

# 基于病毒传播模型对新冠隔离患者小区内开窗通风问题的研究

## 摘要

近年来，新冠肺炎严重地危害了人类的健康。研究认为，新冠病毒主要依靠飞沫传播，而开窗通风是一种有效的促进空气流通循环的途径。一方面，开窗通风可以使室内外空气流通，改善室内的空气质量，减少屋内有害气体的积累，对于人体的健康都有非常重要的作用。另一方面，开窗通风也可能导致新冠病毒随着气溶胶传播，进而增加被病毒感染的风险。在本文中，为了为每户设计出合适的开窗时间，我们提出了一种量化感染风险的模型。模型主要包含四个部分：人体呼出飞沫的运动传播模型、新冠病毒室内扩散模型、新冠病毒室外传播半球模型和感染风险评估模型。

在人体呼出飞沫的运动传播模型中，模型分析了新冠肺炎感染者通过呼吸和喷嚏两种作用方式向环境中释放的病毒数量和病毒分布。病毒通过附着在飞沫中向外释放。通过将飞沫看作一种空气悬浮颗粒物，模型首先构建了飞沫的动力学方程并采用分离变量法求解。其次，通过已有研究确定了模型模拟的相关参数和限制条件。考虑到人体的普遍差异性，模型在数值模拟过程中引入了一定的随机过程。最终，通过 MATLAB 对一次呼吸和喷嚏两种作用方式分别进行数值模拟，得到了病毒的扇形数量分布。模型的数值模拟结果为新冠病毒室内扩散模型提供了数据支撑。

在新冠病毒室内扩散模型中，我们首先利用矩阵对房间进行刻画，并将患者的房间划分为运动区、休息区、工作区三部分。之后利用设置时间步长的方法，对患者一天的运动进行刻画，并在每个时间步长之后，令患者释放出一定量的病毒。在此基础上利用浓度扩散方程，使得房间内不同位置的病毒相互扩散。我们还注意到仅有具有活性的病毒才具有感染能力，所以类比于放射性元素，用半衰期来刻画病毒的死亡。最终可以获得任意时刻房间内病毒浓度的分布。

在新冠病毒室外传播半球模型中，以窗口为球心，病毒在室外的传播区域呈现为半球形。由前两个模型得到 24h 内感染者房间窗口处的病毒起始浓度，考虑室外病毒传播时间、距离、空气流动速度、病毒活性衰减、温度、湿度、居民开窗面积对病毒浓度的影响，得到病毒在室外传播其浓度的变化规律。在开窗实现室内空气循环更新的条件下，由进出房间的病毒浓度的递推关系所得出的病毒浓度随时间的变化表明，居民房间中的病毒浓度有一定程度的下降。采用生长曲线函数构建出符合病毒在气溶胶中活性衰减的皮尔模型，为病毒室外传播的半球模型添加病毒活性衰减因子，最终得到居民房间内病毒浓度的变化规律。

在感染风险评估模型中，模型通过 Wells 方程关联了人体呼吸道病毒的密度分布与感染概率。利用 Wells—Riley 方程，将呼吸道病毒感染概率与房间内病毒的密度及通风量相关联，得到了感染风险计算公式。

通过将感染风险计算公式作用在室外传播环境，实现了将空间中病毒浓度分布转化为各位置感染可能性分布。由此，模型量化评估了以感染者房间为中心，病毒传播距离与感染率的变化关系。

而应用在健康者房间内，则根据变化关系确定了，较高的感染风险集中在窗口附近，感染风险会随着距离窗口的距离迅速递减，因此只要只要在窗户处的感染风险足够低，就可以认为在此房间中开窗通风没有感染风险。最终我们得到以下结论：

对于与感染患者同一栋住宅楼的居民，开窗通风的最佳时间为早上 8 点到 9 点，开窗时间不应当超过 10min，其余时间不适合开窗通风。

对于距离感染患者 20 ~ 30m 远住宅楼的居民，合适的开窗时间为早上和夜间，最佳开窗时间为早上 7 点到早上 9 点，开窗时间不应当超过 30min。

**关键词：**新冠病毒；气溶胶飞沫；传播扩散机制；风险评估；感染概率；数值模拟

# 目录

1	问题介绍	3
2	模型假设	3
3	符号说明	4
4	模型分析	4
4.1	人体呼出飞沫的运动传播模型	5
4.2	新冠病毒室内扩散模型	5
4.3	新冠病毒室外传播模型	6
4.4	感染风险评估模型	7
5	模型建立	7
5.1	人体呼出飞沫的运动传播模型	7
5.1.1	飞沫在空气中的动力学方程	7
5.1.2	确定模拟限制条件	8
5.2	新冠病毒室内扩散模型	9
5.2.1	房间模型设置	9
5.2.2	患者释放病毒部分	9
5.2.3	病毒扩散部分	9
5.2.4	病毒失活部分	10
5.3	新冠病毒室外传播模型	10
5.3.1	气溶胶中新冠病毒活性随时间变化的皮尔模型	10
5.3.2	新冠病毒室外传播半球模型	11
5.4	感染风险评估模型	13
6	模型解决	14
6.1	人体呼出飞沫运动数值模拟	14
6.1.1	呼吸过程飞沫运动数值模拟	14
6.1.2	喷嚏过程飞沫运动数值模拟	15
6.2	新冠病毒室内扩散模拟	16
6.2.1	感染患者房间	16
6.2.2	健康者房间	17
6.3	新冠病毒室外传播模拟	18
6.3.1	新冠病毒暴露在气溶胶中浓度随时间变化的拟合	18
6.3.2	新冠病毒室外传播浓度变化函数	18
7	模型检验	20
8	结论	22
9	模型评价	23
9.1	模型优势	23
9.2	模型劣势	23
10	参考文献	24

## 1 问题介绍

2020 年爆发的新冠肺炎对中国及世界人们的生命健康造成了极大的威胁，仅仅经过数月的传播，感染范围便高达数十万人。普遍认为，新冠病毒的主要传播方式是飞沫传播，极易受到气流影响。而合理的通风换气，又可以降低室内二氧化碳和有害气体的浓度。

考虑这样的一个小区，其中某一栋住宅楼存在一名核酸阳性的确诊感染者，且由于各种原因无法转移，只能居家隔离。假如这位住户所在房间的窗户 24 小时敞开，文章建立了合理的数学模型，解决了以下两种情况中住户是否能够开窗通风的问题。

情况 1：同一幢楼的其它住宅在哪些情形下可以开窗通风？

情况 2：与这幢楼相距约  $20 \sim 30m$  的其它住宅楼在哪些情形下可以开窗通风？

## 2 模型假设

针对以上问题，为了简化模型计算，做出以下模型假设：

1. 感染者只通过呼吸道活动（呼吸、咳嗽、喷嚏等）向外界环境释放病毒，病毒附着在飞沫中传播。
2. 将房间看作流体场，不考虑病毒附着在物体表面情况产生的影响。
3. 房间为矩形，不考虑房间内部家具放置对病毒扩散的影响。
4. 房间内气流相对稳定，飞沫在房间中的分布只受呼吸道活动影响。人体移动产生的气流不对飞沫产生影响。
5. 窗户是病毒向外界扩散的唯一途径。
6. 病毒在室外传播时，环境处于稳态，看作在空气介质中的传播，不考虑气流产生的不确定因素影响。
7. 不考虑开窗瞬间被感染的可能性。
8. 模型只考虑病毒传播一天内的变化情况，假设以 24h 小时呈现周期变化规律。

### 3 符号说明

在我们的模型中，我们使用下表中给出的符号。其他符号将在使用后标注。

模型	符号	解释
人体呼出飞沫的运动传播模型	$m$	颗粒物的质量
	$F$	颗粒物所受外力
	$R$	颗粒物运动时的流体阻力
	$\rho$	流体密度
	$\mu$	流体粘性系数
	$v$	流场的特征速度
	$d$	流场的特征长度
	$R_e$	雷诺数
	$C_c$	阻力项修正参数
	$\lambda_g$	空气分子的平均自由程
新冠病毒室内扩散模型	$C$	浓度
	$D$	扩散参数
新冠病毒室外传播模型	$n$	病毒数浓度
	$H$	窗口处的病毒通量
	$S$	感染者房间窗口面积
	$\rho_0$	室外空气中的新冠病毒体积浓度
	$v$	空气流动速度
	$y$	病毒存活百分比
	$\rho_t$	居民房间内的病毒浓度
感染风险模型	$P$	感染风险
	$Q$	房间通风量
	$p$	呼吸通风量
	$q$	单位时间病毒增量
	$t$	暴露时间

表 1: 符号说明

### 4 模型分析

问题中叙述的传播过程可以细化为三个顺序子过程：感染患者人体呼出携带新冠病毒飞沫、病毒在房间内扩散、病毒经通风口溢出并在室外扩散。依据上述三个子过程，文章提出的模型同样对应细分为三个子模型：人体呼出飞沫的运动传播模型、新冠病毒室内扩散模型、新冠病毒室外传播半球模型。三个子模型在时域内同时作用并相互影响，构成了文章提出的完整的新冠传染途径模型。之后，构建了风险评估模型，对不同时间点新冠传染风险进行了量化评估，确定了是否开窗的评估标准。流程图如下所示。

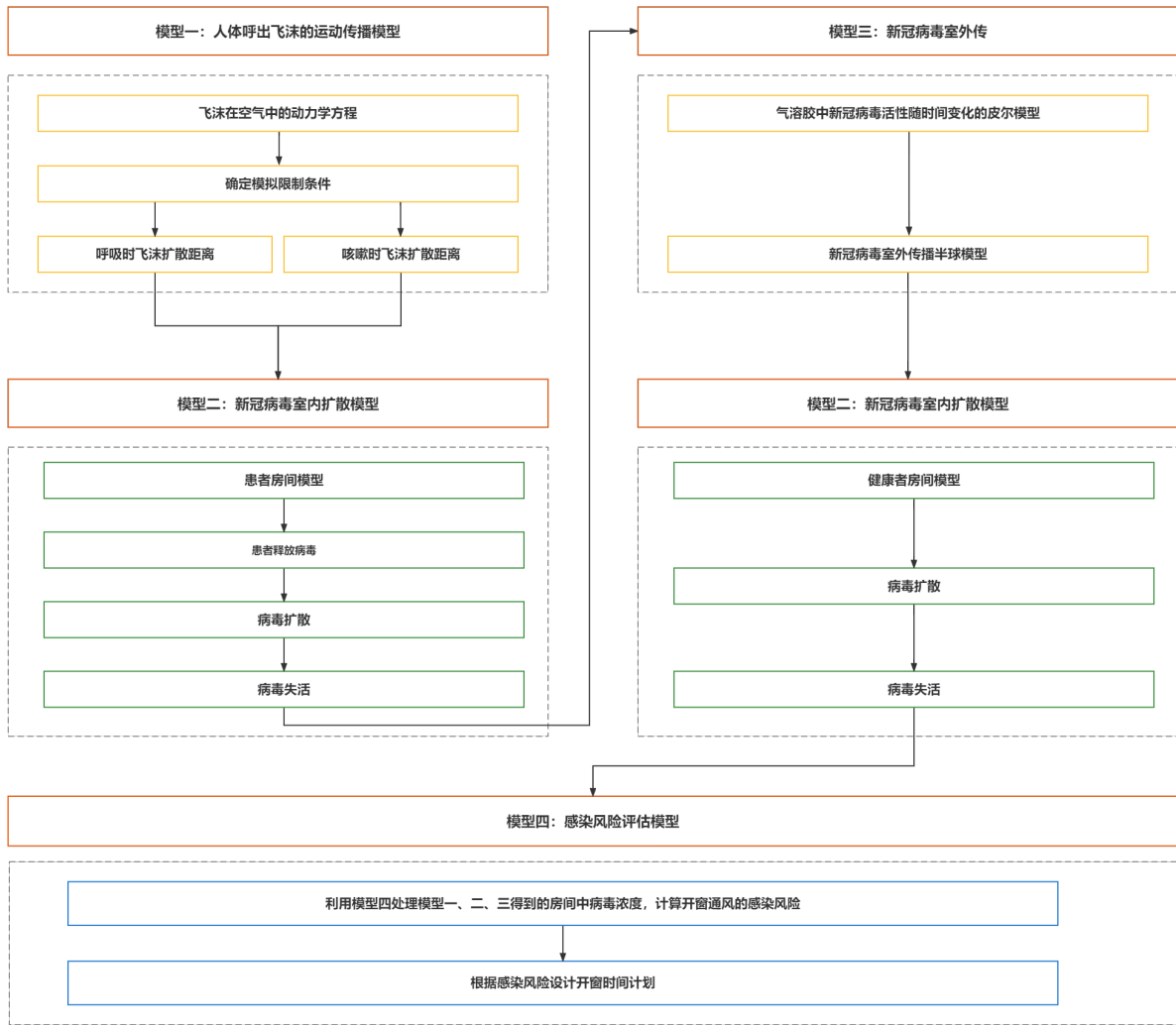


图 1: 模型总体流程

#### 4.1 人体呼出飞沫的运动传播模型

在建立人体呼出飞沫的运动传播模型时，文章将重点分析了新冠感染患者通过呼吸和喷嚏两种作用方式向环境中释放的病毒数量和病毒分布。美国卫生研究所学者用激光和照相机对说话产生的飞沫进行可视化研究，发现人在说话时会释放大量粒径范围处于  $20\ 500\mu m$  的飞沫颗粒<sup>[1]</sup>。这些飞沫颗粒是新冠病毒从被感染人体向外传播的主要载体。

飞沫颗粒产生的方式是人体呼吸道的雾化过程<sup>[2]</sup>。雾化过程是高速气流与低速流体相互作用的结果。在人体呼吸时，气流在气管中快速运动，与气管粘膜表面接触并相对运动产生雾化液滴，进而随着气体的呼出释放到外界环境。雾化液滴的大小与气管粘膜的表面张力、粘度和生物动力学机制有关。因此，对于人体呼吸而言，不同呼吸活动的动力学机制所产生的雾化液滴大小不同。人体正常说话和打喷嚏时所呼出的气流速度显著不同<sup>[3]</sup>，这说明两种模式下气流在通过呼吸道时的速度不同，对应着两种生物动力学机制，导致产生的雾化液滴大小不同。因此，模型分别对呼吸和喷嚏进行别讨论是有必要的。

#### 4.2 新冠病毒室内扩散模型

病毒在室内的扩散要分为患者房间和健康者房间两部分讨论。

对于感染患者的房间，房间中某处的病毒浓度，有两个来源：一是源于患者呼吸或者咳嗽而呼出体外的飞沫，二是源于其附近病毒的扩散；对于健康者的房间，其病毒来源仅仅为打开的窗户，所以仅需要考虑病毒从窗户向室内的扩散。

分析患者释放的病毒，要得到患者单次释放病毒的量和患者的运动轨迹，释放量部分由人体呼出飞沫模型给定，因此我们需要选择合适的方法表征患者的运动。分析病毒的扩散，我们则可以将房间划分为一定量的小格，让小格中的病毒相互扩散。有了小格之后，患者的运动也可以通过所处小格的坐标来表示。

### 4.3 新冠病毒室外传播模型

由人体呼出飞沫的运动传播模型和新冠病毒室内扩散模型可得窗口处的新冠病毒浓度，下面考虑病毒在室外传播的过程。病毒在室外以气溶胶传播为主，气溶胶粒径较小，可以不考虑沉降损失<sup>[4]</sup>。另外，天气导致的不稳定气流存在明显的不确定因素，无法进行量化分析。将楼宇之间看作稳定的空气流动场，以感染者所在房间窗户为球心，病毒传播的范围近似形成一个半球形区域。采用微元的方法，以球壳为积分元素，可得到病毒体积浓度随传播距离和时间的变化关系。

考虑球形区域界面，即病毒蔓延到开窗者所在房间时，流入和流出的空气中所含病毒的体积浓度并不相等。取时间域微元，可以推出得到流入和流出的空气中所含病毒体积浓度的递推关系式。初步判断，病毒的体积浓度随着时间的推移和传播距离的延长而降低。为了与新冠病毒室内扩散模型时间单位自洽，采用小时为单位计算，由病毒体积浓度递推关系式得到体积浓度总公式，进而得到任意小时内开窗者房间窗口处的病毒体积浓度。

考虑环境因素对病毒室外传播的影响，其中新冠病毒的体积浓度随时间的变化不是简单的递增关系，而受到病毒传播时间、距离、温度、湿度、空气流动速度、病毒活性随时间的衰减等因素的影响<sup>[5]</sup>。研究表明，新冠病毒暴露在气溶胶中的初期阶段衰减较为缓慢，中期衰减速度增大达到最大值，之后衰减速度减缓，最终趋近于零，变化总体呈现为 S 型曲线。

模型采用指数型函数和生长曲线函数的皮尔模型分别对已知数据进行拟合，选取拟合系数较大的函数模型作为新冠病毒活性随暴露在气溶胶中的时间变化的模型。熊传武的研究表明，新型冠状病毒暴露在气溶胶中活性丧失 2.5%、50%、97.5% 所需时间分别为 1.65h、2.74h、7.24h<sup>[6]</sup>，采用最小二乘法进行优化，得到新冠病毒活性随暴露在气溶胶中的时间变化的函数模型，作为新型冠状病毒室外传播模型中病毒浓度变化的活性衰减因子。

在新型冠状病毒室外传播的过程中。引入上述活性衰减因子，得到新冠状病毒浓度在传播时间、距离、空气流动速度、病毒活性变化、感染者窗口处病毒数密度、感染者窗口面积、暴露者窗口面积等多因素影响下的模型。

若只考虑病毒浓度随距离变化，在病毒传播过程中采用时间微元的方法，由窗口处溢出的病毒在该段无限小时间内散布在蔓延出的球壳区域中，则病毒密度与传播距离的关系退化为简单的二次反比关系。在此模型中，选定合适的传播距离，结合 24h 内窗口处溢出病毒的数浓度取值，可得到在一天 24h 内该距离处病毒数浓度随时间的变化柱状图。

分析上述模型的模拟结果可得出结论，是否应当开窗应由新型冠状病毒传播时间、距离、室外空气流动速度、温度、湿度、新型冠状病毒活性的衰减、窗口开放面积等因素综合决策。在一天室外温度、湿度、空气流动速度变化不大的情况下，为其选取合适的值，即可决策得到开窗的合适时间和安全距离。

新型冠状病毒在室外传播的主要方式为气溶胶传播，不同于飞沫传播，气溶胶传播的距离较远，因而是否能够通风成为了防控病毒传播的研究热点。在上述模型中，考虑了暴露者开窗空气对流对房间中病毒浓度的影响，若房内空气在与外界进行循环更新的

过程中，病毒的浓度较低，则可结合病毒传播时间和距离对是否应该开窗通风进行综合决策，并由此说明开窗通风可一定程度上稀释空气中的病毒浓度，达到减小感染风险的目的。

#### 4.4 感染风险评估模型

通过以上模型，我们可以得到健康者开窗通风后，屋内病毒浓度的分布，但不能直接表征出感染的风险，对于给出开窗通风的建议缺少参考意义，因此需要找到一个模型来对风险量化，通过设置阈值来对感染的风险进行评估。

### 5 模型建立

#### 5.1 人体呼出飞沫的运动传播模型

此部分的模型对新冠被感染者人体呼出的飞沫运动传播进行了建模，根据已有研究确定参数，对病毒的传播范围和分布进行了刻画。为了简化飞沫在空气中的动力学状态，模型将飞沫看作一种空气悬浮颗粒物，通过分析其受力状态，建立了动力学方程。模型对方程参数进行了讨论，进而对飞沫运动方程进行求解。之后，参考文献资料，模型确定了仿真模拟中飞沫的大小、初速度等限制条件，通过 MATLAB 大量模拟，得到了飞沫运动传播的运动规律。

##### 5.1.1 飞沫在空气中的动力学方程

在稳定的空气介质中，由于飞沫密度 (近似等于水密度) 远大于空气密度，飞沫受到浮力可以忽略不计。飞沫的惯性力等于其所受外力与所受阻力之差，由牛顿第三定律表示为。

$$m \frac{dv}{dt} = F - R \quad (1)$$

其中  $m$  表示颗粒物质量， $F$  表示颗粒物所受外力， $R$  表示颗粒物运动时的流体阻力。引入流体力学中的雷诺系数判断  $R$  的表达式。

设  $\rho$  为流体密度， $\mu$  为流体粘性系数， $v$  为流场的特征速度， $d$  为流场特征长度，则雷诺系数可以表示为

$$Re = \frac{\rho dv}{\mu} \quad (2)$$

一般认为，雷诺系数小于 2 时，粘滞力对流场的影响大于惯性，流场中流速的扰动会因粘滞力而衰减，流体流动稳定，为层流。根据斯托克斯公式可知，球状颗粒物在空气中的阻力表达式为：

$$R = 3\pi\mu dv \quad (3)$$

反之，若雷诺数大于 2 时，惯性对流场的影响大于粘滞力，流体流动较不稳定，流速的微小变化可以引发强烈的发展变化，进而形成紊乱、不规则的紊流流场。球状颗粒物在空气中的阻力表达式可以通过参数  $C_c$  进行修正。

$$R = \frac{3\pi\mu dv}{C_c} \quad (4)$$

$$C_c = 1 + A \frac{2\lambda_g}{d} \quad A = 1.246 + 0.24 \exp(-0.87 \frac{d}{2\lambda_g}) \quad (5)$$

上式中  $\lambda_g$  为空气分子的平均自由程, 室温下,  $\lambda_g = 0.065\mu m$ 。标准状态下, 空气密度  $\rho = 1.2kg/m^3$ , 空气动力粘滞系数  $= 18.24 \times 10^{-6}Pas$ 。假设取飞沫半径为  $d = 10\mu m$ , 取飞沫传播速度为  $v = 5m/s$ , 代入雷诺系数表达式。发现雷诺系数大于 2, 说明在人体产生飞沫的过程中, 惯性对流场的影响大于粘滞力, 体系不稳定, 阻力项需要通过加入修正系数  $C_c$ 。

对空气中的飞沫进行受力分析。飞沫在运动中始终受到垂直向下的重力, 同时, 颗粒物受到始终与运动方向相反的阻力  $R$ 。将受力在平面直角坐标系中分解, 取水平向左为  $x$  轴正方向, 垂直向下为  $z$  轴正方向, 进而得到动力学方程

$$\begin{aligned}\frac{\pi}{6}\rho d^3 \frac{dv_x}{dt} &= -3\pi\mu d \frac{v_x}{C_c} \\ \frac{\pi}{6}\rho d^3 \frac{dv_z}{dt} &= \frac{\pi}{6}\rho d^3 g - 3\pi\mu d \frac{v_z}{C_c}\end{aligned}\quad (6)$$

两个方程可以分别分离变量求解, 得到位移解

$$\begin{aligned}x &= \frac{\rho d^2 C_c}{18\mu} v_{x0} [1 - \exp(-\frac{18\mu}{\rho d^2 C_c} t)] \\ z &= \frac{\rho d^2}{18\mu} g [t + \frac{\rho d^2 C_c}{18\mu} \exp(-\frac{18\mu}{\rho d^2 C_c} t) - \frac{\rho d^2 C_c}{18\mu}]\end{aligned}\quad (7)$$

### 5.1.2 确定模拟限制条件

通过高速摄像机抓拍人体呼吸和打喷嚏所喷射飞沫进入空气的过程<sup>[7]</sup>, 研究发现人体一个喷嚏可以产生 40000 个飞沫, 而一次呼吸产生 3000 个核滴, 相当于 5min 中释放的数量。如果患者含有慢性基础疾病时, 打喷嚏的行为会更为频繁。因此, 在仿真模拟中, 单次呼吸模拟产生 3000 个飞沫, 单次喷嚏模拟产生 40000 个飞沫。

飞沫的大小对运动和传播有着重的影响, 并进一步影响到新冠病毒的分布的传播。因此, 准确模拟飞沫的粒径分布对模型的精确度有着至关重要的作用。根据 Duguid 的研究发现<sup>[8]</sup>, 说话产生的飞沫颗粒中约 82% 的粒径尺寸小于  $100\mu m$ , 37% 小于  $50\mu m$ , 3% 小于  $20\mu m$ 。然而, 喷嚏产生的飞沫分布一般为单峰型, 飞沫半径分布峰值处于  $340\sim 400\mu m$  的粒径段。呼吸与喷嚏在飞沫大小中的不同主要来源于喷嚏的生物动力学机制与其他呼吸活动的显著差异。同时, 考虑飞沫初速度。根据研究记录, 打喷嚏时呼出的气流初始速度约为  $30\sim 100m/s$ <sup>[9]</sup>, 而说话时的气流速度明显较小, 约为  $10m/s$ 。

Roman 等人对新冠患者口咽拭子样本进行了 RT-PCR 进行诊断, 测定了飞沫中存在的新冠病毒浓度<sup>[10]</sup>。研究发在感染初期 (1-5 天), 患者呼吸道的病毒浓度为  $6.76 \times 10^5 per ml$ 。而在 5 天之后, 病毒浓度变化较大, 最大可达到  $7.11 \times 10^8 per ml$ 。在感染病毒 21 天之后, 病毒浓度有所下降, 维持在  $7.00 \times 10^6 per ml$  左右。为了方便模拟计算, 我们选取了平均值  $7.00 \times 10^6 per ml$  作为参数进行运算。

呼吸活动	初始速度 (m/s)	飞沫总数 (个)	飞沫半径取值 ( $\mu m$ )	飞沫半径取值百分比 (%)
呼吸说话	0-5	3000	10-110 间隔 10	[7,7,5.8,5.8,5.8,8.8,8.8,8.8,8.8,37]
打喷嚏	0-100	40000	120-180 间隔 10	[16.5,16.5,16.5,16.5,16.5,16.5]

表 2: 模拟相关参数取值和限制条件

飞沫在空气中传播的过程中, 许多其他因素也会影响飞沫的传播状态。比如受感染者的饮食状态会影响飞沫的蒸发速度, 受感染者的健康状态和呼吸活动力度也会影响产生飞沫的速度和多少。总之, 人体的差异性普遍存在且难以控制和量化, 这也决定了模



型模拟中需要体现一定的随机性。根据以上分析，我们总结得到不同呼吸活动下模拟的相关参数取值和限制条件，结果如上表所示。

## 5.2 新冠病毒室内扩散模型

### 5.2.1 房间模型设置

本部分将对患者房间内病毒的扩散加以建模，正如分析中所述，首先要将房间划分为小格。对于  $4m \times 6m$  的房间，选择  $0.02m$  作为边长，将房间划分为 60000 个小格。在 MATLAB 中，通过矩阵的方法可以描述此房间，矩阵大小为  $200 \times 300$ ，行表示房间的短边，列表示房间的长边，矩阵中每个元素的值则可以表示每个小格的病毒浓度。

因为患者在  $24h$  内不同的时间，会在不同的位置进行不同的活动。为了更好地表示患者的轨迹，我们根据患者每日的时间安排将房间划分为三部分：运动区、休息区、工作区。其中运动区的大小为  $4m \times 3m$ ，休息区和工作区的大小分别为  $4m \times 1.5m$ ，窗户位于运动区一侧，如图所示：



图 2: 感染患者房间区域划分

### 5.2.2 患者释放病毒部分

在休息区，患者处于睡眠状态下，位置并不会改变，并且由于睡眠过程代谢减慢，呼吸频率也会减慢，此时释放病毒的量最小；在工作区，患者也会长时间保持在固定位置，但也会存在少量运动的情况，此时释放的病毒属于正常值；而在运动区，患者的运动将导致其位置大范围的变化、并且由于运动而导致呼吸频率的增加，会释放出更多的病毒。

对于患者  $24h$  的产生的病毒，通过设置时间步长的方法来描述。每 10s 让患者产生一次病毒，其中咳嗽的概率为 20%；同时，患者的位置也根据时间刷新：当患者在运动区时，每 10s 刷新一次；在工作区时，每 10min 刷新一次；在休息区位置不改变。每次刷新会在区域内距离边界超过  $0.5m$  的任意位置。每当患者释放病毒，则根据其所处的位置和方向，使其呼吸或者咳嗽所能感染范围的小格对应的矩阵元素的值增加。

### 5.2.3 病毒扩散部分

由于各处病毒的浓度不同，加上空气流动等因素的影响，所以会存在扩散现象，病毒的扩散可以类比于不同浓度流体的扩散，其满足扩散方程：

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \nabla^2 C - \nabla C \quad (8)$$

利用此方程可以在每个时间步长患者位置改变释放病毒后，计算下一个时间步长内病毒的扩散程度，并更新房间病毒浓度矩阵。

#### 5.2.4 病毒失活部分

此外，还应该注意，只有具有活性的病毒才有可能感染健康者，所以还要考虑到病毒随时间失活的情况。查阅资料得知病毒也存在类似于核素半衰期的值，经过此时间后其活性浓度减半。所以利用式 (9) 来表示病毒的失活， $C_0$  为初始浓度， $C(t)$  为  $t$  时刻浓度， $T$  为病毒活性半衰期。

$$C(t) = C_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \quad (9)$$

同时，病毒的半衰期受到环境因素的影响，所以在不同的时间，由于温度、湿度的不同，要选用不同的半衰期。查阅文献得，冠状病毒在气溶胶中的半衰期如表所示<sup>[11]</sup>：

温度	湿度	半衰期
$20^{\circ}\text{C} \pm 1^{\circ}\text{C}$	$R_H = 80\% \pm 5\%$	3h
	$R_H = 50\% \pm 5\%$	68h
	$R_H = 20\% \pm 5\%$	26h

表 3:  $20^{\circ}\text{C}$  不同湿度下病毒的半衰期

最终，利用 MATLAB 将以上三部分结合对房间中 24h 内病毒浓度的变化进行仿真。

健康者的房间模型相较于感染患者更加简单，删去人体释放病毒这一因素的影响，因此无须考虑人在房间中的运动，也不需要为房间进行区域划分。

### 5.3 新冠病毒室外传播模型

#### 5.3.1 气溶胶中新冠病毒活性随时间变化的皮尔模型

新型冠状病毒的活性与传播介质、温度、湿度等有关。由表4新型冠状病毒暴露在气溶胶中活性随时间的变化关系<sup>[12]</sup>，分别选取指数函数和生长曲线函数作为拟合线型，并采用最小二乘法进行优化，得到病毒活性随暴露在室外时间的变化关系。

病毒存活率 (%)	97.5	50	2.5
气溶胶中暴露时间 (h)	1.65	2.74	7.24

表 4: 新型冠状病毒暴露在气溶胶中活性随时间的变化

选取指数型函数作为拟合线型， $A$ ， $B$  为指数型函数的参数，由最小二乘法确定合适的取值。

$$y = A \cdot B^t \quad (10)$$

选取生长曲线型函数作为拟合线型， $K$ ， $a$ ， $b$  为生长曲线函数的参数，由最小二乘法确定合适的取值。

$$y = \frac{K}{1 + be^{-a(7.5-t)}} \quad (11)$$

采用最小二乘法最优化，选取拟合系数  $R^2$  较小的线型作为新型冠状病毒暴露在气溶胶中的活性随时间的变化函数。新型冠状病毒暴露在气溶胶中的时间为 7.24h 时，

97.5% 的病毒已经丧失活性，可知对 24h 内病毒浓度变化的研究中，病毒失活是重要的影响因素。为得到的病毒浓度变化模型添加此函数作为活性衰减系数，可得到更为合适的数学模型。

### 5.3.2 新冠病毒室外传播半球模型

以感染者房间窗口为球心，外侧墙面为坐标平面，则病毒传播的范围呈现出半球形。为室外温度、湿度、空气流动速度选取合适的值，则半球中某处的病毒浓度是时间  $t$  以及球心距离  $r$  的二元函数。新型冠状病毒的分子量极小，在室外空气中的传播形式以气溶胶为主，病毒气溶胶的粒径较小，故不考虑在重力沉降对病毒传播过程中的竖直位移产生的影响<sup>[13]</sup>。空气流动速度会影响气溶胶颗粒的扩散范围，并使其扩散得更为均匀<sup>[14]</sup>，故在新型冠状病毒室外传播的半球模型中，近似认为病毒在气溶胶中的传播具有各向同性，即朝各个方向具有相同的传播速度，则得到的病毒传播模型呈现出如图3以感染者窗口为球心的向外辐射状。

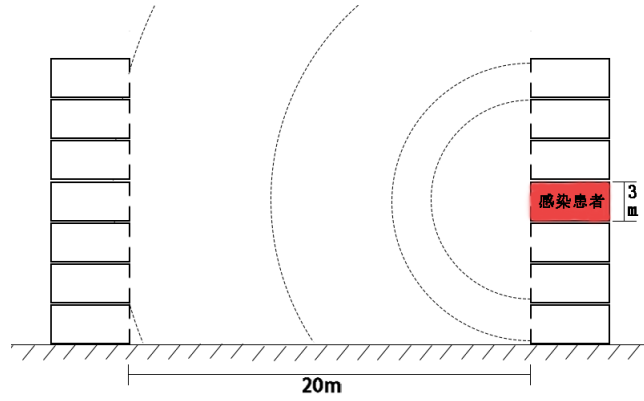


图 3: 新冠病毒室外传播半球模型示意图

窗口处的病毒通量为  $H$ ，感染者房间窗口处的病毒体积浓度  $P$  对窗口面积  $S$  进行积分，对时间  $t$  取微分。

$$dH = \left( \iint_S P(t) d\sigma \right) dt \quad (12)$$

对时间进行微元处理：

$$t = n\tau (\tau \rightarrow 0), t_i = i\tau \quad (13)$$

对进出感染者房间的空气体积  $V$  进行微元处理并对时间积分：

$$V = V_1 = \dots V_n = \int_{t_i}^{t_{i+1}} dt \iint_{S'} v d\sigma \quad (14)$$

$\rho|_{t_i}$  表示  $t = t_i$  时室外空气中的新冠病毒体积浓度， $\rho'|_{t_i}$  表示  $t = t_i$  时暴露者室内空气体积浓度，以球壳为微元，感染者房间窗口处的病毒通量对时间积分得到下式：

$$\int \rho(r, t) \cdot 2\pi r^2 dr = \int \left( \iint_S P(t) d\sigma \right) dt \quad (15)$$

进出暴露者房间的空气中病毒的浓度并不相等，且流入房间的空气中的病毒密度  $\rho$  与流出房间的病毒密度  $\rho'$  具有递推关系：

$$\begin{aligned}
\rho'|_{t_0} &= 0 \\
V_1 &= \mathbb{V}\rho|_{t_0} \\
\rho'|_{t_1} &= \frac{V_1}{V_0} \\
V_2 &= V_1 + (\rho|_{t_1} - \rho'|_{t_1})\mathbb{V} \\
\rho'|_{t_2} &= \frac{V_2}{V_0} \\
&\dots \\
V_{i+1} &= V_i + (\rho|_{t_i} - \rho'|_{t_i})\mathbb{V} \\
\rho'|_{t_i} &= \frac{V_i}{V_0} \\
\rho'|_{t_{i+1}} &= \frac{V_0 - \mathbb{V}}{V_0}\rho'|_{t_i} + \frac{\mathbb{V}}{V_0}\rho|_{t_i}
\end{aligned} \tag{16}$$

解出病毒浓度随传播时间、距离的变化关系为：

$$\rho_0 = \frac{3}{2\pi} \cdot \frac{CSt}{3r^3vt + 3rv^2t^2 + v^3t^3} \tag{17}$$

由递推关系式可以解出：

$$\rho' = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\mathbb{V}}{V_0} \right)^n \right] \rho|_0 \tag{18}$$

当  $\tau \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$  时，对其取极限可得暴露者房间中的病毒体积浓度为：

$$\rho' = \frac{3}{2\pi} \cdot \frac{CSt}{3r^3vt + 3rv^2t^2 + v^3t^3} \left\{ 1 - \cosh \left[ \frac{vS't}{V_0} \right] + \sinh \left[ \frac{vS't}{V_0} \right] \right\} \tag{19}$$

上式为综合考虑新型冠状病毒传播距离  $r$ 、时间  $t$ 、室外空气流动速度  $v$ 、感染者开窗面积  $S$ 、暴露者开窗面积  $S'$  后得到的病毒体积浓度的变化模型。由于病毒的活性受到温度、湿度等环境因素的影响，故温度、湿度等环境因素对病毒浓度的影响可纳入病毒活性随在气溶胶中暴露时间的变化关系中，即温度、湿度等环境因素对新型冠状病毒在室外传播浓度的影响可考虑为其活性的衰减，结合气溶胶中新冠病毒活性随时间变化的皮尔模型，可为病毒浓度变化的模型加上病毒活性衰减的修正。

结合病毒活性衰减的皮尔模型，对原方程进行病毒活性衰减的修正得到下式。

$$\rho = \frac{3}{2\pi} \cdot \frac{CSt}{3r^3vt + 3rv^2t^2 + v^3t^3} \left\{ 1 - \cosh \left[ \frac{vS't}{V_0} \right] + \sinh \left[ \frac{vS't}{V_0} \right] \right\} \cdot \left( \frac{K}{1 + be^{-a(7.5-t)}} \right) \tag{20}$$

式20即为暴露者房间中病毒体积浓度的表达式。

通过新冠病毒体积浓度和数浓度的换算，考虑病毒的分子量和线度，经过合适的修

正得到:

$$\rho = \frac{1}{2} \cdot \frac{5 \times 10^{12} n S t}{3(100r)^2 v t + 3(100r) v^2 t^2 + v^3 t^3} \cdot \left\{ 1 - \cosh \left[ \frac{v S' t}{V_0} \right] + \sinh \left[ \frac{v S' t}{V_0} \right] \right\} \cdot \left( \frac{K}{1 + b e^{-a(7.5-t)}} \right) \quad (21)$$

式21即为暴露者房间中的病毒数密度的表达式。

新型冠状病毒在室外的主要传播途径为气溶胶传播，气溶胶传播不同于飞沫传播，气溶胶传播的距离较远，增大了无接触传播的风险，开窗是否会导致感染的风险上升，成为了公众关注的重点。是否开窗导致的区别在于，室内空气是否存在与外界空气的循环更新。以式21为基础，以一小时为考察时长，可得出在某一半球面上病毒浓度随时间的变化关系。

以上病毒在室外传播过程中浓度变化的模型综合考虑了传播距离、时间、室外空气流动速度、温度、湿度、感染者作息、感染者开窗面积、暴露者开窗面积、病毒活性衰减、暴露者房间体积，给出了居民房间中病毒体积浓度和数浓度随时间和距离变化的函数表达式。

新型冠状病毒在室外传播的过程中，若以球壳为微元，只考虑病毒浓度随传播距离减小，可得到简单的平方反比模型，即：

$$\rho = \frac{S S'}{2 \pi r^2} \cdot n(t) \quad (22)$$

$n(t)$  表示感染者窗口处的病毒数浓度，在 24h 的每小时中对应不同的数浓度的值，与  $t$  呈现分段函数的关系。选取合适的开窗面积值，以及合适的传播距离，可以得到不同传播距离处病毒数浓度随时间的变化关系，由此画出柱状图。

## 5.4 感染风险评估模型

Wells 指出，吸入一单位浓度病毒的人平均感染概率服从泊松分布，也就是有 63.2% (即  $1 - e^{-1}$ ) 的概率会感染空气传染病<sup>[15]</sup>。根据这个理论，Riley 等人根据古典的传染病感染概率预测方程发展了空气途径传染病概率方程 Wells—Riley 方程<sup>[16]</sup>。Wells—Riley 方程以定量感染的概念为基础，该方程可以表示为

$$P = 1 - e^{-\frac{q p t}{Q}} \quad (23)$$

其中  $q$  为单位时间病毒增量， $p$  为呼吸通风量， $t$  为暴露时间， $Q$  为房间的通风量。

$q$  的值由房间进风量  $Q_S$ 、进风处病毒浓度  $C_S$ 、人所在处通风量  $Q_P$  及人所在处病毒浓度  $C_P$  共同决定，其单位为病毒学中的浓度单位 *quanta*，转化关系为  $1 \text{ per ml} = 10^{-6} \text{ quanta}$ 。

$$q = Q_S C_S - Q_P C_P \quad (24)$$

考虑到对于一个不进行开风扇、开空调等任何额外气流交换的房间，各处的通风量是基本一致的，因此认为  $Q_S = Q_P = Q$

将  $q$  回代得

$$P = 1 - e^{-(C_S - C_P) p t} \quad (25)$$

其中， $C_S$  和  $C_P$  均可通过前三个模型得到，其单位为 *per ml*，再转化为 *quanta*。 $p$  可以视为常量，人正常呼吸的  $p$  为  $0.3 \text{ m}^3/\text{h}$ ，因此，该方程可以对住户开窗的感染风险进行评估。

## 6 模型解决

### 6.1 人体呼出飞沫运动数值模拟

4.1 部分叙述了人体呼出飞沫的运动传播模型。利用 MATLAB，模型对呼吸和喷嚏两种产生飞沫的方式进行了数值模拟。考虑到与新冠病毒室内扩散模型和新冠病毒室外传播模型相统一，模型考虑二维平面的病毒分布和扩散。采用极坐标系描述，数值模拟得到了相对人体的  $r$  方向病毒浓度和距离的关系，在  $\theta$  方向，根据气体流动的普遍规律，选取了  $\theta = 38^\circ$  作为影响张角。最终形成了扇形的病毒影响分布图。

#### 6.1.1 呼吸过程飞沫运动数值模拟

利用 MATLAB 模拟一次呼吸过程中，各飞沫的传播距离如下图所示。由于不同大小的飞沫在呼吸中的占比不同，图像中的模拟点大部分集中在左下角。通过图像可以初步找出规律，较大的飞沫更容易传播的较远，而较小的飞沫传播距离往往有限。同一大小的飞沫传播距离相差很大，这是因为飞沫的初速度不同导致的。

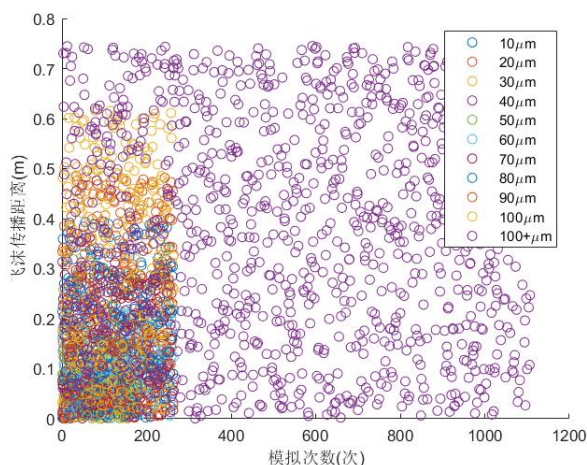


图 4: 一次呼吸过程的飞沫模拟结果

间隔距离  $1\text{cm}$ ，按着传播距离对模拟中的飞沫进行统计，得到呼吸飞沫传播距离的柱状图如下图所示。

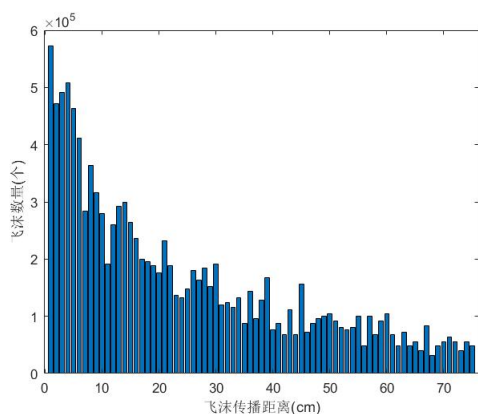


图 5: 一次呼吸过程的飞沫传播距离分布

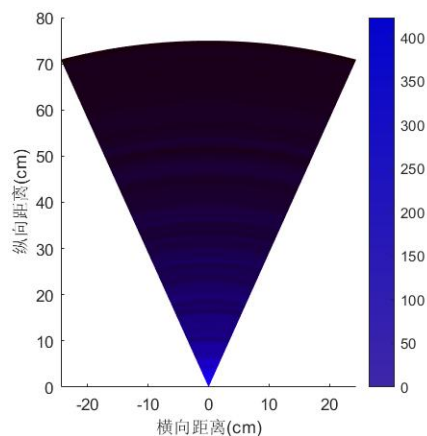


图 6: 呼吸过程的飞沫传播热力图



可以发现，飞沫在各距离的传播数量随着传播距离减小，这符合常理，显然呼吸时大部分的飞沫初始速度较低无法传播较远的距离。经过多次模拟并取平均值，飞沫传播的最远距离维持在 75cm 左右，此时的飞沫数量低于 50 个，取病毒浓度为  $7.00 \times 10^6 \text{ per ml}$ ，计算出病毒个数低于  $10^5$  个。然而在距离鼻腔较近的地方，飞沫个数显著上升，病毒个数也随之增加，超过  $5 \times 10^5$  个。这说明，在呼吸作用下，距离患者较近仍具有一定的风险。将数据绘制成热力图可以更加直观的感受病毒的覆盖范围。

6.1.2 喷嚏过程飞沫运动数值模拟

下图展示了模拟一次喷嚏过程中各飞沫的传播距离。各种大小的飞沫在喷嚏中的占比相同，模拟次数相同。通过图像同样可以发现，较大的飞沫更容易传播，而较小的飞沫传播距离往往有限。同一大小的飞沫传播距离相差很大，这是因为飞沫的初速度不同导致的。喷嚏产生的飞沫相比呼吸更多，在模拟中更为密集。模拟结果呈现出明显的分层现象，可以初步断定，在距离较近的地方飞沫数量较多。

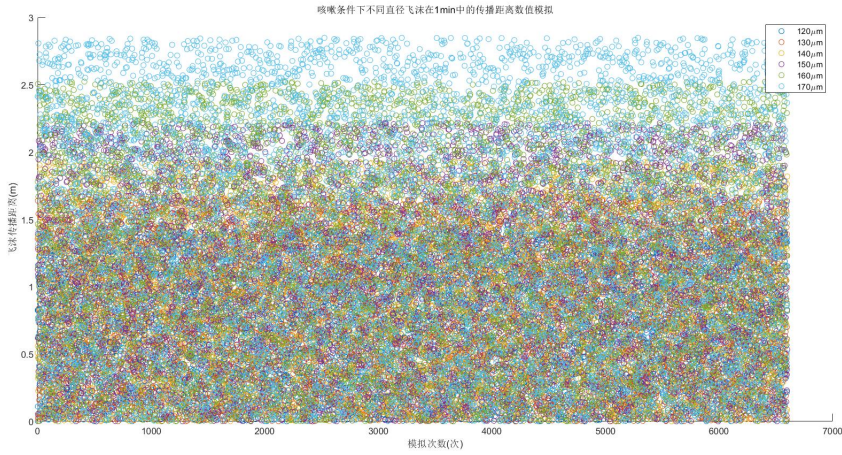


图 7: 一次喷嚏过程的飞沫模拟结果

同样，选取间隔距离为 1cm，按着传播距离对模拟中的飞沫进行统计，得到喷嚏飞沫传播距离的柱状图如下图所示。

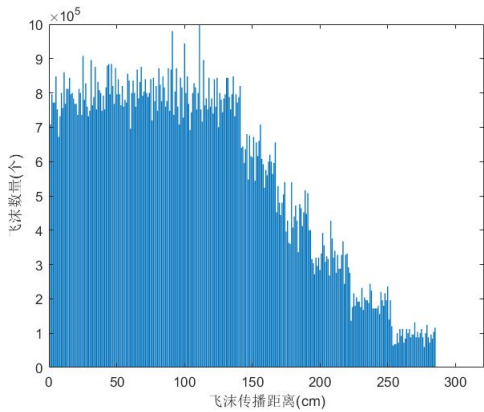


图 8: 一次喷嚏过程的飞沫传播距离分布

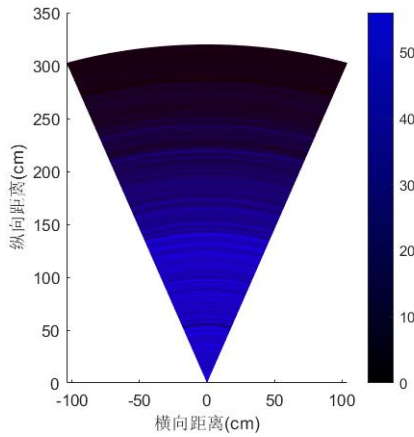


图 9: 喷嚏过程的飞沫传播距离分布

由图所示，飞沫传播至  $0 \sim 125\text{cm}$  距离内的个数相差不多，维持在  $60\text{per ml}$  左右，其中最大值超过  $70\text{per ml}$ 。在  $125\text{cm}$  之后，飞沫的传播数量随着传播距离减小。规律符合常理，显然喷嚏因为其特殊的生理学机理，飞沫离开呼吸道时的初速度普遍较大，因此可以传播更长的距离。经过多次模拟并取平均值，飞沫传播的最远距离维持在  $3.25\text{m}$  左右，此时的飞沫数量普遍低于  $10\text{per ml}$ 。相比呼吸的过程，喷嚏过程在各区间中的飞沫个数有所下降，但是影响范围显著增长。取病毒浓度为  $7.00 \times 10^6\text{per ml}$ ，计算出病毒个数在  $0 \sim 125\text{cm}$  距离区间为  $8 \times 10^5$  个。然而在距离鼻腔较远的地方，飞沫个数显著下降，病毒个数也随之下降，低于  $2 \times 10^5$  个，相比呼吸产生的病毒个数仍然具有危险性。因此，喷嚏带来的病毒传播危险性显著大于呼吸，尤其距离患者较近时，病毒的数量非常巨大，极易感染。将数据绘制成热力图表示如下。

## 6.2 新冠病毒室内扩散模拟

### 6.2.1 感染患者房间

根据 4.2 中的模型，利用 MATLAB 进行模拟。首先将房间矩阵设置零矩阵，然后进行完整的  $24\text{h}$  模拟十次，得到初始化矩阵。将矩阵中每个元素的值取对数后生成热力图，以此来得到感染患者房间内病毒浓度的初始分布，其结果如图：

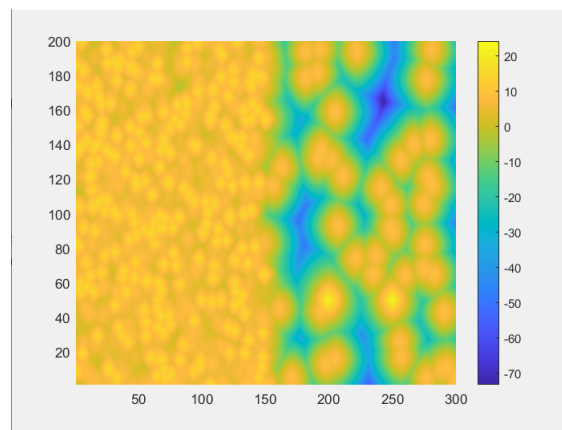


图 10: 患者房间病毒浓度初始分布

在此基础上利用模型对病毒的分布进行仿真，不同时间时患者的运动不完全相同，分别绘制出在不同趋于一段时间后病毒的分布进行对比

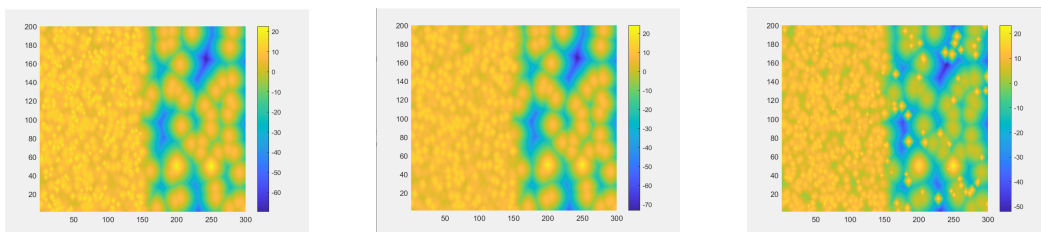


图 11: 运动区、休息区、工作区病毒的分布

并且最终要设计出合适的开窗时间，所以以小时为单位，模拟出窗户处病毒的浓度，其结果如表所示。



时间	1	2	3	4	5	6	7	8
窗户处 病毒浓度 (per ml)	3.00E+05	1.50E+05	7.56E+04	6.10E+04	4.76E+05	3.52E+05	2.56E+04	1.21E+04

时间	9	10	11	12	13	14	15	16
窗户处 病毒浓度 (per ml)	5.64E+03	3.65E+05	2.71E+06	5.13E+06	6.22E+06	6.09E+06	5.28E+06	4.24E+06

时间	17	18	19	20	21	22	23	24
窗户处 病毒浓度 (per ml)	1.38E+07	1.76E+07	2.28E+07	2.50E+07	2.29E+07	4.98E+06	1.48E+06	2.61E+05

表 5: 一天内不同时间患者房间窗户处病毒浓度

### 6.2.2 健康者房间

由于健康者房间的病毒来源仅有窗户一处，所以其病毒的分布较为简单，先设置一个初始的窗户处病毒浓度，这个值与人咳嗽释放的病毒浓度相等，它一定大于从患者房间窗户经过扩散后达到健康者房间窗户的病毒浓度。持续 24h 开窗，以此来观察房间内的病毒浓度分布的性质，分布如图：

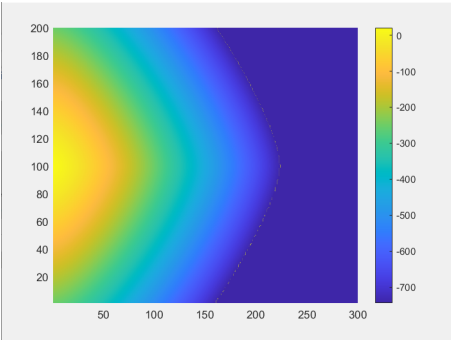


图 12: 健康者房间开窗 24h 病毒浓度分布

之后利用风险公式计算，再做出各点的风险大小的热力图

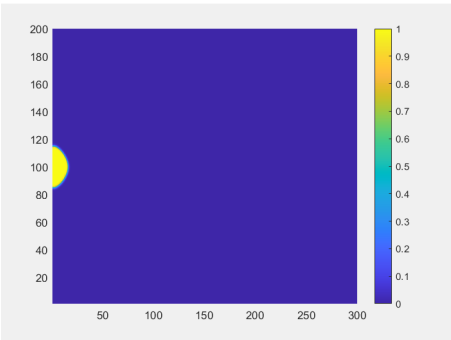


图 13: 健康者房间开窗 24h 感染风险分布

可以看出，感染风险集中在窗口附近，在距离窗口  $0.5m$  的范围内。所以，在之后的模拟中，只要得到窗口的感染风险即可。

## 6.3 新冠病毒室外传播模拟

### 6.3.1 新冠病毒暴露气溶胶中浓度随时间变化的拟合

已知新型冠状病毒活性丧失 2.5%、50%、97.5% 所需时间为 1.65h, 2.74h, 7.24h, 可在病毒浓度随时间变化的关系图像上确定 4 个点，为选取合适的线型和函数，选取指数型函数和生长曲线函数 (皮尔模型) 进行拟合对象，用最小二乘法进行拟合，得到以下两种结果。

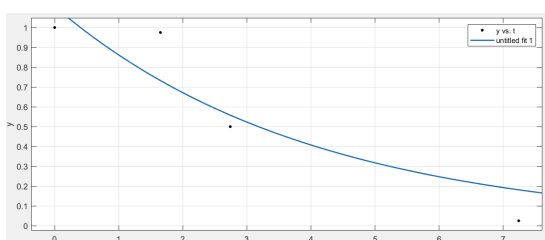


图 14: 指数型函数拟合结果

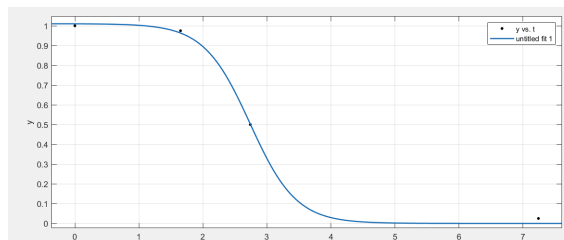


图 15: 皮尔模型拟合结果

指数函数模型中，满足最小二乘法优化条件，即拟合系数  $R^2$  最小的参数值为  $A = 1.106B = 0.7789$ ，此时拟合系数为  $R^2 = 0.84$ ，拟合效果较差。

皮尔模型中，满足最小二乘法优化条件，即拟合系数  $R^2$  最小的参数值为  $K = 1.01, a = 2.777, b = 5.568 \times 10^5$ 。

分析皮尔衰减模型曲线可知，该线型的模拟效果优良，可用该函数表征病毒活性随着暴露在室外即气溶胶中的时间的变化变化关系，可为病毒浓度随距离和时间的变化关系叠加活性衰减因子。由此得出的病毒浓度变化表达式同时考虑了室外病毒传播时间、距离、病毒活性变化、室外空气流动速度、温度、湿度、感染者开窗面积、暴露者开窗面积、暴露者房间体积等诸多因素，是一个较为全面同时亟待修正的模型。

如图左图所示，用指数型函数进行拟合效果较差，而右图中利用生长曲线函数进行拟合呈现出优良的拟合效果，由此得到可较好拟合新型冠状病毒暴露在室外气溶胶中浓度随时间变化的函数为：

$$y = \frac{1.01}{1 + 5.568 \times 10^5 e^{-2.777(7.5-t)}} \quad (26)$$

### 6.3.2 新冠病毒室外传播浓度变化函数

由式22，选取  $5m$ 、 $10m$ 、 $20m$ 、 $30m$  的球壳范围，得到一小时内球壳处病毒浓度随时间变化的关系图像如下。此即只考虑病毒浓度随传播距离衰减的二次反比模型，在不同距离的半球壳区域上，病毒浓度随时间的变化都表现出较为显著一致的规律，与感染者窗口处 24h 内的病毒的变化基本一致。

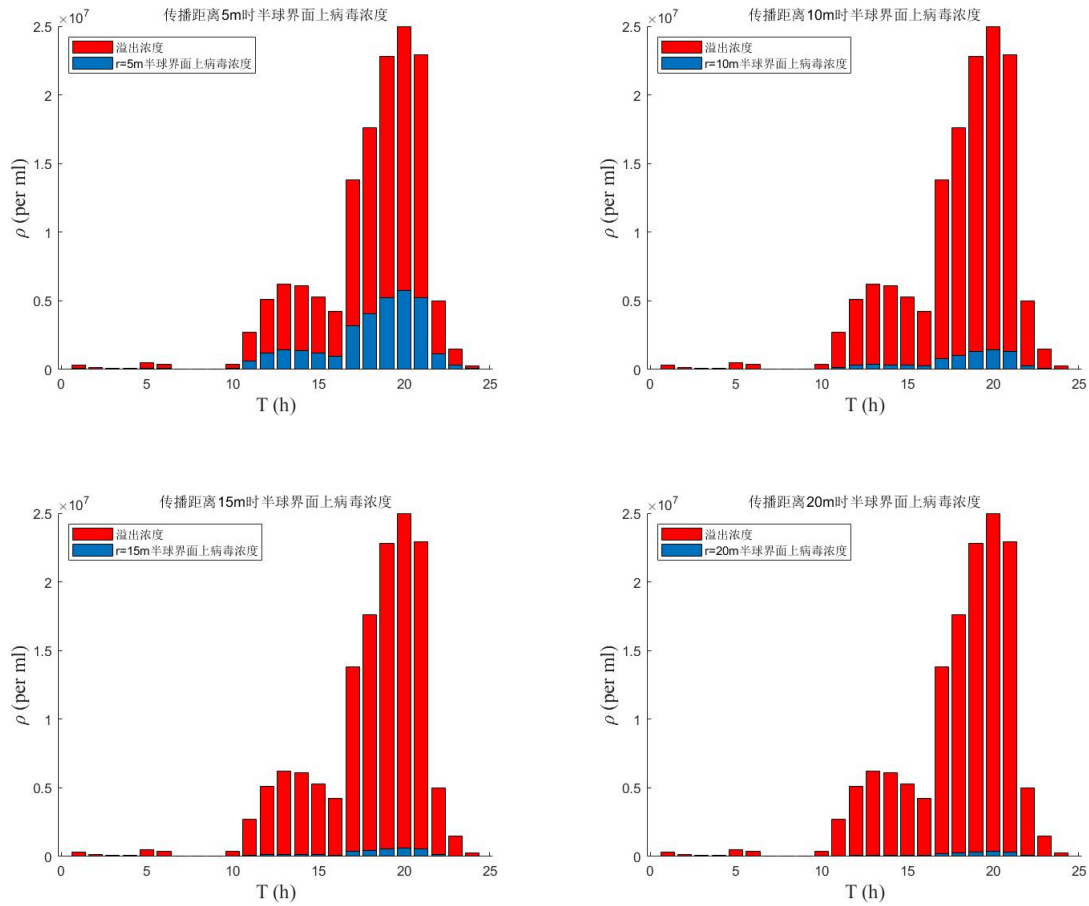


图 16: 传播距离 5m、10m、15m、20m 时半球界面上病毒浓度

以小时为单位研究病毒浓度变化,在前十个小时的时间内,球壳上的病毒浓度维持在较低的水平,随着时间的延长,各图像之间都显示出较为一致的变化规律。10h 开始,病毒的浓度开始出现显著的上升趋势,于 13h 左右达到一天之内的次高值,后呈现下降趋势,17h 左右又开始上升,且上升趋势显著增大,于 20h 左右达到最大值,后又出现急剧的下降趋势,在 24h 左右病毒病毒基本趋近于 0。

结合模拟得出的不同距离球壳区域上病毒浓度随时间变化的柱状图,综合考虑病毒传播距离、时间、室外空气流动速度、温度、湿度、开窗面积等因素,进行风险评估,最终可对是否应当开窗,以及开窗的合适时间段做出判断。

由式 (26) 得到的病毒浓度变化如图所示。

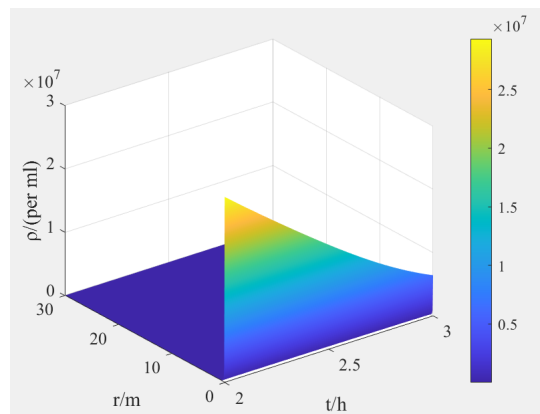


图 17: 开窗空气循环更新时病毒浓度变化

可知在开窗实现室内空气循环更新的条件下，在一定距离之外，室内空气中的病毒浓度会维持在较低的水平，但对是否应当开窗通风进行决策，还需要综合感染者窗口处病毒浓度、室外温度、湿度、空气流动速度等因素进行决策。

感染者窗口处的病毒浓度以小时为单位，在 24 个时段上得到不同的值。在 5m、10m、15m、20m 处，考察在室内空气的循环更新的条件下，得到居民房间内病毒浓度随着时间变化的关系图像。

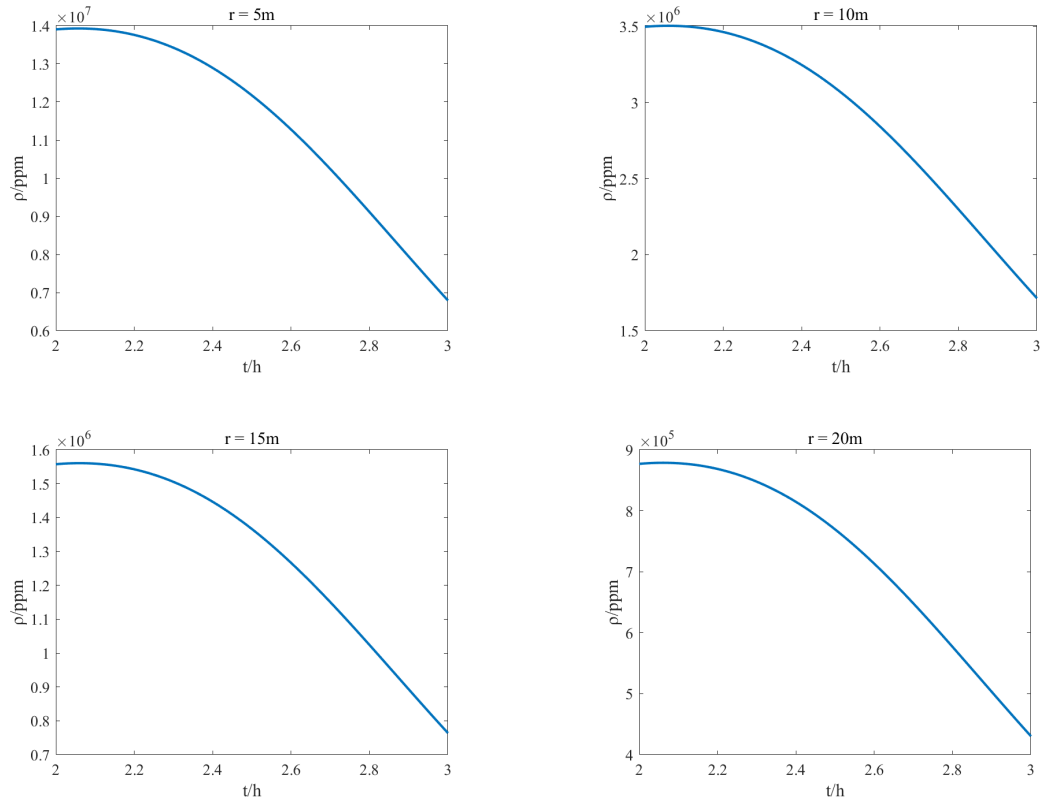


图 18: 5m、10m、15m、20m 处开窗空气循环更新时病毒浓度变化

## 7 模型检验

上述三个模型得出了病毒密度随室外传播距离的变化关系，并计算出了具体数值。进而，根据感染风险评估模型可以计算出在不同传播距离时，开窗通风的感染风险。传播距离为 5m、10m、15m、20m 时，病毒密度的具体数值详见附件。选取开窗通风的时间为 0.5h，代入  $p = 0.3m^3/h$ ，绘制出以小时为单位的感染风险随传播距离的变化数值。

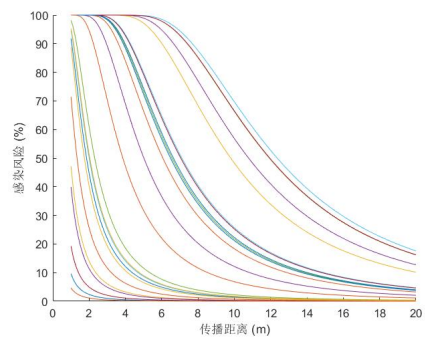


图 19: 24h 内感染风险与传播距离的关系

通过图像可以观察到，在任意时间内感染风险都随着距离的增加而减少，这符合常识直觉。同时文章发现感染者所在房间病毒溢出的初始浓度显著影响感染风险的下降速率。在初始浓度较小的时间段，比如  $0 \sim 9h$  内，距离窗户  $4m$  之外感染率便小于  $20\%$ 。然而，在初始浓度较大的时间段，比如  $18 \sim 21h$  内，距离窗户大约  $12m$  之外感染率才降低至  $20\%$ 。这侧面说明，尤其是对于房间间隔在  $4 \sim 12m$  之间的住户，选择合适的开窗时间尤为重要。

选取感染风险随距离下降最慢的时间点，即  $9h$ 。改变通风时间  $0 \sim 10h$ ，绘制感染风险随开窗通风时间的变化曲线。

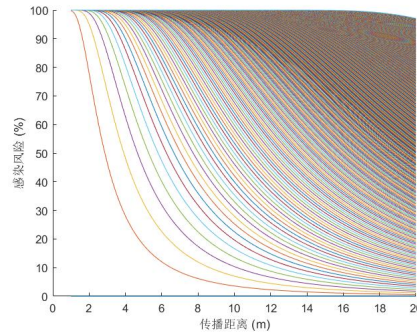


图 20:  $9h$  不同开窗通风时间下感染风险与传播距离的关系

由图可知，无论与感染者房间间隔多大的距离，感染风险都随着开窗通风时间的增加而增加。对于与感染者房间较近的房间，感染风险的上升速度较快，反之较慢。

学界普遍认为，当感染风险低于  $20\%$  时，易感人群处于相对安全的环境<sup>[17]</sup>。以此为阈值，模型提出了开窗时间  $t_c$  与距离  $r_d$  的关系表达式。

$$t_c = -\frac{\ln(1 - 20\%)}{0.3 \times 10^{-6}C} \quad C = \frac{360W(t) + 900}{2\pi r_d^2(r_d + 5)^2} \quad (27)$$

其中  $W(t)$  为当前时间内感染者房间病毒溢出初始浓度，可以通过查下表得到。

时间 $t(h)$	1	2	3	4	5	6	7	8
初始浓度 $W(10^4 perml)$	30	15	7.65	6.1	47.6	35.2	2.56	1.21
时间 $t(h)$	9	10	11	12	13	14	15	16
初始浓度 $W(10^4 perml)$	0.564	36.5	271	513	622	609	528	424
时间 $t(h)$	17	18	19	20	21	22	23	24
初始浓度 $W(10^4 perml)$	1380	1760	2280	2500	2290	498	148	26.1

表 6: 病毒溢出初始浓度  $W$  检查表

## 8 结论

根据模型模拟计算，文章给出了各楼层差和各距离条件下，达到 20% 感染率的开窗通风时间  $t(\text{min})$ 。在此时间内开窗通风相对安全。

时间 (h)\楼层差	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.45	2.22	5.97	12.42	22.25	36.18	54.90	79.10	109.50	146.80
2	0.91	4.44	11.95	24.84	44.51	72.36	109.79	158.21	219.01	293.59
3	1.78	8.70	23.43	48.70	87.27	141.88	215.28	310.21	429.42	575.67
4	2.23	10.91	29.38	61.08	109.45	177.93	269.98	389.03	538.54	721.95
5	0.29	1.40	3.77	7.83	14.03	22.80	34.60	49.85	69.01	92.52
6	0.39	1.89	5.09	10.58	18.97	30.84	46.79	67.42	93.33	125.11
7	5.31	25.99	70.01	145.54	260.80	423.98	643.31	926.99	1283.23	1720.27
8	11.24	54.98	148.11	307.93	551.77	897.02	1361.05	1961.23	2714.94	3639.57
9	24.11	117.96	317.76	660.62	1183.77	1924.46	2919.97	4207.60	5824.61	7808.30
10	0.37	1.82	4.91	10.21	18.29	29.74	45.12	65.02	90.00	120.65
11	0.05	0.25	0.66	1.37	2.46	4.01	6.08	8.76	12.12	16.25
12	0.03	0.13	0.35	0.73	1.30	2.12	3.21	4.63	6.40	8.58
13	0.02	0.11	0.29	0.60	1.07	1.75	2.65	3.82	5.28	7.08
14	0.02	0.11	0.29	0.61	1.10	1.78	2.70	3.90	5.39	7.23
15	0.03	0.13	0.34	0.71	1.26	2.06	3.12	4.49	6.22	8.34
16	0.03	0.16	0.42	0.88	1.57	2.56	3.88	5.60	7.75	10.39
17	0.01	0.05	0.13	0.27	0.48	0.79	1.19	1.72	2.38	3.19
18	0.01	0.04	0.10	0.21	0.38	0.62	0.94	1.35	1.87	2.50
19	0.01	0.03	0.08	0.16	0.29	0.48	0.72	1.04	1.44	1.93
20	0.01	0.03	0.07	0.15	0.27	0.43	0.66	0.95	1.31	1.76
21	0.01	0.03	0.08	0.16	0.29	0.47	0.72	1.04	1.43	1.92
22	0.03	0.13	0.36	0.75	1.34	2.18	3.31	4.77	6.60	8.84
23	0.09	0.45	1.21	2.52	4.51	7.33	11.13	16.03	22.20	29.76
24	0.52	2.55	6.87	14.28	25.58	41.59	63.10	90.92	125.87	168.73

表 7: 通风时长表

针对问题中情景 1 的情况，由于一般住宅楼楼层普遍不高，楼层差在 5 层以内。模型计算开窗通风的最佳时间为早上 8 点到 9 点，开窗时间不应当超过 10min，其余时间不适合开窗通风。

针对问题中情景 2 的情况，由于 20 ~ 30m 之间的距离相当于 6 ~ 10 个楼层差的距离，合适的开窗时间为早上和夜间，最佳开窗时间为早上 7 点到早上 9 点，开窗时间不应当超过 30min。

## 9 模型评价

### 9.1 模型优势

模型存在以下几点优势:

1. 病毒传播过程细化为人体呼出飞沫的运动传播模型、新冠病毒室内扩散模型和新冠病毒室外传播模型,充分考虑了病毒自感染者体内释放、扩散、影响的过程。三个子过程之间相互联系和影响,较为全面的量化讨论了病毒的整个传播过程。
2. 在运动传播模型中,模型体现了一定的人体的差异性。通过设定模拟相关参数的取值和限制条件部分具有随机性,量化的讨论了病毒从人体呼吸道向外释放的过程。
3. 新冠病毒室内扩散模型中,患者房间内部被划分为运动区、休息区和工作区。模型考虑了感染者在一天的活动安排,将感染者的运动范围进行了模拟,使得模拟过程更贴近实际生活,模拟结果更加准确科学。
4. 新冠病毒室内扩散模型中,房间内气流相对稳定,模型引入了失活项处理不具有感染力的病毒。
5. 新冠病毒室外传播模型中,引入活性衰减因子刻画温度、湿度等环境因素对气溶胶中病毒传播活性的影响。模拟过程更贴切实际环境,模型更具有实际计算和预测意义。
6. 构建感染风险评估模型,考虑了开窗时间、病毒浓度、呼吸强度等因素,形成了是否开窗通风的量化依据。

### 9.2 模型劣势

模型存在以下几点劣势:

1. 在运动传播模型和新冠病毒室内扩散模型中未考虑飞沫的纵向沉降,无法刻画人体再呼吸和打喷嚏过程产生的飞沫在高度方向上的分布和变化规律。因此,最终的模拟结果是二维病毒分布。
2. 新冠病毒室外传播模型中,天气导致的不稳定气流存在明显的不确定因素,无法进行量化分析。这导致模型在极端天气环境下与实际情况出现较大的差异。
3. 构建的感染风险评估模型不能充分考虑不同房间布局的特殊性对感染可能性的影响。在实际情况中,房间的布局对房间中空气的流动有很强的影响,有时会大幅减小室内人员感染病毒的风险。

## 10 参考文献

- [2] Morawska L. Droplet fate in indoor environments, or can we prevent the spread of infection? In: Indoor Air 2005: Proceedings of the 10th International Conference on Indoor Air Quality and Climate. Beijing: Tsinghua University Press, 2005.9-2.
- [3] Zhao B, Zhang Z, Li X. Numerical study of the transport of droplets or particles generated by respiratory system indoors. Build Environ, 2005, 40:1032-1039.
- [4] Chen C,Zhao B. Some questions on dispersion of human exhaled droplets in ventilation room: answers from numerical investigation[J].Indoor Air,2010,20(2):95-111.
- [5] 任梦圆, 陈俊熹, 巴哈白克·江吐鲁, 贾晓倩, 兰场新, 李泽武, 张乐, 叶荣伟, 李智文, 王斌. 环境温湿度对新型冠状病毒传播影响研究的现状及展望 [J]. 环境化学, 2020,39(06):1473-1478.
- [6] 熊传武. 新冠病毒在环境中的存活时间详解 [J]. 食品安全导刊,2020(13):22-25.
- [7] Anfinrud P, Stadnytskyi V, Bax C E, et al. Visualizing speech-generated oral fluid droplets with laser light scattering. N Engl J Med, 2020, 382:2061-2063.
- [8] Duguid J P. The numbers and the sites of origin of the droplets expelled during expiratory activities. Edinburgh Med J, 1945, 52: 385.
- [9] Gerone P J, Couch R B, Keefer G V, et al. Assessment of experimental and natural viral aerosols. Bacteriol Rev, 1966, 30: 576-588)
- [10] Wölfel, Roman et al. “Virological assessment of hospitalized patients with COVID-2019.” Nature 581 (2020): 465-469.
- [11] 李雪, 蒋靖坤, 王东滨等. 冠状病毒气溶胶传播及环境影响因素 [J]. 环境科学,2021,42(7):3091-3098. DOI:10.13227/j.hjks.202010033.
- [12] 熊传武. 新冠病毒在环境中的存活时间详解 [J]. 食品安全导刊,2020(13):22-25.DOI:10.16043/j.cnki.cfs.2020.13.013.
- [13] Chen C , Zhao B . Some questions on dispersion of human exhaled droplets in ventilation room: answers from numerical investigation[J]. Indoor Air, 2010, 20(2):95-111.
- [14] 贺启滨, 朱彤, 董昆, 高乃平, 吴家正. 气溶胶在全混通风小室中浓度衰减的试验研究 [J]. 安全与环境学报,2011,11(03):109-111.
- [15] DUTRA F R Airborne contagion and air hygiene: an ecological study of droplet infections[J]. American journal of clinical pathology , 1955, 25(11): 1301.
- [16] RILEY R L, O' GRADY F. Airborne infection: transmission and control[M]. New York: The Macmillan Company, 1961: 181.
- [17] 刘健. 城市小区环境中生物剂气溶胶的扩散模拟方法研究 [D]. 解放军军事医学科学院,2012. DOI:10.7666/d.D237409.
- [18] 仇洪影, 周冬生, 杨文慧, 等. 病毒气溶胶传播与感染动物模型研究进展 [J]. 军事医学,2021,45(7):548-552,557.
- [19] 杜茜, 温占波, 李劲松. 病毒气溶胶飞沫在室内环境中传播扩散机制的研究进展 [J]. 军事医学,2011,35(8):631-633,638.
- [20] 李雪, 蒋靖坤, 王东滨, 等. 冠状病毒气溶胶传播及环境影响因素 [J]. 环境科学,2021,42(7):3091-3098.
- [21] 何飞龙, 张春哲, 刘方琨, 等. 环境因素对新型冠状病毒肺炎传播影响的研究进展 [J]. 环境与职业医学,2020,37(10):1017-1021.
- [22] 谢军龙, 吴鑫, 郭晓亮, 等. 基于感染风险评估模型的隔离病房气流组织模拟研究 [J]. 中南大学学报 (自然科学版) ,2021,52(6):1798-1808.



[23] 王昕, 杨敏, 卜震, 等. 通过通风系统感染新冠病毒的风险评估模型 [J]. 暖通空调, 2022, 52(2): 108-112, 40.

[24] 徐春雯, 刘文冰, 刘荔, 等. 新型冠状病毒肺炎个性化通风防控的非均布评价方法 [J]. 科学通报, 2021, 66(4): 465-474.

[25] 牛琳, 梁为纲, 汪霞, 等. 影响病毒在物体表面和空气中生存的因素分析 [J]. 环境科学研究, 2020, 33(7): 1589-1595.

[26] 张英博, 沈朝, 段骁健, 等. Covid-19 疫情期间寒地室内病毒扩散分析及通风建议 [J]. 建筑热能通风空调, 2021, 40(10): 69-74.