Inhaltsverzeichnis

1 Eigenschaften der Komplexen Zahlen

Da $\mathbb{R}$ zu $\mathbb{C}$ erweitert wird werden die Grundgesetzte nicht verletzt. Also ist auch $\mathbb{C}$:

- Kommutativ (Addition & Multiplikation)
- Assoziativ (Addition & Multiplikation)
- Distributiv

$\mathbb{C}$ erweitert den Zahlenraum nur um die Zahl j (ausserhalb der Elektrotechnik ist i gebräuchlicher), die quadriert -1 ergibt.

2 Dartstellung

- Zahlenpaar:
$$z = (z_1; z_2) \text{ mit } z_1, z_2 \in \mathbb{R}$$
- Eulerform:
$$z = a + bj \text{ mit } a, b \in \mathbb{R}$$

Eine Zahl $z == a + bj$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ setzt sich aus folgendem zusammen:

z komplexe Zahl (vom lat. zusammengesetzt)

j/i imaginäre Einheit

a Realteil ($= Re(z)$), reelle Zahl

$j \cdot b$ imaginäre Zahl

b Imaginärteil ($= Im(z)$)

3 Grundoperationen

Zur Vermeidung von Flüchtigkeitsfehlern und zur besseren Lesbarkeit, sollte man zuerst den Realteil und erst danach den Imaginärteil berechnen, damit das Resultat schon „Aufgeteilt“ dasteht. Zudem sollte die imaginäre Einheit j vor den Variablen stehen.

Addition:

$(a_1 + ja_2) + (b_1 + b_2) = a_1 + b_1 + ja_2 + jb_2 = (a_1 + b_1) + j(a_2 + b_2)$

Subtraktion:

$(a_1 + ja_2) - (b_1 + b_2) = a_1 - b_1 + ja_2 - jb_2 = (a_1 - b_1) + j(a_2 - b_2)$

Multiplikation:

$$(a_1 + ja_2) \cdot (b_1 + b_2) = a_1 \cdot b_1 + \underbrace{j \cdot j}_{-1} \cdot a_2 \cdot b_2 + j \cdot a_1 \cdot b_2 + j \cdot a_2 \cdot b_1$$

$$= (a_1 \cdot b_1 - a_2 \cdot b_2) + j(\cdot a_1 \cdot b_2 + \cdot a_2 \cdot b_1)$$

Division:

$$(a_1 + ja_2) : (b_1 + b_2) = \cdots = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{b_1^2 + b_2^2} + j \frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{b_1^2 + b_2^2}$$

Zur Entfernung von j aus dem Nenner erweiter man mit dem Komplexkonjugierten von z ($z = a + jb \rightarrow \overline{z} = a - jb$ mit $a, b \in \mathbb{R}$). Ein weiterer Trick ist $\frac{1}{j} = -j$.