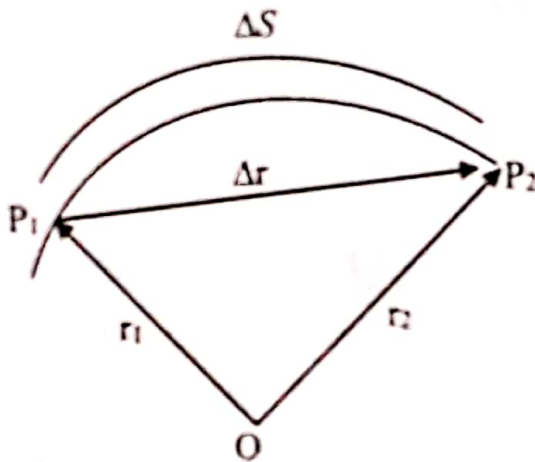
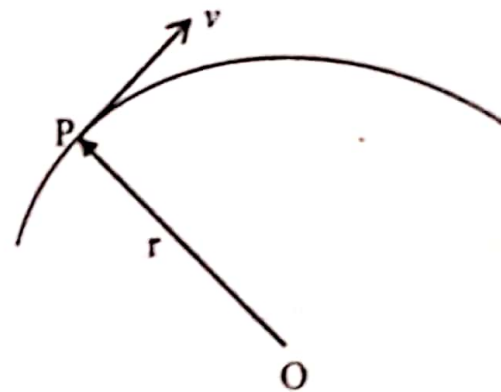


3.2 Perpindahan dan Lintasan

Perhatikan Gambar 3-4(a).



Gambar 3-4(a). Posisi, perpindahan dan lintasan partikel



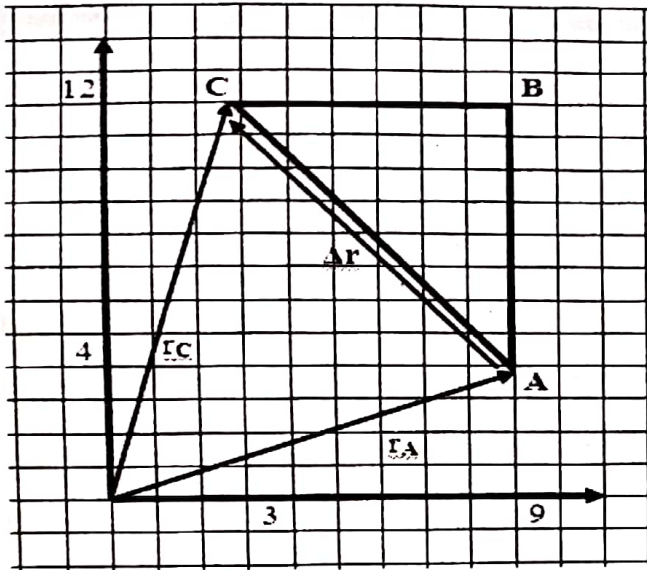
Gambar 3-4(b). Kecepatan sesaat partikel dititik P

Posisi partikel saat t_1 berada dititik P_1 diukur dari titik acuan O dinyatakan oleh vektor posisi $r_1 = r(t_1)$. Vektor ini adalah fungsi waktu karena besar dan arahnya berubah bila partikel bergerak sepanjang kurva. Bila dalam selang waktu $\Delta t = t_2 - t_1$ partikel bergerak sejauh ΔS sepanjang kurva ke titik yang baru P_2 saat t_2 , maka posisi partikel saat t_2 adalah $r_2 = r(t_2)$.

Perpindahan partikel dari titik P_1 ke titik P_2 dinyatakan sebagai: $\Delta r = r_2 - r_1$ dan lintasan yang ditempuh adalah $\Delta S = S_2 - S_1$.

Contoh 3-4

Perhatikan Gambar berikut. Kedua sumbu- x dan sumbu- y satuannya meter. Tentukan perpindahan dan lintasan yang ditempuh sebuah partikel yang bergerak melintasi segitiga ABC dari titik A menuju ketitik B selama 4 detik, kemudian berhenti di titik C membutuhkan waktu 2 detik.



Jawab:

Berdasarkan Gambar tersebut diperoleh beberapa besaran berikut :

Posisi titik A dan Titik C adalah :

$$r_A = 9i + 4j \text{ meter} \quad \text{dan} \quad r_C = 3i + 12j \text{ meter}$$

Perpindahan dari titik A ke titik C adalah

$$\Delta r = r_C - r_A = (3i + 12j) - (9i + 4j) = -6i + 8j \text{ meter}$$

Besar perpindahan adalah

$$|\Delta r| = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = 10$$

Lintasan AB dan BC adalah

$$S_{AB} = 8 \text{ meter} \quad \text{dan} \quad S_{BC} = 6 \text{ meter}$$

Lintasan dari titik A ke titik C adalah

$$S_{AC} = S_{AB} + S_{BC} = 8 + 6 = 14 \text{ meter}$$

3.3 Kecepatan rata-rata dan Laju rata-rata

Kecepatan rata-rata v_{rata} didefinisikan sebagai perpindahan partikel dibagi selang waktu.

$$v_{rata} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{r_2 - r_1}{t_2 - t_1}$$

2-4

Laju rata-rata didefinisikan sebagai *panjang lintasan* yang ditempuh partikel dibagi selang waktu.

$$Laju_{rata} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1} \quad 2-5$$

Contoh: 3-5

Tentukan kecepatan rata-rata dan laju rata-rata dari soal 2.2.

$$v_{rata} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{r_C - r_A}{\Delta t} = \frac{-6i + 8j}{2 + 4} = \left(-i + \frac{4}{3}j\right) \quad m/s$$

$$Laju_{rata} = \frac{\Delta S_{AC}}{\Delta t} = \frac{14}{6} \quad m/s$$

3.4 Kecepatan sesaat dan Laju sesaat

Perhatikan Gambar 3-4(b). Kecepatan sesaat v ditentukan dari kecepatan rata-rata dengan mengambil $\Delta t \rightarrow 0$, akibatnya arah Δr mendekati garis singgung pada kurva dititik P. Jadi

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

atau

$$v = \frac{dr}{dt} \quad 2-6$$

Besar kecepatan sesaat disebut laju sesaat.

3.5 Percepatan rata-rata dan Percepatan sesaat

Bila kecepatan partikel saat t_1 adalah v_1 dan saat t_2 adalah v_2 , maka percepatan rata-rata a_{rata} didefinisikan sebagai perubahan kecepatan dibagi selang waktu.

$$a_{rata} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \quad 2-7$$

Percepatan sesaat ditentukan dari percepatan rata-rata dengan mengambil $\Delta t \rightarrow 0$, jadi

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

atau

$$a = \frac{dv}{dt} \quad 2-8$$

Dalam koordinat kartesian posisi partikel dituliskan menggunakan persamaan (2-1), yaitu

$$r = x i + y j + z k$$

Bila persamaan (2-1) diturunkan terhadap waktu diperoleh persamaan kecepatan.

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{dx}{dt} i + \frac{dy}{dt} j + \frac{dz}{dt} k$$

$$v = \frac{dr}{dt} = v_x i + v_y j + v_z k \quad 2-9$$

Bila persamaan (2-9) diturunkan terhadap waktu diperoleh persamaan percepatan.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv_x}{dt} i + \frac{dv_y}{dt} j + \frac{dv_z}{dt} k$$

$$a = \frac{dv}{dt} = a_x i + a_y j + a_z k \quad 2-10$$

Contoh : 3-6

Diketahui posisi partikel setiap saat

$$r = (2t^3 + t^2 - 4t + 5) i + (3t^2 + 4t + 10) j + (2t + 5) k$$

r dalam meter dan t dalam detik. Tentukan :

- Posisi partikel saat $t=1$ detik dan $t=3$ detik
- Kecepatan rata-rata dalam selang waktu $t=1$ detik s/d $t=3$ detik
- Kecepatan dan laju partikel saat $t=1$ detik dan $t=3$ detik
- Percepatan rata-rata dalam selang waktu $t=1$ detik s/d $t=3$ detik
- Percepatan partikel dan besarnya saat $t=1$ detik

Jawab :

$$\begin{aligned} \text{a) } r(1) &= [2(1)^3 + (1)^2 - 4(1) + 5]i + [3(1)^2 + 4(1) + 10]j + [2(1) + 5]k \\ &= (4i + 17j + 7k) \text{ meter} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r(3) &= [2(3)^3 + (3)^2 - 4(3) + 5]i + [3(3)^2 + 4(3) + 10]j + [2(3) + 5]k \\ &= (56i + 49j + 11k) \text{ meter} \end{aligned}$$

b) berdasarkan point (a) diperoleh

$$\Delta r = r(3) - r(1) = 52i + 32j + 4k \text{ meter ;}$$

$$\Delta t = 3 - 1 = 2 \text{ detik}$$

$$v_{rata} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{52i + 32j + 4k}{2} = [26i + 16j + 2k] \text{ m/s}$$

$$\text{c) } v = \frac{dr}{dt} = [(6t^2 + 2t - 4)i + (6t + 4)j + 2k] \text{ m/s}$$

$$v(1) = [6(1)^2 + 2(1) - 4]i + [6(1) + 4]j + 2k = (4i + 10j + 2k) \text{ m/s .}$$

Laju partikel saat $t=1$ detik adalah :

$$|v(1)| = \sqrt{4^2 + 10^2 + 2^2} = \sqrt{120} \text{ m/s}$$

$$v(3) = (56i + 22j + 2k) \text{ m/s .}$$

Laju partikel saat $t=3$ detik adalah :

$$|v(3)| = \sqrt{56^2 + 22^2 + 2^2} = 60,2 \text{ m/s}$$

d) Berdasarkan point (c) diperoleh

$$\Delta v = v(3) - v(1) = 52i + 12j \text{ m/s ;}$$

$$\Delta t = 3 - 1 = 2 \text{ detik}$$

$$a_{rata} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{52i + 12j}{2} = [26i + 6j] \text{ m/s}^2$$

$$\text{e) } a = \frac{dv}{dt} = [(12t + 2)i + 6j] \text{ m/s}^2$$

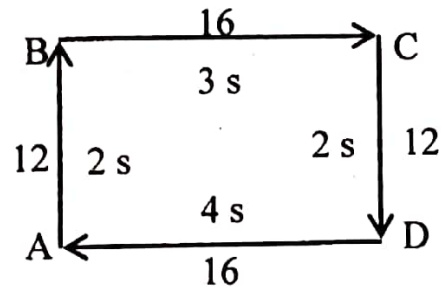
percepatan saat 1 detik adalah

$$a(1) = [(12(1) + 2)i + 6j] = 14i + 6j \text{ m/s}^2$$

Besar percepatan saat 1 detik adalah :

$$|a(1)| = \sqrt{14^2 + 6^2} = \sqrt{232} \text{ m/s}^2$$

4. Sebuah partikel melintasi empat persegi panjang seperti gambar dibawah ini.



Bila titik A dipakai sebagai acuan, tentukan laju rata-rata dan kecepatan rata-rata partikel saat ia melintasi lintasan :

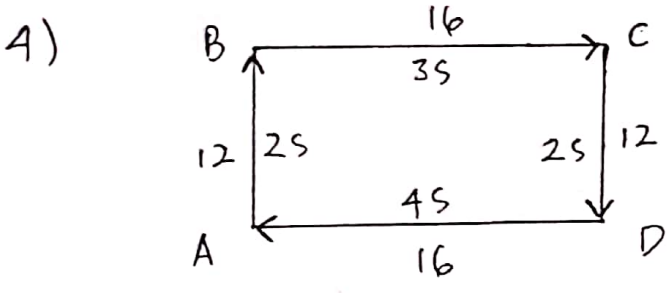
- a) AB b) AC c) AD d) dari A kembali ke A lagi

5. Sebuah partikel yang bergerak, posisinya setiap saat dapat dirumuskan sebagai berikut

$$r(t) = (3t^3 + 3t^2 - 3t + 10)i + (10t^2 + 4t)j + (4t + 2)k$$

r dalam meter dan t dalam detik. Tentukan :

- Posisi partikel saat $t=1$ detik dan $t=3$ detik
- Kecepatan rata-rata dalam selang waktu $t=1$ detik s/d $t=3$ detik
- Kecepatan dan laju partikel saat $t=1$ detik dan $t=3$ detik
- Percepatan rata-rata dalam selang waktu $t=1$ detik s/d $t=3$ detik
- Percepatan partikel dan besarnya saat $t=1$ detik



a) Lintasan AB

panjang lintasan AB = 12 m, perpindahan AB = 12 m

Selang waktu $\Delta t = 2 \text{ s}$

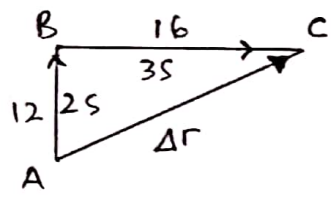
- Laju rata-rata = $12/2 = 6 \text{ m/s}$
- $V_{rata} = \frac{12}{2} = 6 \text{ m/s} \rightarrow$ Arah dari A ke B :

b) Lintasan AC

panjang lintasan AC = $12 + 16 = 28 \text{ m}$

perpindahan AC = $\sqrt{12^2 + 16^2}$

$$AC = 20 \text{ m}$$



Selang waktu $\Delta t = 2 + 3 = 5 \text{ s}$

- Laju rata-rata = $\frac{28}{5} = 5,6 \text{ m/s}$
- $V_{rata} = \frac{20}{5} = 4 \text{ m/s} \rightarrow$ Arah dari A ke C

c) lintasan AD

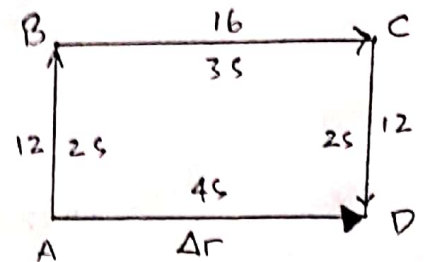
$$\text{panjang lintasan AD} = 12 + 16 + 12 \\ = 40 \text{ m}$$

$$\text{perpindahan } (\Delta r) \text{ AD} = 16 \text{ m}$$

$$\text{selang waktu } \Delta t = 2 + 3 + 2 = 7 \text{ s}$$

$$\bullet \text{ Laju rata-rata} = 40/7 = 5,7 \text{ m/s}$$

$$\bullet V_{\text{rata}} = \frac{16}{7} = 2,3 \text{ m/s} \rightarrow \text{Arah dari A ke D}$$



d) Lintasan dari A Kembali Ke A Lagi :

$$\text{panjang lintasan A} \rightarrow \text{A} = 12 + 16 + 12 + 16 \\ = 56 \text{ m}$$

$$\text{perpindahan A} \rightarrow \text{A} = 0 \text{ m}$$

$$\text{Selang waktu } \Delta t = 2 + 3 + 2 + 4 \\ = 11 \text{ s}$$

$$\bullet \text{ Laju rata-rata} = 56/11 = 5,1 \text{ m/s}$$

$$\bullet V_{\text{rata}} = 0/11 = 0 \text{ m/s} \rightarrow \text{tidak punya Arah}$$

