

Logika

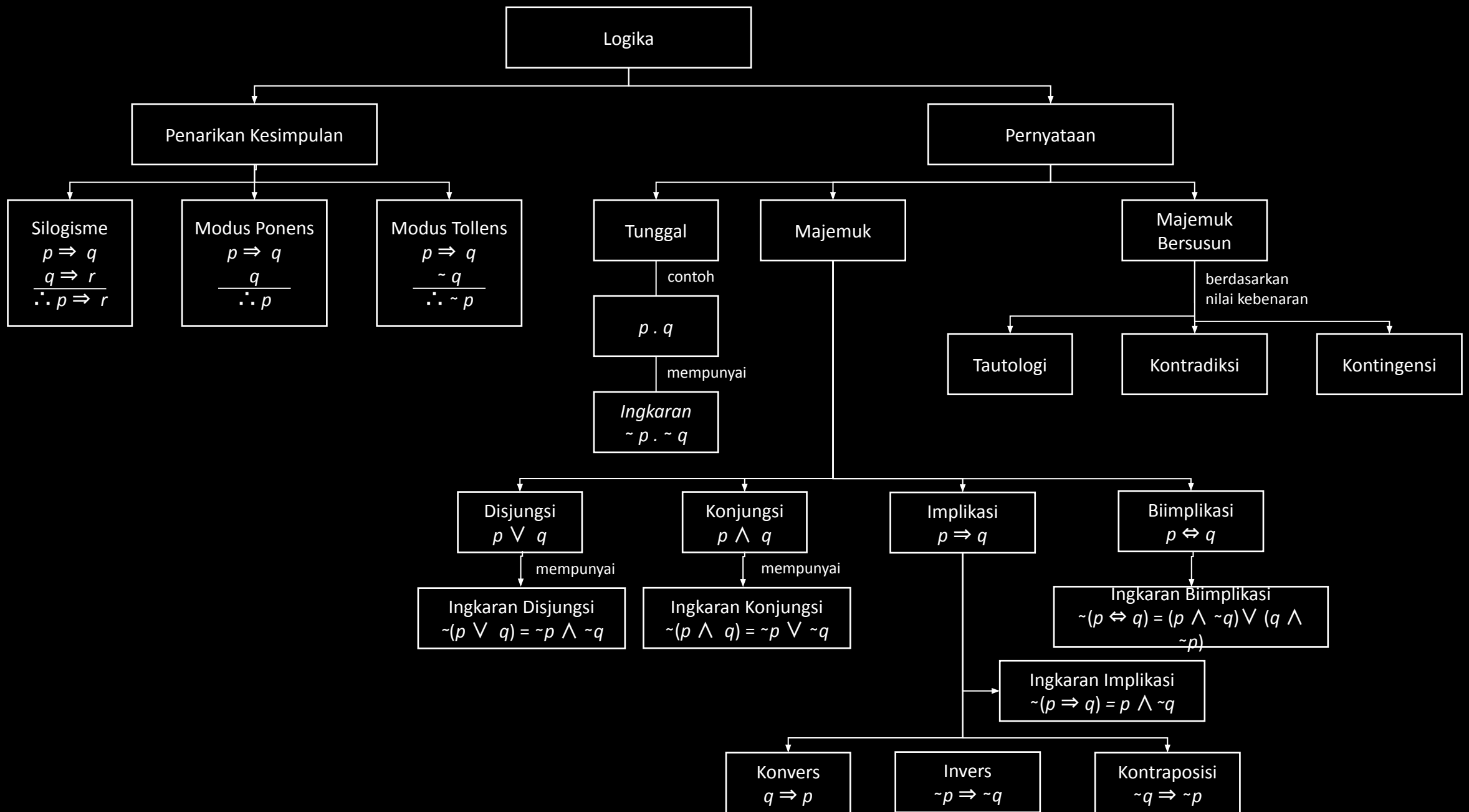
MATEMATIKA DISKRIT

Bahasan Materi

- Definisi
- Cara Penyajian Himpunan
- Terminologi
- Operasi terhadap Himpunan
- Hukum-hukum Himpunan
- Latihan

Pendahuluan

- Logika adalah ilmu yang mempelajari tentang cara berpikir yang logis/masuk akal
- Logika adalah ilmu yang digunakan untuk menentukan nilai kebenaran dari suatu pernyataan atau penarikan kesimpulan berdasarkan aturan-aturan dasar yang berlaku.



Pernyataan

- Pernyataan adalah adalah suatu kalimat yang bernilai benar saja atau salah saja. Dengan kata lain, tidak sekaligus kedua-duanya
- Pernyataan disebut juga kalimat tertutup.
- Kalimat terbuka bukan pernyataan

Pernyataan

- **Contoh:**
- Tentukan mana yang merupakan pernyataan dan yang bukan pernyataan:
 - 5 adalah bilangan prima
 - ☐ pernyataan (bernilai benar)
 - 14 merupakan bilangan kelipatan 5
 - ☐ pernyataan (bernilai salah)
 - Siapakah yang tidak mengerjakan PR?
 - ☐ Bukan pernyataan

Pernyataan

- Lambang pernyataan: p, q, r (huruf kecil)
- Nilai kebenaran pernyataan:
 - B (benar)
 - S (salah)
- Contoh:
 - p : Bogor adalah kota hujan (B)

Ingkaran/Negasi

- Lambang negasi: " \sim " (dibaca: bukan/tidak)
- Contoh:
- Tentukanlah negasi dari pernyataan berikut:
 1. $p : 2 + 5 = 7$
 $\sim p : 2 + 5 \neq 7$
Tidak benar bahwa $2 + 5 = 7$
 2. $q : \text{Semua pelajar berbaju putih}$
 $\sim q : \text{Tidak benar semua pelajar berbaju putih}$
 $\sim q : \text{Beberapa pelajar tidak berbaju putih}$
 $\sim q : \text{Ada pelajar yang tidak berbaju putih}$

- Tabel Kebenaran negasi:

p	$\sim p$
B	S
S	B

Pernyataan Majemuk

1. Disjungsi
 - Ana memesan sandal merah **atau** sepatu basket.
2. Konjungsi
 - Ayah membaca Koran Tempo **dan** Kompas.
3. Implikasi
 - **Jika** hari ini adalah hari senin **maka** siswa memakai seragam putih-putih.
4. Biimpilkasi
 - Aku membawa pensil 2B **jika dan hanya jika** ujian menggunakan LJK.

Pernyataan Majemuk

1. Disjungsi

p	q	$p \vee q$
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

2. Konjungsi

p	q	$p \wedge q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

3. Implikasi

p	q	$p \Rightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

4. Biimplikasi

p	q	$p \Leftrightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	B

Pernyataan Majemuk

- Proposisi-proposisi berikut adalah implikasi dalam berbagai bentuk:
 - Jika hari hujan, maka tanaman akan tumbuh subur.
 - Jika tekanan gas diperbesar, mobil melaju kencang.
 - Es yang mencair di kutub mengakibatkan permukaan air laut naik.
 - Orang itu mau berangkat jika ia diberi ongkos jalan.
 - Ahmad bisa mengambil mata kuliah Teori Bahasa Formal hanya jika ia sudah lulus matakuliah Logika Matematika.
 - Syarat cukup pagar pom bensin meledak adalah percikan api dari rokok.
 - Syarat perlu bagi Indonesia agar ikut Piala Dunia adalah dengan mengontrak pemain asing kenamaan.
 - Banjir bandang terjadi bilamana hutan ditebangi.

Pernyataan Majemuk

Implikasi $p \Rightarrow q$	Konvers $q \Rightarrow p$	Invers $\sim p \Rightarrow \sim q$	Kontraposisi $\sim q \Rightarrow \sim p$
B	B	B	B
S	B	B	S
B	S	S	B
B	B	B	B

Pernyataan Majemuk

- Contoh:
- Tentukanlah konvers, invers, kontraposisi dan ingkaran dari pernyataan “Jika ABCD persegi maka sisi-sisinya sama panjang”!
- Misal:
 - p : ABCD persegi
 - q : sisi-sisinya sama panjang

Pernyataan Majemuk

- Konvers: $q \Rightarrow p$
 - Jika sisi sisinya sama panjang maka ABCD persegi
- Invers : $\sim p \Rightarrow \sim q$
 - Jika ABCD bukan persegi maka sisi-sisinya tidak sama panjang
- Kontraposisi : $\sim q \Rightarrow \sim p$
 - Jika sisi-sisinya tidak sama panjang maka ABCD tidak/bukan persegi
- Ingkaran : $p \wedge \sim q$
 - ABCD persegi dan sisi - sisinya tidak sama panjang

Penarikan Kesimpulan

- Istilah:
 - Premis
 - Konklusi
 - Argumen
- Pola:
 - Modus Ponens
 - Modus Tollens
 - Silogisme

Penarikan Kesimpulan

- Konklusi sebaiknya diturunkan dari premis-premis, kalau premis yang digunakan benar, maka konklusi akan bernilai benar
- Keabsahan argumen dapat ditunjukkan dengan bantuan tabel kebenaran

Penarikan Kesimpulan

- Contoh:
- Tunjukkan dengan tabel kebenaran!

Premis 1: $p \Rightarrow q$

Premis 2: p

Konklusi: q

- $\{(p \Rightarrow q) \wedge p\} \Rightarrow q$ benar

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$	$\{(p \Rightarrow q) \wedge p\} \Rightarrow q$
B	B	B	B	B
B	S	S	S	B
S	B	B	S	B
S	S	B	S	B

Penarikan Kesimpulan

- Modus Ponens

Premis 1: $p \Rightarrow q$

Premis 2: p

Konklusi: q

- Dibaca: Jika diketahui $p \Rightarrow q$ benar dan p benar , maka disimpulkan q benar

Penarikan Kesimpulan

- Contoh

Premis 1: Jika $2 + 3 = 5$, maka $5 > 4$

Premis 2: $2 + 3 = 5$

Konklusi: $5 > 4$

Penarikan Kesimpulan

- Modus Tollens

Premis 1: $p \Rightarrow q$

Premis 2: $\sim q$

Konklusi: $\sim p$

- Dibaca: Jika diketahui $p \Rightarrow q$ benar dan $\sim q$ benar , maka disimpulkan $\sim p$ benar

Penarikan Kesimpulan

- Contoh

Premis 1: Jika hari hujan, maka cuaca dingin

Premis 2: Cuaca tidak dingin

Konklusi: Hari tidak hujan

Penarikan Kesimpulan

- Silogisme

Premis 1: $p \Rightarrow q$

Premis 2: $q \Rightarrow r$

Konklusi: $\frac{p \Rightarrow q \quad q \Rightarrow r}{p \Rightarrow r}$

- Dibaca: Jika diketahui $p \Rightarrow q$ benar dan $q \Rightarrow r$ benar , maka disimpulkan $p \Rightarrow r$ benar

Penarikan Kesimpulan

- Contoh

Premis 1: Jika Maher seorang siswa SMK maka Maher melaksanakan PSG

Premis 2: Jika Maher melaksanakan PSG maka Maher belajar di industri minimal 3 bulan

Konklusi: Jika Maher seorang siswa SMK maka Maher belajar di industri minimal 3 bulan

Latihan

1. Diketahui

- p : Tuti gadis cantik
- q : Tuti gadis pandai

• Tulislah pernyataan yang benar dari

- a. $\sim q$
- b. $p \wedge \sim q$
- c. $\sim p \vee q$
- d. $p \Rightarrow q$
- e. $p \Leftrightarrow q$

• Jawab:

- a. Tuti bukan gadis cantik
- b. Tuti gadis cantik dan tidak pandai
- c. Tuti bukan gadis cantik atau pandai
- d. Jika tuti gadis cantik maka pandai
- e. Tuti gadis cantik jika dan hanya jika pandai

Latihan

2. Tentukan nilai kebenaran dari pernyataan di bawah ini:

- a. Tidak benar $2 + 7 > 9$
- b. 30 atau 40 habis dibagi 6
- c. Jika Jakarta Ibu kota Indonesia maka Jakarta di Pulau Bali

• Jawab:

- a. B
- b. B
- c. S

Latihan

3. Tentukan konvers, invers, kontraposisi dan ingkaran dari pernyataan “Jika ABC suatu segitiga sebangun maka sudut-sudut seletaknya sama”

- Jawab:

- Konvers:

- Jika sudut-sudut seletaknya sama maka ABC suatu segitiga sebangun

- Invers:

- Jika ABC bukan suatu segitiga sebangun maka sudut-sudut seletaknya tidak sama

- Kontraposisi:

- Jika sudut-sudut seletaknya tidak sama maka ABC bukan suatu segitiga sebangun

- Ingkaran:

- ABC suatu segitiga sebangun dan sudut-sudut seletaknya tidak sama

Latihan

4. Buatlah tabel kebenaran dari:

a. $\sim(p \vee q)$

b. $p \Rightarrow (\sim q \wedge p)$

c. $((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow (p \vee r))) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

d. $\sim(q \wedge \sim r) \Leftrightarrow (\sim p \Rightarrow r)$

e. $(p \Leftrightarrow \sim q) \Rightarrow ((\sim p \vee r) \wedge q)$

Latihan

5. Manakah yang merupakan Modus Ponens, Modus Tollens, atau Silogisme:

a. Premis 1: Jika ibu pergi maka adik menangis.

Premis 2: Adik tidak menangis.

Konklusi: Ibu tidak pergi.

b. Premis 1: Jika $\log 10 = 1$ maka ${}^2\log 8 = 3$.

Premis 2: $\log 10 = 1$.

Konklusi: ${}^2\log 8 = 3$.

Latihan

5. Manakah yang merupakan Modus Ponens, Modus Tollens, atau Silogisme:

c. Premis 1: Jika Aldi seorang programmer IT maka Aldi memahami *flowchart*.

Premis 2: Jika Aldi memahami *flowchart* maka Aldi mampu mengoperasikan komputer.

Konklusi: Jika Aldi seorang programmer IT maka Aldi mampu mengoperasikan komputer.

Latihan

5. Manakah yang merupakan Modus Ponens, Modus Tollens, atau Silogisme:

d. Premis 1: Jika semua masyarakat resah maka harga bbm naik.

Premis 2: Harga BBM naik atau harga bahan pokok naik.

Premis 3: Harga bahan pokok naik

Konklusi: Jika Aldi seorang programmer IT maka Aldi mampu mengoperasikan komputer.

Latihan

6. Tentukan kesimpulan dari pernyataan berikut!
- a. Premis 1: Jika hari ini hujan, maka tanah menjadi basah.
Premis 2: Jika tanah menjadi basah, maka tanah menjadi licin.
Premis 3: Hari ini hujan
 - b. Jika Paryo rajin bekerja, maka ia mendapat reputasi kerja yang baik. Jika Paryo memiliki reputasi kerja yang baik, maka karirnya akan meningkat dengan cepat. Ternyata karir Paryo tidak meningkat.

Terimakasih.

Adab di atas ilmu.