

Hecke L 函数的解析延拓

1 课题的背景、意义及培养目标

John Tate 在他 1950 年的博士论文中, 综合运用了代数数论, 拓扑群上调和分析的方法给出 Hecke L 函数解析延拓的全新证明, 是现代自守形式的开篇之作。本课题主要研究 Tate 这篇博士论文的动机背景以及技术细节。

2 设计 (论文) 的原始数据与资料

主要参考文献为 Tate 的原始论文以及一些辅助材料, 比如 Weil 的 Basic Number Theory, 以及 MIT 教授 Poonen 的笔记。其中原始论文可以在 Cassels 的 Algebraic Number Theory 最后一章找到。

[\[1\]](#)[\[2\]](#)[\[3\]](#)[\[4\]](#)

3 课题的基本要求

- (1) 系统阅读 Tate's thesis, 理解论文的整体结构和核心思想。
- (2) 梳理和总结其中关键理论, 如 Adele 和 Idele 的定义与性质, Hecke L 函数的解析延拓与函数方程, 以及 Dedekind zeta 函数 $\zeta_K(s)$ 在 1 处留数表达式的证明。
- (3) 提出并解答阅读过程中遇到的理论问题。
- (4) 撰写数学读书笔记。

4 完成任务后提交的书面材料要求

- (1) 展现对 Tate's thesis 的深入理解, 能清晰阐述论文的核心内容。
- (2) 数学表达规范, 推导与证明完整无误, 书写格式符合毕业设计规范。
- (3) 突出个人的数学思考能力, 适当补充与拓展相关问题的内容。
- (4) 文献综述与引用符合学术规范。

参考文献

- [1] Gerald B. Folland. *A course in abstract harmonic analysis*. Studies in Advanced Mathematics. CRC Press, Boca Raton, FL, 1995.
- [2] Dinakar Ramakrishnan and Robert J. Valenza. *Fourier analysis on number fields*, volume 186 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer-Verlag, New York, 1999.
- [3] J. T. Tate. Fourier analysis in number fields, and Hecke's zeta-functions. In *Algebraic Number Theory (Proc. Instructional Conf., Brighton, 1965)*, pages 305–347. Academic Press, London, 1967.
- [4] André Weil. *Basic number theory*, volume Band 144 of *Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften*. Springer-Verlag, New York-Berlin, third edition, 1974.