungssatz

Situation

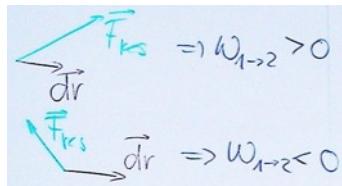


$W_{1 \rightarrow 2}$ : Arbeit sämtlicher an  $m$  angreifender Kräfte ( $\vec{F}_{\text{res}}$ )

$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \vec{F}_{\text{res}} \cdot d\vec{r}$$

**Satz: Energiesatz:**

$$W_{1 \rightarrow 2} = E_{\text{kin}}^{(2)} - E_{\text{kin}}^{(1)}$$



Bsp.: Bremsung:

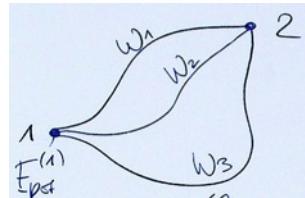
$$\vec{F}_{\text{res}} = \underbrace{\vec{G} + \vec{F}_N}_0 + \vec{F}_R$$

$$W_{1 \rightarrow 2} = - \int_0^L F_R \, dx = - \int_0^L \mu_G mg \, dx = - \mu_G mg L = 0 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$L = \frac{v_0^2}{2 \mu_G g}$$

### Situation Energieerhaltungssatz

Bewegungen unter Einfluss **konservativer Kräfte** (z.B. Gewichtskraft , Federkraft )



$W_1$ : Arbeit der **konservativen** Kraft

**konservativ**:  $W_1 = W_2 = W_3$ ;  $W_{1 \rightarrow 2}$  ist unabhängig vom Weg

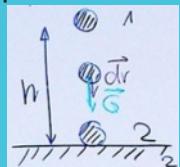
⇒ zwei Zahlen (bei Ort 1,2 genügen)

⇒  $W_{1 \rightarrow 2}$  hängt nur von Lage ab

**Def.: potentielle Energie:**

$$E_{\text{pot}}^{(2)} - E_{\text{pot}}^{(1)} = -W_{1 \rightarrow 2}$$

**Bsp.:**



$$E_{\text{pot}}^{(1)} = mgh$$

$$E_{\text{pot}}^{(2)} = 0$$

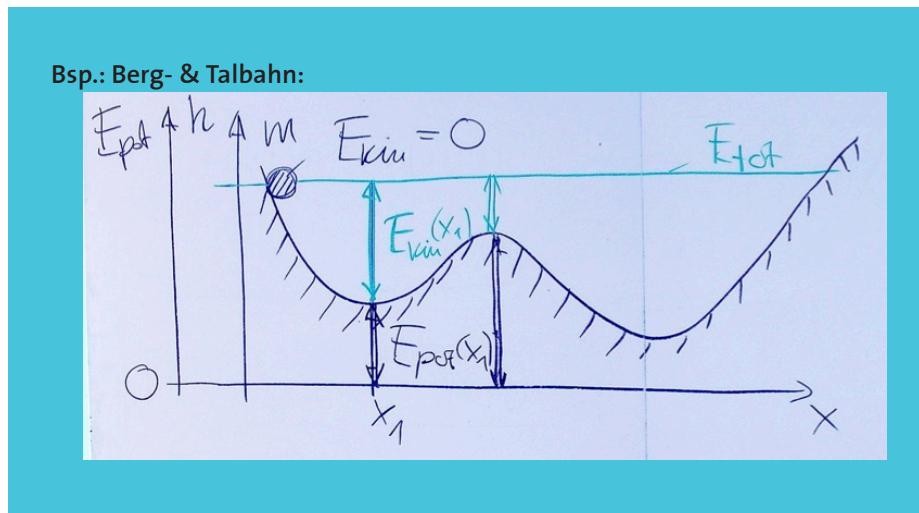
$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 mg \, dz = mgh$$

Also:

$$0 - mgh = -mgh \quad \checkmark$$

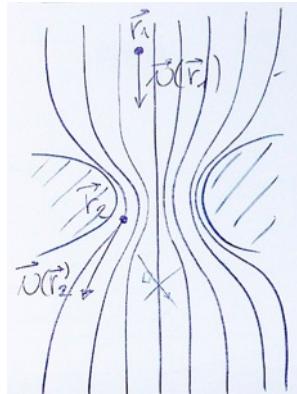
**Satz: Energie-Erhaltungssatz:**

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \text{konst.}$$



## 1.6 Hydrodynamik: Strömungen in Flüssigkeiten

### 1.6.1 Stationäre Strömungen



Geschwindigkeitsfeld

- $\vec{v}(\vec{r})$  zeitlich konst.  
→ stationär
- laminare Strömung  
( $\bar{v} > v_{\text{krit.}} \implies$  turbulente Strömung)

**Def.: Volumenstromstärke (Volumendurchfluss):**

$$I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} \text{ durch Querschnitt } A$$

Zusammenhang mit  $\bar{v}$

Das Diagramm zeigt einen horizontalen Querschnitt A einer Röhre. Eine blaue Linie, die die Flussrichtung angibt, verläuft durch den Querschnitt. Der Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Punkten auf dieser Linie ist als  $L$  bezeichnet. Ein Pfeil unter der Röhre markiert die Flussrichtung. Ein blauer Balken am unteren rechten Rand ist mit  $A$  beschriftet.

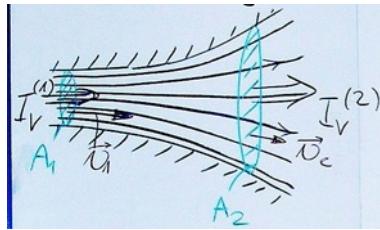
$$L = v \cdot \Delta t$$

in Zeit  $\Delta t$

$$\Delta V = v \cdot A \cdot \Delta t$$

$$\Rightarrow I_v = A \cdot v$$

### 1.6.2 Kontinuitätsgleichung



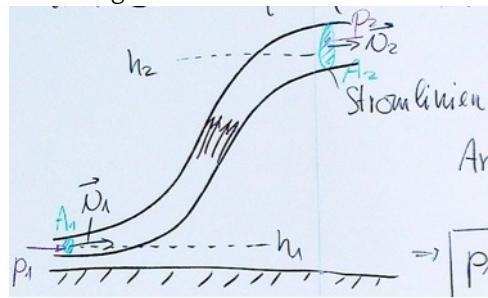
hinein:  $I_V^{(1)} = A_1 \cdot v_1$

hinaus:  $I_V^{(2)} = A_2 \cdot v_2$

$$\Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2$$

### 1.6.3 Die Bernoulligleichung

Strömung unter Einfluss Druckkräfte und Schwerkraft (keine Reibung!)



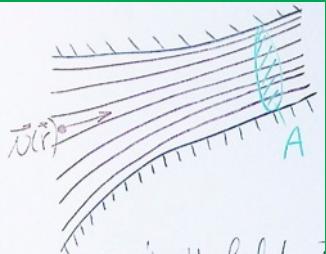
Energiebilanz für Gewegung der Fl.

Arbeit  $\Delta W$  (Druckkräfte)  $- \Delta E_{\text{kin}} + \Delta E_{\text{pot}}$

$$\Rightarrow p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Gesamtdruck:  $p_0 = p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h = \text{statischer Druck} + \text{dynamischer Druck} + \text{Schweredruck}$

**Repetition: Strömungen in Flüssigkeiten:**  
Stationäre, laminare Strömungen



Geschwindigkeitsfeld  $\vec{v}(\vec{r})$  Zeitunabhängig  
Volumenstromstärke:

$$I_v = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A \cdot v$$

(wenn  $\vec{v}(\vec{r})$  homogen sonst:

$$I_v = \iint_A \vec{v} \cdot d\vec{A}$$

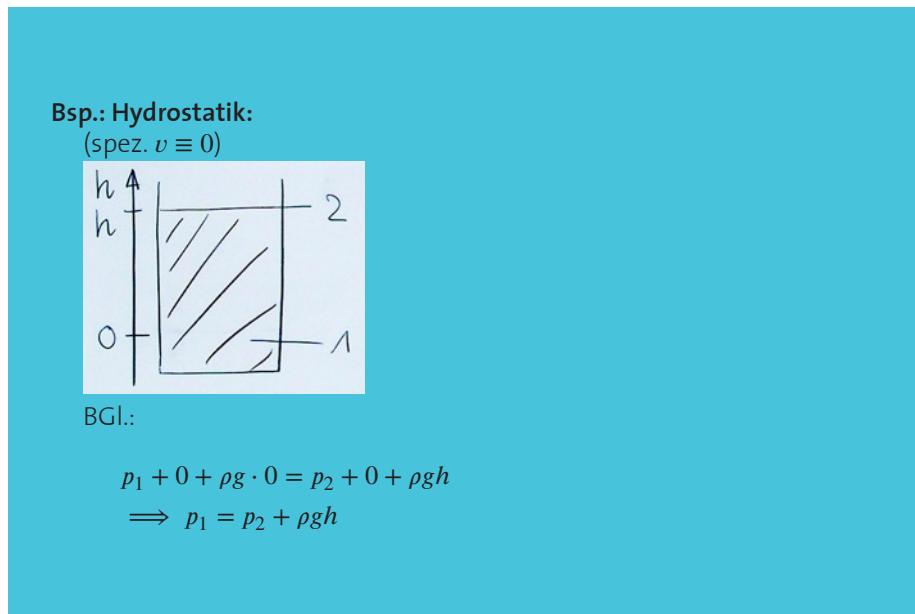
(Fluss-Integral))  
Kontinuitätsgleichung

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

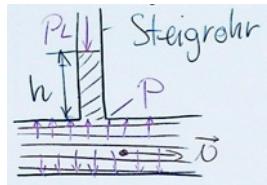
Bernoulli-Gleichung  
Entlang einer reibungsfreien laminaren Strömung gilt

$$\underbrace{p}_{\text{Gesamtdruck}} = \underbrace{p_0}_{\text{stat. Druck}} + \underbrace{\frac{1}{2} \rho v^2}_{\text{dyn. Druck}} + \underbrace{\rho g h}_{\text{Schweredruck}}$$

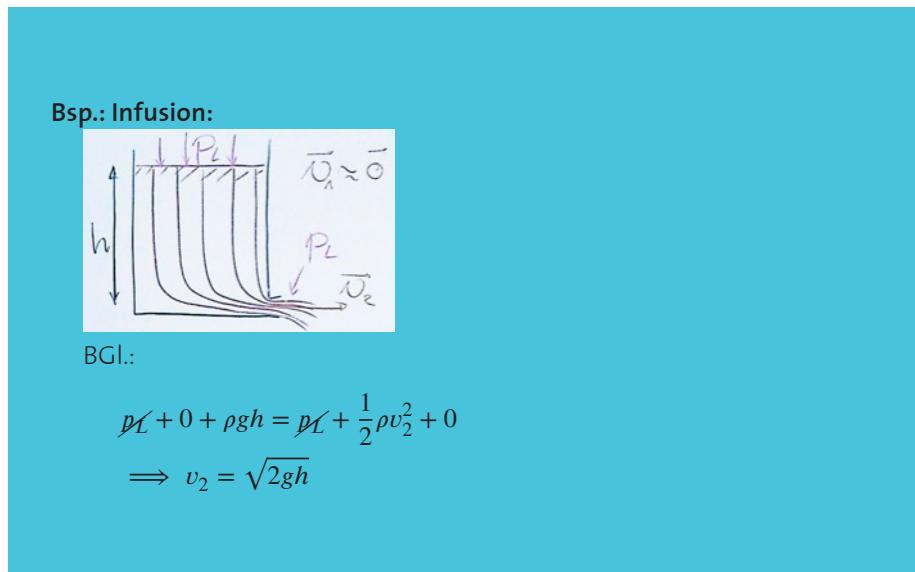
(aus Energiesatz)  $h$  nach oben!



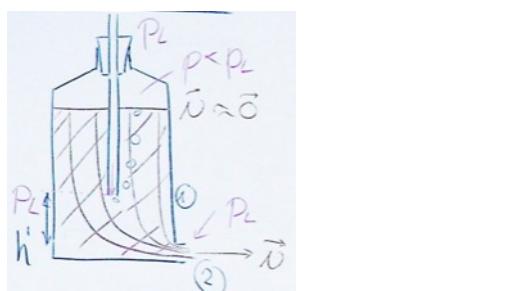
### Druckmessung in Strömungen



$$p = p_L + \rho g h$$



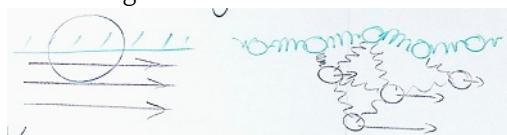
### Mariott'sche Flasche



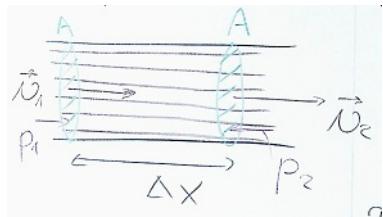
$$\Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \text{konst.}$$

### 1.6.4 Innere Reibung

reale Flüssigkeiten



Konsequenz:



Energiesatz:

$$\underbrace{dW}_{\text{Druckkräfte}} = dE_{\text{kin}} + dE_{\text{pot}} + \underbrace{dW_R}_{\text{innere Reibung}}$$

$$\text{BGl: } p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \frac{\Delta F_R}{A}$$

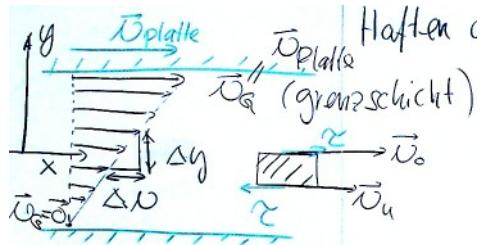
Kontinuitätsgleichung:

$$v_2 = v_1 !$$

$$\Rightarrow p_2 \neq p_1; p_2 - p_1 = \Delta p = -\frac{\Delta F_R}{A}$$

$\Rightarrow$  Druckabfall entlang Strömung

### 1.6.5 Das Newtonsche Reibungsgesetz



Haften der Grenzschicht!  
dynamische Schubspannung  
Newtons Gesetz:

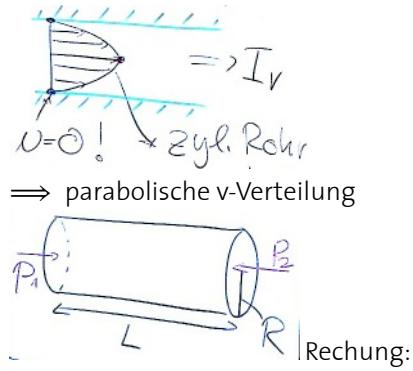
$$\tau = \eta \frac{dv}{dy}$$

Geschwindigkeitsgefälle

$\eta$  Viskosität

$[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s}$

1 Poise = 1 P = 0.1 Pa · s

**Rohrströmungen**

$$v(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta L} (R^2 - r^2)$$

$$\Rightarrow I_v = \iint_A \vec{v}(r) \cdot d\vec{A}$$

**1.6.6 Gesetz von Hagen-Poiseuille**

$$I_v = \frac{\pi R^4}{8\eta L} (p_1 - p_2)$$

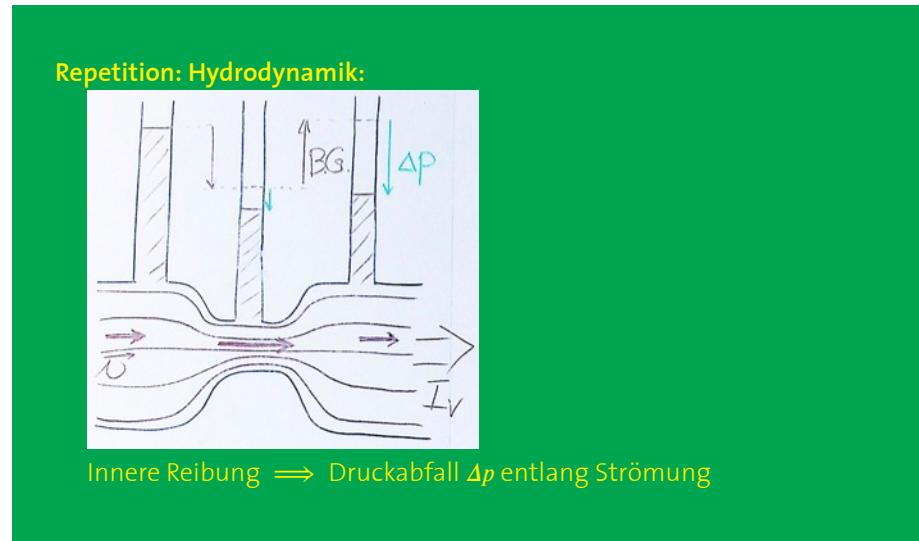
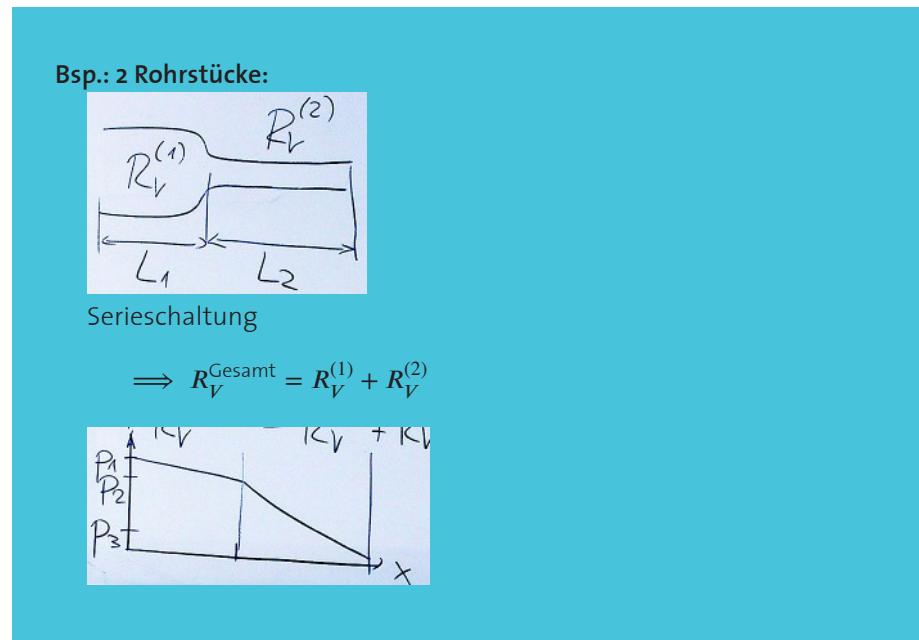
$$I_v \sim R^4$$

Def.: Rohrwiderstand:

$$I_v = \frac{p_1 - p_2}{R_V}$$

$$\Rightarrow R_V = \frac{8\eta L}{\pi R^4}$$

**Rohrsysteme**



**Newton'sches Reibungsgesetz**

dynamische Schubspannung

$$\tau = \eta \frac{dv}{dy}$$

$\eta$ : Viskosität

$$[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s}$$

**Rohrströmungen**

$$I_v = \frac{\pi R^4}{8\eta L} (p_1 - p_2) = (A\bar{v})$$

Rohrwiderstand

$$I_v = \frac{p_1 - p_2}{R_v}$$

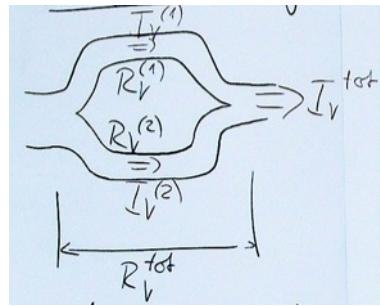
( cf.  $I = \frac{U}{R}$  )

Gesetz von Hagen-Poiseuille

Serie:

$$R_v^{\text{tot}} = R_v^{(1)} + R_v^{(2)}$$

**Parallelschaltung**



$$\Rightarrow \frac{1}{R_V^{\text{tot}}} = \frac{1}{R_V^{(1)}} + \frac{1}{R_V^{(2)}}$$

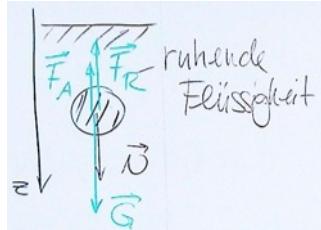
**1.6.7 Das Stokesche Reibungsgesetz**

Bsp.: Kugel in Strömung:

The diagram shows a sphere in a flow field with velocity  $\vec{v}$ . The drag force is  $\vec{F}_R$ . The friction coefficient is given as  $c_{KF} = -c_{FK}$  (B, N, P.).

$$F_R = \underbrace{6\pi R}_{\text{Kugel}} \eta v$$

Anwendung: Sedimentation



2.N.P.

$$ma = mg - m_{Fl} \cdot g - 6\pi R \cdot \eta \cdot v$$

Exp.

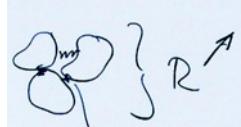
$$v = \text{konst.} \implies a = 0$$

$$v_s = \frac{mg - m_{Fl}g}{6\pi R \eta}$$

$$v_s = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3(\rho_K - \rho_{Fl})}{6\pi R \eta} \cdot g$$

$$v_s = \frac{2(\rho_K - \rho_{Fl})}{9\eta} g R^2$$

$\frac{50 \text{ mm}}{30 \text{ min}} \rightarrow \text{Pferdeblut}$



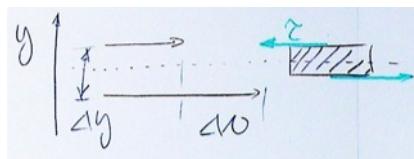
WW zwischen Blutkörperchen

Mann:  $3 - 7 \frac{\text{mm}}{\text{h}}$

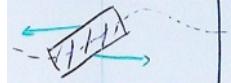
Frau:  $7 - 11 \frac{\text{mm}}{\text{h}}$

Baby:  $1 - 2 \frac{\text{mm}}{\text{h}}$

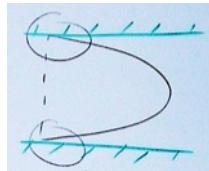
### 1.6.8 Turbulente Stömungen



$\frac{\Delta v}{\Delta y}$  grösser  $\implies$



Wirbelbildung

**Rohrströmung**
 $\frac{\Delta v}{\Delta y}$  gross

Ab wann Turbulenz?

Reynoldsche Zahl  $Re$ 

$$Re = \frac{2R\rho}{\eta} \cdot \overline{v}$$

mittlere Strömungsgeschwindigkeit

**Turbulenzkriterium**

$$Re \gtrsim \underbrace{2300}_{\text{zyl. Röhre}}$$

kritische Geschwindigkeit  $v_{\text{krit}}$ 

$$Re = \frac{2R\rho}{\eta} \underbrace{\overline{v}}_{v_{\text{krit}}} = 2300$$

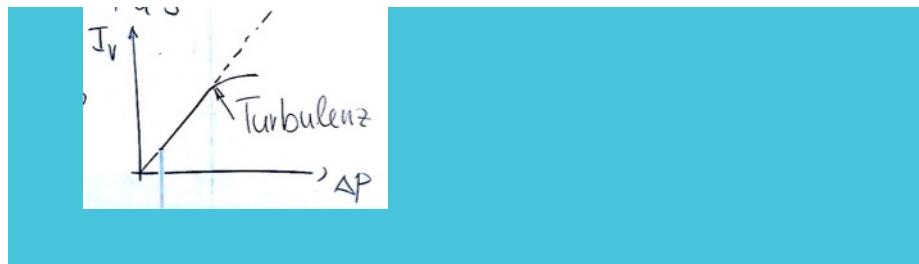
**Bsp.: Blutströmung:**  
mittlere Strömungsgeschwindigkeit  $\bar{v}$

$$\text{H.P: } I_V = \frac{\pi R^4}{8\eta L} \Delta p = A\bar{v} = \pi R^2 \bar{v}$$

$$\bar{v} = \frac{R^2}{8\pi L} \Delta p$$

Blut:  $\rho = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ;  $\eta \approx 4 \cdot 10^{-3} \text{Pa} \cdot \text{s}$   
Aorta:

$$\left. \begin{array}{l} R \approx 1 \cdot 10^{-2} \text{m} \\ L \approx 0.4 \text{m} \\ \Delta p \approx 40 \text{Pa} \end{array} \right\} \bar{v} = 0.3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow Re = 1500$$



### Kapillare

$$\left. \begin{array}{l} R \approx 4 \cdot 10^{-6} \text{ m} \\ L \approx 0.001 \text{ m} \\ \Delta p \approx 10^3 \text{ Pa} \end{array} \right\} \overline{v} = 5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad Re = 0.001 \implies \text{nie Turbulent}$$

**Repetition: Hydrodynamik:**  
Das Stoke'sche Reibungsgesetz

$$F_R = 6\pi R \eta v$$

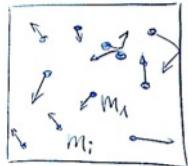
Turbulente Strömung  
Reynoldszahl  $Re = \frac{2R\rho}{\eta} \bar{v}$   
Turbulenzkriterium:  $\bar{v} \gtrsim v_{\text{krit}}$   
Rohrströmung:  $Re \gtrsim 2300$

## Kapitel 2

# Thermodynamik (Wärmelehre)

Gesetz der Mechanik angewandt auf sehr viele Teilchen

### 2.1 Modell des idealen Gases



$N$  Teilchen  
ideales Gas

- Teilchen punktförmig
- WW nur während Stößen

$m_i, \vec{r}_i(t), \vec{v}_i(t) \implies$  vollständige Beschreibung  
 $\implies$  ist irrelevant (unmöglich bei  $N \approx 10^{23}$ )

TD: Wichtige Größen des gesamten Gases, die sich zeitlich nicht ändern!

#### 2.1.1 Zustandsgrößen

Innere Energie

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i v_i^2 \stackrel{!}{=} \text{konst.}$$

Wieso?



Einzelstöße erhalten kinetische Energie!

**mittlere Energie pro Teilchen**

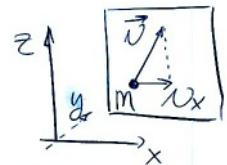
$$\overline{E_{\text{kin}}} = \frac{1}{2} \overline{mv^2} = \frac{U}{N}$$

## 2.1.2 Die Geschwindigkeitsverteilung

Nicht alle Teilchen sind gleich schnell!

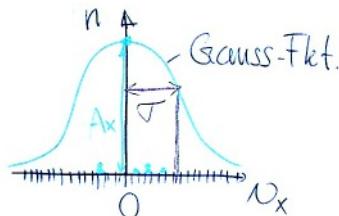
Zufallsbewegung, Stöße

⇒ Verteilung im Gas



Histogramm!

$v_x$  ist Zufallsvariable



Normalverteilung

$$n(v_x) = A_x e^{-\frac{v_x^2}{2\sigma^2}}$$

$$v_x = \sigma$$

$$n(\sigma) = A_x e^{-\frac{1}{2}} \approx 0.6 \cdot A_x$$

⇒  $v_x$ -Verteilung bleibt konstant, die einzelnen Teilchen änder dauernd  $\vec{v}$ .

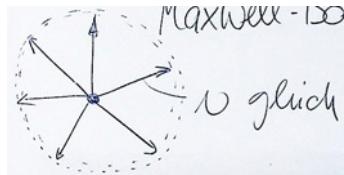
⇒ Mittelwert  $\overline{v_x} = 0$

Wichtiger: Verteilung der Schnelligkeit

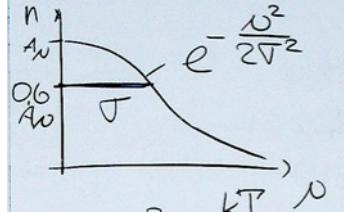
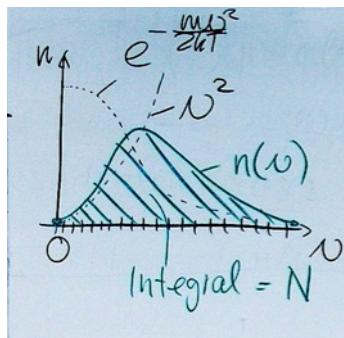
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \geq 0$$

Resultat:

$$n(v) = A_v v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$



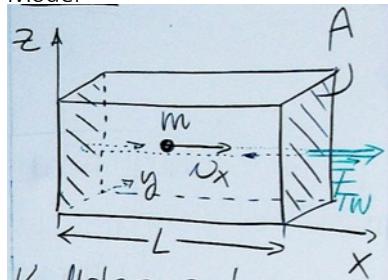
Maxwell-Boltzmann-Geschwindigkeitsverteilung



$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{kT}{m}$$

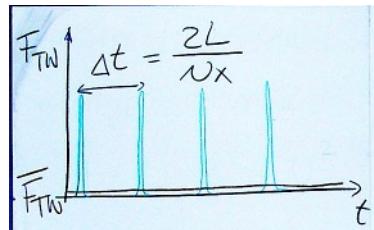
### 2.1.3 Der Gasdruck

Modell



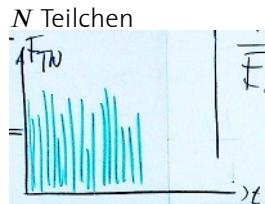
Kraftstoss auf Wand:

$$\Delta p_x = 2mv_x = \int F_{TW} \cdot dt$$



$$\Delta p_x = \overline{F_{TW}} \cdot \Delta t = \overline{F_{TW}} \cdot \frac{2L}{v_x}$$

$$\overline{F_{TW}} = \frac{mv_x^2}{L}$$



$\Rightarrow$  Brownsche Bewegung  
Druck  $p$ :

$$p = \frac{\overline{F_{TW}}}{A} \cdot N \cdot \underbrace{\frac{1}{3}}_{\text{Bewegung in } x\text{-Richtung}}$$

$$p = \frac{1}{3} N \frac{m \bar{v}^2}{V}$$

$$\overline{E_{kin}} = \frac{1}{2} m \bar{v}^2$$

$$\Rightarrow p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \overline{E_{kin}}$$

## 2.2 Temperatur

...was ist das eigentlich?

All diese Größen beschreiben einen bestimmten Zustand des Gases.

Zustandsänderungen (äußere Einwirkung)

$\Rightarrow$  Zustandsgleichung (ideales Gas)

Für 1 mol =  $6.02 \cdot 10^{23}$  Teilchen =  $N_A$  (Avogadro-Konstante)

$$p \cdot V = R \cdot T$$

$R$ : universelle Gaskonstante

**Def.:**

$$1 \text{ mol } {}^{12}\text{C} \equiv 12.0 \text{ g}$$

$$R = 8.31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

*T* in Kelvin!**Bsp.: Volumen verringern (*T* = konst.):**

$$p = \frac{RT}{V}$$

**Bsp.: Abkühlen (*p* = konst.):**

$$V = \frac{R}{p} \cdot T$$

Für  $v$  mole:

$$p \cdot V = v \cdot R \cdot T$$

Für Gasgemische:

$$v_1, v_2, v_3, \dots \text{ mole}$$

$$\Rightarrow pV = (v_1, v_2, v_3 + \dots) \cdot RT$$

Partialdruck:

$$p_i = v_i \cdot \frac{RT}{V}$$

## KAPITEL 2. THERMODYNAMIK (WÄRMELEHRE)

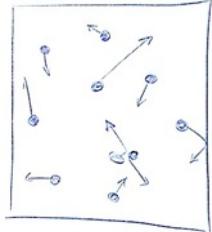
### 2.2. TEMPERATUR

---

mit

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots$$

**Repetition: Thermodynamik:**  
Modell des idealen Gases



$N$  Teilchen ( $10^{23}!$ )  
 $m_i, \vec{r}_i(t), \vec{v}_i(t)$  Zustand des Gases:

- Innere Energie

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

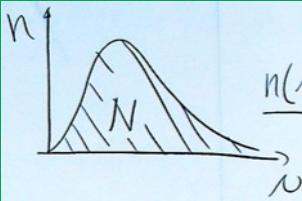
- Mittlere kinetische Energie pro Teilchen:

$$\overline{E_{\text{kin}}} = \frac{U}{N}$$

- Gasdruck:

$$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \overline{E_{\text{kin}}}$$

- Temperatur: ...
- Maxwell-Boltzmann-Geschwindigkeitsverteilung



$$n(v) = A_v v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

Stellt sich durch Stöße ein!

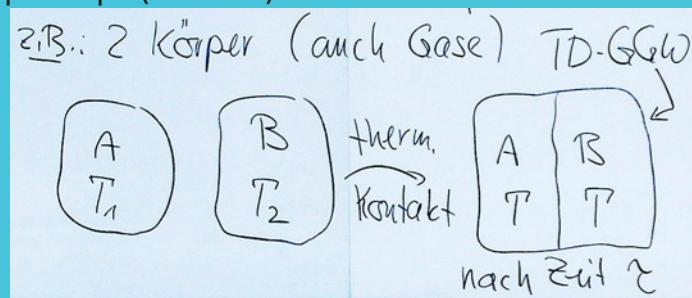
Zustandsgleichung

$$p \cdot V = \underbrace{n}_{\text{Anzahl Mole}} \cdot \underbrace{R}_{\text{universelle Gaskonstante} = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}} \cdot T$$

### 2.2.1 Was ist Temperatur

**Def.: thermodynamisches Gleichgewicht:**  
Zustandsgrößen sind zeitlich konstant

Bsp.: 2 Körper (auch Gase):



### 2.2.2 Wärmeaustausch

- Berührung (Wärmeleitung)
- Wärmestrahlung ( $\rightarrow$  später)

$\rightarrow$  Temperaturmessung!

### Temperatur beim idealen Gas

1 mol :

$$p \cdot V = RT$$

$$p \cdot V = \frac{2}{3} N_A \overline{E_{\text{kin}}}$$

$$\Rightarrow \overline{E_{\text{kin}}} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{3}{2} k T$$

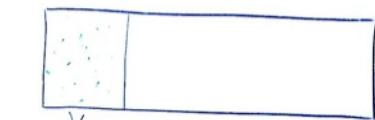
Boltzmann-Konstante =  $1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$

$\Rightarrow$  Temperatur  $\approx$  Energie

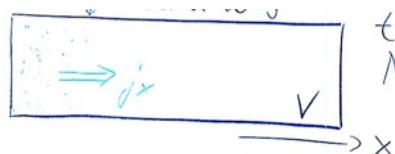
$$\Rightarrow \overline{E_{\text{kin}}} = \frac{1}{2} \overline{mv^2} = \frac{3}{2} kT$$

TD-GGW: weitere Situation

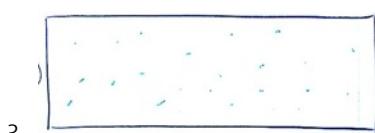
## 2.3 Diffusion



1.  $N$  Teilchen TD-GGW

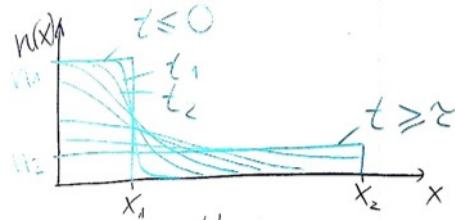


2.  $t = 0$   
Nicht-GGW, zeitlich veränderlich Diffusionsstromdichte  $j_x$



3.  $t = \tau$   
TD-GGW

### 2.3.1 Quantitative Beschreibung



alles gleiche Fläche

Teilchendichte  $n(x)$

zeitliche Änderung von  $n(x)$

Ursache: Dichtegefälle

1.

$$n_1 = \frac{N}{V_1}$$

2.

$$[j_x] : \text{Teilchen/m}^2\text{s}$$

3.

$$n_2 = \frac{N}{V}$$

$$j_x = -D \cdot \frac{dn}{dx}$$

Fick'sche Diffusionsgleichung

$D$ : Diffusionskonstante

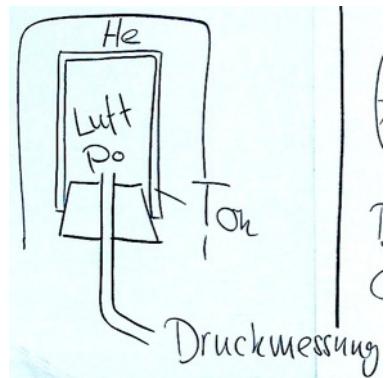
$$[D] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Man findet:  $D \sim \underbrace{\bar{l}}_{\text{mittlere freie Weglänge}} \cdot \underbrace{\bar{v}}_{\text{mittlere Schnelligkeit}}$

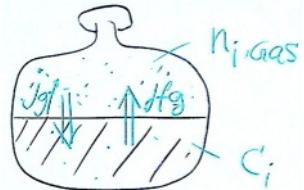
In Lösungen

$$\left. \begin{aligned} c_i &= \frac{v_i}{V_{\text{Lsg.}}} \\ j_x &= -D \cdot \frac{dc_i}{dx} \end{aligned} \right\}$$

### 2.3.2 Diffusion durch porösen Ton



### 2.3.3 Gasaufnahme in Flüssigkeiten



Diffusion Gas  $\rightleftharpoons$  Flüssigkeit  
Gleichgewichtskonzentration  $c_i^S$  (Sättigungskonzentration)

Im TD-GGW

$$j_{gf} = j_{fg}$$

Prozesse:  $j_{gf}$ :

$$j_{gf} \sim n_{i,\text{gas}} \sim \underbrace{p_i}_{\text{Partialdruck}}$$

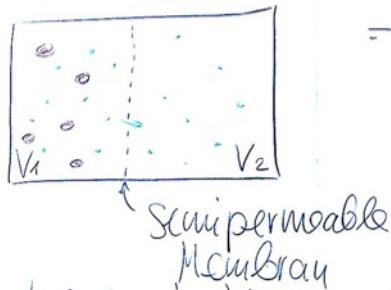
$j_{fg}$ :  
 $\Rightarrow j_{fg} \sim c_i$   
 $\Rightarrow c_1 \sim p_i$   
 Henry-Dalton-Gesetz:

$$c_i^S = K(T) \cdot p_i$$

$K(T)$ : Gassorte, Flüssigkeit  
 $K(T) \searrow$  wenn  $T \nearrow$

## 2.4 Osmose

Im TD-GGW



Druck:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

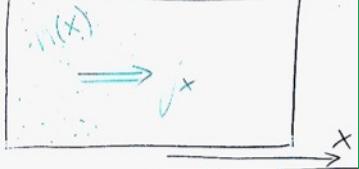
$$\Rightarrow p = \frac{n \cdot N_A \cdot k \cdot T}{V} = n \cdot kT$$

Druck in  $V_1$  :  $p = n_{\text{A}} \cdot kT + n_{\text{B}} \cdot kT$

in  $V_2$  :  $p = n_{\text{B}} \cdot kT$

$\Rightarrow \Delta p = n_{\text{A}} \cdot kT$  osmotischer Druck (auch in Lösungen!)

Repetition: Diffusion:



Gase:  $j_x = -D \frac{dn}{dx}$  Konzentration  $c_i = \frac{v_i}{V_{\text{Lsg}}}$

Lösungen:  $j_x = -D \frac{dc}{dx}$

Diffusionskonstante

$$D \sim \underbrace{\bar{l}}_{\substack{\text{hohe Dichte} \\ \rightarrow \text{langsam}}} \cdot \underbrace{\bar{v}}_{\substack{\text{kleine Massen} \\ \rightarrow \text{Schnell}}}$$

Gasaufnahme in Flüssigkeiten

$$c_i^S = K(T) \cdot p_i$$

Osmose

Gase:  $\Delta p = n_{\bullet} \cdot kT$   
 Lösungen:  $p_{\text{osm.}} = c_{\bullet} \cdot RT$

$$\left( \text{aus } c_{\bullet} \cdot R = \frac{v}{V} R = \underbrace{\frac{v \cdot N_A}{V}}_{n_{\bullet}} k \right)$$

## 2.5 Physiologische Kochsalzlösung

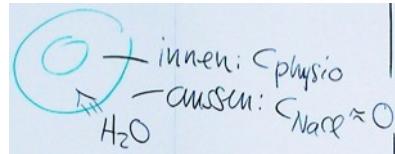
$$c_{\text{physio}} = 9 \frac{\text{g}}{\text{l}} = \frac{v}{V_{\text{Lösg}}}$$

Molmasse:  $m_{\text{NaCl}} = 23 \text{ g} + 35.5 \text{ g} = 58.5 \text{ g} \hat{=} 6.02 \cdot 10^{23} \text{ NaCl Paare!}$

$$c = \frac{9 \frac{\text{g}}{\text{l}}}{58.5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 2 = 0.308 \frac{\text{mol}}{\text{l}} = 308 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$$

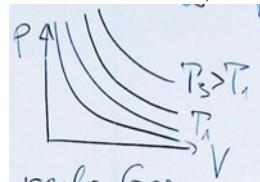
$$p_{\text{osm.}} = c \cdot R \cdot T = 308 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \cdot 8.31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 310 \text{ K} = 7.93 \cdot 10^5 \text{ Pa} \approx 8 \text{ bar}$$

Infusion mit reinem Wasser: Hämolyse

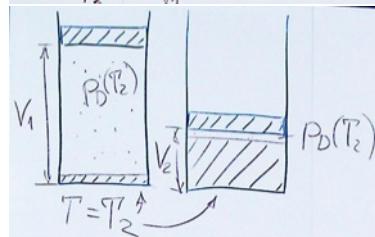
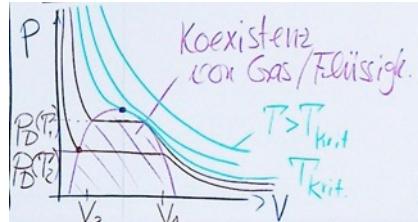


## 2.6 Der Dampfdruck

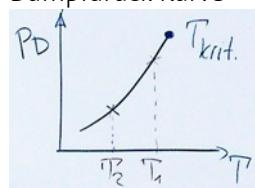
ideales Gas  $p = \frac{R \cdot T}{V}$



reales Gas

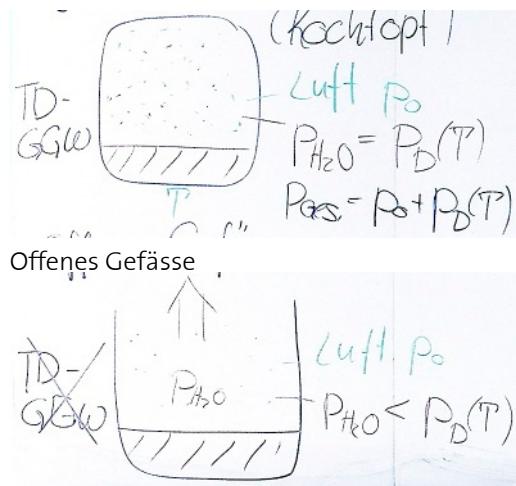


Dampfdruck-Kurve



2 Situationen

Geschlossenes Gefäß (Kochtopf)



## 2.7 Luftfeuchtigkeit

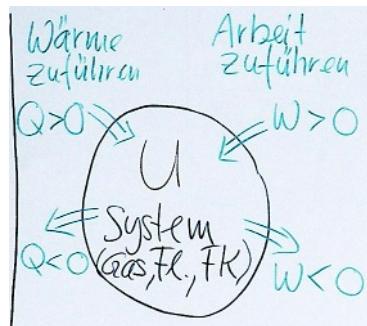
absolute LF  $f_a = \frac{m_{H_2O}}{V}$  in  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

relative LF  $f_r = \frac{p_{H_2O}}{p_D(T)}$  in %

$f_r = 100\% \Rightarrow$  Kondensation

$$p_{H_2O} = \underbrace{\frac{m_{H_2O}}{M_{H_2O}}}_{v_{H_2O}} \cdot \frac{R \cdot T}{V} = f_a \cdot \frac{RT}{M_{H_2O}}$$

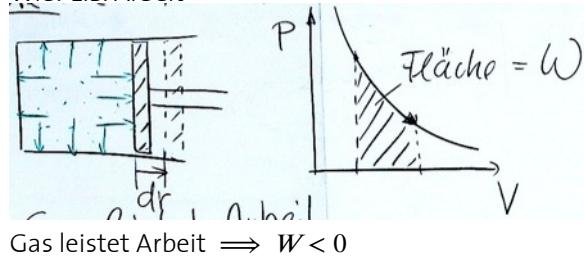
## 2.8 1. Hauptsatz der Wärmelehre



Prozess: Man tut etwas mit dem System

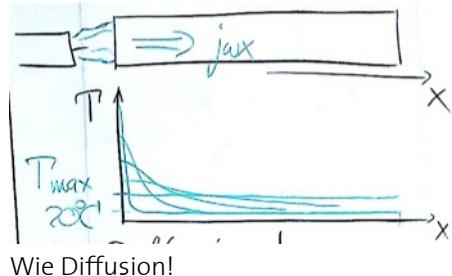
$$\Delta U = U_{\text{nach Prozess}} - U_{\text{vor Prozess}} = Q + W$$

Wie? z.B. Arbeit



Gas leistet Arbeit  $\Rightarrow W < 0$

## 2.9 Wärmeleitung

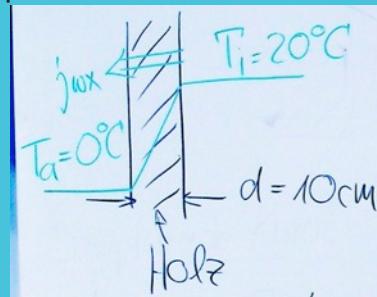


Wie Diffusion!

$$j_{wx} = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx}$$

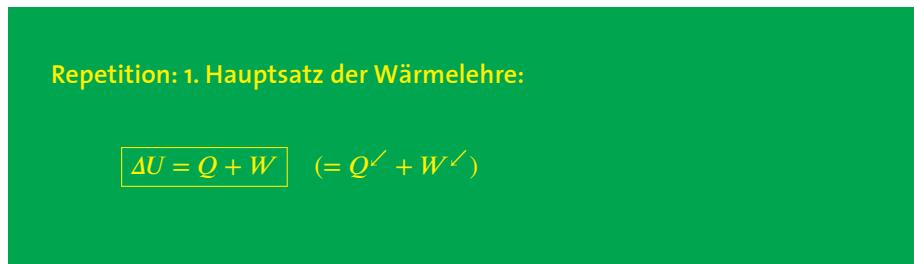
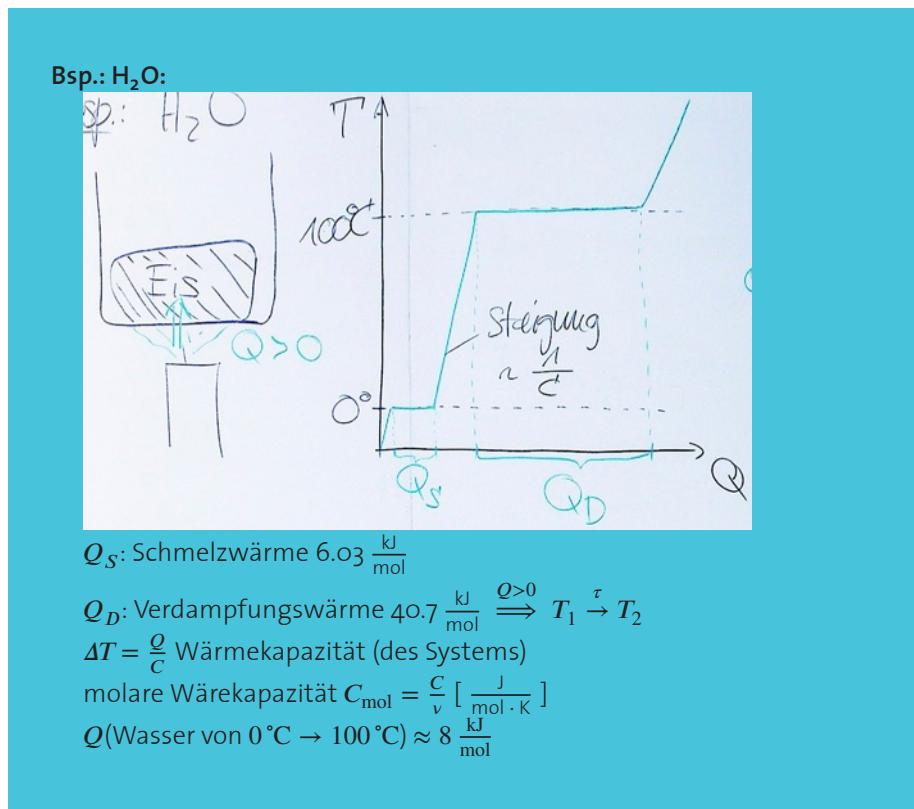
$\lambda$  Wärmeleitzahl [ $\frac{W}{K \cdot m}$ ] stark materialabhängig

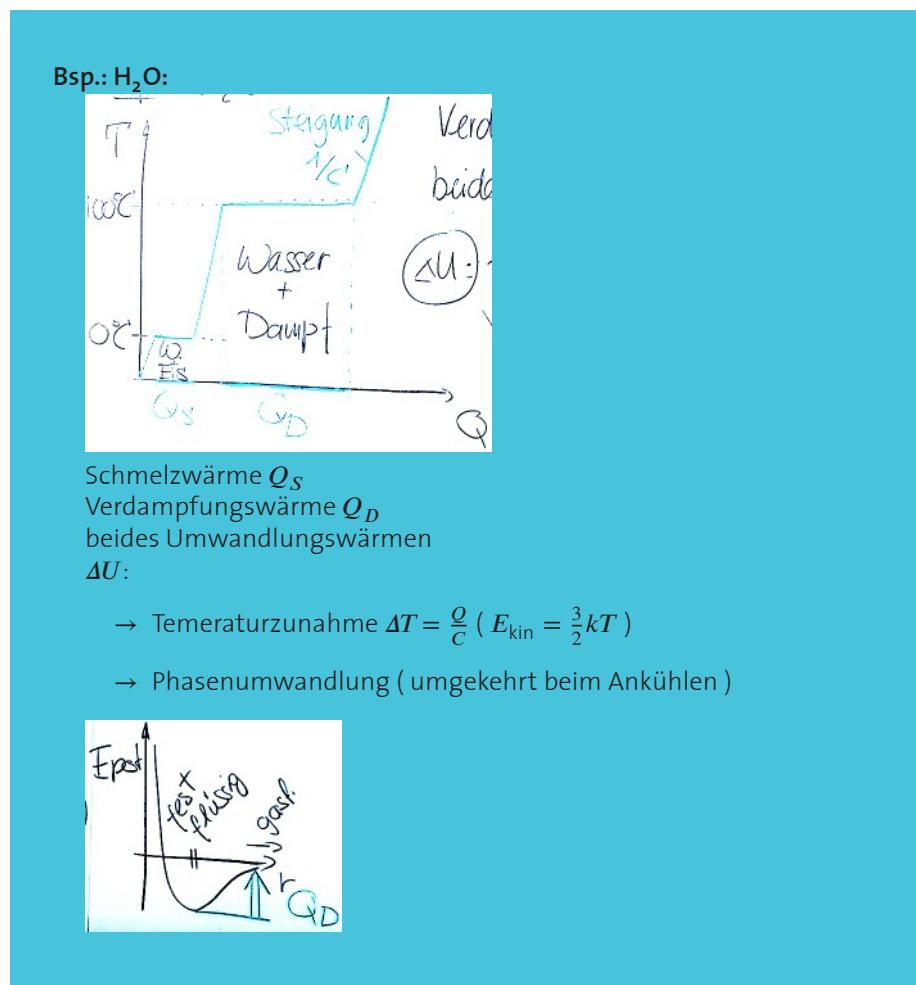
Bsp.:



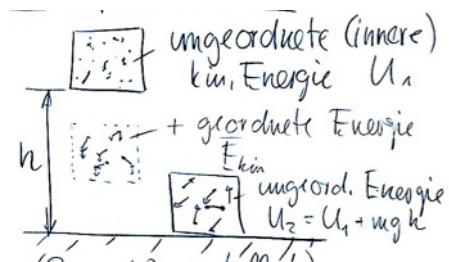
$$\lambda = 0.1 \frac{W}{K \cdot m}$$

$$j_{wx} = -0.1 \frac{W}{K \cdot m} \cdot \frac{20 K}{0.1 m} = 20 \frac{W}{m^2}$$





## 2.10 2. Haupsatz der WL



Bsp.:  
Wasserfall

**Prozess ist irreversibel!**

2. HS: Welcher Anteil an ungeordneter Energie lässt sich wieder in geordnete Energie umwandeln?

Def.: Entropie:  
Entropie  $S$  = Mass für die Unordnung

Antwort: freie Energie  $F = U - TS$

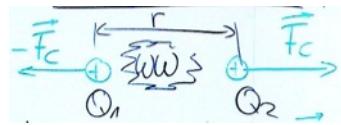
## Kapitel 3

# Elektrizitätslehre

zuerst Elektrostatik!

### 3.1 Elektrostatik

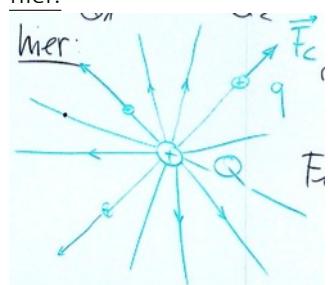
#### 3.1.1 Das Elektrische Feld



$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{m}}$$

hier:





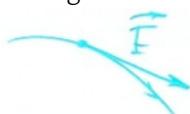
hier:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

für Punktladung

### Feldlinien

- $\vec{E}$  tangential zu FL

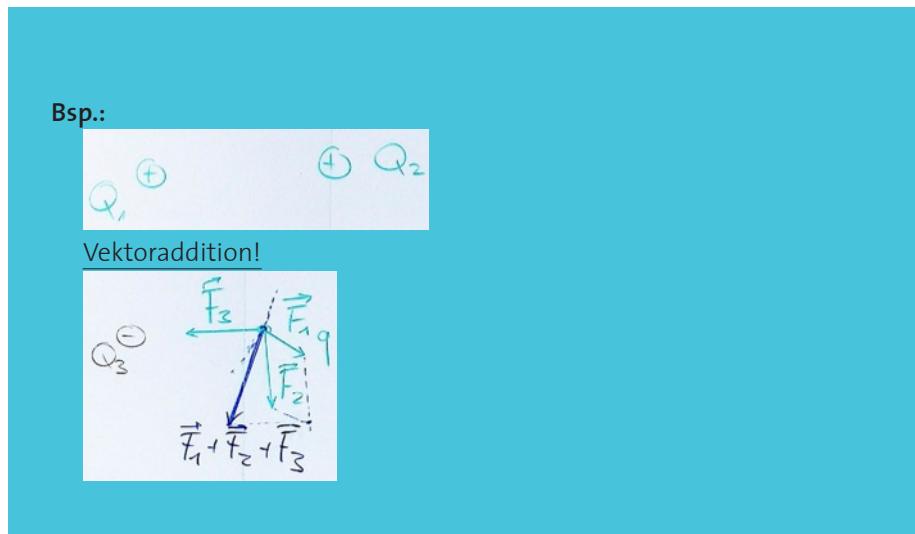


- Richtungssinn!
- Dichte der FL  $\sim |\vec{E}(\vec{r})|$

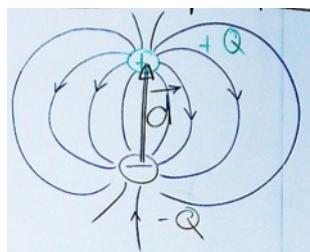
- Vorzeichen:



### Mehrere Punktladungen



### Das Dipolfeld

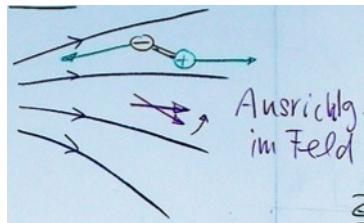


Def.: Dipolmoment:

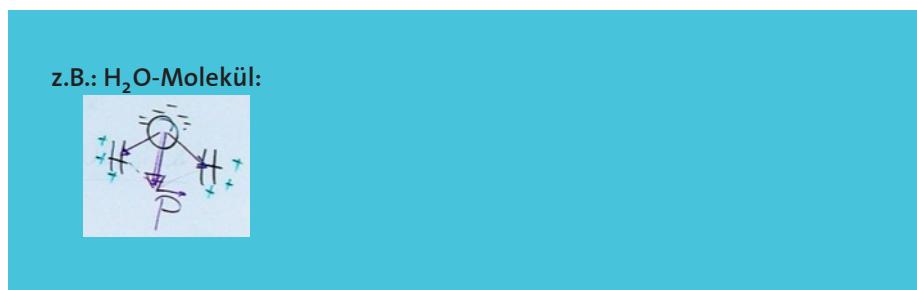
$$\vec{p} = Q \cdot \vec{d}$$



**Dipol in äusserem Feld**



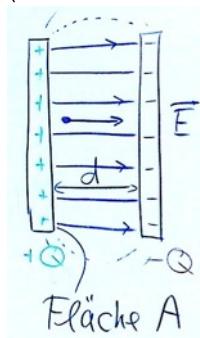
- Drehmoment
- Kraft (inhomogenes Feld)



**Homogenes  $\vec{E}$ -Feld**

**Plattenkondensator**

(kontinuierliche Ladungsverteilung)

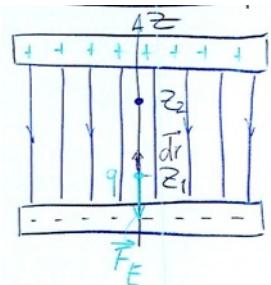


Im Innern:

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

Aussen:  $E \approx 0$

### 3.1.2 Die Elektrische Spannung



Arbeit von mir

$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_{z_1}^{z_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = qE(z_2 - z_1) > 0$$

$$(\vec{F} = -\vec{F}_E = -q\vec{E} = \text{konst.})$$

**Def: elektrische Spannung:**

$$U_{21} = \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{q}$$

( = Arbeit / Ladung )

$$[U] = \frac{\text{J}}{\text{C}} = \text{V}$$

**Repetition: Die elektrische Spannung:**

$\vec{E}(\vec{r})$  hier homogen  
Probeladung  $q$   
Arbeit  $W_{1 \rightarrow 2} = \int_{z_1}^{z_2} \underbrace{\vec{F}}_{\text{"meine Kraft"} \vec{F} = -\vec{F}_E = -q \cdot \vec{E}} \cdot d\vec{r} = q \cdot E(z_2 - z_1)$

**Def.: Spannung:**

$$U_{21} = \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{q}$$

konservatives Kraftfeld

$\Rightarrow W_{1 \rightarrow 2}$  unabhängig vom Weg

$\Rightarrow W_{1 \rightarrow 2} = E_{\text{pot}}(z_2) - E_{\text{pot}}(z_1)$

Das **elektrische Potential**

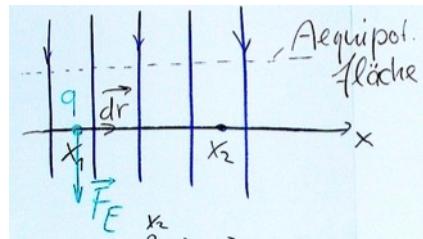
$$\varphi(x) = \frac{E_{\text{pot}}(z)}{q}$$

$$\Rightarrow U_{21} = \varphi(z_2) - \varphi(z_1)$$

Spannung = Potenitaldifferenz

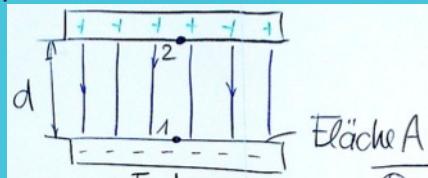
**Bsp.:**  
 hier  $W_{1 \rightarrow 2} > 0$   
 $z_2$  liegt auf höherem Potential

### 3.1.3 Bewegung $\perp \vec{E}$ -Feld



$$\begin{aligned} W_{1 \rightarrow 2} &= \int_{x_1}^{x_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0 \\ &= U_{21} = 0 \\ &= \varphi(x_2) - \varphi(x_1) \end{aligned}$$

**Bsp.: Plattenkondensator:**



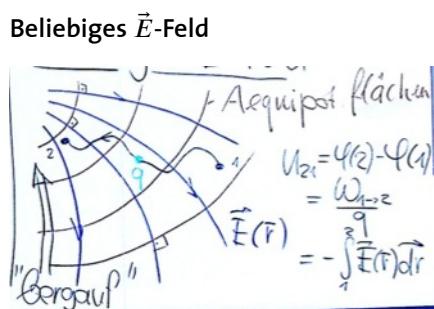
$$U_{21} = -\frac{qEd}{q} = \underbrace{Ed}_{E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}} = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

$$U_{21} = U \implies E = \frac{U}{d} \quad \left[ \frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$$

Def.: Kapazität:

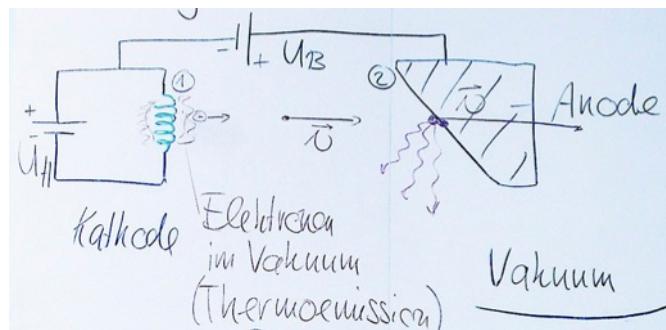
$$C = \frac{Q}{U}$$

Plattenkondensator  $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$



$$\begin{aligned} U_{21} &= \varphi(2) - \varphi(1) \\ &= \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{q} \\ &= - \int_1^2 \vec{E}(r) dr \end{aligned}$$

**Beschleunigung in Röntgenröhre**



$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} \varphi(2) &> \varphi(1) \\ q = -e \end{aligned} \right\} \quad E_{\text{pot}}(2) &< E_{\text{pot}}(1) \\ \text{EEH: } -e\varphi(1) + \underbrace{\frac{1}{2}mv_1^2}_0 &= -e\varphi(2) + \frac{1}{2}mv_2^2 \\ \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 &= e(\varphi(2) - \varphi(1)) = e \cdot U_B \end{aligned}$$

**Materialien in elektrischen Feldern**

**Metalle**

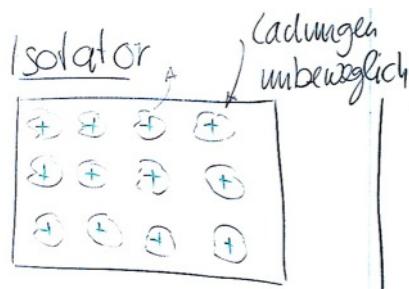


laden

$+Q$  Elektronen weg

$-Q$  Elektronen dazu

**Isolator**

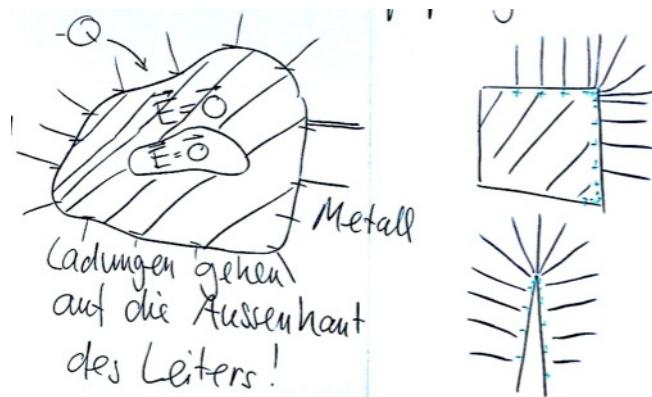


**Metalle**

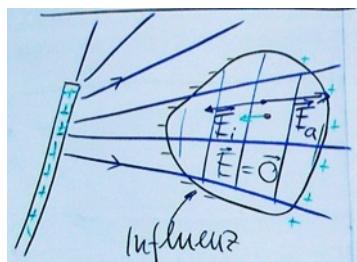
Elektrostatik  $\vec{v} = \vec{0}$

$\Rightarrow$  im Innern  $\vec{E} = \vec{0}$

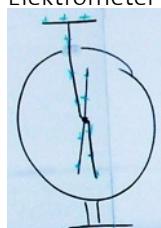
$\Rightarrow$  Metalle sind Aequipotentialgebiete



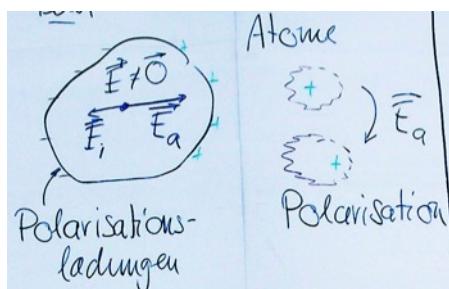
**Metall in äusserem Feld**



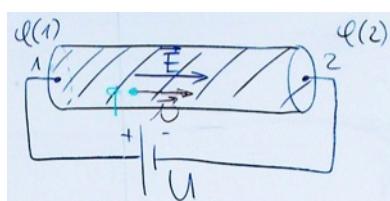
Elektrometer



**Isolator im äusseren Feld**



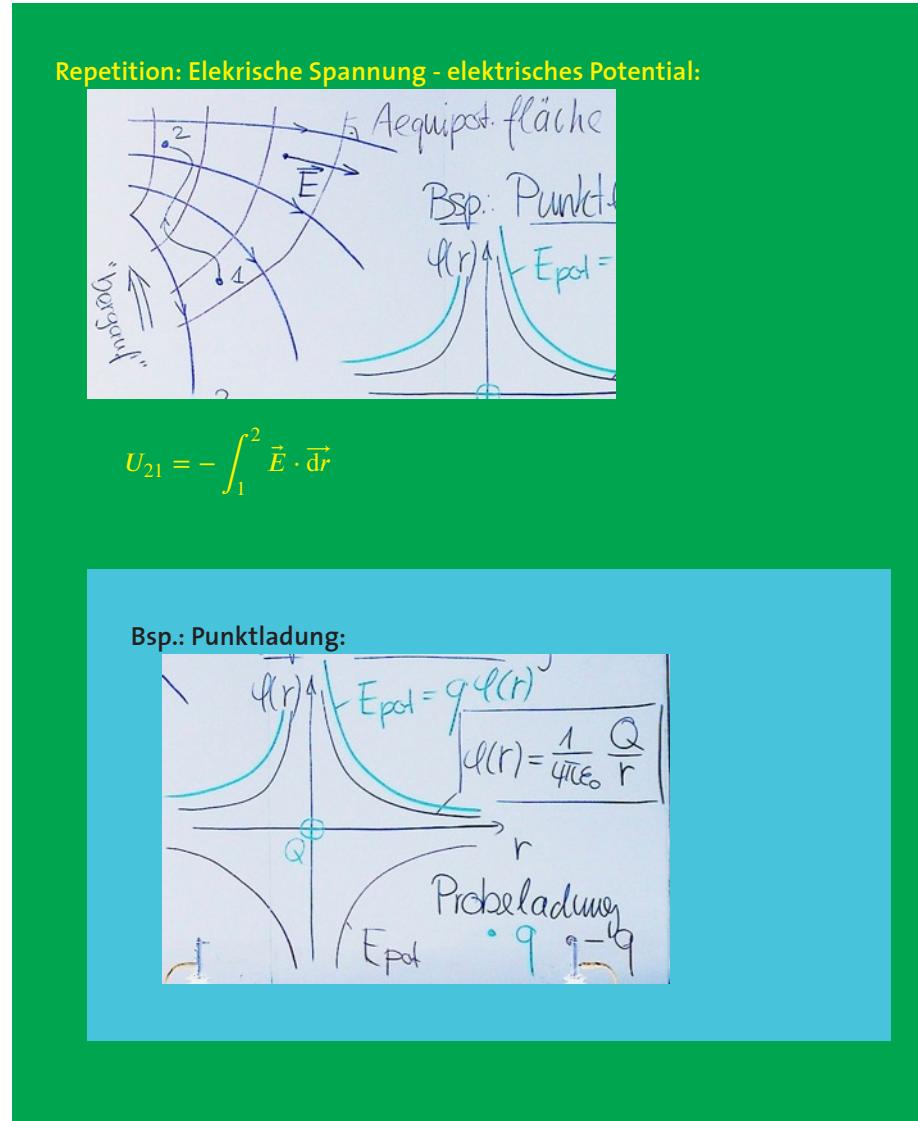
**3.1.4 Elektrische Gleichströme: Leiter**

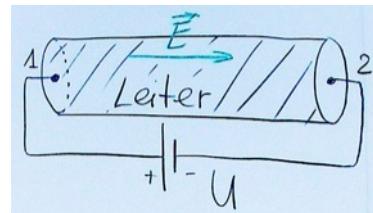


$$\Rightarrow \varphi(1) > \varphi(2)$$

$\Rightarrow$  keine Aequipotentialfläche

$\vec{E}$ -Feld beschleunigt Ladungen  
 Reibung an Ionen bremst sie  
 $\Rightarrow \vec{v} = \text{konst.}$



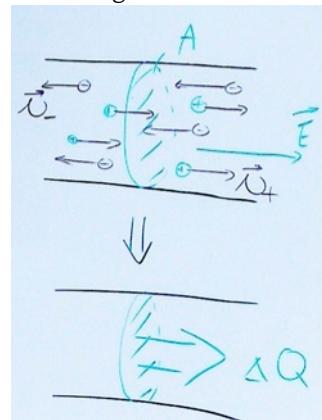


$$U_{21} = U$$

$\Rightarrow \vec{E} \neq \vec{0}$  im Leiter

$\Rightarrow$  Ladungsträger beschleunigt

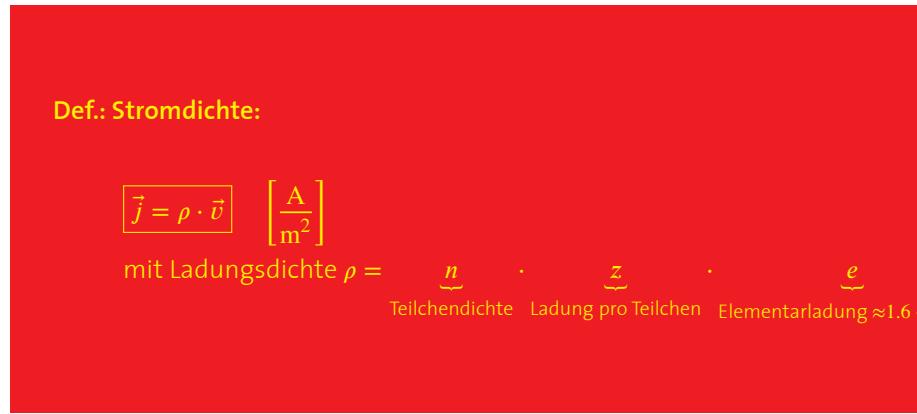
+ Reibung  $\Rightarrow \vec{v} = \text{konst.}$



pos. Stromrichtung in Feldrichtung

Def.: Stromstärke:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad [\text{A}]$$

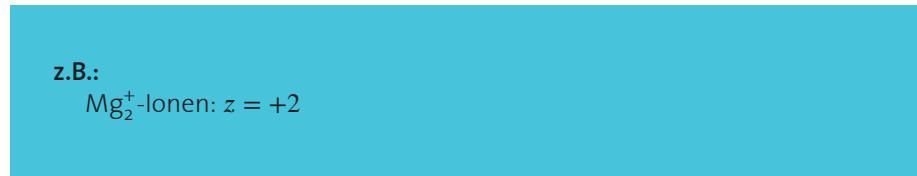


### Metalle

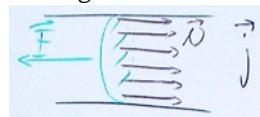
i.A. Elektronen:  $z = -1$

### Elektrolyt

$$\vec{j} = \vec{j}_+ + \vec{j}_- = n_+ z_+ e \vec{v}_+ + n_- z_- e \vec{v}_-$$



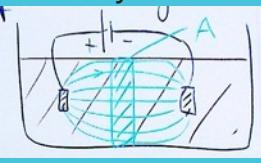
In zylindrischem Leiter:  
homogene Stromdichte



$$I = Aj \implies j = \frac{I}{A}$$

Inhomogenes  $j(\vec{r})$

Bsp.: Elektrolyt:



$$I = \iint_A \vec{j} \cdot d\vec{A}$$

### 3.1.5 Strömungsgesetze

Hydro:  $I_V = \underbrace{\frac{p_1 - p_2}{R_V}}_{\text{innere Reibung}}$

el. Strom:  $I = \underbrace{\frac{U}{R}}_{\text{Reibung an Ionen, Elektronen}} \Rightarrow$

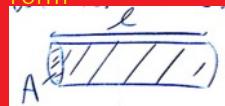
Def.: elektrischer Widerstand:

$$\boxed{R = \frac{U}{I}} \quad [\Omega]$$

hängt ab von

- Material ( $\rightarrow$  spez. Widerstand  $\rho_W$ )

- Form

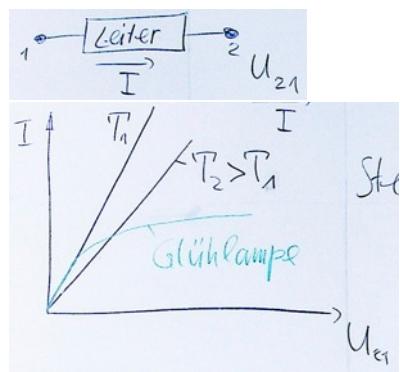


$$R = \rho_W \frac{l}{A}$$



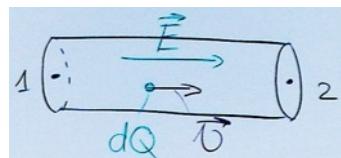
### 3.1.6 Strom-Spannung-Charakteristik

**Metall**



Steigung:  $\frac{I}{U}$   
 $\Rightarrow R = \frac{U}{I} = \text{konst.}$   
 Ohmsches Gesetz

### 3.1.7 Joulsche Wärme



$\vec{E}$ -Feld leistet Arbeit (Batterie!)

$$dW_{1 \rightarrow 2} = dQ \cdot U_{21}$$

$\Rightarrow$  elektrische Leistung:

$$P = U \cdot I$$

$$P = \frac{dW_{1 \rightarrow 2}}{dt} = \underbrace{\frac{dQ}{dt}}_I \cdot U_{21}$$

$$[W] = \text{V} \cdot \text{A}$$

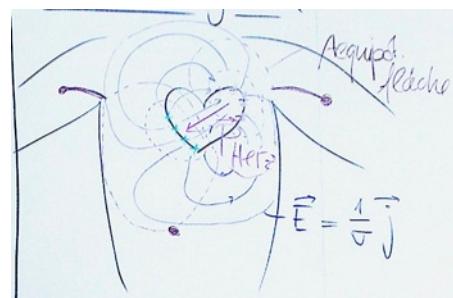
### 3.1.8 Elektrische Leitfähigkeit

$$I = \frac{1}{R} \cdot U \rightarrow [\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}] \quad (\text{von } \vec{j} = \rho \cdot \vec{v})$$

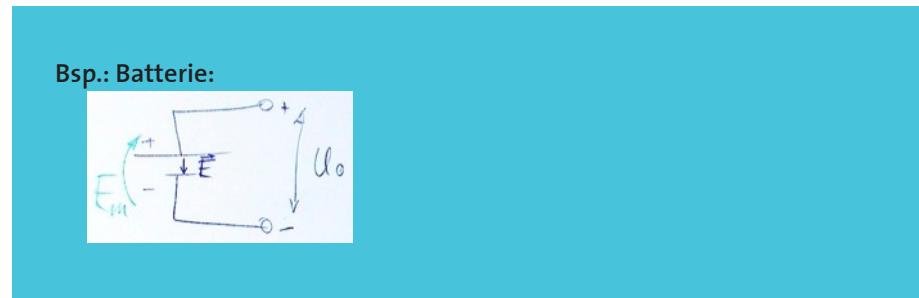
Bilanzgewinnung im ganzen Leiter  
vektorielles Gesetz gilt überall im Leiter



### 3.1.9 Elektrokardiogramm



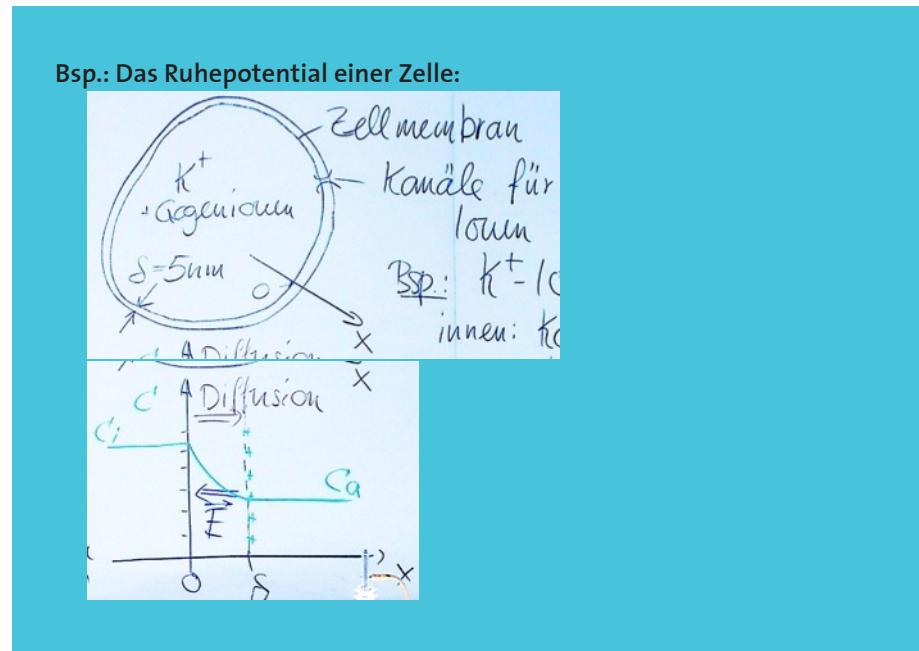
### 3.1.10 Spannungsquellen



"Elektromotorische Kraft" (EMK)

$$E_m = \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{q}$$

Leerlaufspannung  $U_0 = E_m$



**Bsp.:** $K^+$ -Ioneninnen Konz.  $c_i$ außen Konz.  $c_a$ Im GGW sorgt Körper für  $c_i > c_a$ Lösung: Konzentration in der Zellwand

$$c(x) = c_i e^{-\frac{ze \cdot E \cdot x}{kT}}$$

am äusseren Rand

$$c(\delta) = c_a = c_i e^{-\frac{ze \cdot \overbrace{E \cdot \delta}^{\text{Diff. Spannung}}}{kT}}$$

$$\text{Diff' spannung } U_D = E\delta$$

$$U_D = \frac{kT}{z \cdot e} \ln \frac{c_i}{c_a}$$

$$\text{Ruhepotential } U_D \approx 90 \text{ meV}$$

**Repetition: El. Gleichströme:**Stromstärke:

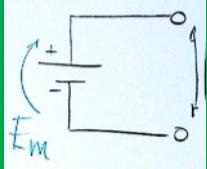
$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Stromdichte:

$$\vec{j} = \rho \cdot \vec{v}$$

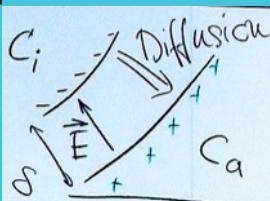
Strömungsgesetze:

$$I = \frac{U}{R} \quad \vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$$



**Spannungsquellen**  
 $E_m$ : elektromotorische "Kraft"  
 ⇒ Arbeit, um Ladung gegen E-Feld zu verschieben

**Bsp.: Zellmembran:**



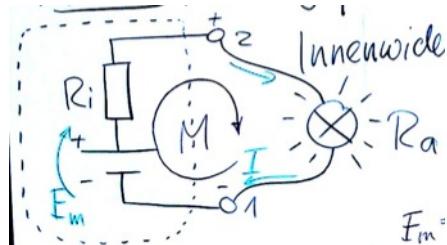
$c_i > c_a$   
 $K^+$ -Konzentration  
 $\delta = 5 \text{ mm}$   
 Diffusion transportiert Ladungen ( $K^+$ ) gegen E-Feld

$$\Rightarrow U_D = \frac{kT}{ze} \ln \frac{c_i}{c_a}$$

Ruhepotential  $\approx 90 \text{ mV}$

$$E = \frac{U_D}{\delta} = \frac{90 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{5 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 2 \cdot 10^7 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

**Reale Spannungsquellen**

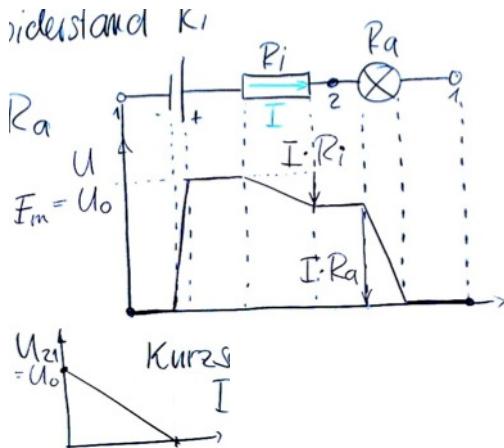


Innenwiderstand  $R_i$  Spannungsabfall am  $R_i$

$$U_i = I \cdot R_i$$

Klemmspannung

$$U_{21} = E_m - I \cdot R_i = U_0 - I \cdot R_i$$

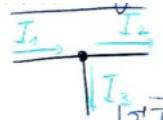


Kurzschluss:

$$I_{\max} = \frac{U_0}{R_i}$$

**3.1.11 Kirchhoffsche Maschenregel**

$$\sum E_m = \underbrace{\sum U_i}_{\text{alle Spannungsabfälle}}$$

**Kirchoffsche Knotenregel**Hier  $I_1 = I_2 + I_3$ 

$$\sum I_{\text{zufl.}} = \sum I_{\text{abfl.}}$$

(Kontinuitätsgleichung)

Wichtig: Vorzeichen

Rezept:

- 1) Stromrichtungen einzeichnen (beliebig)
- 2) Knotenregel anwenden
- 3) Maschenregel anwenden
- 4) Gleichungen nach  $I_1, I_2, \dots$  auflösen

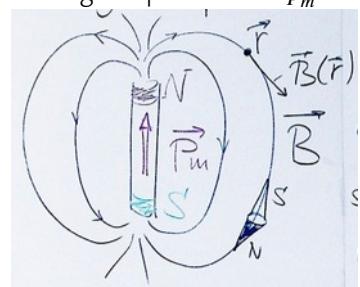
## Kapitel 4

# Magnetfelder

### 4.1 Stabmagnet

(Permanentmagnet)

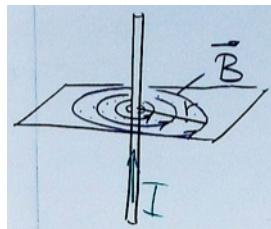
→ magn. Dipolmoment  $\vec{p}_m$



"magn. Induktion"

$$\begin{matrix} S \\ N \end{matrix} = \Downarrow \vec{p}_m$$

## 4.2 Magnetfeld eines el. Stromes



$\vec{B}$ -Feldstärke

$$B(r) = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r}$$

gerader leiter

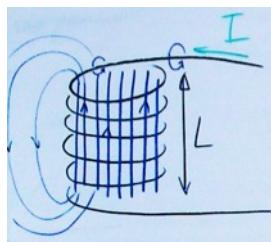
- $\vec{B}$ -Feldlinien sind Kreise
- Drehrichtung: rechte Hand-Regel
- $\vec{B}$ -Feldlinien sind immer geschlossen!

$$[B] = \text{Tesla} = T = \frac{N}{A \cdot m}$$

magn. Feldkonstante

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$$

## 4.3 $B$ -Feld einer geraden Spule



Innen: homogenes  $B$ -Feld, stark

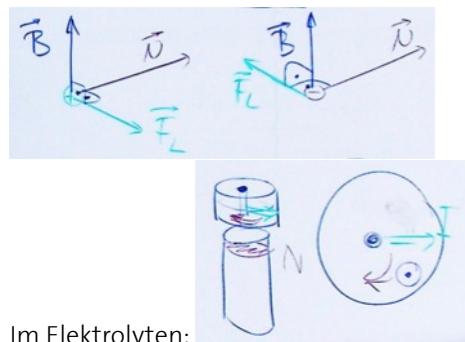
$$\begin{aligned} &\text{Zahl der Windungen} \\ &B = \frac{\mu_0 \widehat{N} I}{L} \end{aligned}$$

aussen: schwaches Dipolfeld

## 4.4 Die Lorentzkraft

Nur auf bewegte Ladungen!

$$\vec{F}_L = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

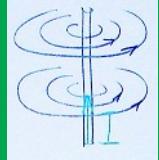


Im Elektrolyten:

**Repetition: Magnetfelder:**

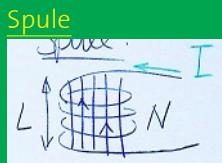
magn. Dipolmoment in  $B$ -Feld

- Drehmoment ( $\vec{p}_m \rightarrow \parallel \vec{B}$ )
- Kraft in inhom.  $B$ -Feld

**B-Felder von Strömen gerader Leiter**

- Kreisförmige Feldlinien
- rechte-Hand-Regel
- 

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

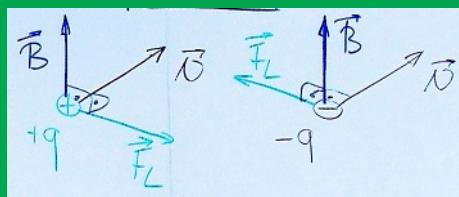


- im Innern homogen
- 

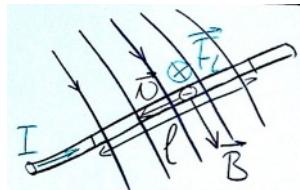
$$B = \frac{\mu_0 NI}{L}$$

**Lorentzkraft**...auf bewegte Ladungen ( $\vec{v}$ )

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B})$$



## 4.5 Elektrischer Leiter in $B$ -Feld



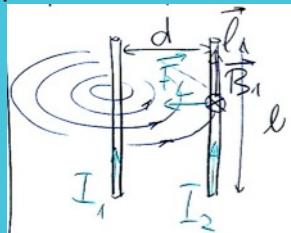
$$d\vec{F}_L = -e(\vec{v} \times \vec{B})$$

↓ in Tafel hinein  
 $\Rightarrow$  Kraft auf Leiter  
 Leiterstück, Länge  $l$ , Stromstärke  $I$

$$\boxed{\vec{F}_L = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})}$$

Richtung des Stromes  $I$

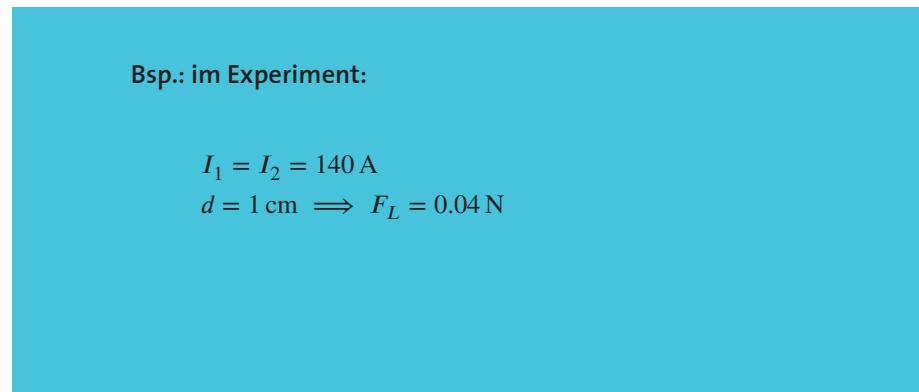
Bsp.: Kraft zwischen zwei Leitern:



Rollenverteilung!  
 $I_1$ : felderzeugend  
 $I_2$ : Strom auf den Kraft wirkt  
 (3.N.P.: Situation symmetrisch)

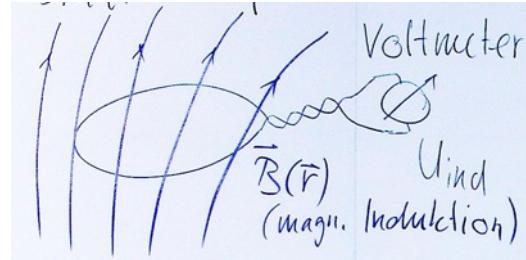
$$\begin{aligned} F_L &= I_2 \cdot l_2 \cdot B_1 \\ B_1 &= \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi d} \\ \Rightarrow F_L &= \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d} l_2 \end{aligned}$$

symmetrisch in  $I_1, I_2$



## 4.6 Das Induktionsgesetz

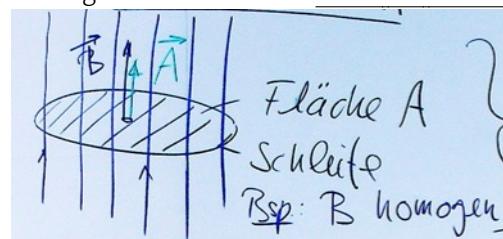
Drahtsschleife:



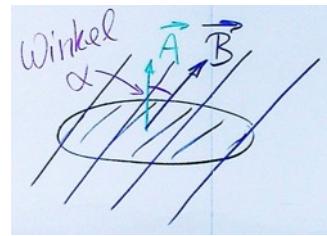
$U_{\text{ind.}}$ : Induktionsspannung  
Faradaysches Induktionsgesetz

$$U_{\text{ind.}} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$\Phi$ : magnetischer Feldfluss durch die Schleife



$$\Phi = B \cdot A \quad \text{Hydro: } I_V = v \cdot A$$

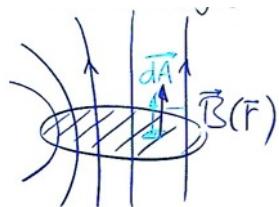


$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = B \cdot A \cdot \cos \alpha$$

z.B.:

$$\alpha = 90^\circ \implies \Phi = 0$$

#### 4.6.1 $B$ inhomogen



$$\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{A} = \iint B \cdot \cos \alpha \cdot dA$$

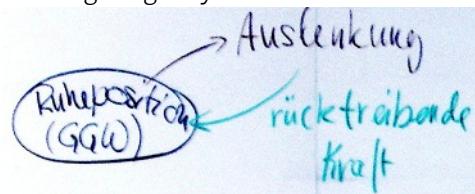
#### 4.6.2 Flussänderung

- Fläche  $A$  ändern
- Winkel  $\alpha$  ändern

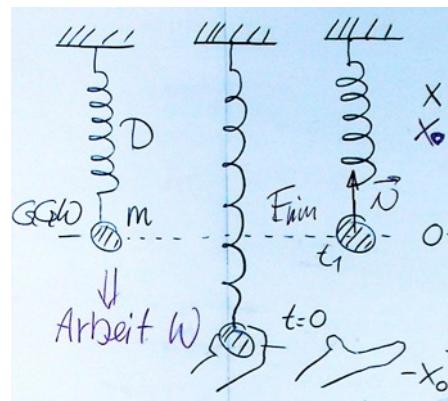
## Kapitel 5

# Schwingungsvorgänge

schwingfähiges System



### 5.1 Energiebetrachtung



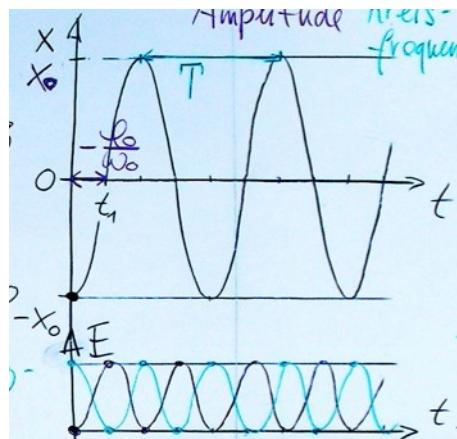
- gegeben durch Schwingsystem
- Anfangsbedingungen

## KAPITEL 5. SCHWINGUNGSVORGÄNGE

### 5.1. ENERGIEBETRACHTUNG

harmonische Schwingung

$$x(t) = \underbrace{x_0}_{\text{Amplitude}} \sin(\underbrace{\omega_0}_{\text{Kreisfrequenz}} t + \underbrace{\varphi_0}_{\text{Phase}})$$



$$E_{\text{tot}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = \text{konst.} = W$$

$$E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} D x^2$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$$

Kreisfrequenz  $\omega_0$

$$(2.N.P.) \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Schwingungsperiode  $T$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

$$\text{Frequenz } f = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

**Repetition:**

Das Induktionsgesetz

magn. Fluss

$$\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Faraday's Induktionsgesetz

$$U_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

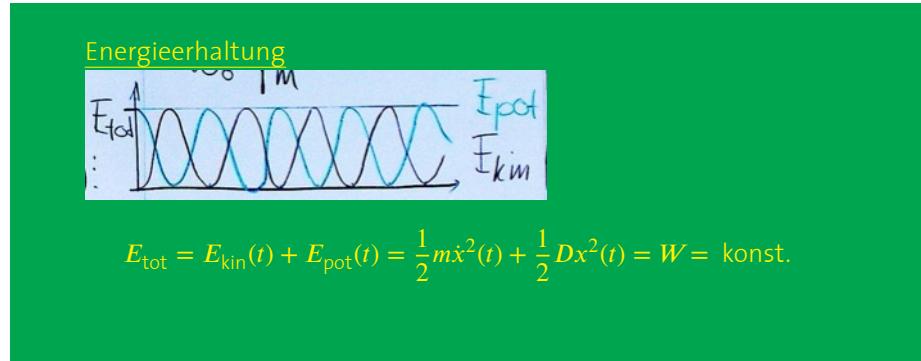
Schwingungsvorgänge

harmonische Schwingung:

$$x(t) = \underbrace{x_0}_{\text{Amplitude}} \sin(\underbrace{\omega_0}_{\text{Kreisfrequenz}} t + \underbrace{\varphi_0}_{\text{Phase}})$$

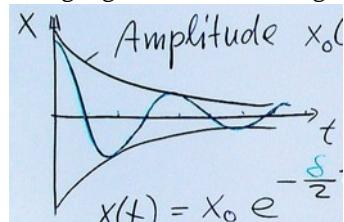
**Bsp.: Federpendel:**

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$$



## 5.2 Gedämpfte Schwingung

Energie geht durch Reibung verloren!

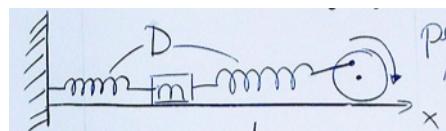


$$\text{Amplitude } x_0(t) = xe^{-\frac{\delta}{2}t}$$

$$x(t) = x_0 e^{-\frac{\delta}{2}t} \sin(\omega_d t + \varphi_0)$$

schwache Dämpfung ( $\delta$  klein)  $\omega_d \approx \omega_0$  Energieverlust:  $E_{\text{tot}} = E_{\text{pot}}(0) \cdot e^{-\delta t}$

## 5.3 Erzwungene Schwingung



periodische Anregung  $F_0 \sin \omega t$

2 Frequenzen!

- ohne Anregung:  $\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$  Eigenfrequenz
- Anregungsfrequenz  $\omega$  frei wählbar

Frage: Bewegung mit  $\omega$  oder  $\omega_0$ ?

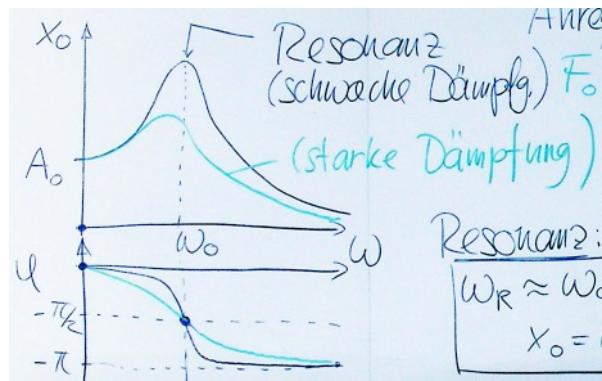
Zu Beginn: Einschwingung mit  $\omega_0$  (gedämpft) und  $\omega$ !

$t \rightarrow$  gross: stationärer Zustand. Nur noch  $\omega$ !

### 5.3.1 Nur noch stationärer Zustand

(mit Dämpfung: rasch im stationärem Zustand)

$$x(t) = x_0(\omega) \cdot \sin(\omega t + \varphi(\omega))$$

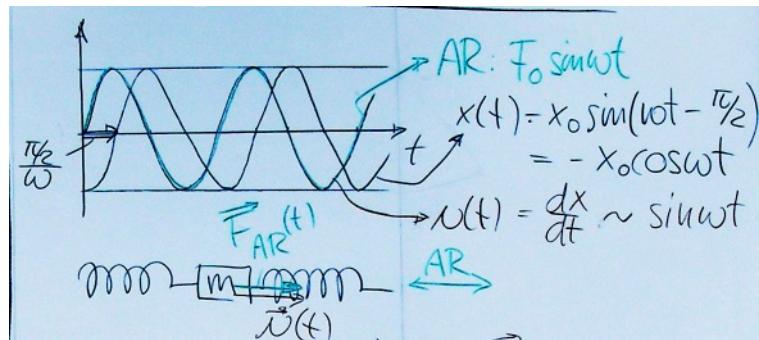


Anregung:  $F_0 \sin \omega t$

Resonanz:

$$\omega_R \approx \omega_0, \varphi = -\frac{\pi}{2}, x_0 = \text{maximal}$$

### 5.3.2 Erklärung der Phase bei Resonanz



$$x(t) = x_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = -x_0 \cos \omega t$$

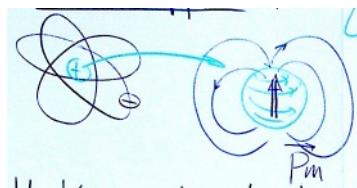
$\Rightarrow$  Verschiebung  $\vec{dr}$

$\Rightarrow \vec{F}_{AR}$  verrichtet immer positive Arbeit!

5.4. ANWENDUNG: MAGNETISCHE RESONANZTOMOGRAPHIE (MRI)

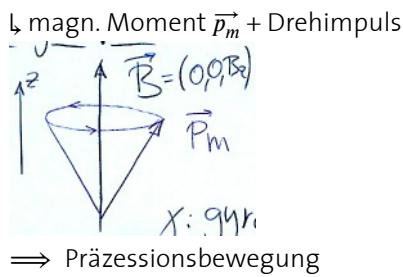
## 5.4 Anwendung: Magnetische Resonanztomographie (MRI)

### 5.4.1 Wasserstoffkern



- Ladung  $+e$
- Eigendrehimpuls (Spin)
- magn. Moment  $\vec{p}_m$

### 5.4.2 H-Kerne in starkem Magnetfeld



$$\vec{B} = (0, 0, B_z)$$

Präzessions-(Larmor-)Frequenz

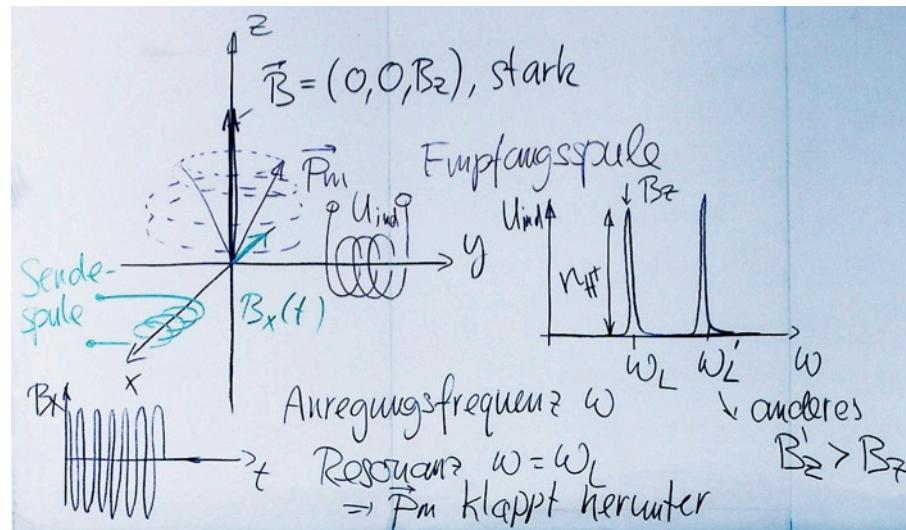
$$\omega_L = \gamma \cdot B_z$$

$\gamma$ : gyromagn. Verhältnis

Wasserstoffkern:  $\gamma = 2\pi \cdot 42.58 \frac{\text{MHz}}{\text{T}}$

5.4. ANWENDUNG: MAGNETISCHE RESONANZTOMOGRAPHIE (MRI)

**5.4.3 Kernresonanz-Spektroskopie**



Anregungsfrequenz  $\omega$   
Resonanz  $\omega = \omega_L$   
 $\Rightarrow \vec{p}_m$  klappt herunter

---

## Teil II

# Anhänge

## Anhang A

# Vorlesungsvorlagen

# Mechanik

## Kinematik

Geschwindigkeit:	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	Beschleunigung:	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$
Beschleunigungskomponenten:	$a_Z = \frac{v^2}{r}, \quad a_T = \frac{d \vec{v} }{dt}$		
Winkelgeschwindigkeit:	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$	Bahngeschwindigkeit:	$v = r \cdot \omega$

## Dynamik

Impuls:	$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$		
Newton'sche Axiome:	$\vec{F} = m\vec{a}, \quad \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$		
Gewichtskraft:	$\vec{G} = mg\vec{g}$		
Coulombkraft:	$F_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$		
Haftreibung:	$F_H \leq \mu_H F_N$	Gleitreibung:	$F_R = \mu_G \cdot F_N$
Federkraft:	$F_F = -Dx$		
Zentripetalkraft:	$F_z = m\frac{v^2}{r} = mr\omega^2$		
Kraftstoss:	$\Delta p = \int_0^\tau F(t)dt = \vec{F} \cdot \tau$		
Drehmoment:	$\vec{M}_o = \vec{r} \times \vec{F}$		
Mechanisches Gleichgewicht:	$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0}$	und	$\sum_{i=1}^n \vec{M}_{o,i} = \vec{0}$

## Energie und Arbeit

Kinetische Energie:	$E_{\text{kin}} = \frac{m}{2}v^2$	Arbeit:	$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r}$
Pot. Energie in konserv. Kraftfeld:	$E_{\text{pot}}(2) - E_{\text{pot}}(1) = - \int_1^2 \vec{F}_{\text{Feld}} \cdot d\vec{r}$		
$E_{\text{pot}} = mgh$ (Schwerkraft)	$E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}Dx^2$ (Feder)		
Energiesatz:	$W_{1 \rightarrow 2} = E_{\text{kin}}(2) - E_{\text{kin}}(1)$		
Energieerhaltungssatz:	$E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \text{konst}$		

## Festigkeit

Zugspannung/Druck:	$\sigma = \frac{dF_N}{dA}, \quad \sigma = \frac{F_N}{A}$	Schubspannung:	$\tau = \frac{dF_T}{dA}, \quad \tau = \frac{F_T}{A}$
Dehnung:	$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}, \quad \varepsilon = \frac{L' - L}{L}$	Hooke'sches Gesetz:	$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}, \quad \sigma = E\varepsilon$
Scherung:	$\gamma = \frac{\tau}{G}, \quad \gamma = \frac{\tau}{G}$		
<i>Biegebelastung eines Balkens:</i>			
Flächenträgheitsmoment:	$I_z = \int_A z^2 dA$		
max. Spannung:	$\sigma_{\text{max}} = \frac{F \cdot L \cdot H}{2I_z}$	max. Durchbiegung:	$z_{\text{max}} = \frac{F \cdot L^3}{3E \cdot I_z}$
Torsion:			
max. Schubspannung:	$\tau_{\text{max}} = \frac{2M_o}{\pi R^3}$	max. Verdrehwinkel:	$\phi_{\text{max}} = \frac{2LM_o}{\pi GR^4}$
<i>Zylindrisches Gefäß:</i>			
Dehnbarkeit:	$D = \frac{2R}{E \cdot d}$	Rel. Volumenänderung:	$\frac{\Delta V}{V} = D \cdot \Delta p$

## Flüssigkeiten / Gase

Druck:	$p = \frac{dF}{dA}$
Druckverteilung in Flüssigkeiten:	$p(z) = p_0 + \rho \cdot g \cdot z$
Druckverteilung in Zentrifuge:	$p(r) = p_0 + \frac{1}{2} \rho \omega^2 (r^2 - r_0^2)$
Barometerformel:	$p(h) = p_0 e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_0}} = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}$
Auftrieb:	$F_A = \rho_{Fl} \cdot g \cdot V_e$
Volumenstromstärke:	$I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A \cdot v \quad (\text{für } v \text{ homogen})$
Kontinuitätsgleichung:	$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$
Bernoulli-Gleichung:	$p + \frac{\rho}{2} v^2 + \rho g h = p_o = \text{konst.}$
Newton'sches Reibungsgesetz:	$\tau = \eta \cdot \frac{dv}{dy}$
Hagen-Poiseuille-Gesetz:	$I_V = \frac{\pi R^4 (p_1 - p_2)}{8 \eta L}, \quad \text{Strömungswiderstand: } R_V = \frac{8 \eta L}{\pi R^4}$
Serieschaltung:	$R_V^{tot} = \sum R_V^i \quad \text{Parallelschaltung: } \frac{1}{R_V^{tot}} = \sum \frac{1}{R_V^i}$
Turbulenzkriterium:	$Re = \frac{2 \cdot \rho \cdot \bar{v} \cdot R}{\eta} \quad \text{Rohr: } Re_{krit} = 2300$
Stokes'sches Reibungsgesetz:	$F_R = 6 \pi \eta R v$

## Thermodynamik

### Ideale Gase

Innere Energie:	$U = N \cdot \frac{\overline{m} v^2}{2}, \quad \text{Druck: } p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \frac{\overline{m}}{2} v^2$
Geschwindigkeitsverteilung:	$n(v) = A_v \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$
Zustandsgleichung ( $\nu$ Mole):	$p \cdot V = \nu \cdot R \cdot T, \quad R = 8.31 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$

### Wege zum thermodynamischen Gleichgewicht

Diffusion:	$j_x = -D \cdot \frac{dn}{dx}, \quad \text{Wärmeleitung: } j_{wx} = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx}$
Osmotischer Druck:	$posm = c \cdot R \cdot T \quad (\text{Konzentration: } c = \frac{\nu}{V_{Fl}})$
Sättigungskonz. von Gasen in Flüssigkeiten:	$c_i^s = K(T) \cdot p_i$
Abs. Luftfeuchtigkeit:	$f_a = \frac{m_{H_2O}}{V} \quad \text{Rel. Luftfeuchtigkeit: } f_r = \frac{p_{H_2O}}{p_D(T)}$
Partialdruck Wasserdampf:	$p_{H_2O} = f_a \cdot \frac{RT}{M_{H_2O}}$

### 1. Hauptsatz der Wärmelehre

$$\Delta U = Q + W$$

Änderung der inneren Energie:

Schmelzen/Erstarren:	$Q_S(\text{proMol})$
Verdampfen/Kondensieren:	$Q_D(\text{proMol})$
Temperaturänderung:	$Q = C \cdot \Delta T = \nu \cdot c_{molar} \cdot \Delta T$

# Elektrizität und Magnetismus

## Elektrostatik

Coulomb-Gesetz:	$F_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$
elektrische Feldstärke:	$\vec{E} = \frac{\vec{F}_c}{q}$
elektrisches Dipolmoment:	$\vec{p} = Q \cdot \vec{d}$
elektrische Spannung:	$U_{21} = \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{q} = - \int_1^2 \vec{E} d\vec{s} = \varphi(2) - \varphi(1)$
Kapazität:	$C = \frac{Q}{U}$ (Plattenkondensator: $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$ )

## Gleichströme

Stromstärke:	$I = \frac{dQ}{dt}$
Stromdichte:	$\vec{j} = \rho_q \cdot \vec{v} = n \cdot z \cdot e \cdot \vec{v}$
Ohmsches Gesetz:	$U = R \cdot I$ mit $R = \text{konst.}; \quad \vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$
Leistung:	$P = I \cdot U$
Drahtwiderstand:	$R = \rho_w \frac{\ell}{A} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{\ell}{A}$
Kirchhoff-Gleichungen:	$\sum I_{zufl.} = \sum I_{wegfl.}$ $\sum E_m = \sum U_i$
Serieschaltung:	$R_s = \sum R_i$
Parallelschaltung:	$\frac{1}{R_p} = \sum \frac{1}{R_i}$
Ruhepotential einer Zelle:	$U_D = \frac{kT}{ze} \cdot \ln \frac{c_i}{c_a}$

## Magnetfelder

Gerader Leiter:	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$
Spule:	$B = \frac{\mu_0 N I}{L}$
Lorentzkraft:	$\vec{F}_L = q (\vec{v} \times \vec{B}) , \quad \text{Kraft auf geraden Leiter: } \vec{F}_L = I (\vec{l} \times \vec{B})$
Induktionsgesetz:	$U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} , \quad \text{magn. Fluss: } \Phi = \int B \cdot dA \cdot \cos \alpha$

# Schwingungen / Wellen / Optik / Akustik / Röntgen

## Schwingungen

Harmonische Schwingung:	$x(t) = x_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$
Eigenfrequenz des Federoszillators:	$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} , \quad \omega_0 = 2\pi f_0$
Gedämpfte Schwingung:	$x(t) = x_0 e^{-\frac{\delta t}{2}} \sin(\omega_d t + \varphi_0)$ $E_{tot}(t) = E_{tot}(0) \cdot e^{-\delta t}$
Resonanz:	$\omega_{\text{Res}} \cong \omega_0$ für schwache Dämpfung

## Wellen

Harmonische, eindimensionale Welle:  $u(x, t) = u_0 \sin(kx - \omega t)$

$$c = f\lambda, \quad \omega = 2\pi f, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$f = \frac{1}{T} = \text{Frequenz}$$

## Akustik

Ausbreitungsgeschwindigkeiten (Schallgeschwindigkeit)

in Festkörpern:	longitudinal	$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$
	transversal	$c = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$
in Flüssigkeiten:	$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$	(Kompressionsmodul $K$ : $\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta p}{K}$ )
in Gasen:	$c = \sqrt{\frac{R \cdot T \cdot \kappa}{M}} = \sqrt{\frac{\kappa \cdot p_0}{\rho}}$	( $\kappa \approx 7/5$ für Luft)
Intensität:	$I = \frac{\rho}{2} \cdot u_0^2 \cdot \omega^2 \cdot c = \frac{\rho}{2} \cdot v_0^2 \cdot c = \frac{(p_0)^2}{2 \cdot Z_W} = \frac{(p_0)^2}{2 \cdot \rho \cdot c}$	
Wellenwiderstand:	$Z_W = \rho \cdot c = \sqrt{\rho \cdot E}$	
Schallpegel:	$L [dB] = 10 \cdot \log_{10} \frac{I}{I_0}; \quad I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$	
Dopplereffekt:	Bewegte Quelle:	$f' = \frac{f}{1 \mp \frac{v_Q}{c}}$
	Bewegter Beobachter:	$f' = f \left( 1 \pm \frac{v_B}{c} \right)$

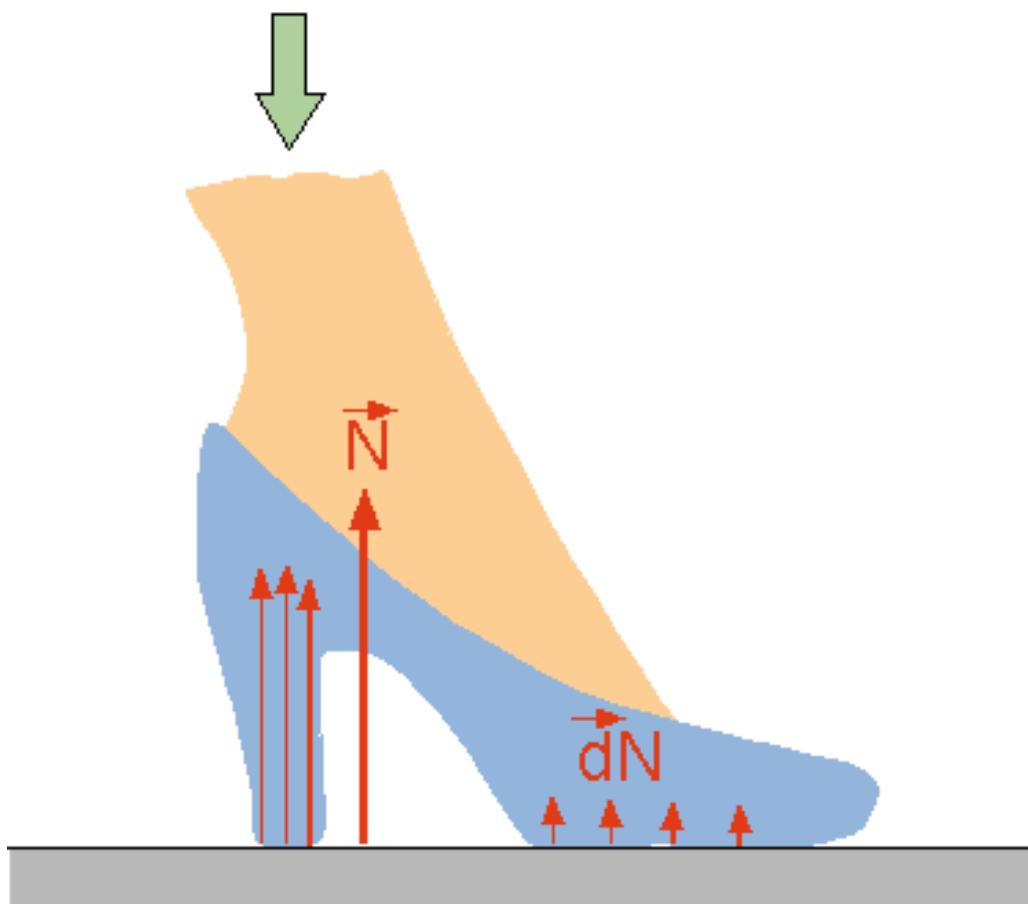
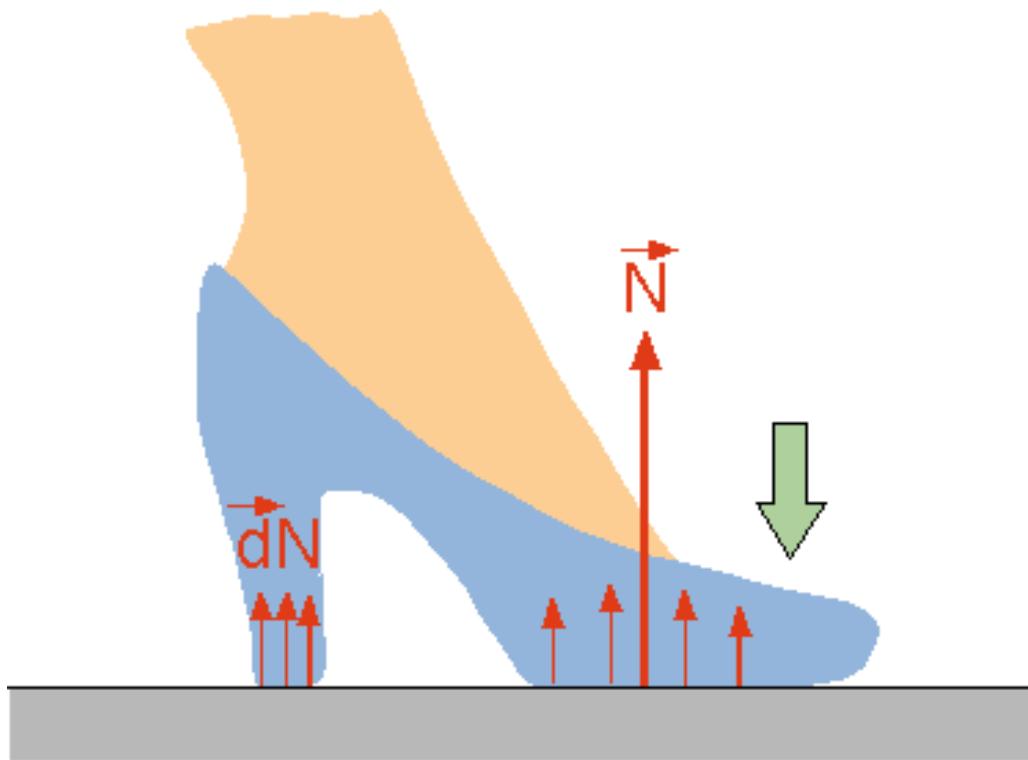
## Optik

Brechungsindex:	$n = \frac{c_0}{c}$
Reflexionsgesetz:	$\alpha = \beta$
Brechungsgesetz:	$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{n_2}{n_1}$
Totalreflexion:	$n_2 < n_1; \quad \sin \alpha_\kappa = \frac{n_2}{n_1}$
Brechkraft einer dünnen Linse:	$\frac{1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$
Abbildungsgleichung:	$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$
Vergrösserungsverhältnis:	$m = \frac{B}{G} = -\frac{b}{g}$

## Röntgenstrahlung

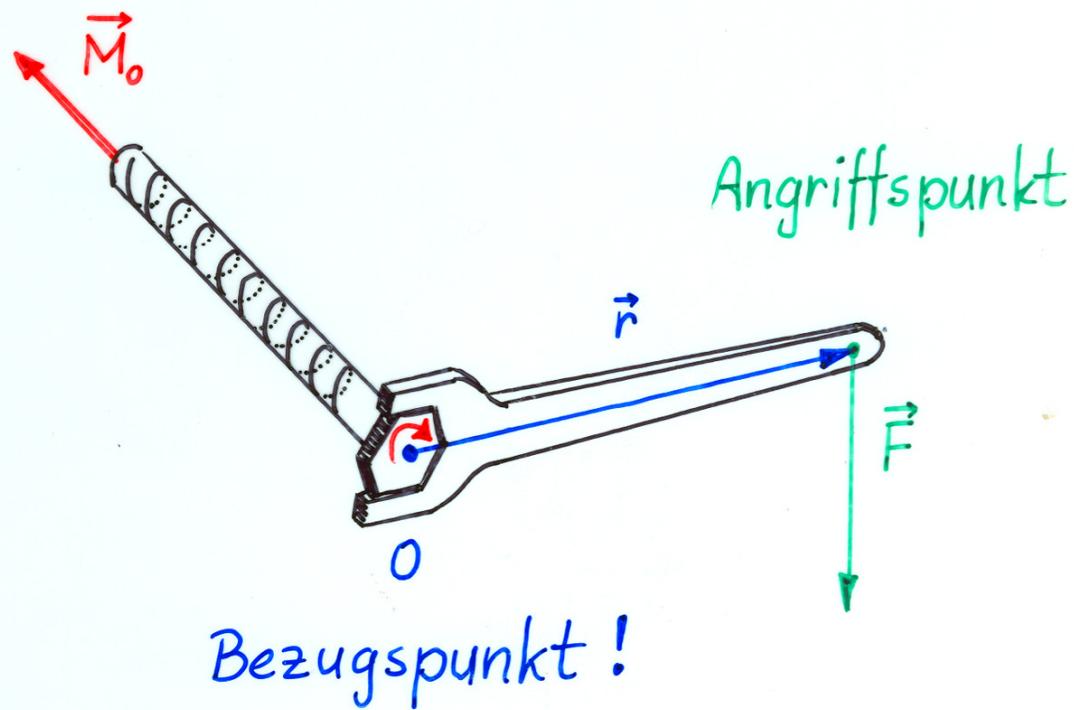
Minimale Wellenlänge:	$\lambda_{min} = \frac{h \cdot c}{e \cdot U}$
Absorption von Röntgenstrahlung:	$I(x) = I_0 e^{-\mu x}$ ( $\mu$ : Absorptionskoeffizient)
Halbwertsdicke:	$d_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\mu}$

SCHUH



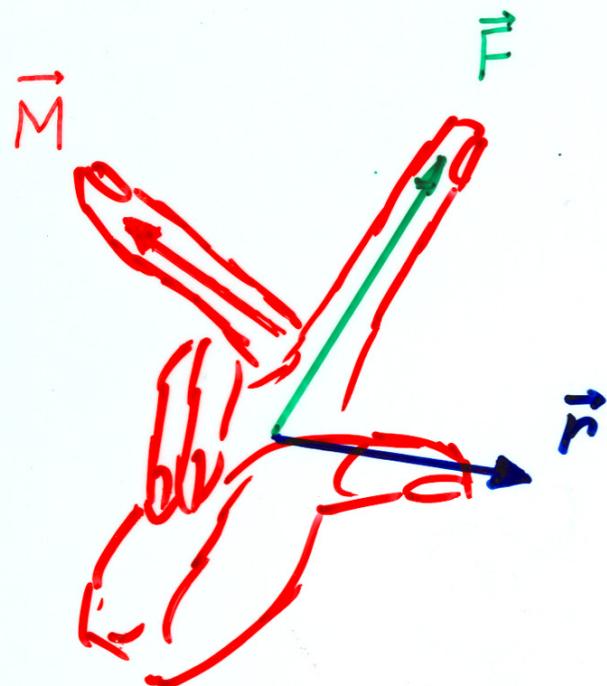
# Das Drehmoment

$$\vec{M}_o = \vec{r} \times \vec{F}$$



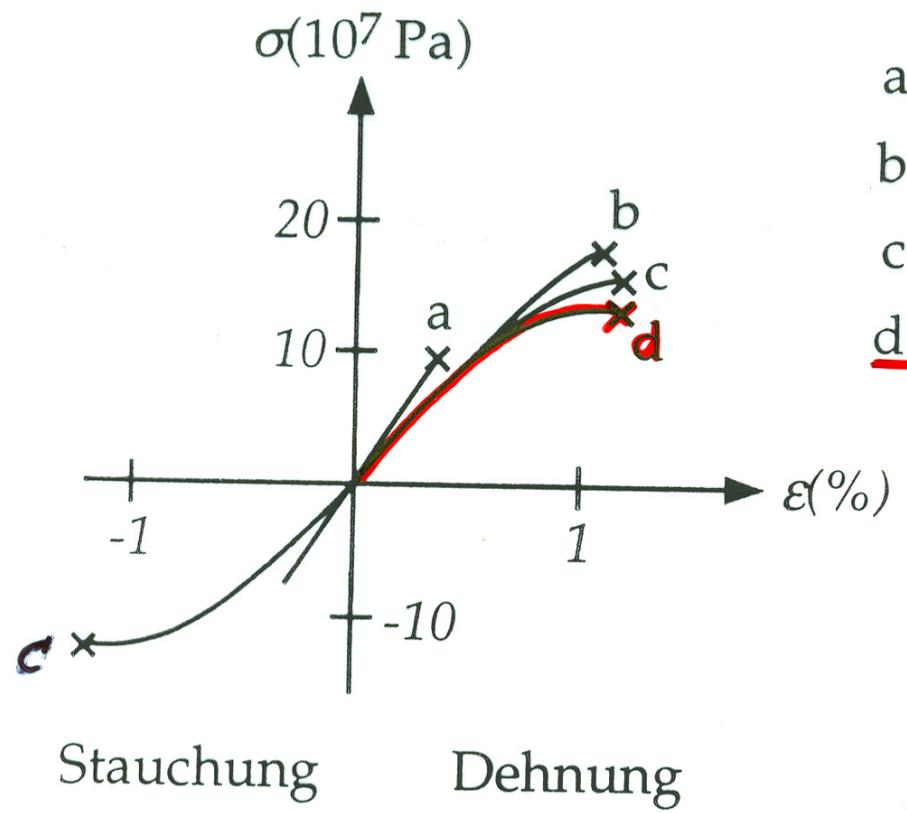
## Das Vektorprodukt

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$



"rechte - Hand - Regel "

Material	Elastizitätsmodul $E$ (GPa = $10^9$ N/a)	Bruchfestigkeit $\sigma_B$ ( $10^7$ Pa)	Bruchdehnung $\varepsilon_B$ (%)
Aluminium (rein weich)	72	1.3	50
$\alpha$ -Eisen	218	10	50
CrV-Federstahl	212	155	5
Beton	40	5	
Hölzer //	15	5-20	
Hölzer $\perp$	1.5	0.3-1	
Knochen kompakt	18	12	
Knochen spongiös	0.08	0.22	
Knochen //	16	8.5	0.6
Knochen $\perp$		1	0.2
Sehnen	0.7	6.5	
Bandscheiben		1.1	
Menschenhaar	3.6		

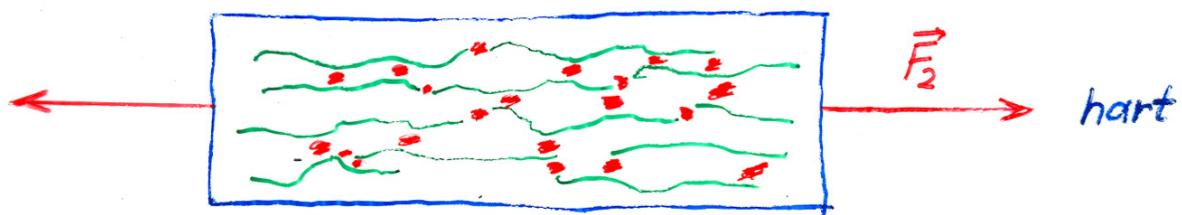
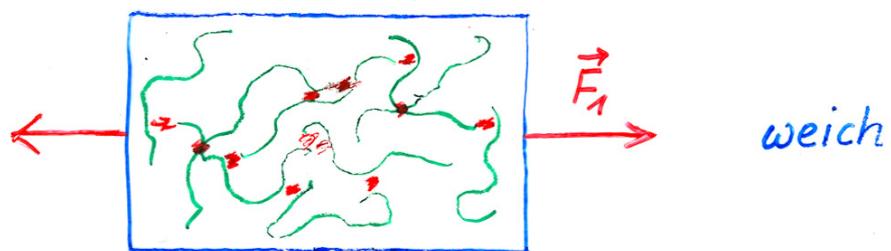
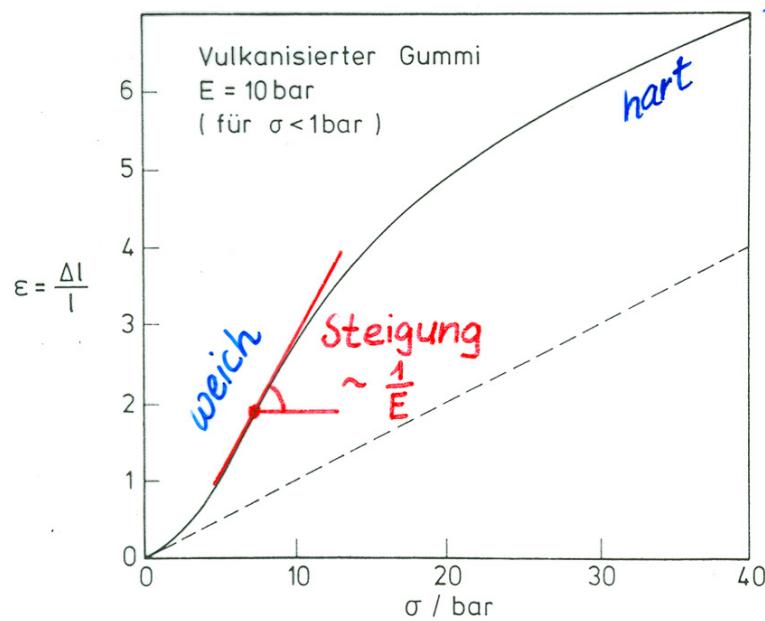


- a: trockener Knochen
- b: Schienbeinknochen
- c: Wadenbeinknochen
- d: Oberschenkelknochen

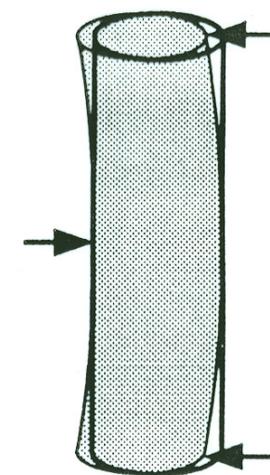
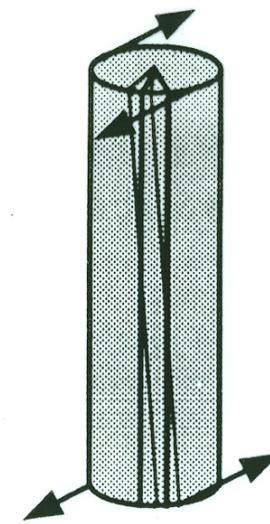
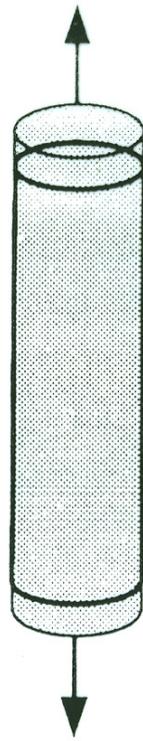
# Gummi, Muskel



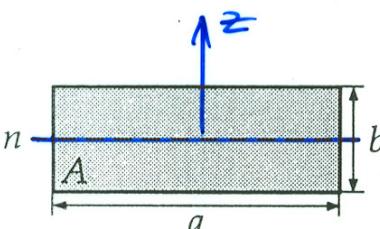
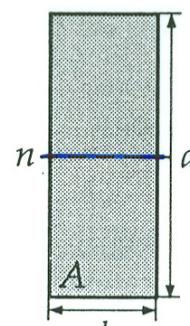
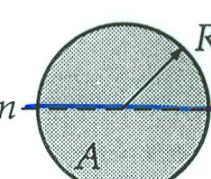
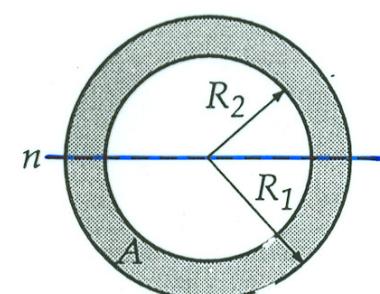
(makromolekulare Polymere)



Dehnung      Stauchung      Scherung      Torsion      Biegung



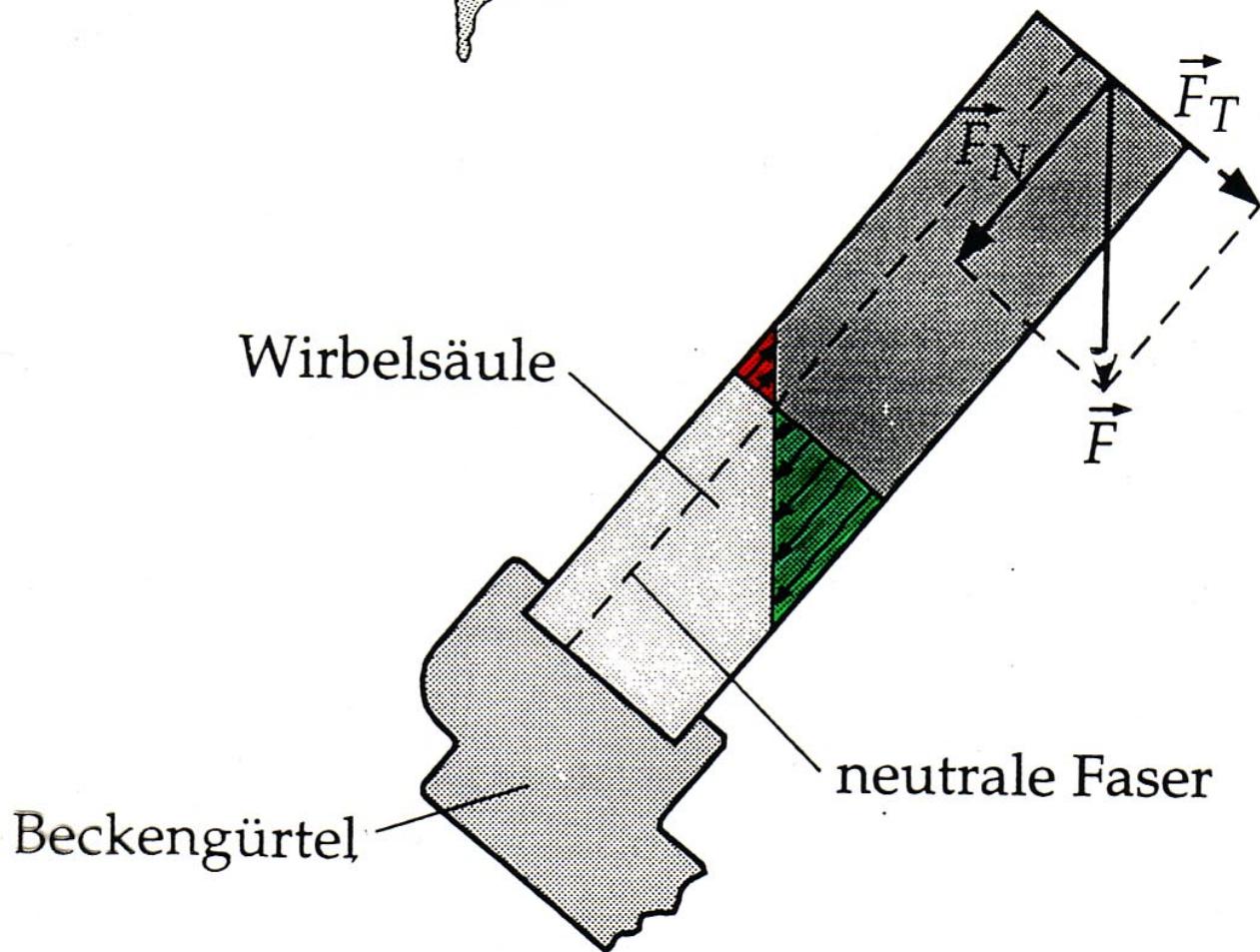
optimale Form  
für Knochen!

Flächenträgheitsmoment $I_z$			
	$I_z = \frac{1}{12} ab^3$		$I_z = \frac{1}{12} ba^3$
	$I_z = \frac{\pi}{4} R^4$		$I_z = \frac{\pi}{4} (R_1^4 - R_2^4)$

gleiche Querschnittsfläche!

Biegung:

$I_z$  gross  $\Rightarrow \sigma_{\max}$  klein



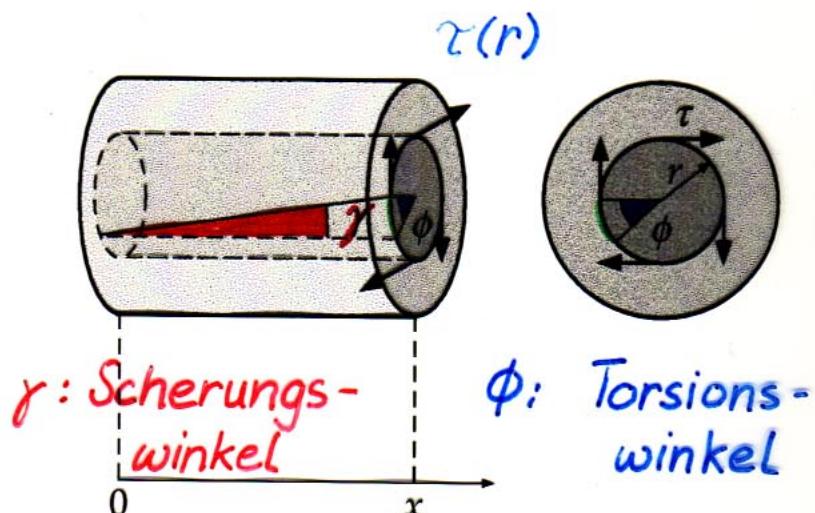
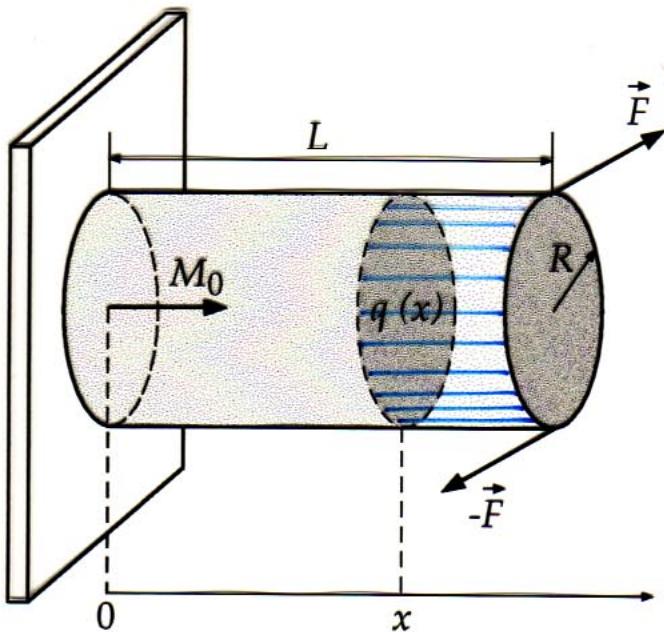
# TORSION EINES ZYLINDRISCHEN STABES

Drehmoment

$$|\vec{M}_O| = |\vec{M}_L| = 2 F \cdot R$$

im Gleichgewicht mit Summe aller

Schubspannungen



$\gamma$ : Scherungswinkel

$\phi$ : Torsionswinkel

$$r\phi = \gamma \cdot x = \frac{\tau}{G} x$$

Verdrehwinkel

$$\varphi(x) = \frac{2x}{\pi G R^4} M_O$$

$$\varphi_{max} = \frac{2L}{\pi G R^4} M_O \sim \frac{1}{R^4} !$$

Schubspannung

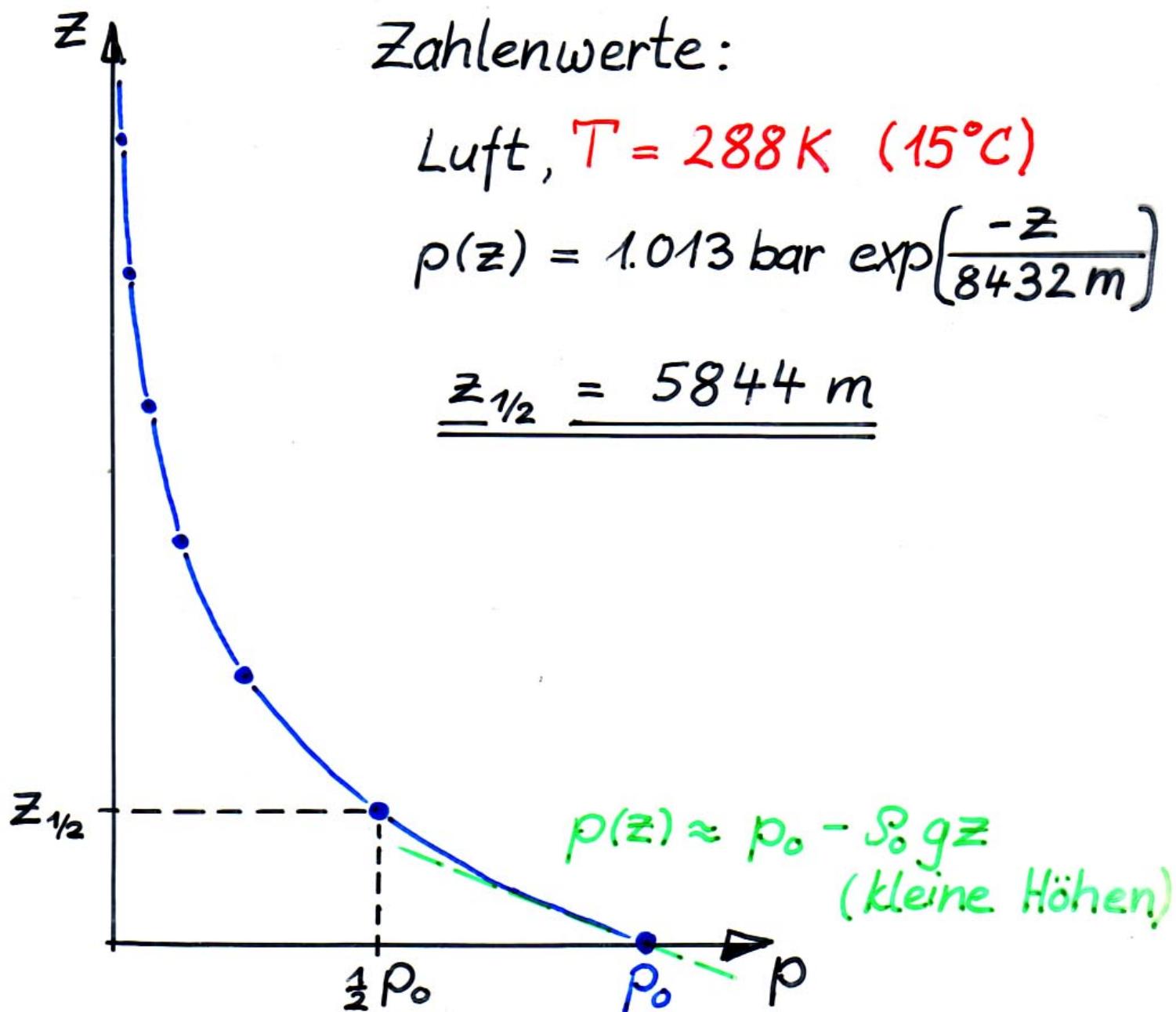
$$\tau(r) = \frac{2r}{\pi R^4} M_O$$

$$\tau_{max} = \frac{2}{\pi R^3} M_O \sim \frac{1}{R^3} !$$

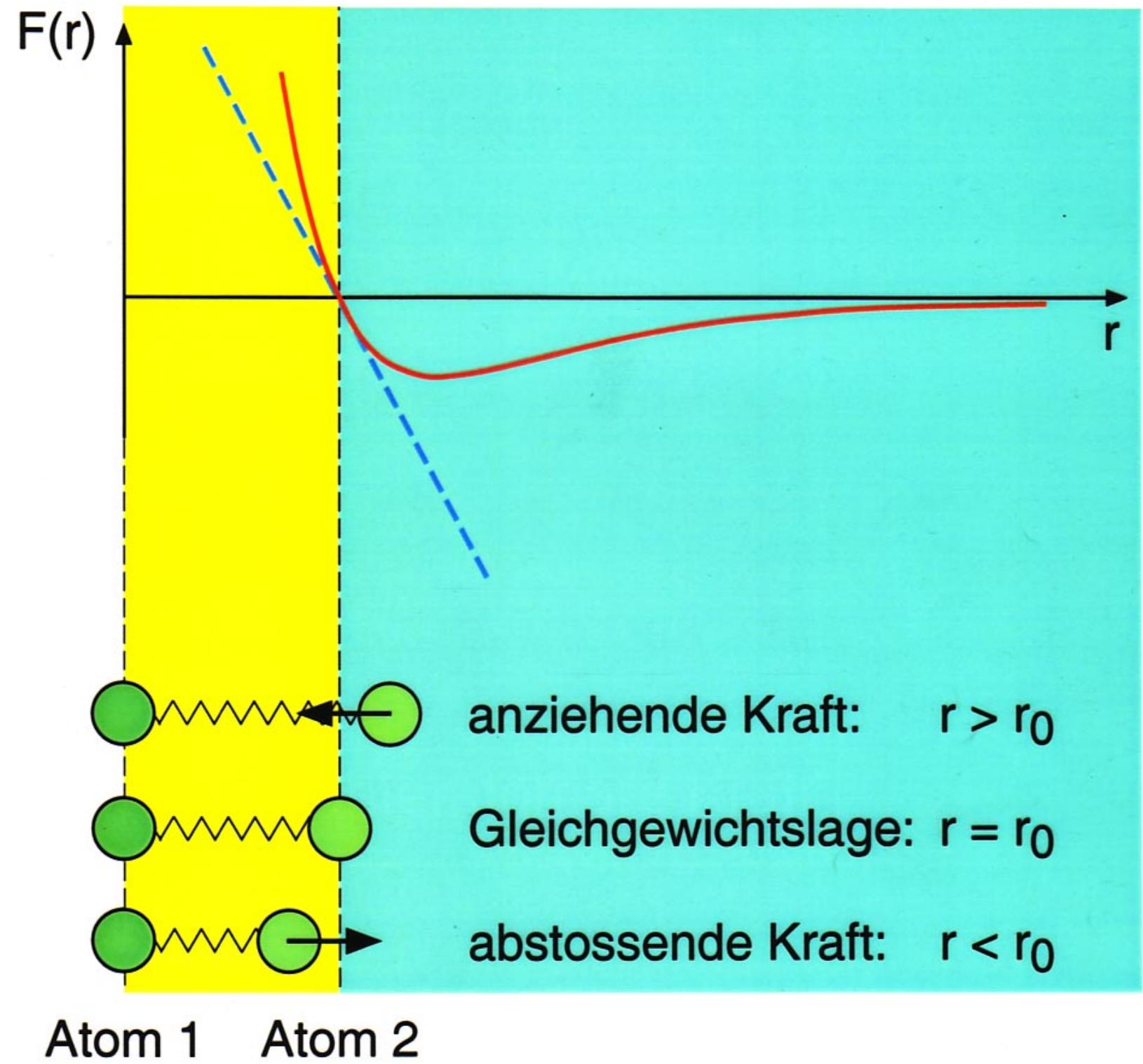
# Die Barometerformel

$$p(z) = p_0 \exp\left[-\frac{\rho_0}{p_0} g z\right]$$

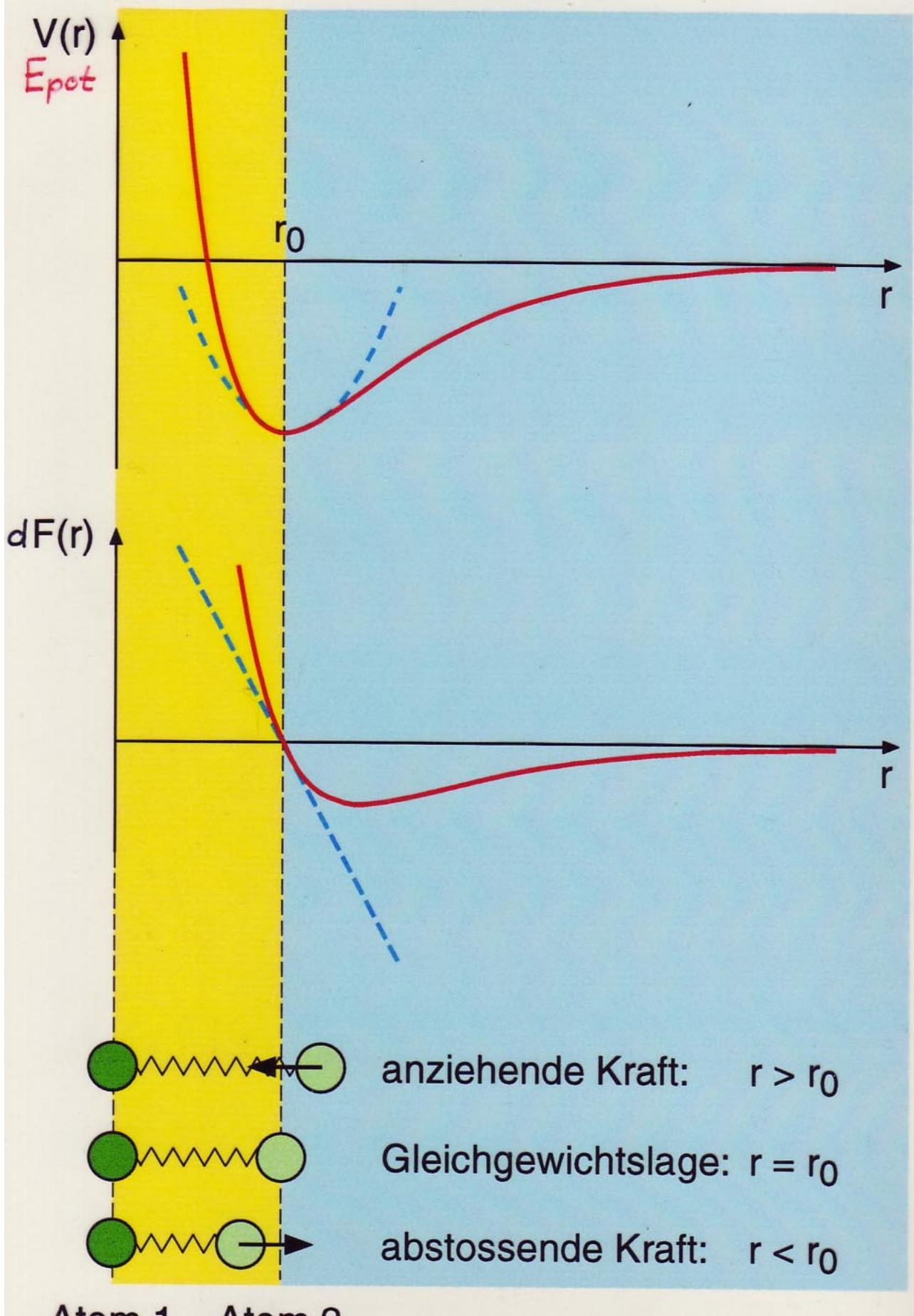
$$= p_0 \exp\left[-\frac{m g}{k T} z\right]$$

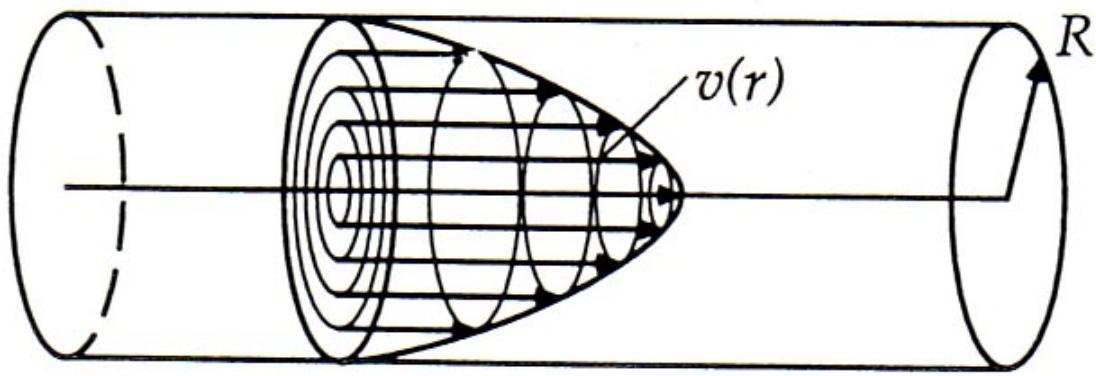


# Interatomare Kraft

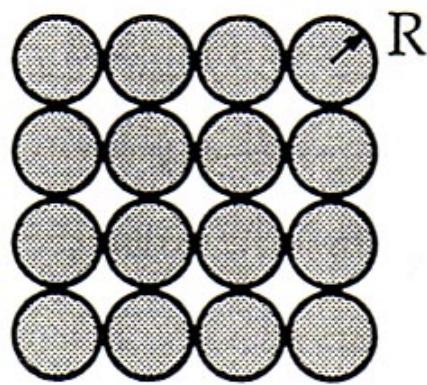


# Interatomare Kraft





$N$  Rohre mit Radius  $R$

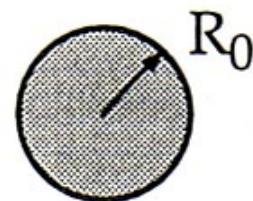


$$N=16$$

$$R=1\text{cm}$$

$$A_{\text{tot}} = N\pi R^2 = 50.3\text{cm}^2$$

1 Rohr mit Radius  $R_0$



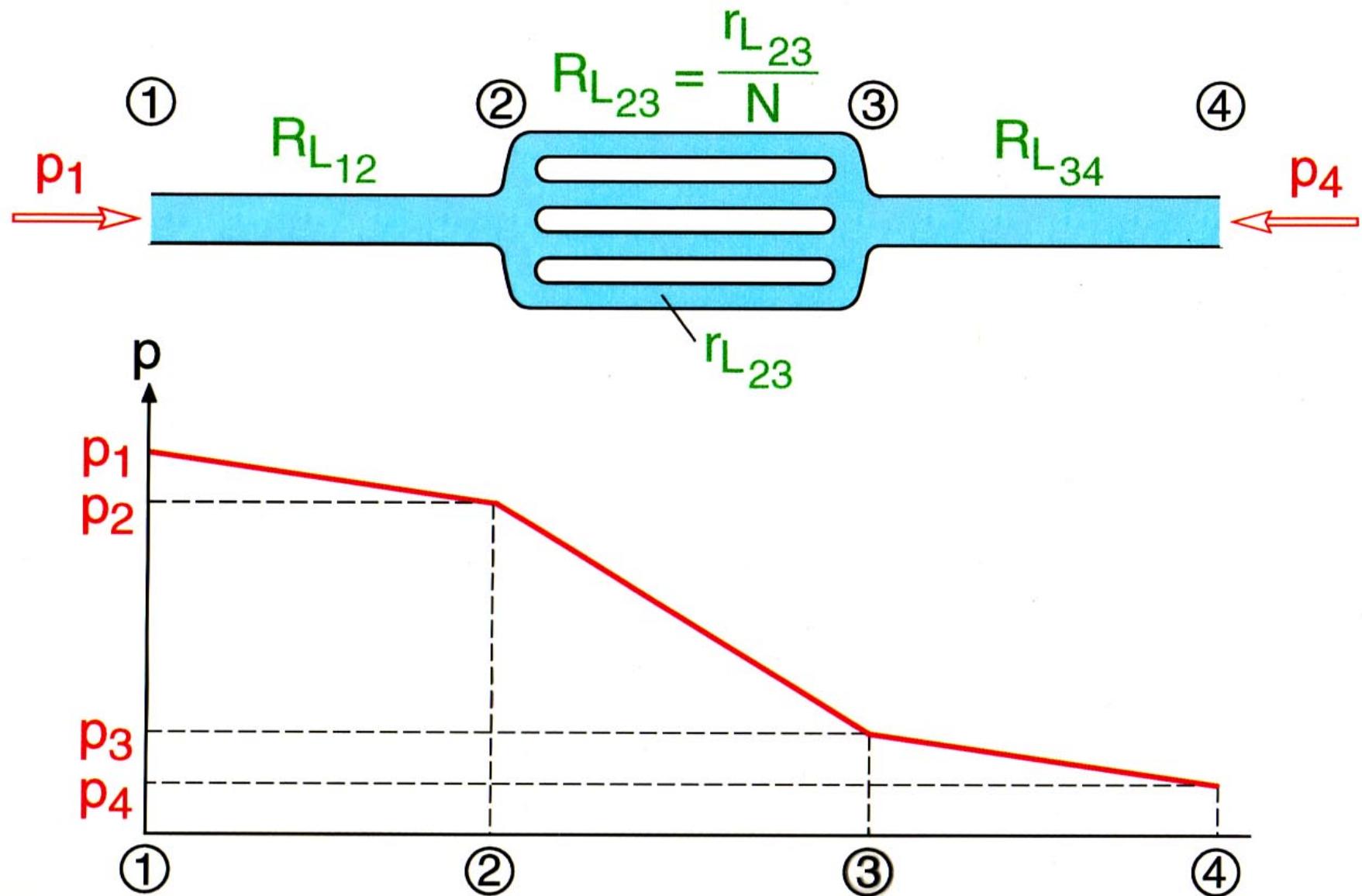
$$N=1$$

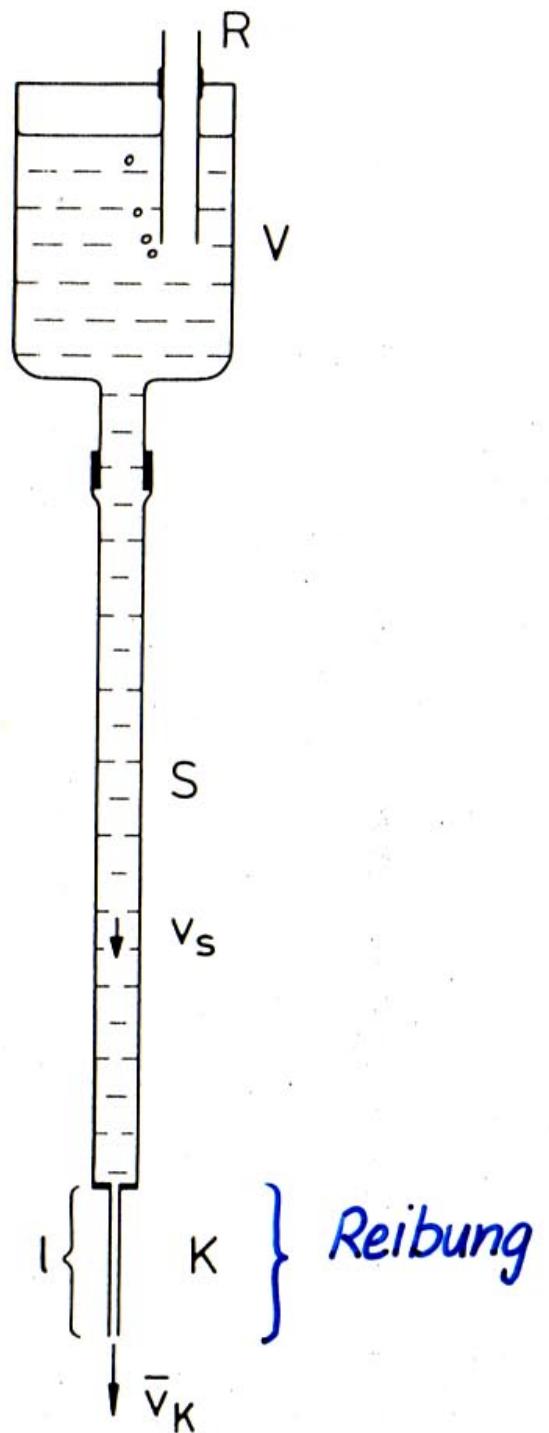
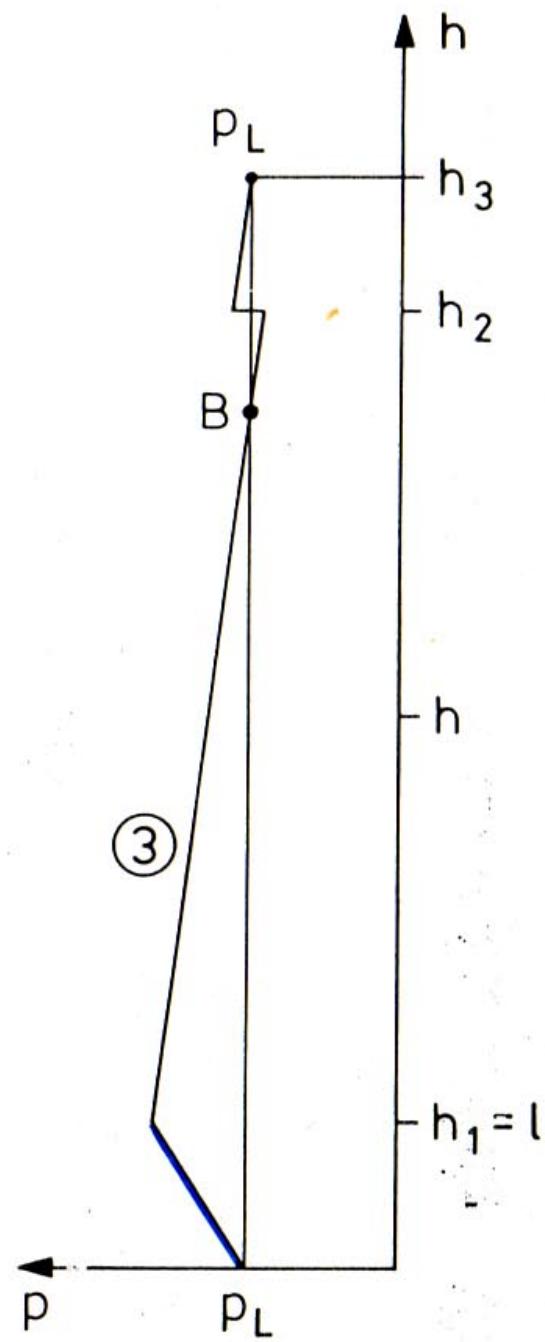
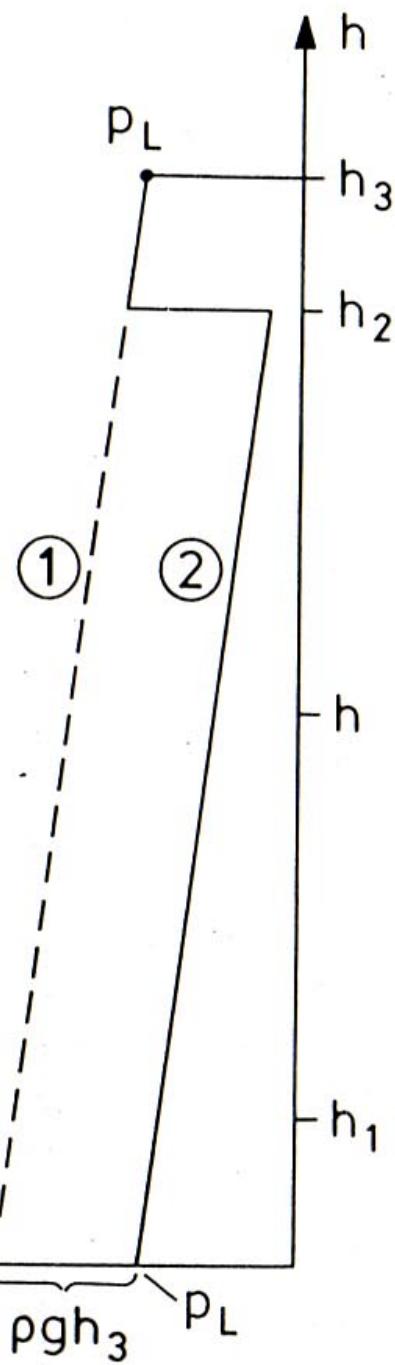
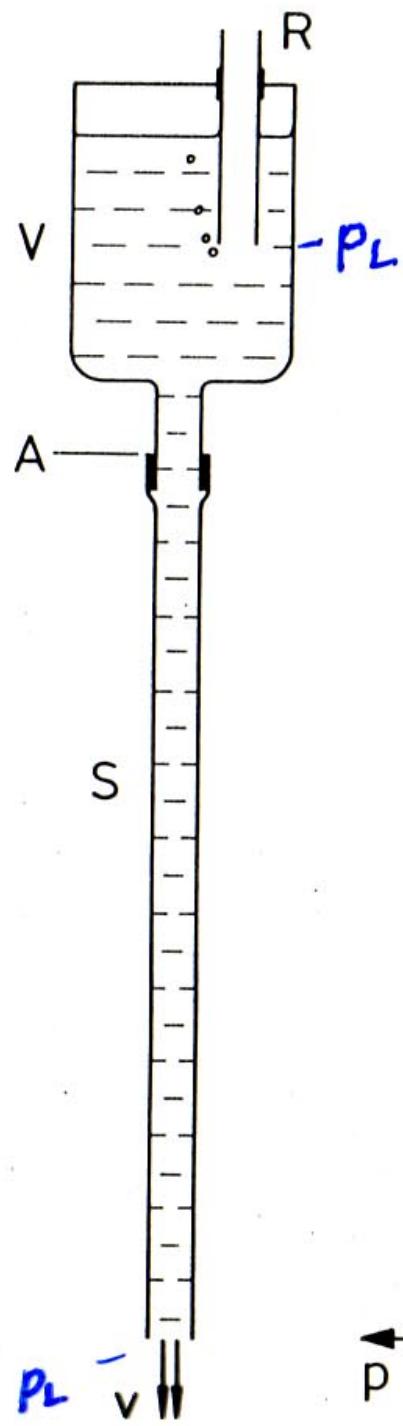
$$R_0=2\text{cm}$$

$$A_0 = \pi R_0^2 = 12.6\text{cm}^2$$

# Druckabfall in einem Rohrsystem

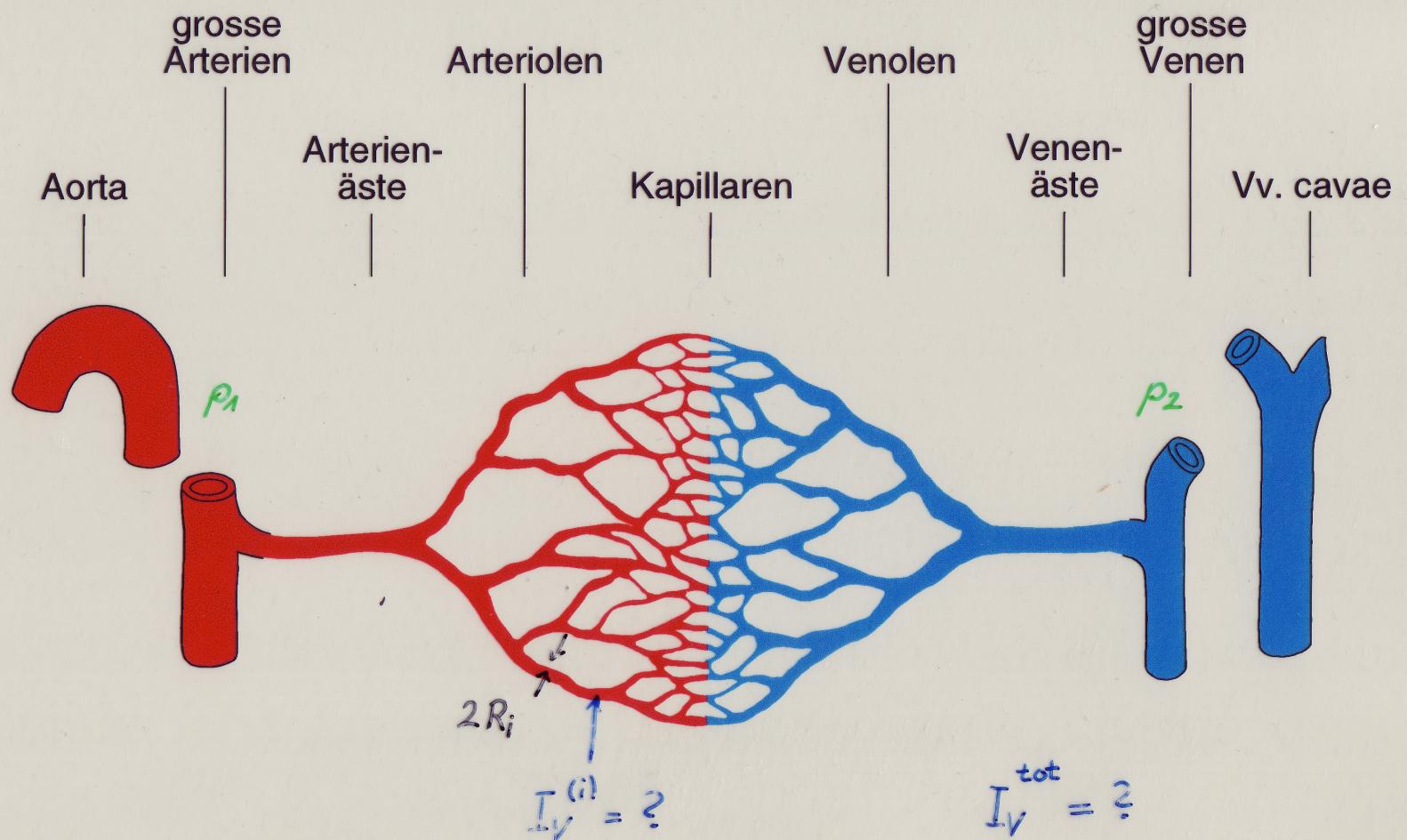
$$R_{L12} = R_{L34} < R_{L23}$$



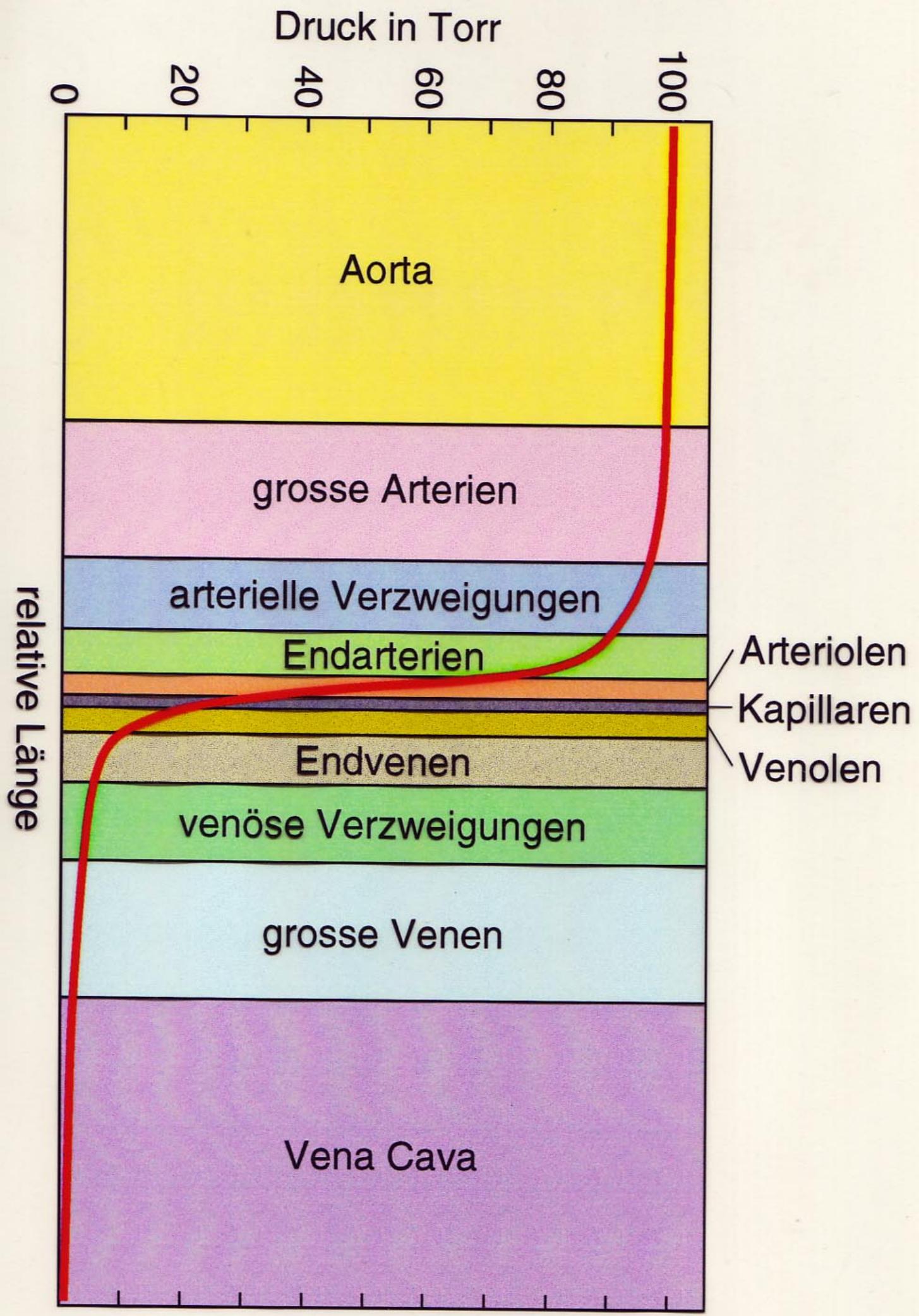


aus Kamke/Walcher

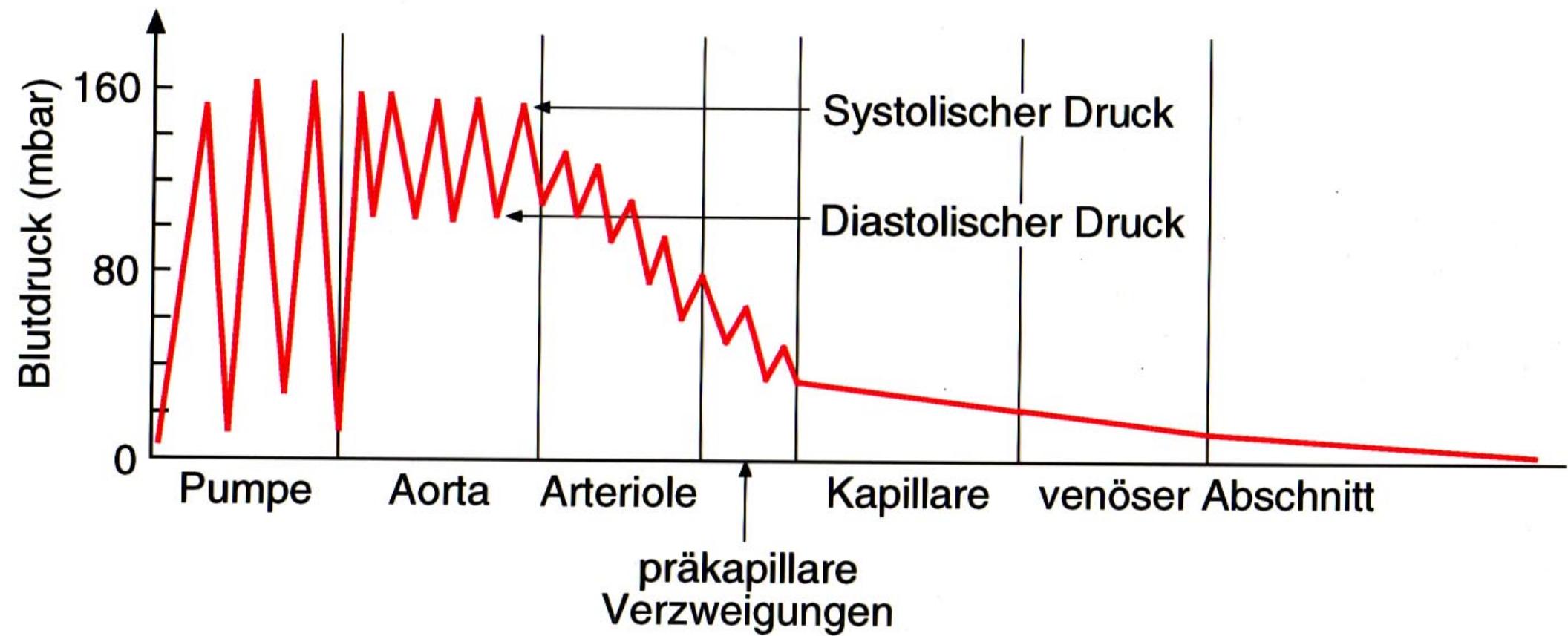
# Der Blutkreislauf



Gefäss	$R$ (m)	$N$	$A$ ( $\text{m}^2$ )	$L$ (m)	$v$ (m/s)	$R_{L_{\text{eff}}}/R_{L_{\text{tot}}} (\%)$
Aorta	$1 \cdot 10^{-2}$	1	$3 \cdot 10^{-4}$	0.4	0.3	
Grosse Arterie	$2 \cdot 10^{-3}$	40	$6 \cdot 10^{-4}$	0.2	0.15	25
Arterie	$5 \cdot 10^{-4}$	2000	$1.5 \cdot 10^{-3}$	0.05	0.06	
Arteriole	$1 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^7$	$1.3 \cdot 10^{-2}$	0.002	0.007	40
Kapillare	$4 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^9$	$1.5 \cdot 10^{-1}$	0.001	0.0006	28
Venole	$1.5 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^7$	$6 \cdot 10^{-2}$	0.002	0.0015	7
Vene	$1 \cdot 10^{-3}$	1200	$4 \cdot 10^{-3}$	0.05	0.02	



## Verlauf des Blutdruckes im Kreislaufsystem



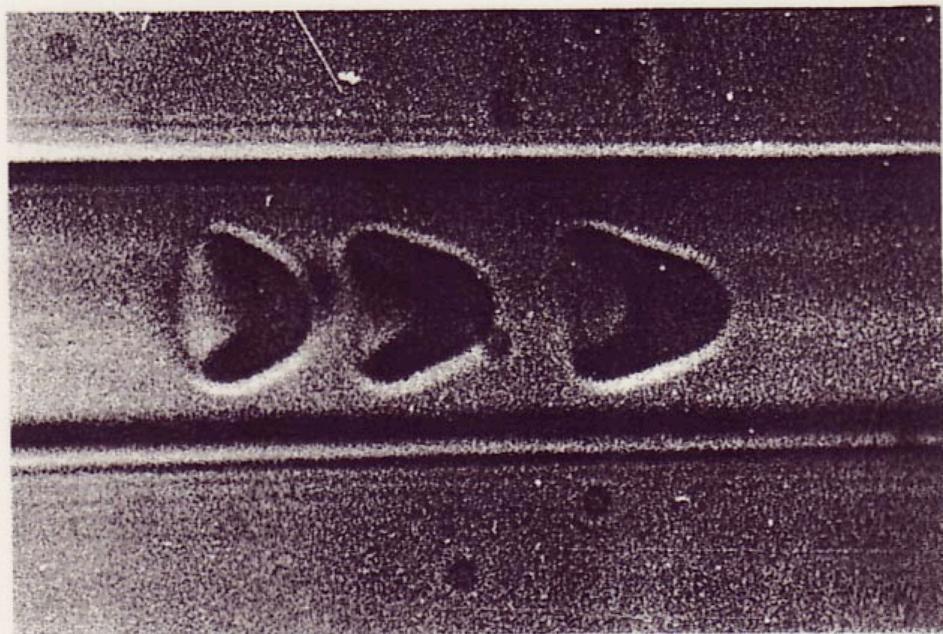
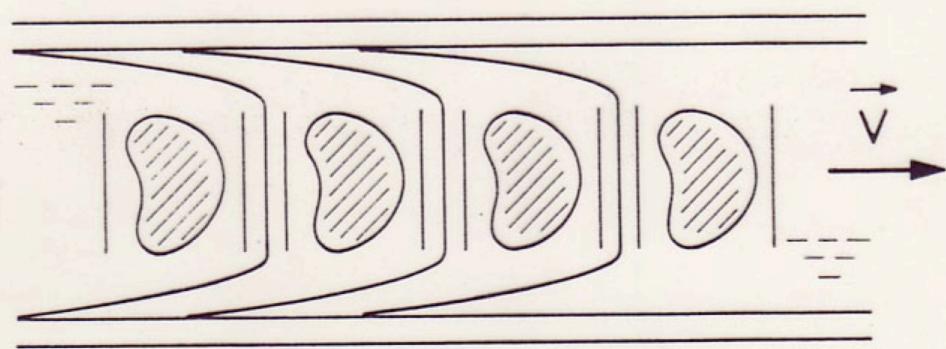


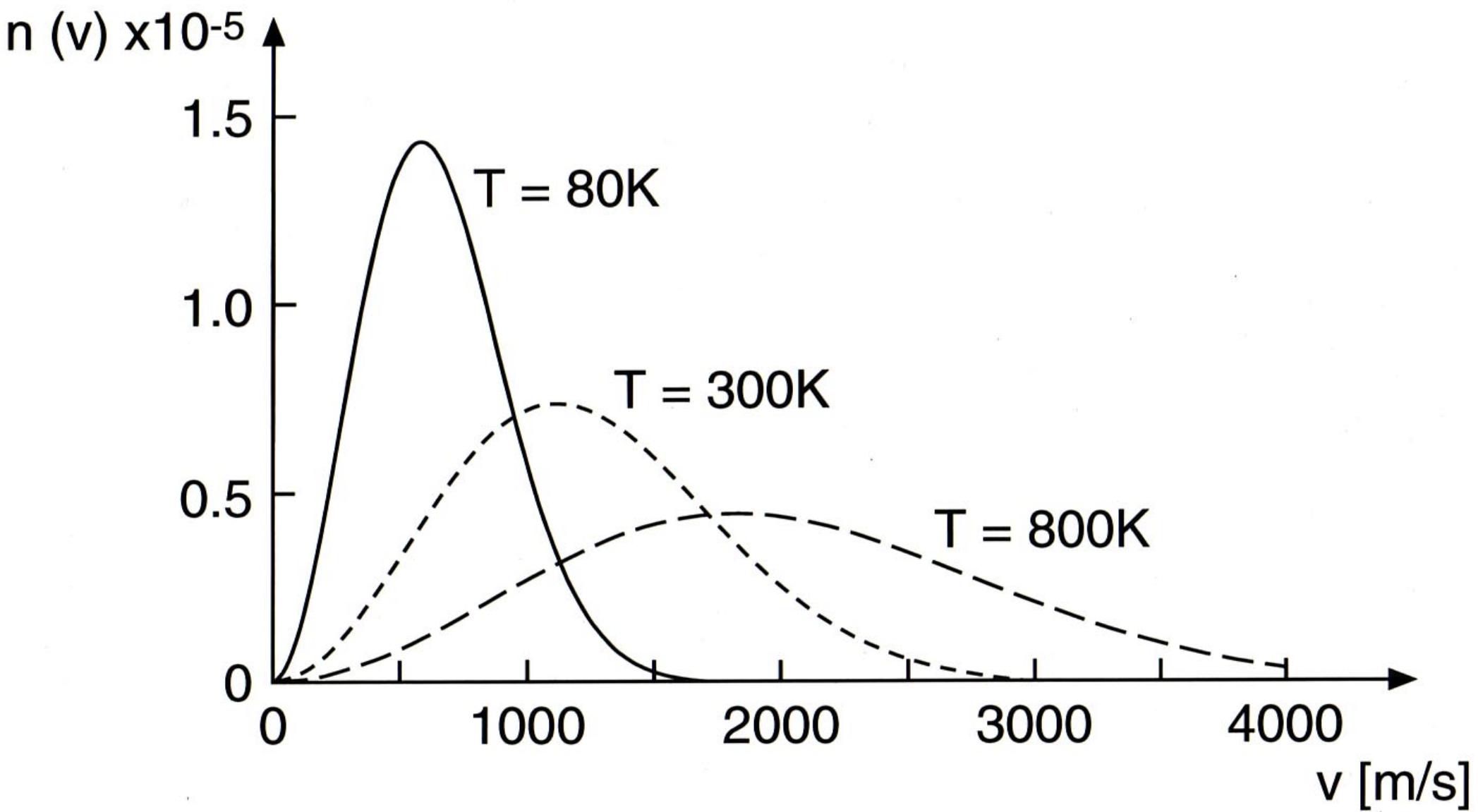
Fig. 9.26 Blutströmung durch eine Glaskapillare vom Durchmesser  $d = 10 \mu\text{m}$ . Strömung von links nach rechts (überlassen von P. A. L. Gaehtgens)

Fig. 9.25  
Blutströmung in Kapillargefäßen  
des Kaninchenmesenteriums

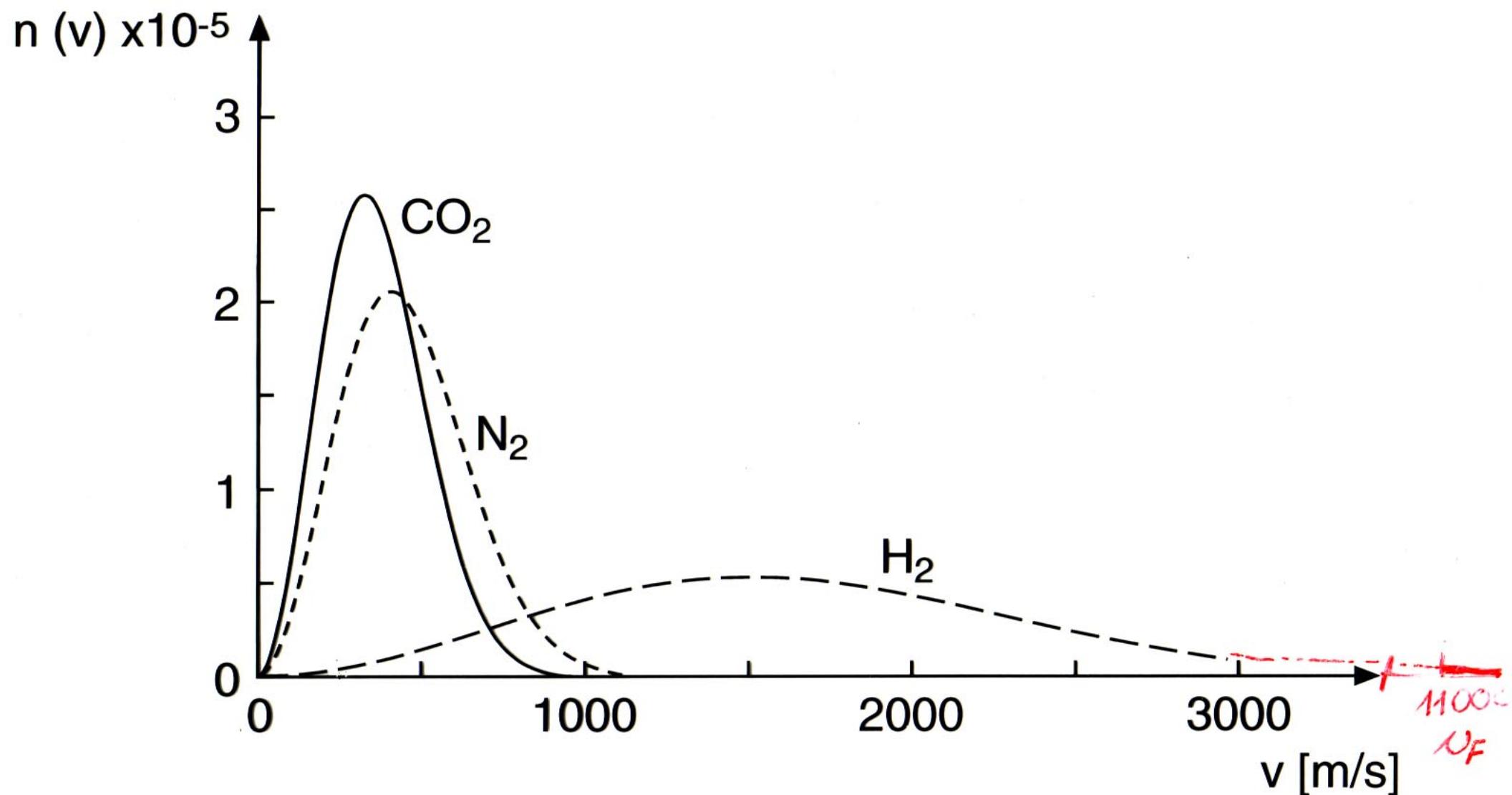
aus Kamke/Walcher



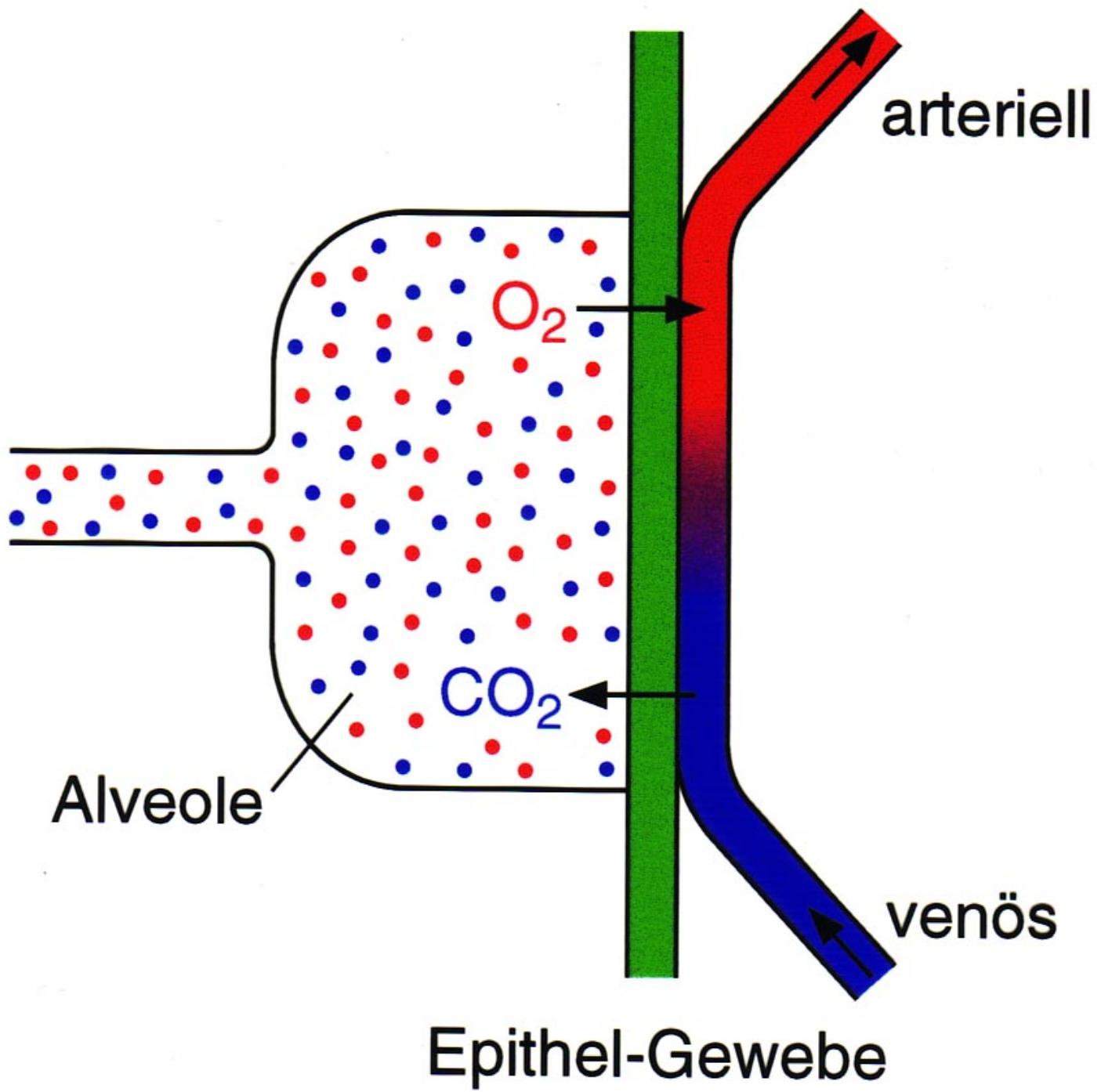
# Maxwell-Boltzmann Geschwindigkeitsverteilung Helium

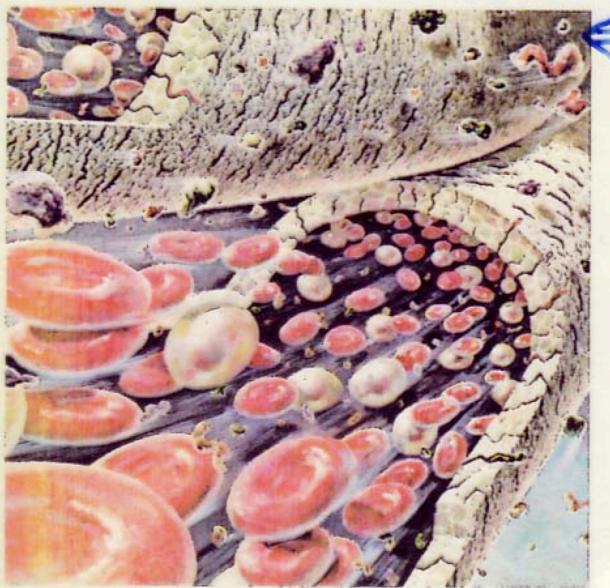


# Maxwell-Boltzmann Geschwindigkeitsverteilung $T = 273K$



# Gasaustausch zwischen Lunge (Alveole) und Blutgefäß





Représentation artistique d'un flux sanguin et de son épuration au travers des fibres creuses du rein artificiel C-DAK



Material der hohlen Fibern: Cellulose

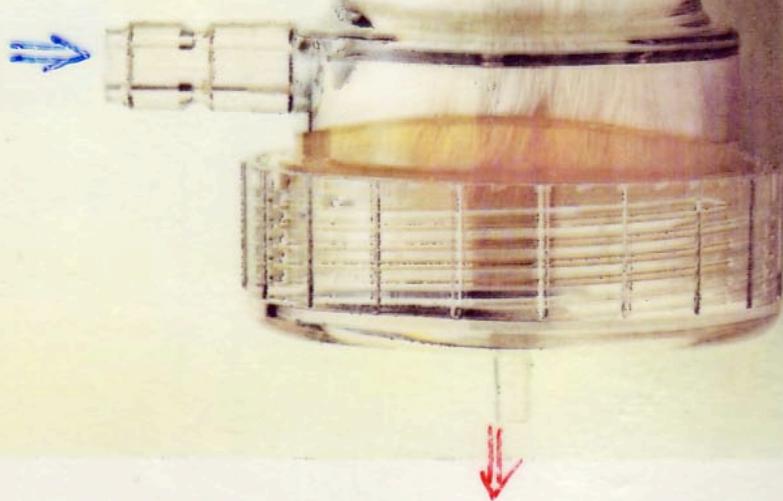
Anzahl Fibern: 20'000

effektive Länge: 21 cm

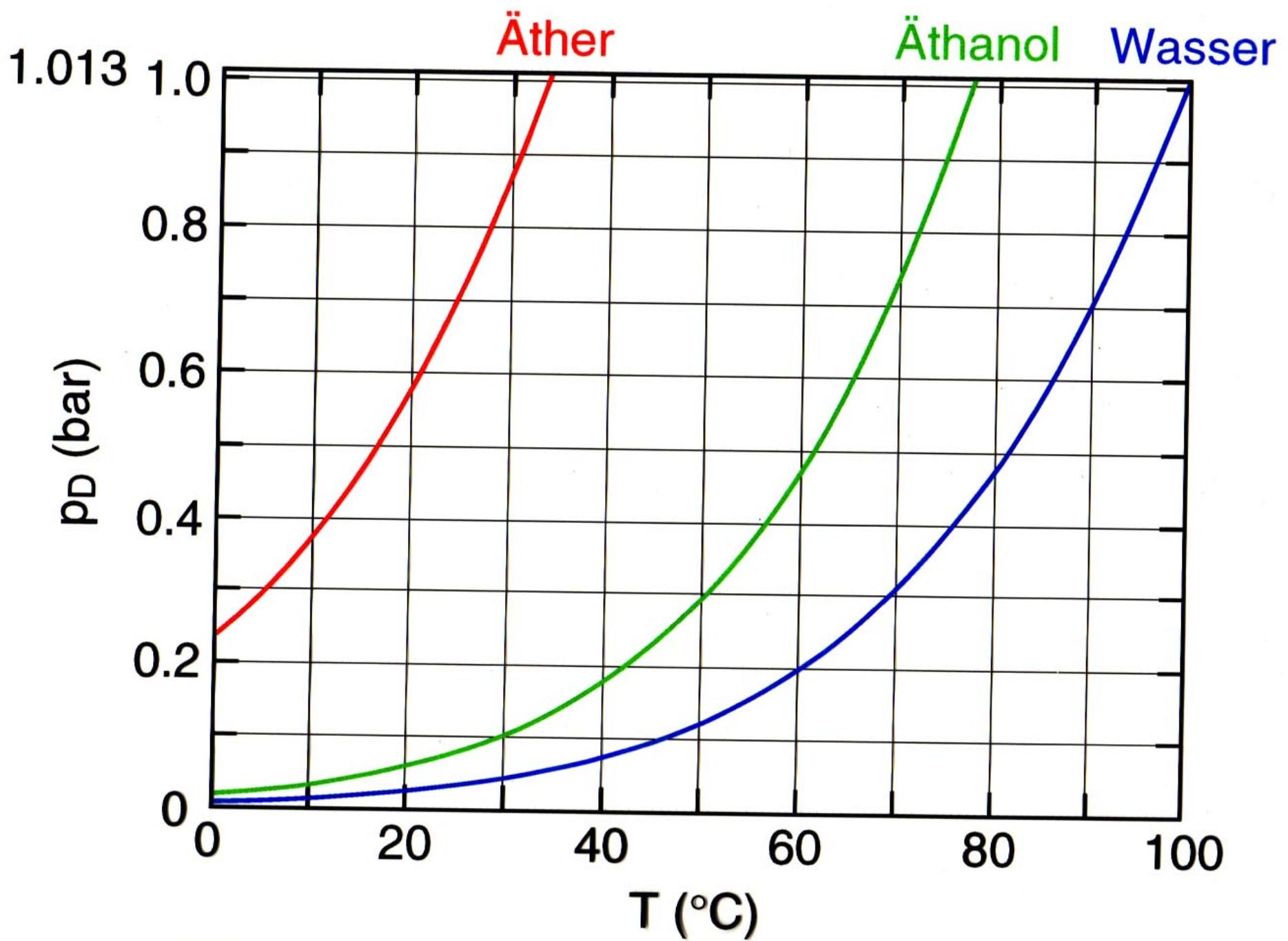
Innendurchmesser einer Fiber: 200 Mikrometer

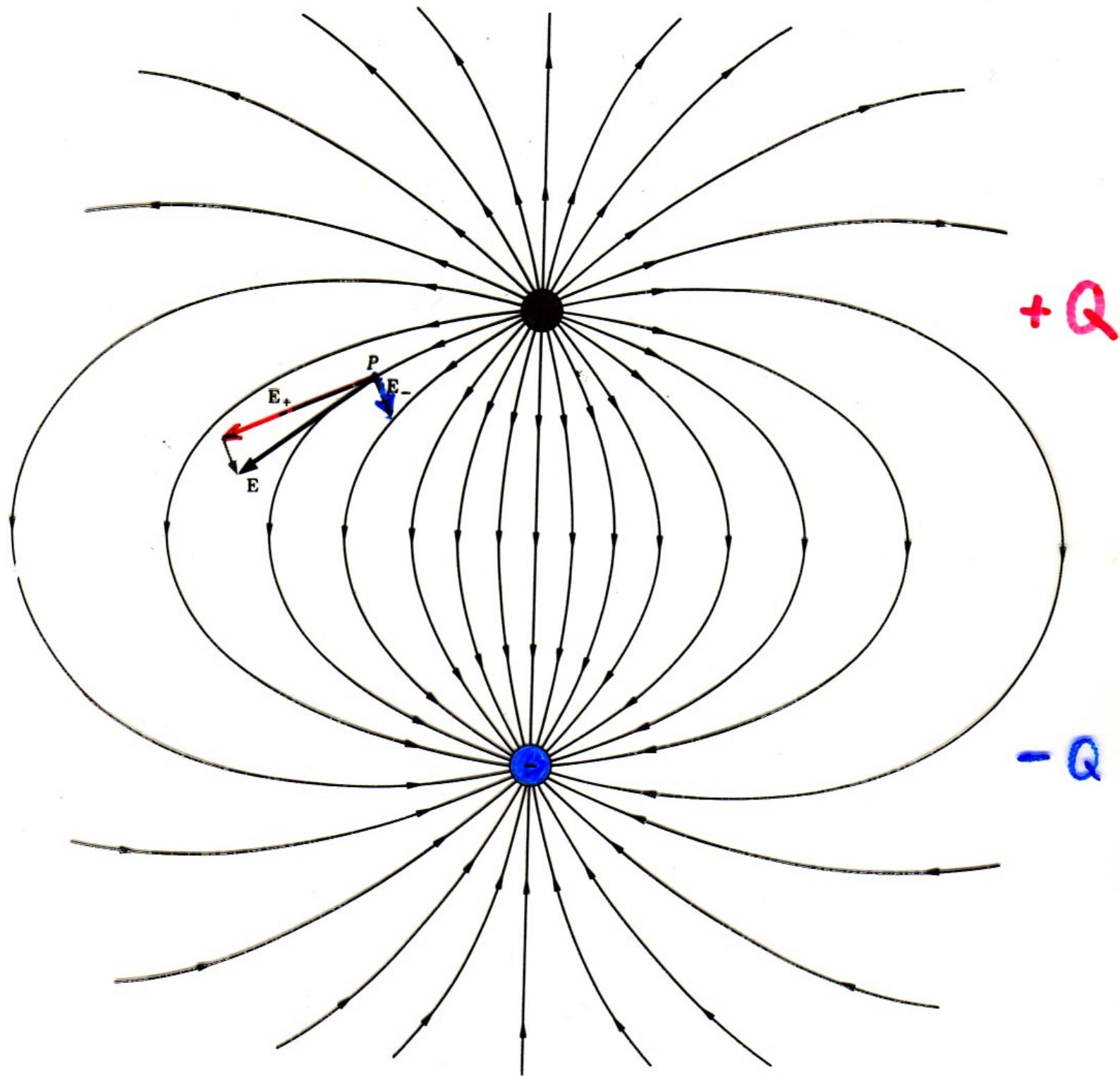
Wandstärke: 30 Mikrometer

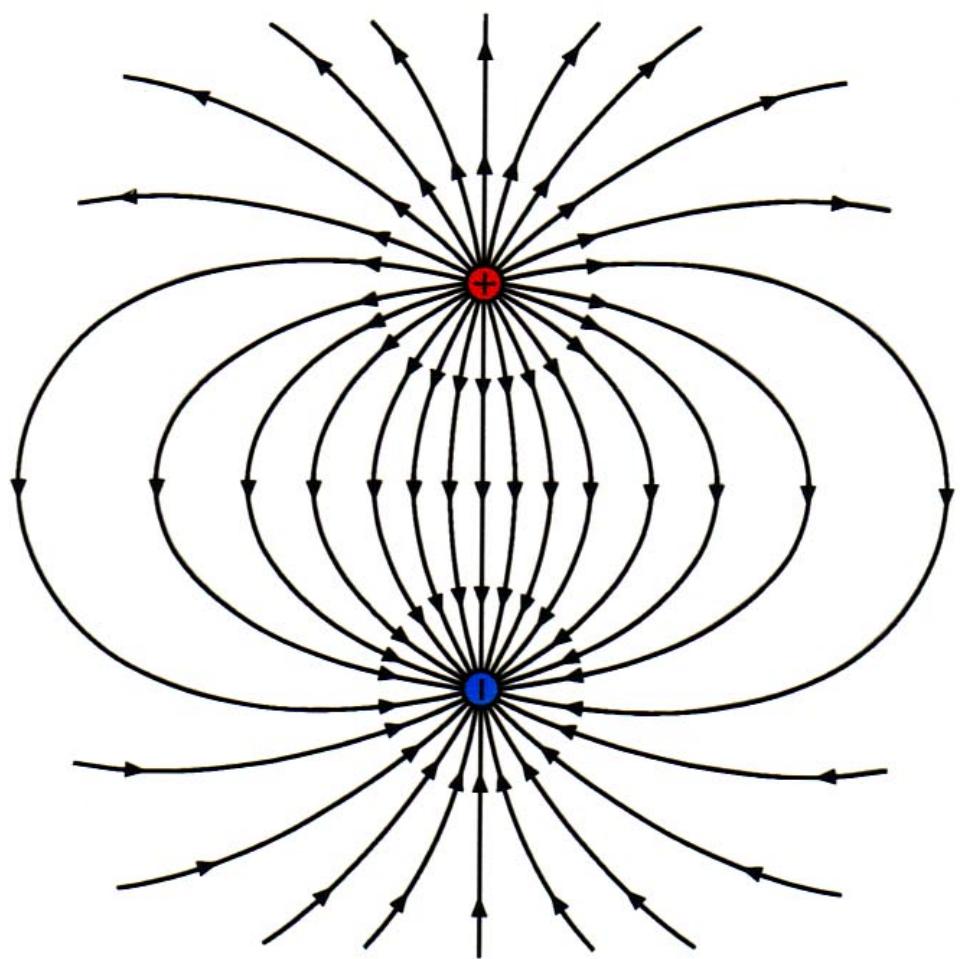
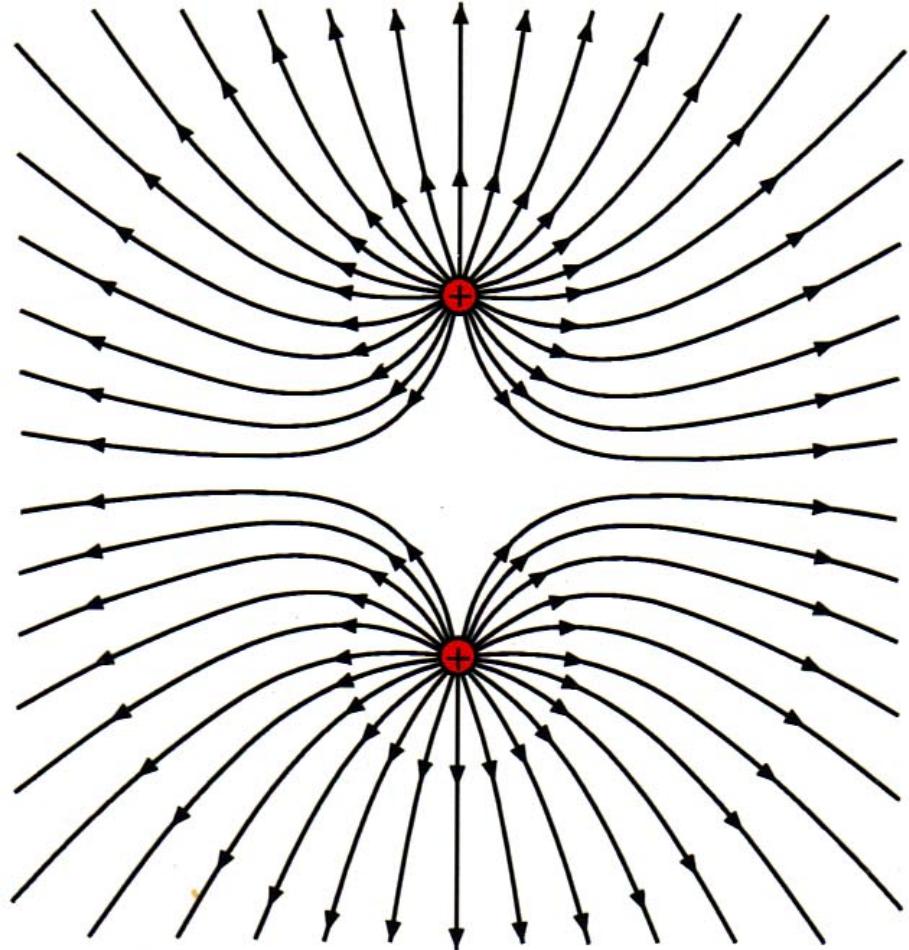
Gesamtmembranfläche: 2.5 m<sup>2</sup>

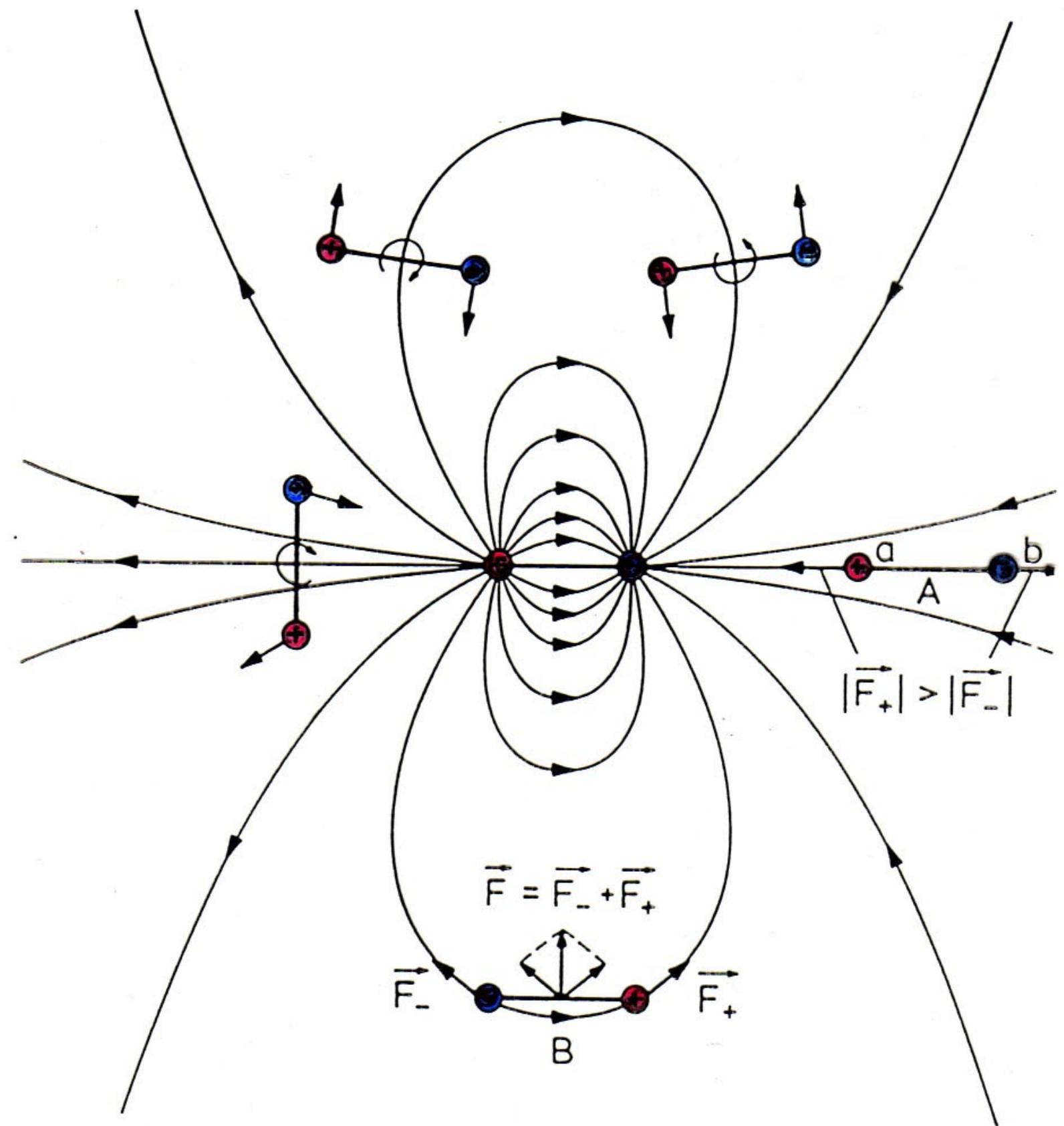


## Dampfdruck $p_D$ (T)









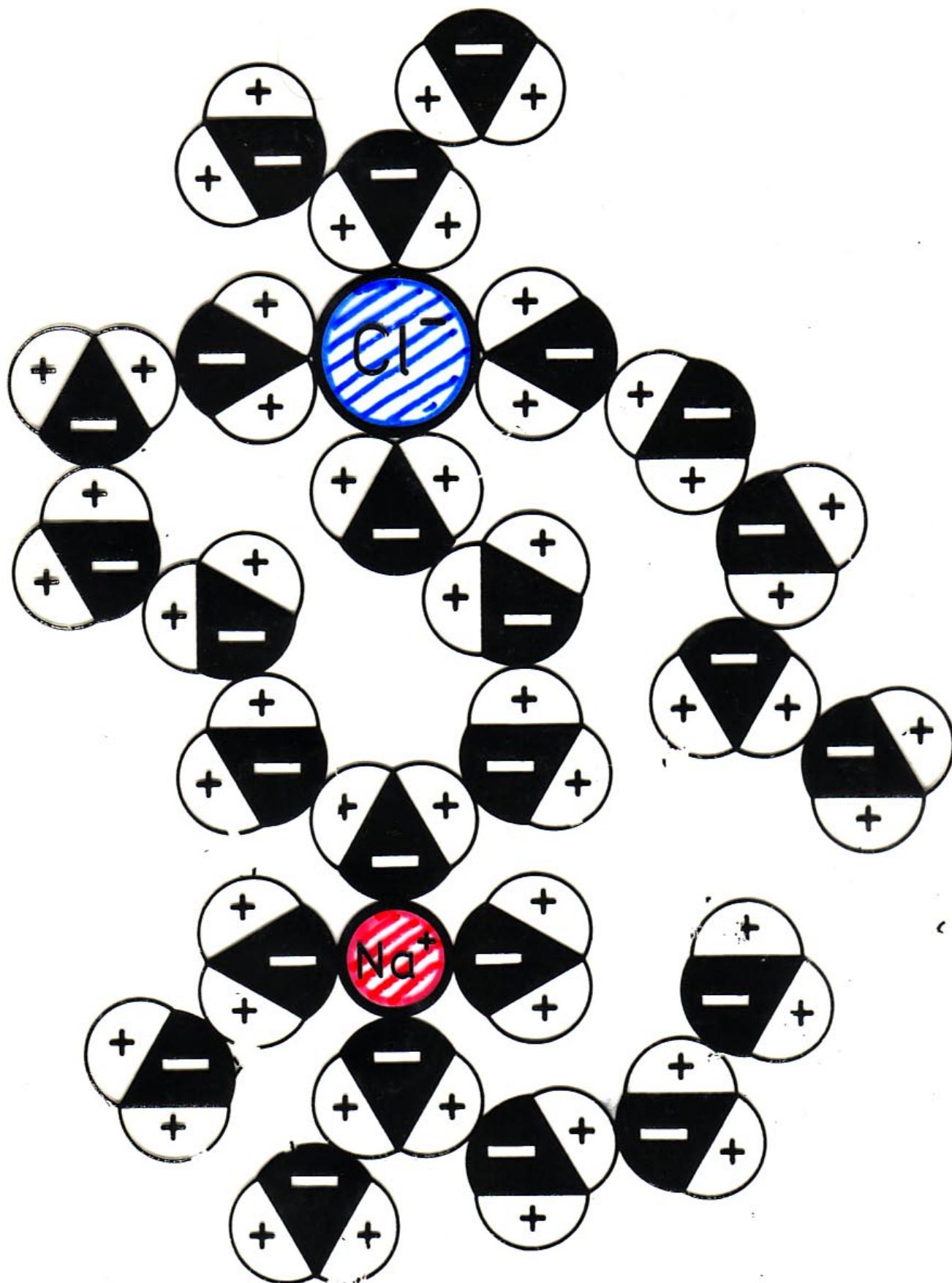
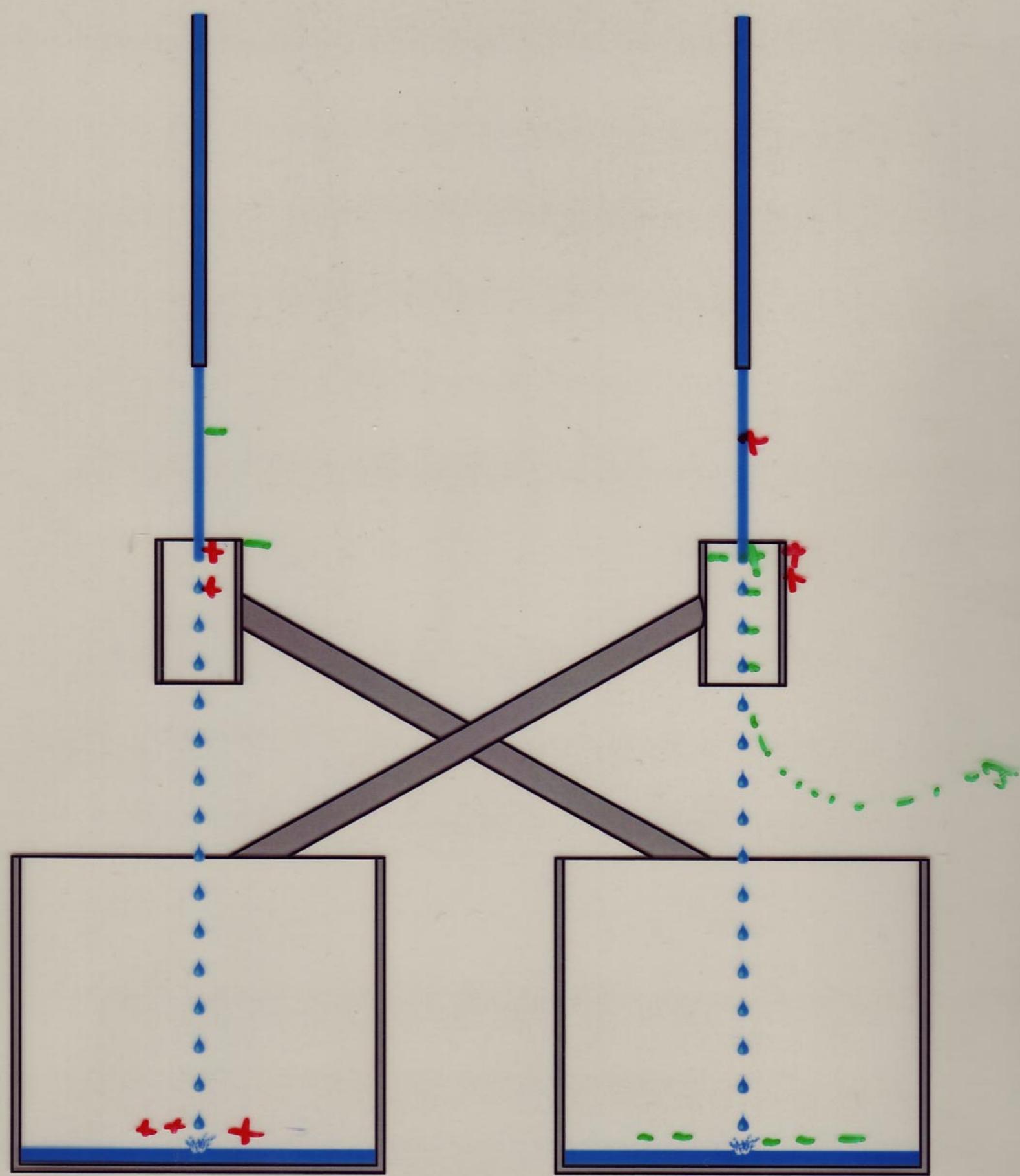


Fig. 8.19 Hydratation: die Wasserdipole lagern sich orientiert um gelöste Ionen



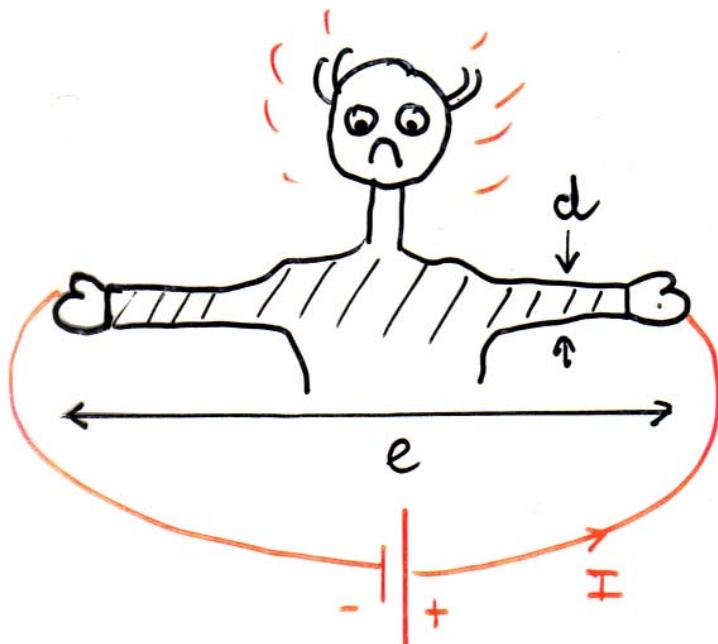
# DER MENSCHLICHE KÖRPER ALS ELEKTR. LEITER

mittlere Leitfähigkeit des menschlichen Körpers:

$$\sigma \approx 0.3 \Omega^{-1} m^{-1}$$

mittlerer spezifischer Widerstand:

$$g = 1/\sigma \approx 3 \Omega m$$



$$g_{sp} \quad l = 2m, d = 8cm$$

$$R_{\text{Hand-Hand}} = g \frac{l}{A} \approx 1.2 k\Omega$$

$$R_{\text{Hand-Hand}} \approx 1200 \Omega$$

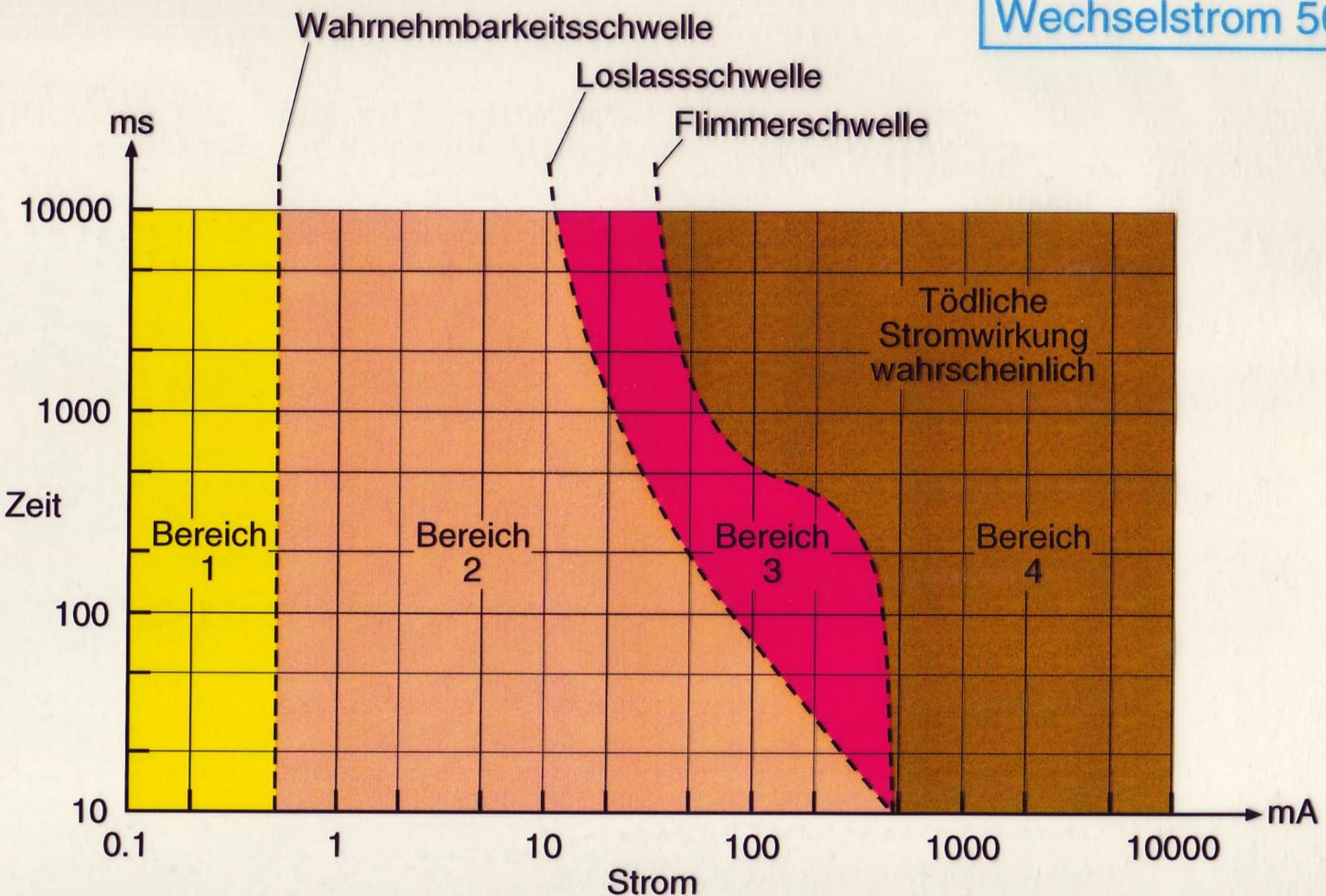
$$R_{\text{Hand-Rumpf}} \approx 600 \Omega$$

$$\text{elektrische Leistung: } P = V^2/R$$

$$\text{Werte für } R_{\text{Hand-Hand}} = 1.2 k\Omega$$

V (V)	I (mA)	P (W)
5	4	0.02
30	25	0.75
110	92	10
230	192	44

## Wechselstrom 50Hz



Gefährzungsbereiche für Erwachsene (Stromweg: 1 Hand-beide Füsse)

# Gefährliche Wirkungen des elektrischen Stromes

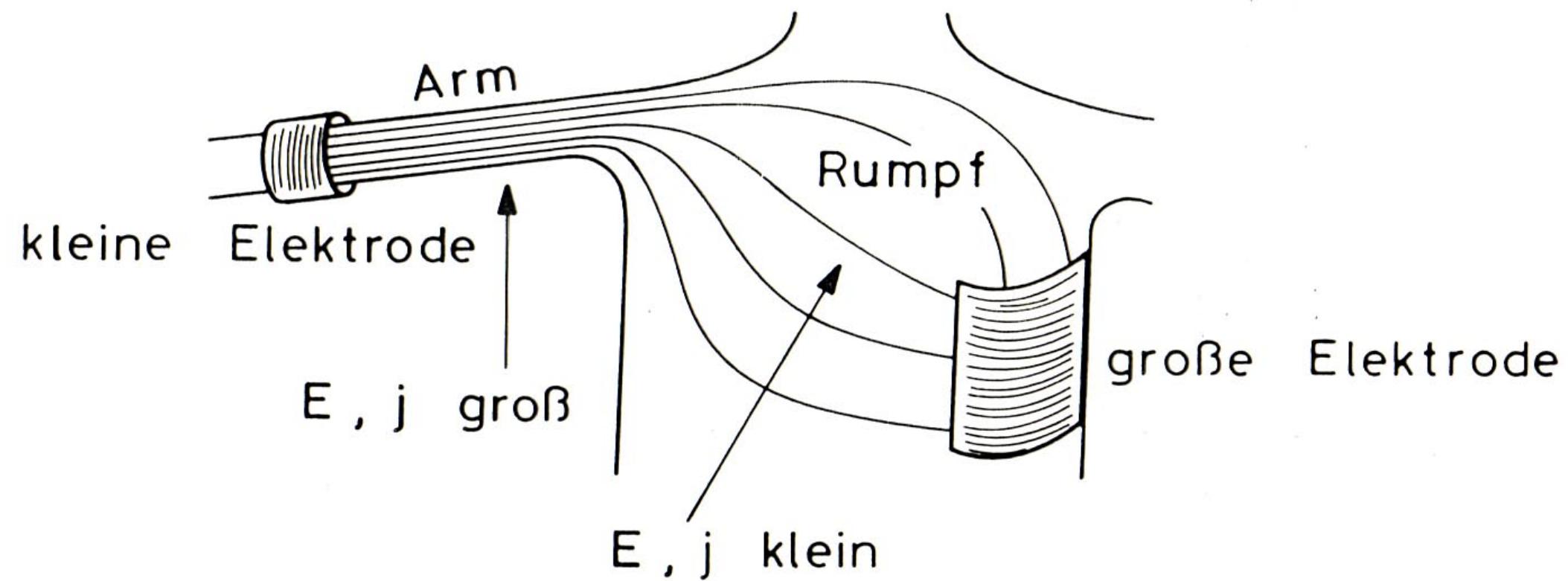
Die Reizleitung in den Nerven wird durch Ionenleitung bewerkstellt. Daher entstehen starke Reize durch Ströme von aussen.

## gestörte Reizleitung

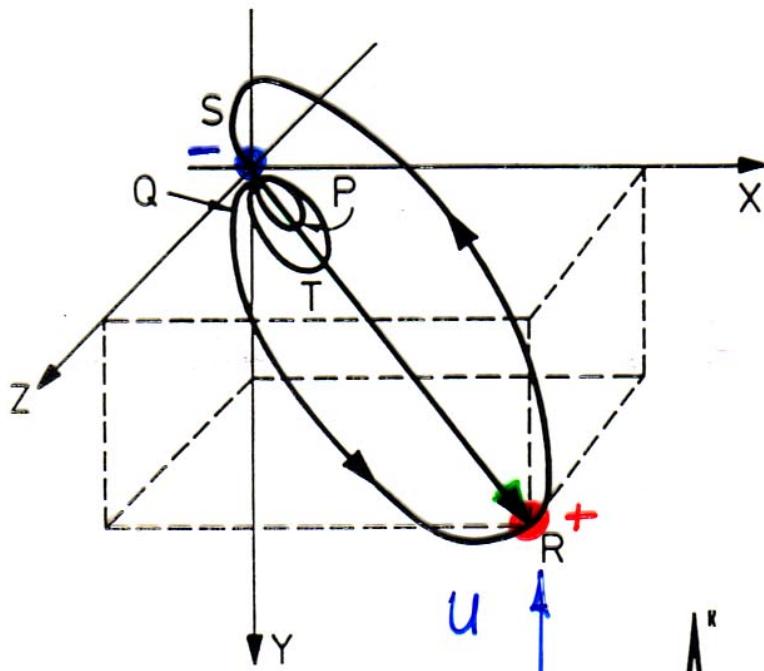
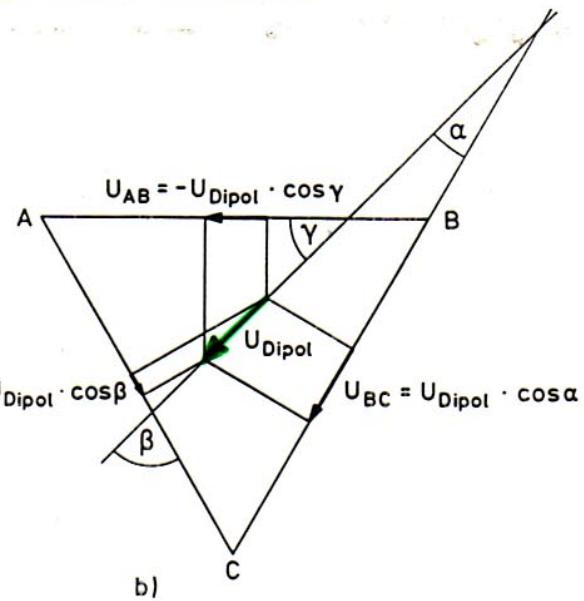
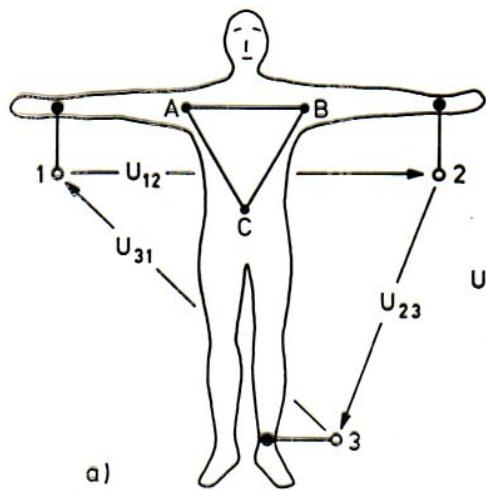
- Atmung
- Herz
- Muskelkrämpfe

## chem. Reaktionen

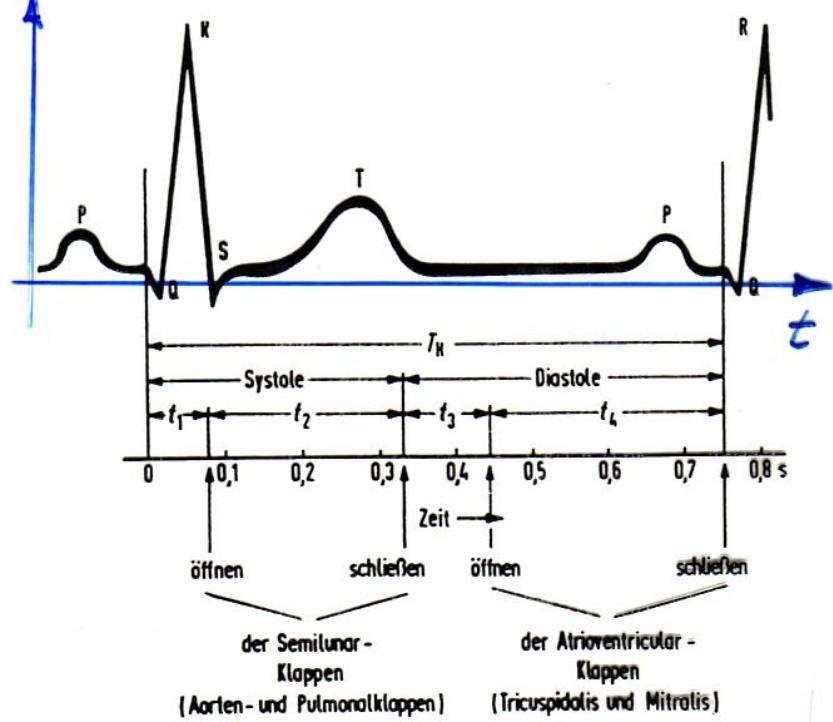
- Vergiftung
- Verbrennung

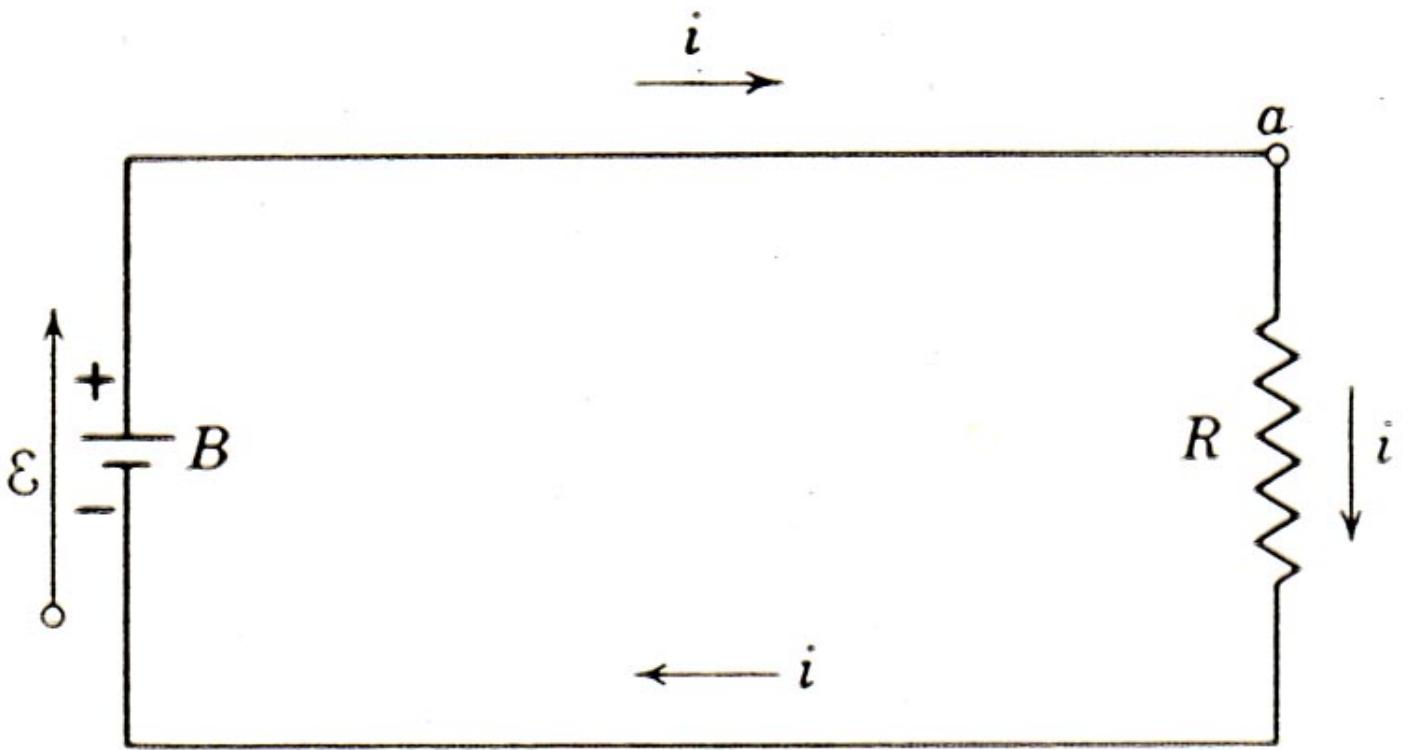


# Das Elektrokardiogramm (EKG)

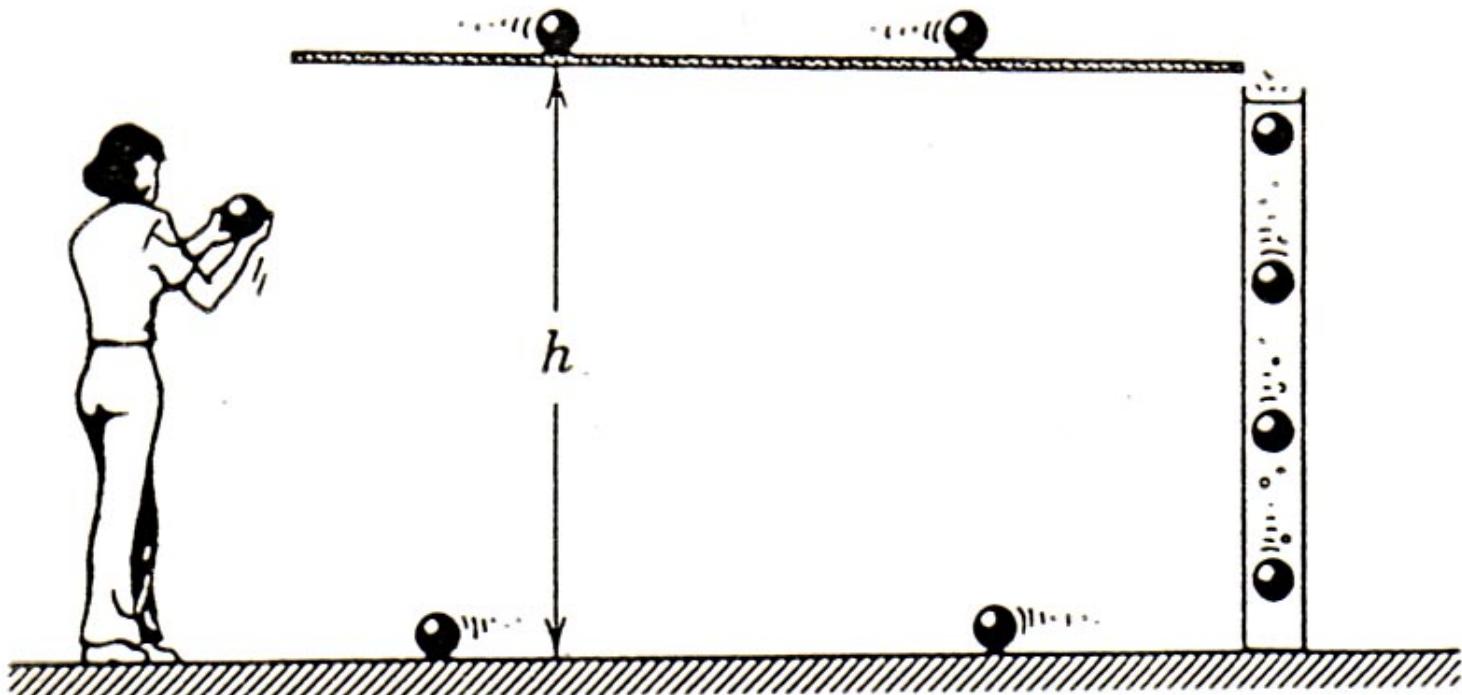


der Herz-Zweipol  
als Funktion der  
Zeit

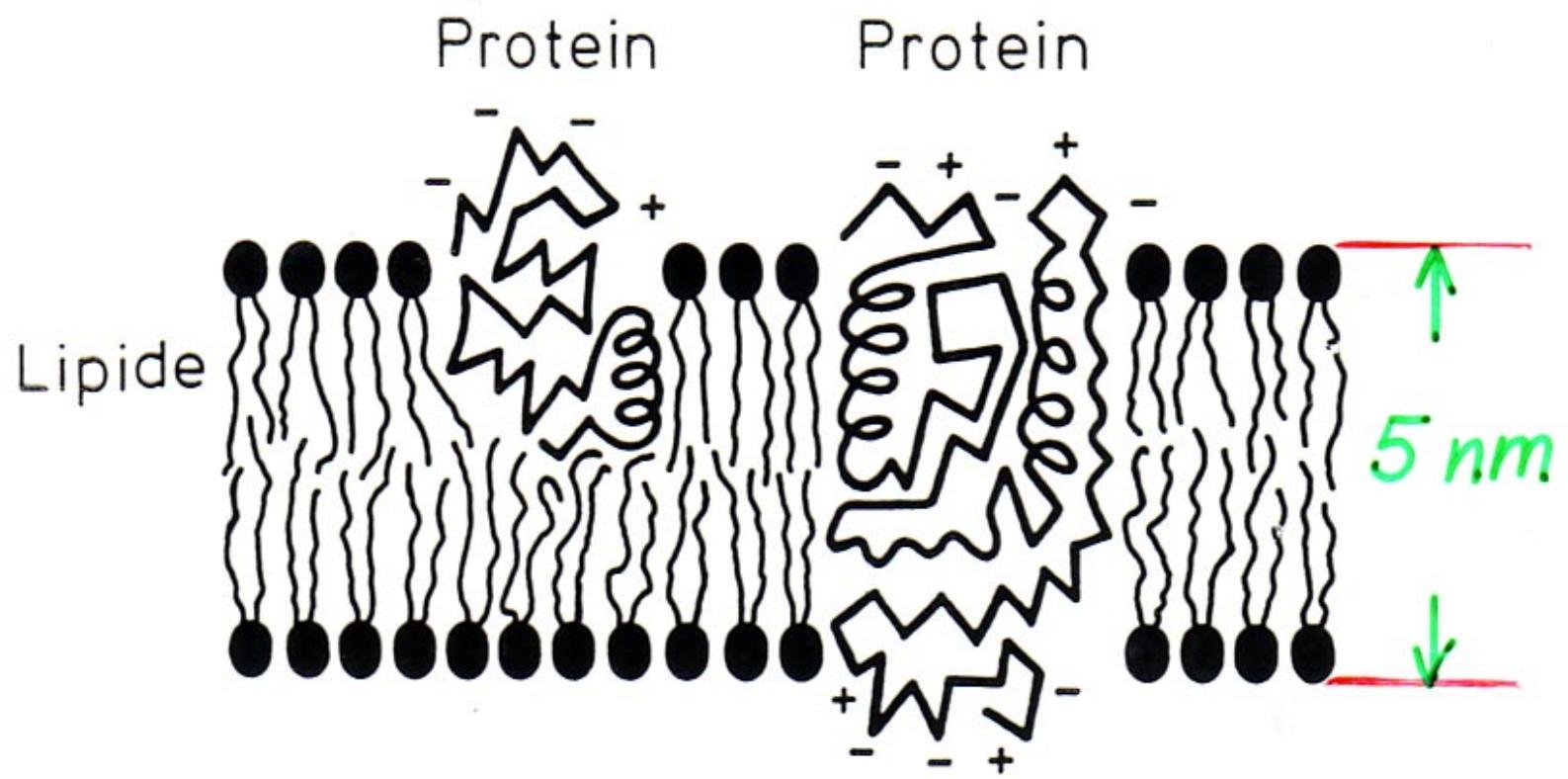


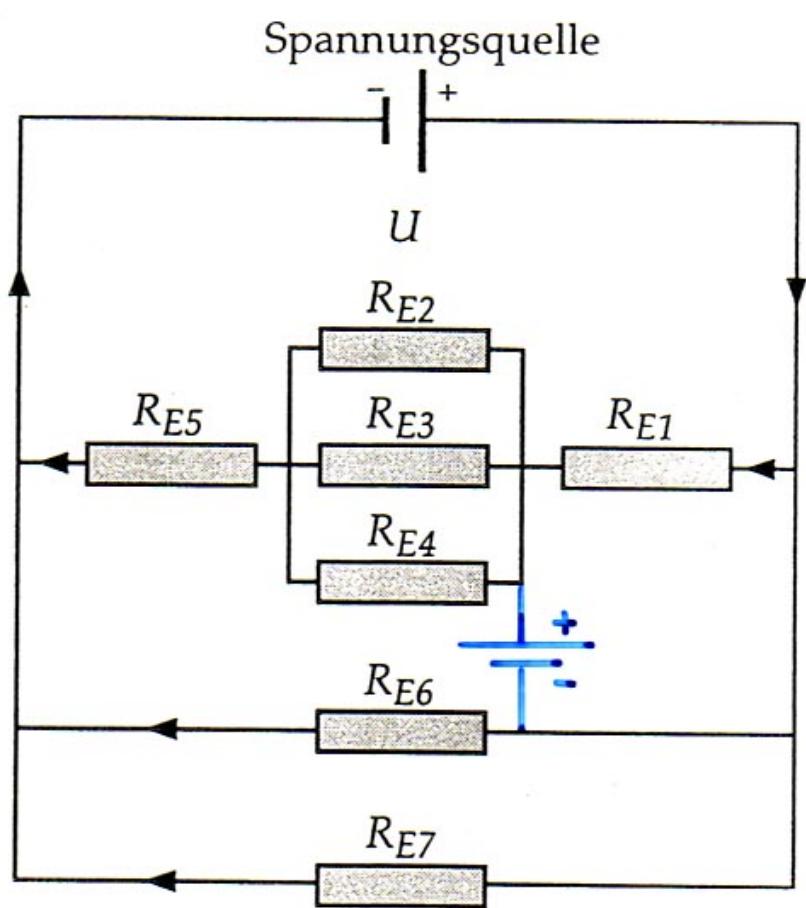
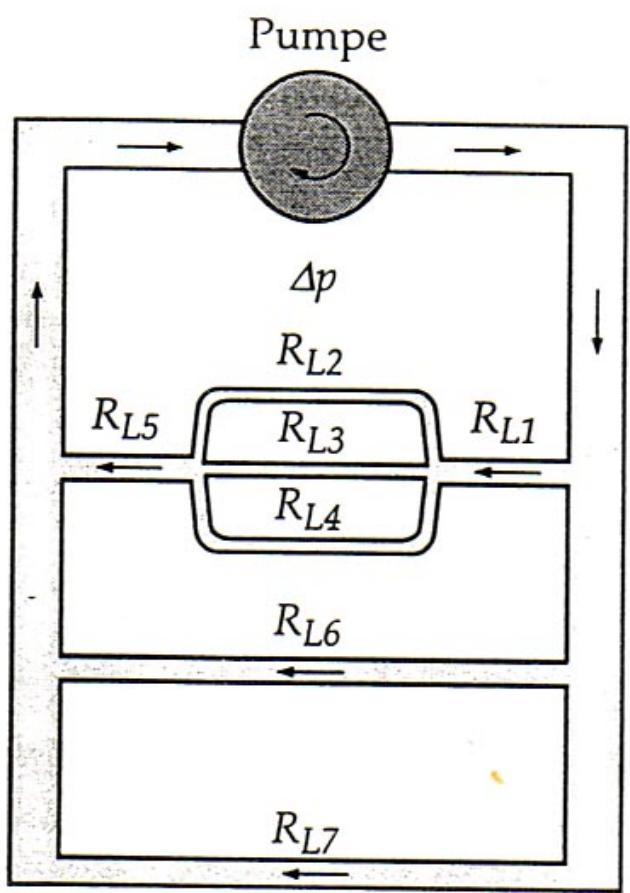


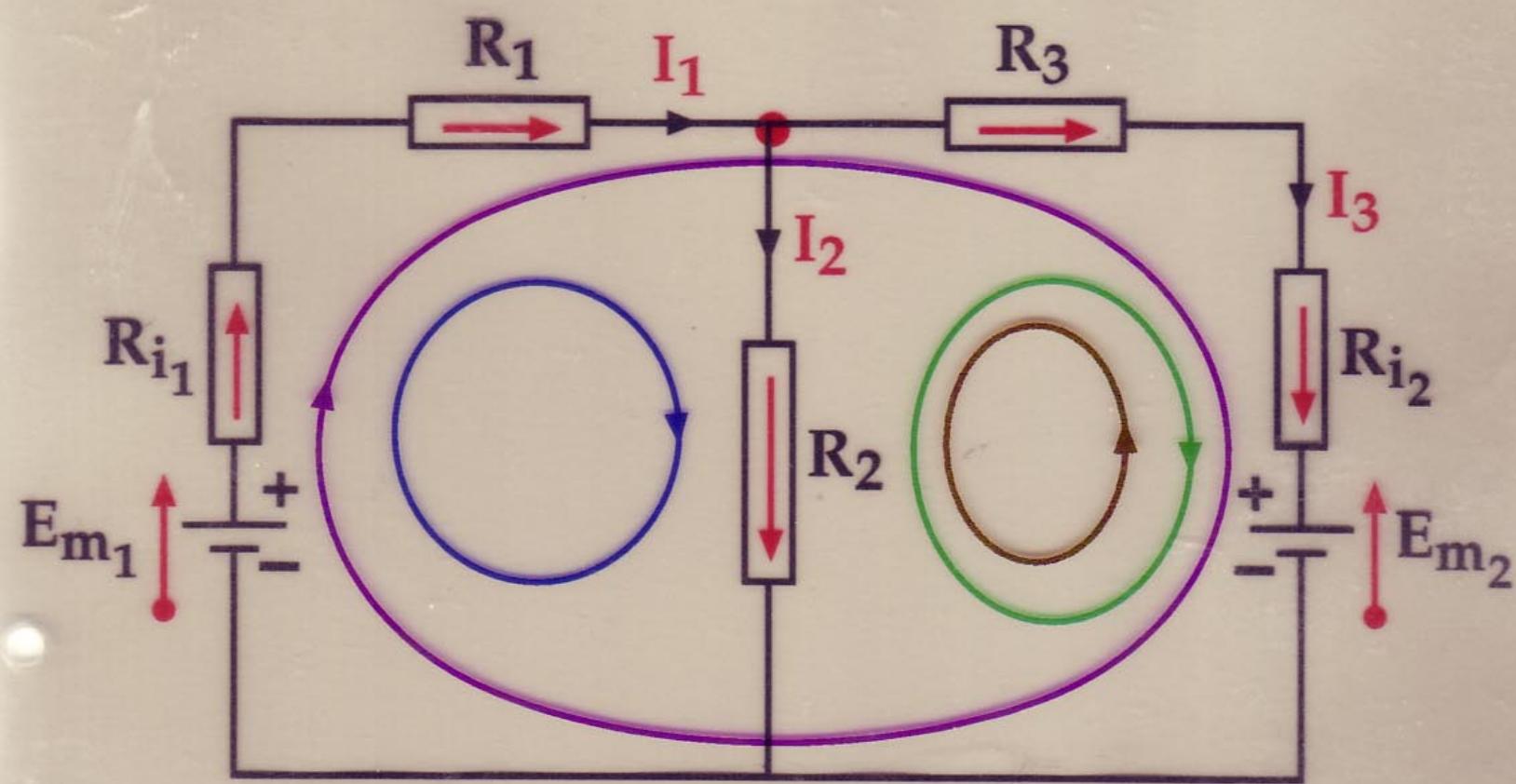
(a)



(b)







- Knoten:  $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

Maschen:

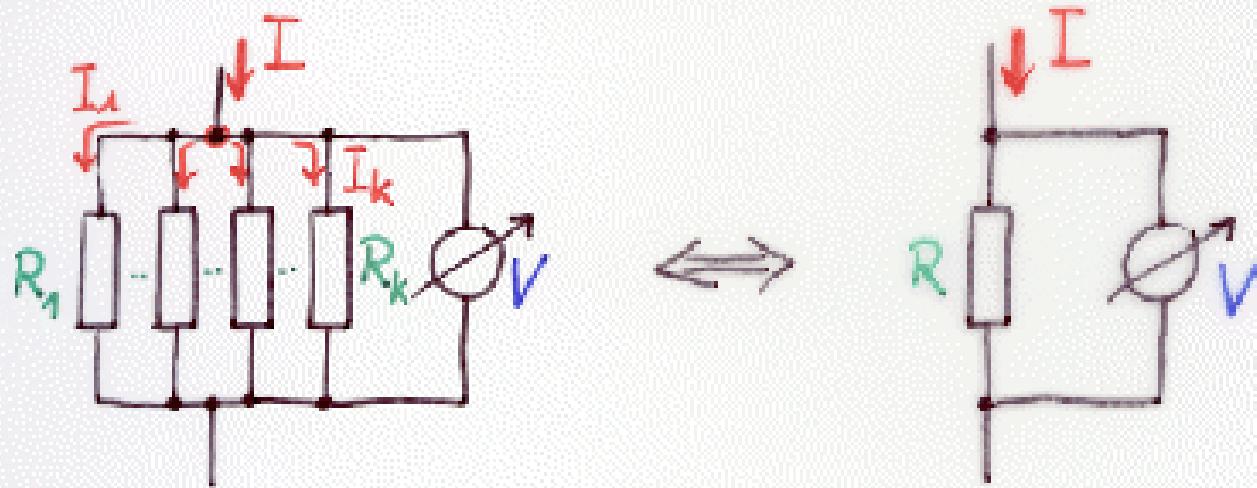
- $E_{m1} = I_1 R_{i1} + I_1 R_1 + I_2 R_2$

- $-E_{m2} = -I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_3 R_{i2}$

- $E_{m1} - E_{m2} = I_1 R_{i1} + I_1 R_1 + I_3 R_3 + I_3 R_{i2}$

- $E_{m2} = +I_2 R_2 - I_3 R_3 - I_3 R_{i2}$

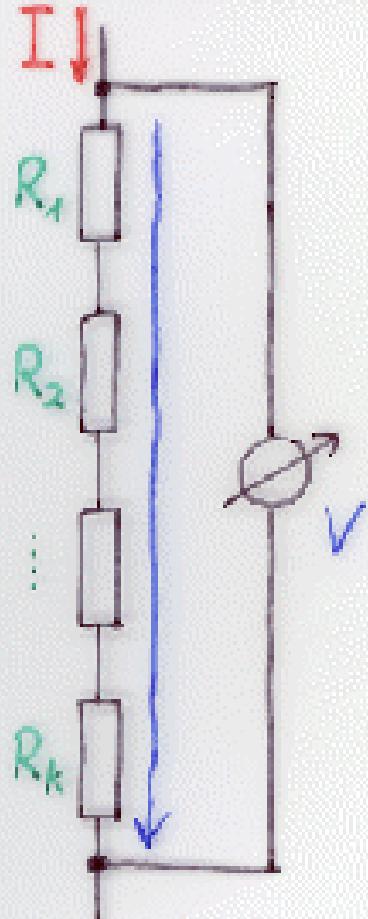
# Parallelschaltung von Widerständen



Knotenregel:  $I = \sum_k I_k = \sum_k \frac{V}{R_k} \doteq \frac{V}{R}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{R} = \sum_k \frac{1}{R_k}}$$

# Serieschaltung

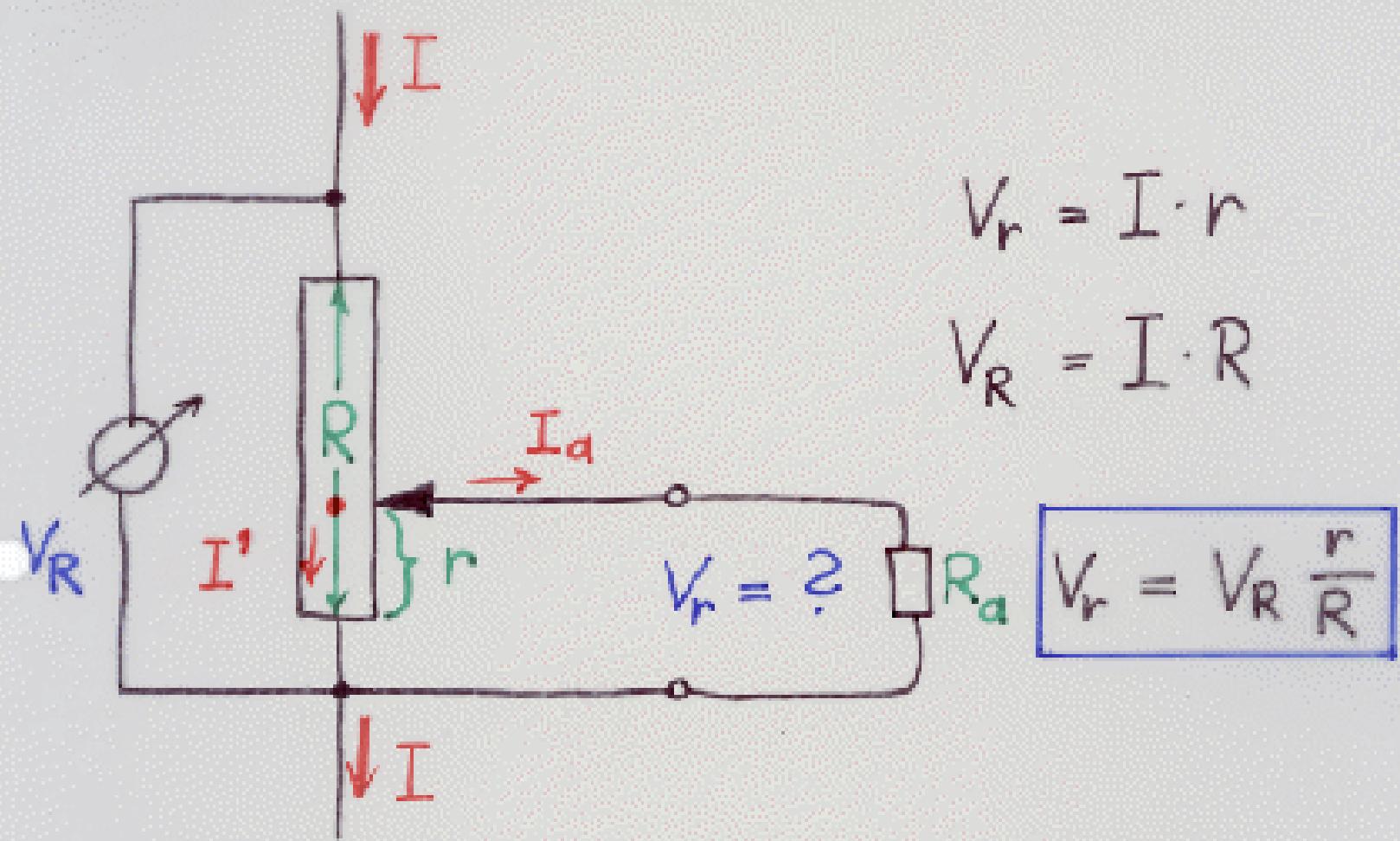


Maschenregel:

$$V = I \cdot R = \sum_k I \cdot R_k = I \cdot \sum_k R_k$$

$$\Rightarrow \boxed{R = \sum_k R_k}$$

# Der Spannungsteiler

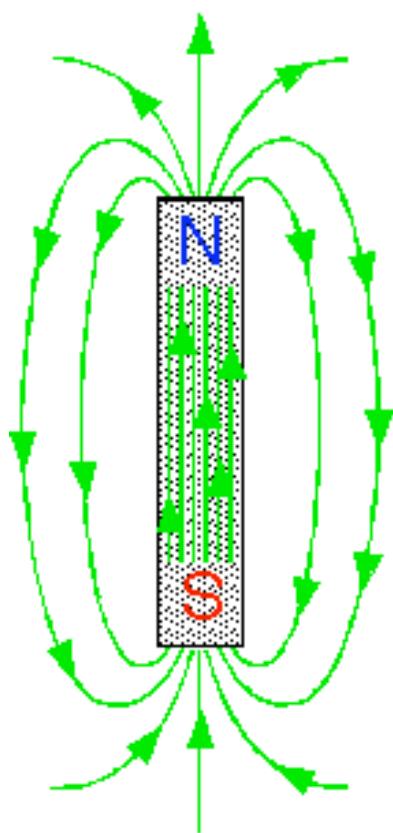


mit Verbraucher  $R_a$

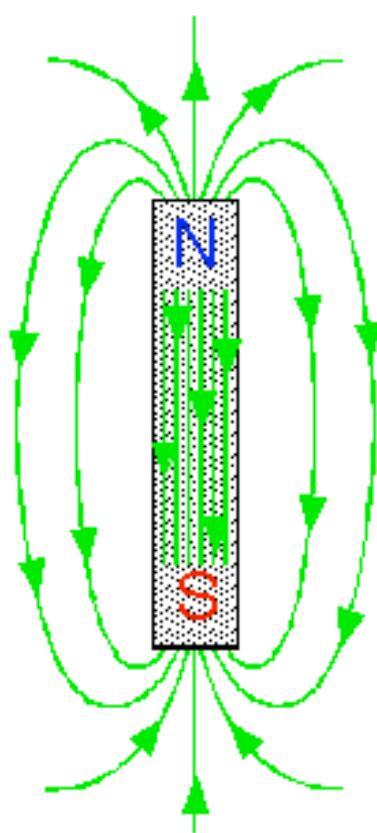
$$I' = I - I_a < I$$

$$V_r^a = I' \cdot r < V_r$$

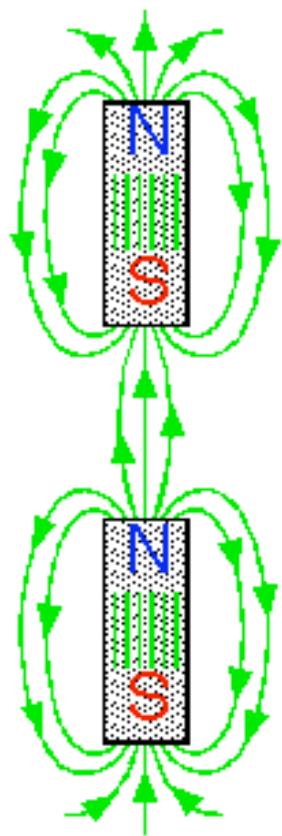
# Magnetische Monopole ?



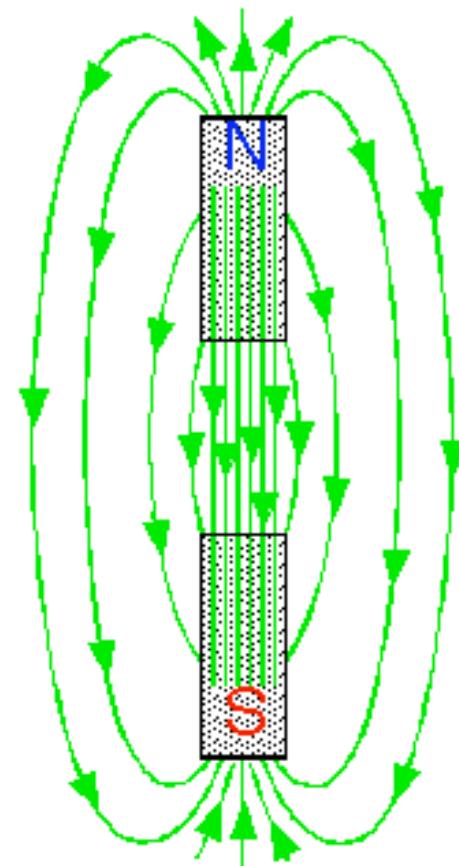
oder



?



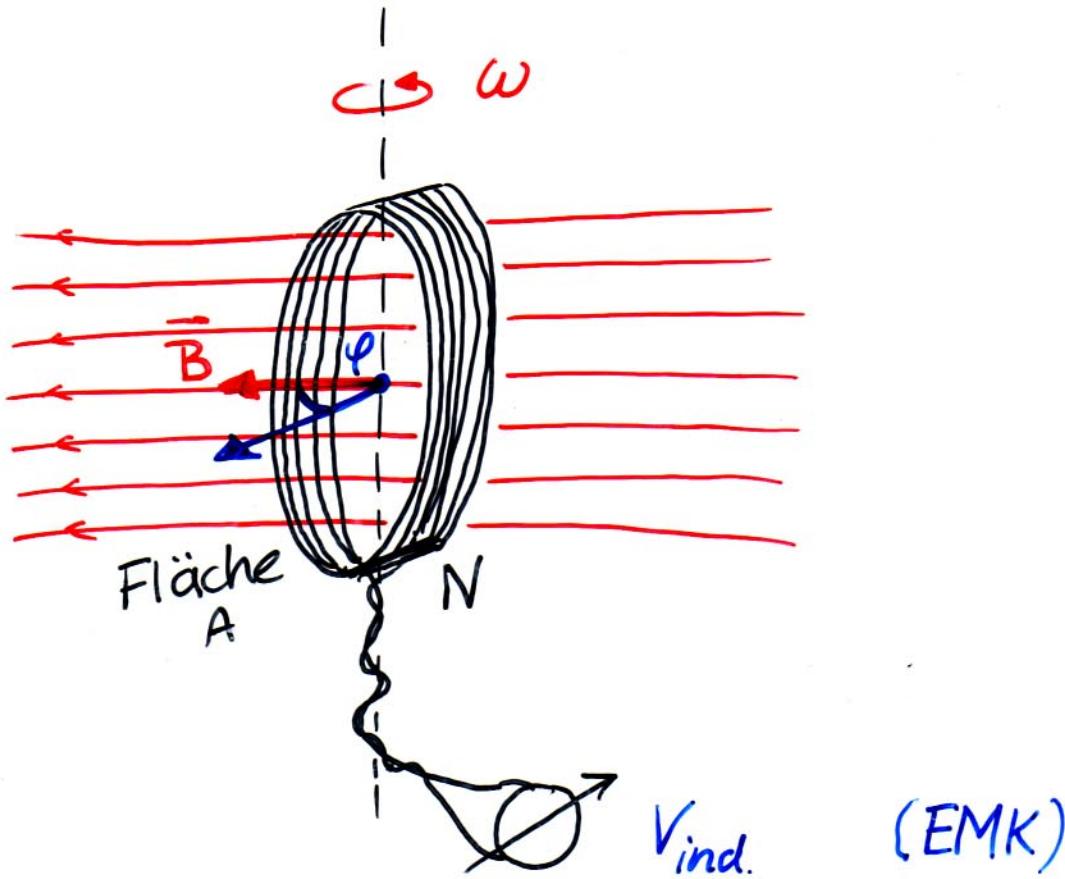
oder



?

$\vec{B}$  hat keine Quellen

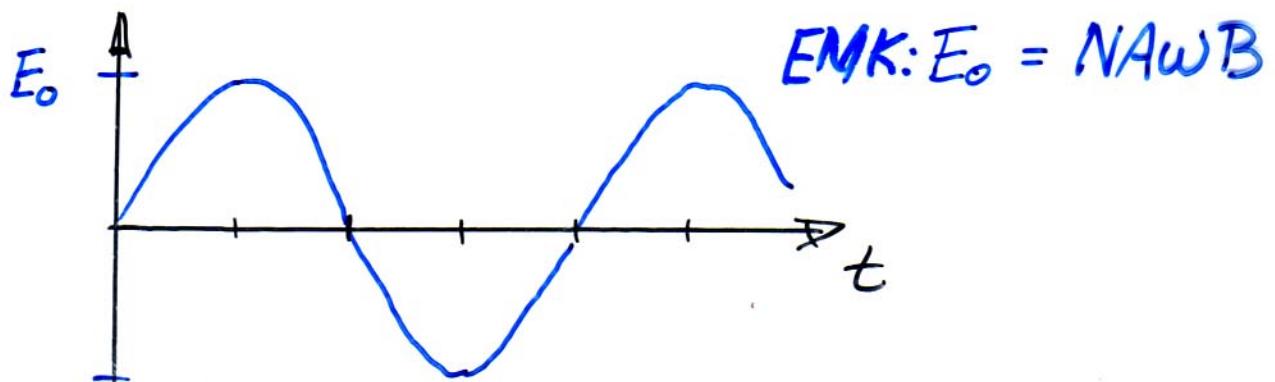
# Der Wechselspannungsgenerator



$$V_{\text{ind.}} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt} (NAB \cos \varphi)$$

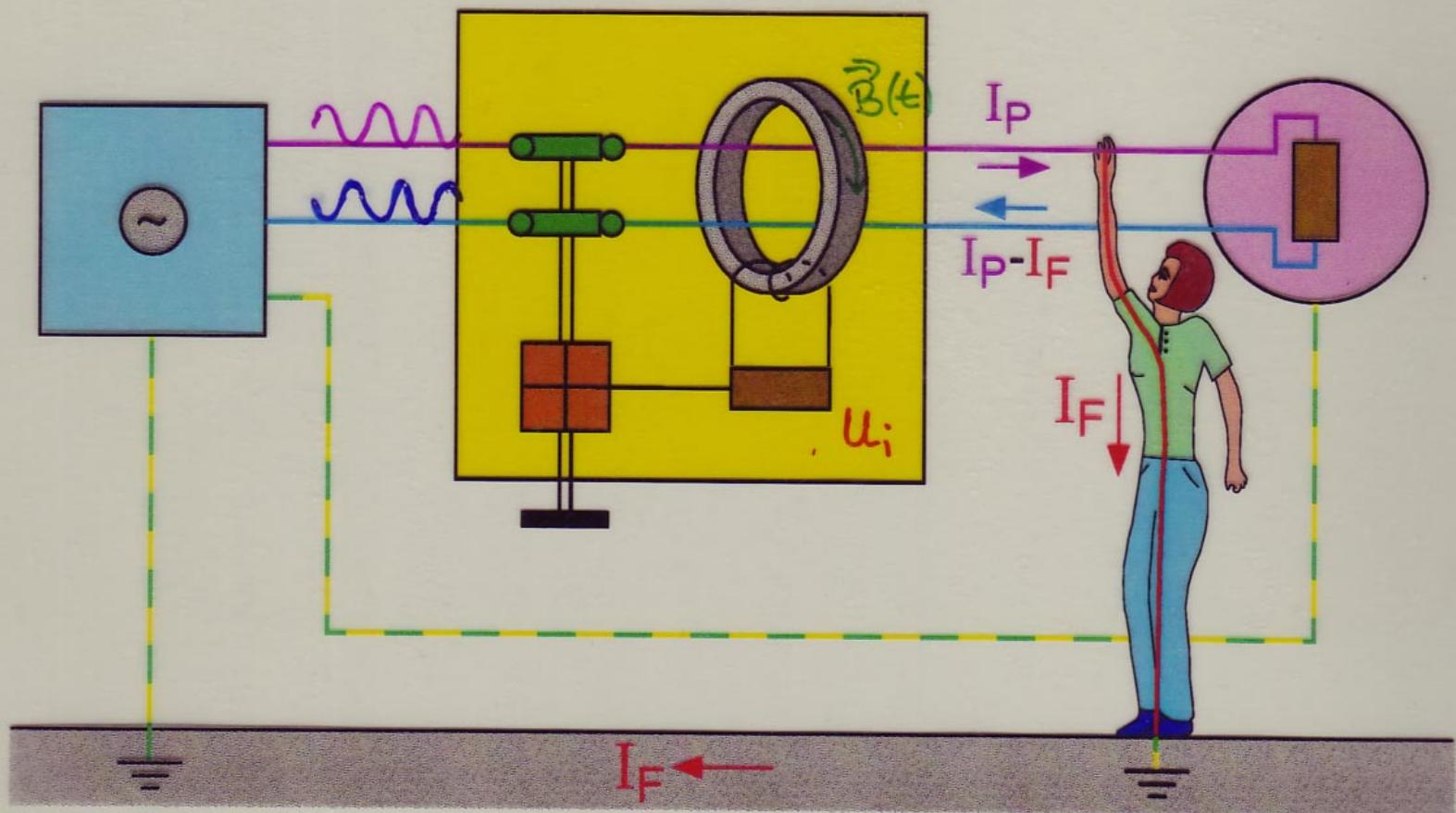
Drehung:  $\varphi(t) = \omega \cdot t$

$$\Rightarrow V_{\text{ind.}} = NAB \sin \omega t$$

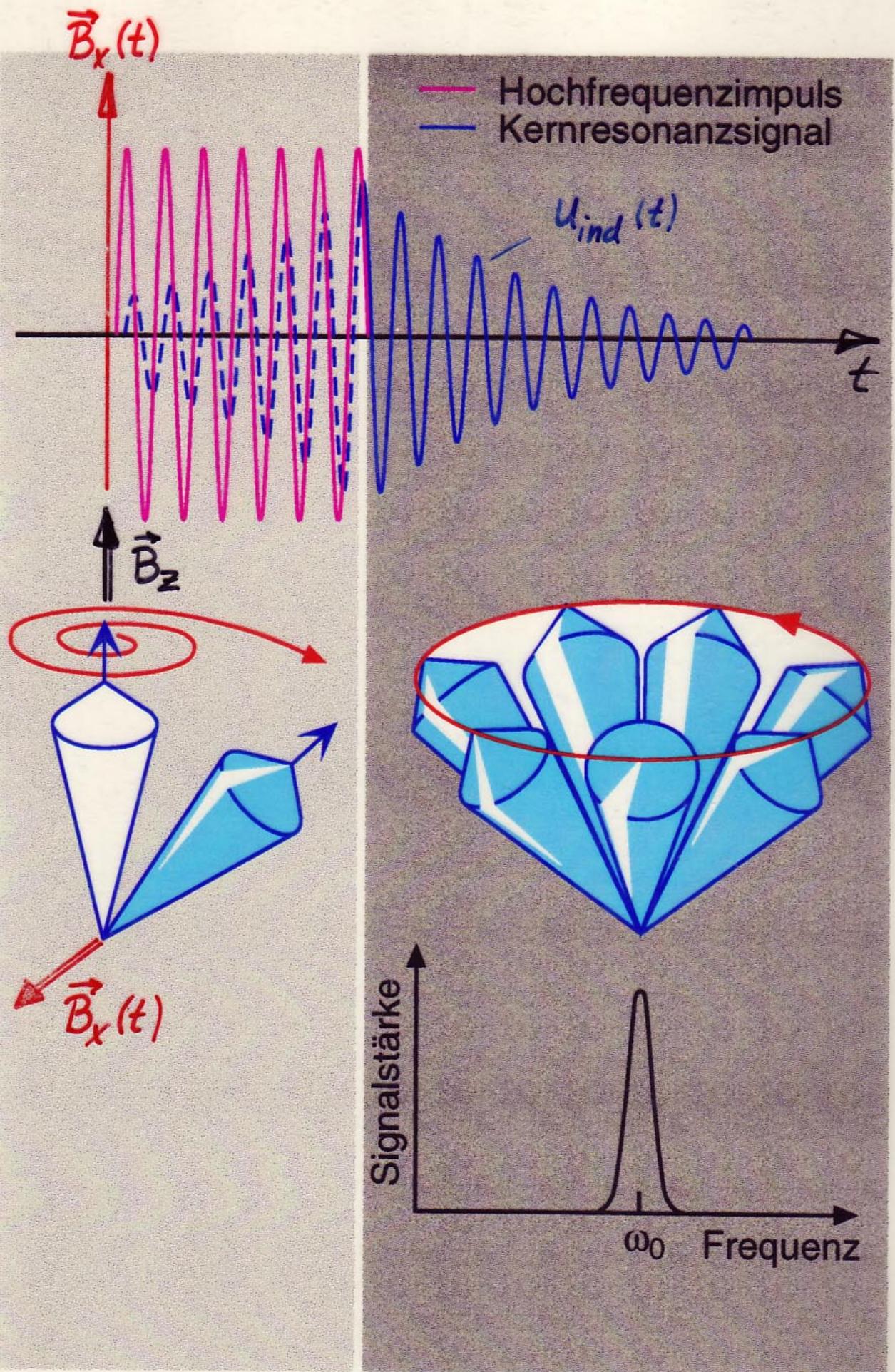


# Prinzip der Fehlerstromschutzschaltung

Stromquelle      Fehlerstromschutzschalter      Verbraucher

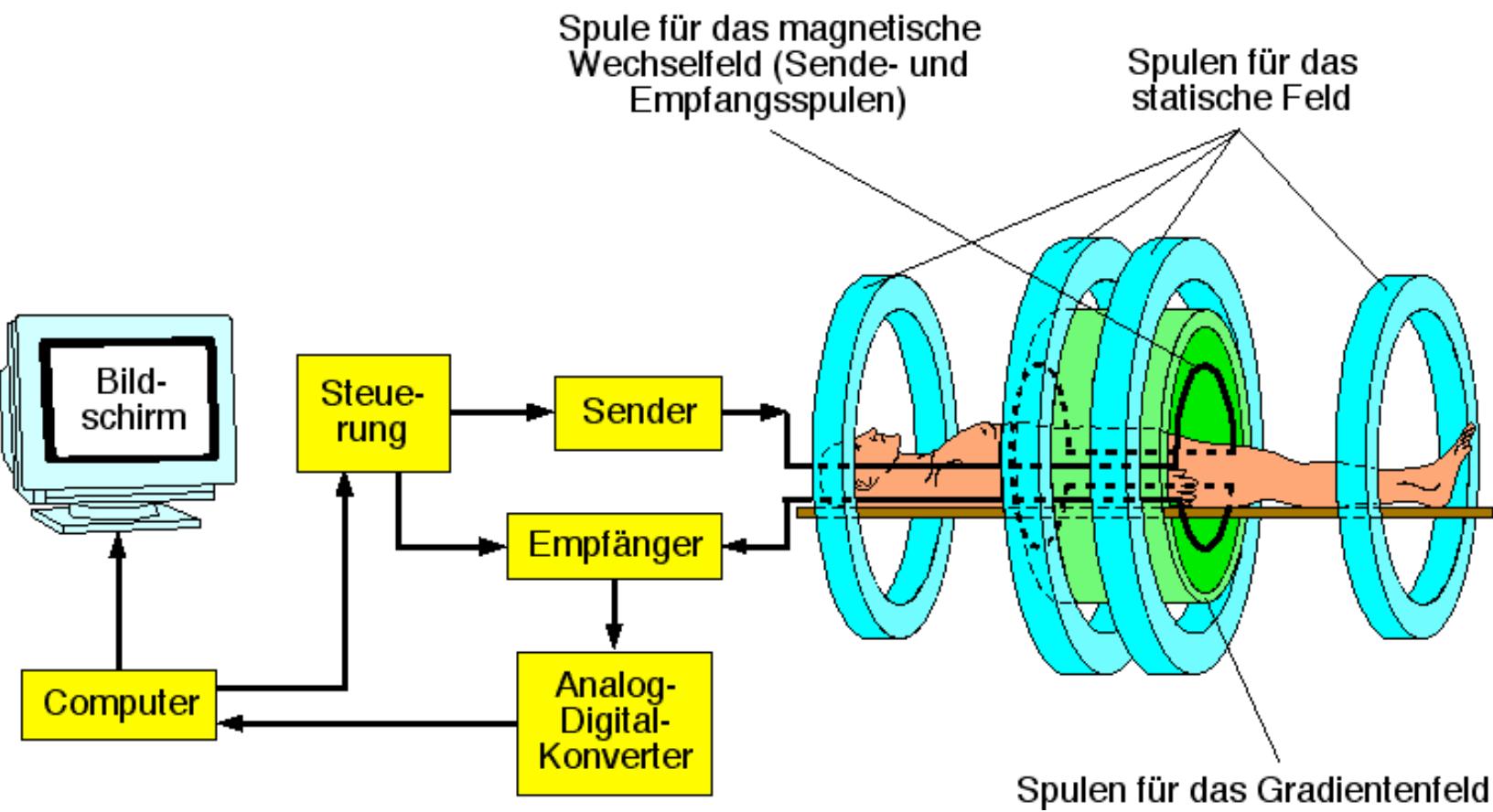


Zeitlicher  
Verlauf  
des KERN-  
resonanz-  
experiments

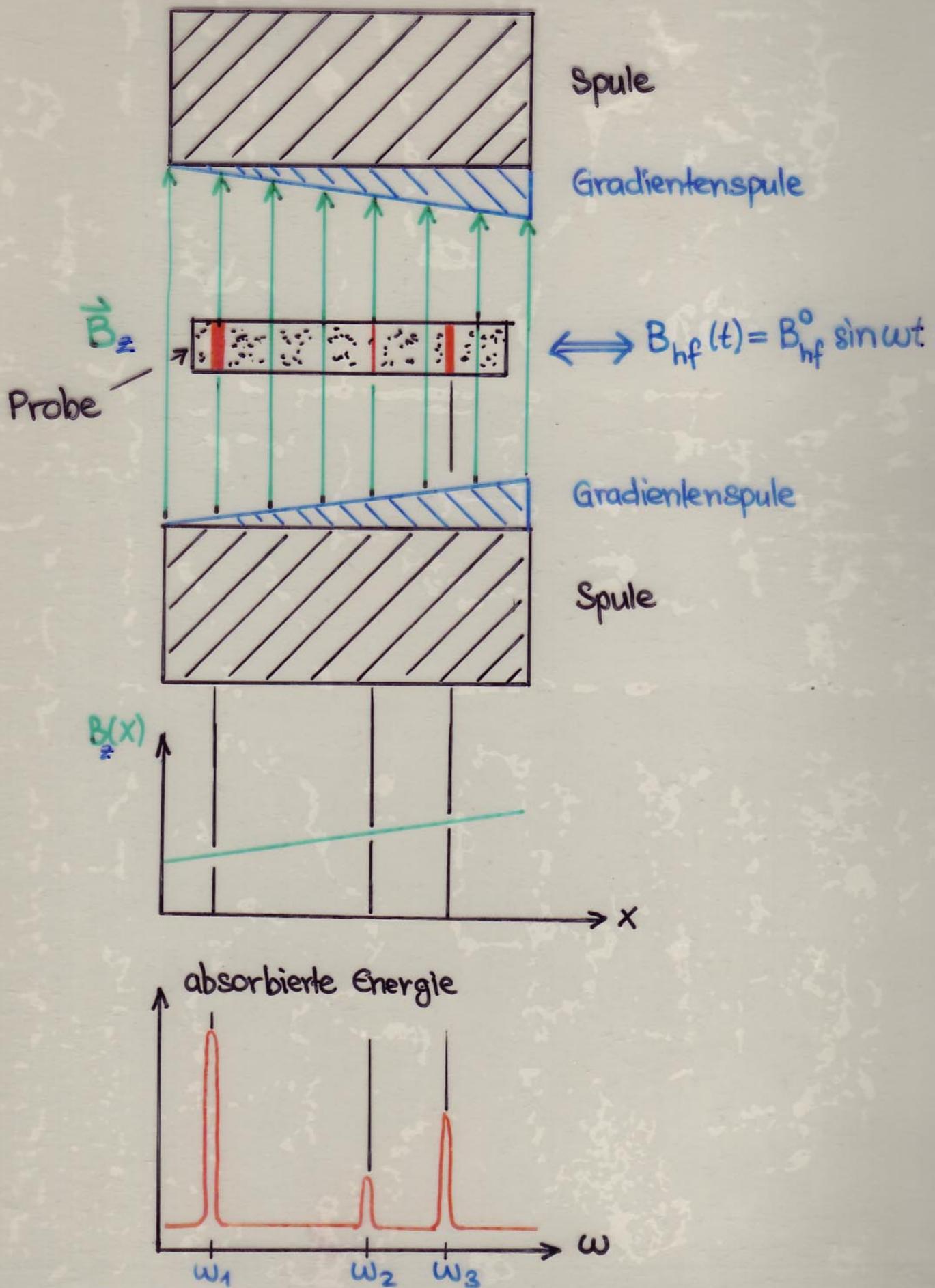


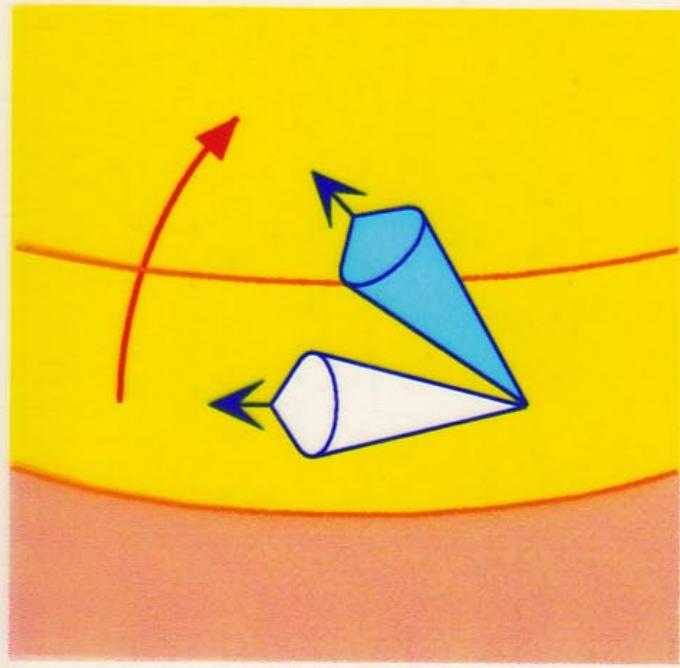
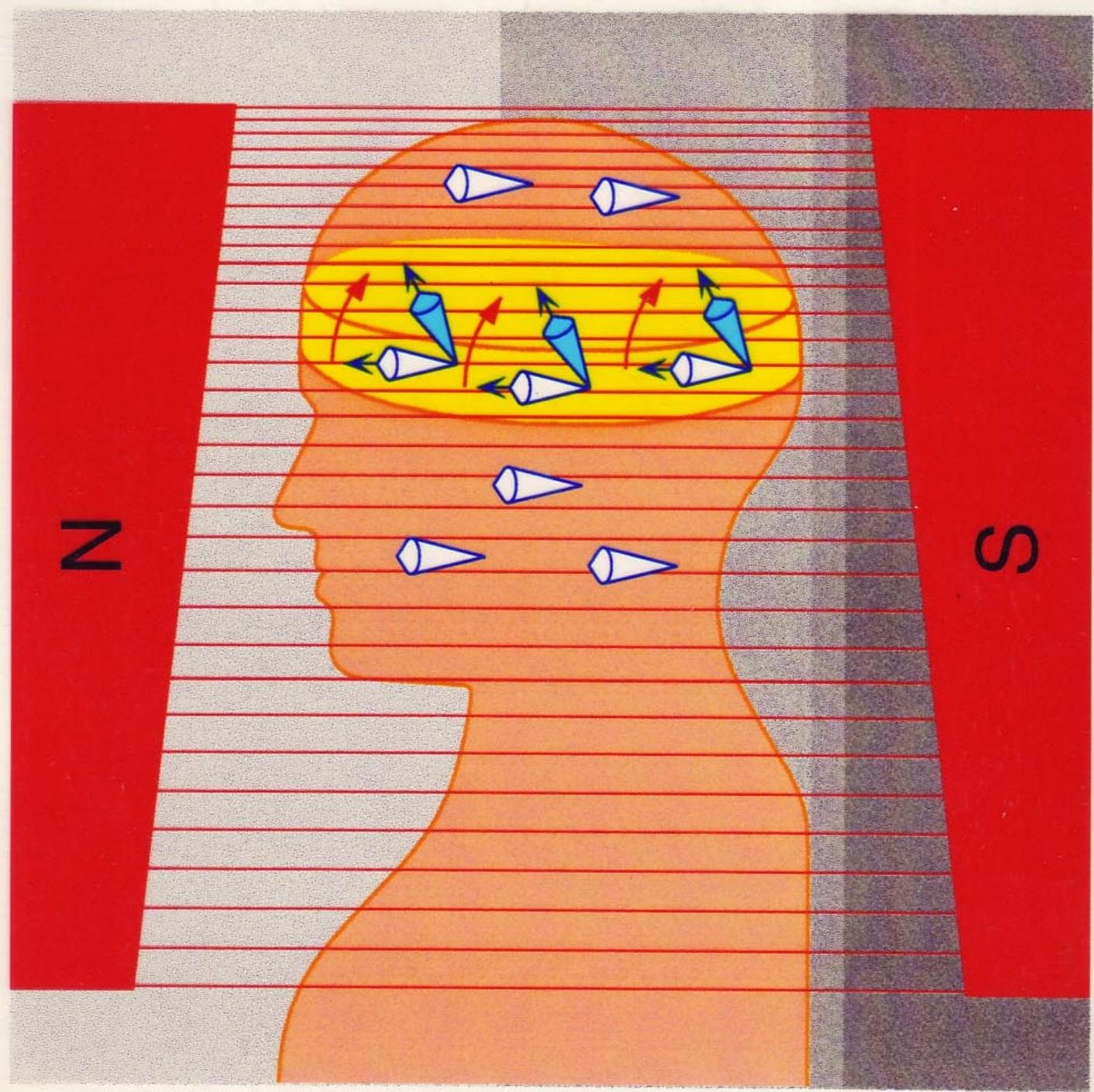
Kernresonanzspektrum

## Aufbau einer MRT-Anlage

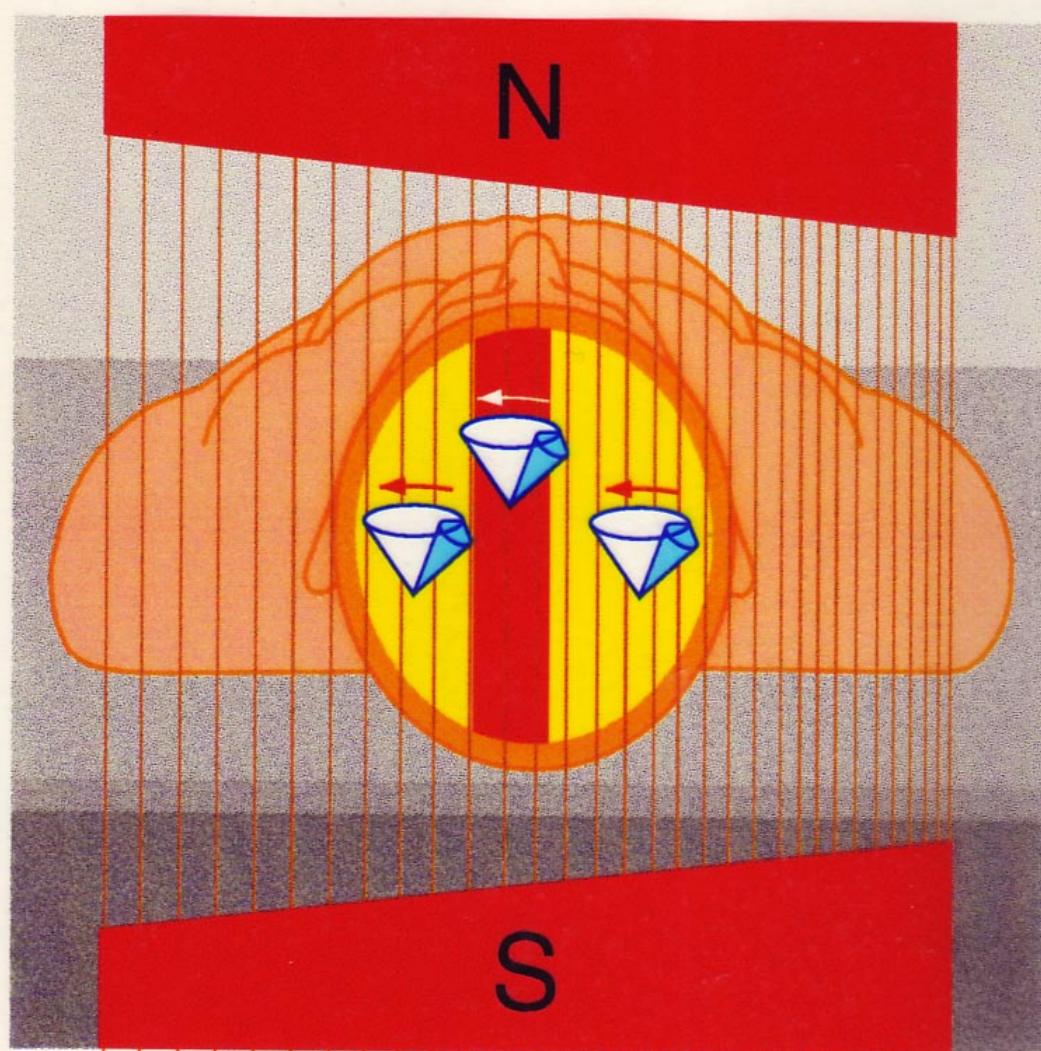


# PRINZIP DER NMR-TOMOGRAPHIE

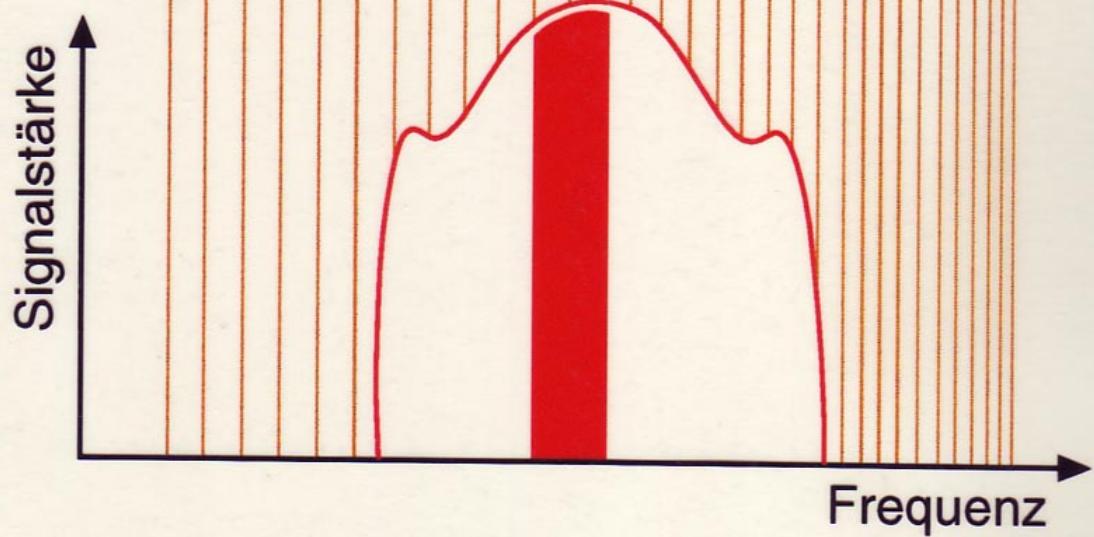




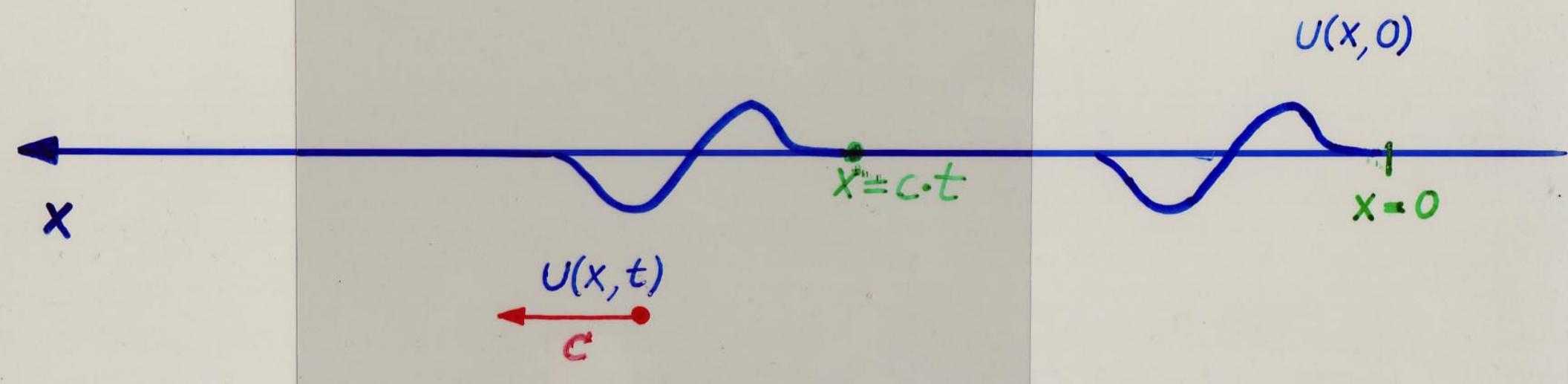
Selektive Anregung  
einer Schicht



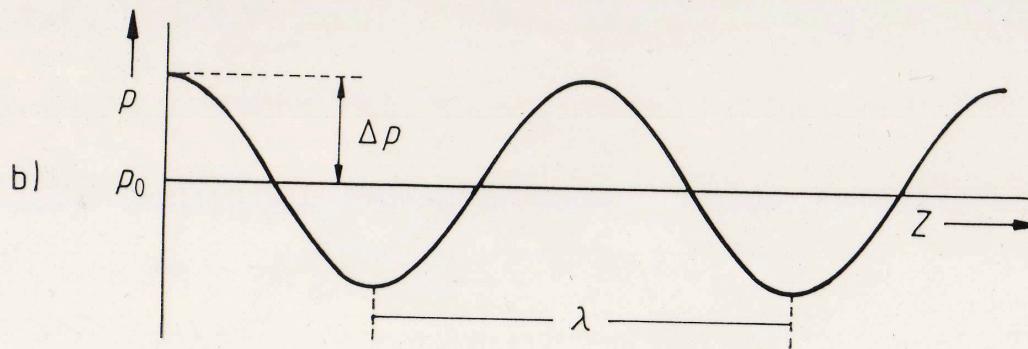
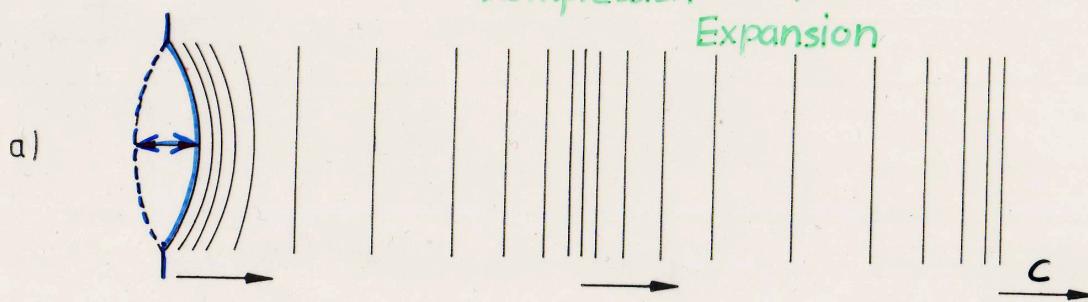
Aufnahme einer  
Projektion im  
Feldgradienten



## Laufende Welle



Lautsprecher-Membran



Kompression  
Expansion

sehr schnell  $\Rightarrow$  adiabatisch!

$$c = \sqrt{\frac{\alpha p_0}{\rho}}$$

Material	Schallgeschwindigkeit (in m/s)
Luft	344
Kohlendioxid	258
<u>Wasser</u>	1480
Äthylalkohol	1210
Blut (bei 37 °C)	1570
Kupfer	3560
Glas	5600
Eis	3250
Diamant	18000

344  
258 } Gase

1480 }  $\Rightarrow$  Ultraschall  
1210 } Flüssigkeiten

3560  
5600 } feste Körper

# Index

**Fettgedrückte** Seitenzahlen weisen auf Definitionen hin.

- Arbeit, **44**
- Beschleunigung, **12**
- Dehnung, **30**
- Dipolmoment, **86**
- Drehmoment, **28**
- elektrische
  - ~ Feld, **85**
  - ~ Spannung, **88**
- elektrische Leitfähigkeit, **101**
- elektrischer Widerstand, **99**
- Energie
  - potentielle ~, **49**
  - ~satz, **47**
- Energie-Erhaltungs
  - ~satz, **49**
- Entropie, **83**
- Feld
  - elektrische ~, **85**
- Geschwindigkeit, **11**
- Gleichgewicht
  - thermodynamisches ~, **71**
- Kapazität, **91**
- Kraft, **19**
- Leitfähigkeit
  - elektrische ~, **101**
- Masse, **19**
- Normalspannung, **31**
- Querkontraktion, **31**
- Rohrwiderstand, **57**
- S, **83**
- Satz
  - Energie ~, **47**
  - Energie-Erhaltungs~, **49**
- Schubspannung, **34**
- Schwerpunkt, **29**
- Spannung, **89**
  - elektrische ~, **88**
- Stromdichte, **97**
- Stromstärke, **96**
- thermodynamisches Gleichgewicht, **71**
- Volumendurchfluss, **51**
- Volumenstromstärke, **51**
- Widerstand
  - elektrischer ~, **99**

INDEX

---

INDEX

# **Todo list**