



PROGRAM STUDI
TEKNIK INFORMATIKA
FAKULTAS ILMU KOMPUTER
UNIVERSITAS DIAN NUSWANTORO

MATA KULIAH
Otomata dan Teori Bahasa

Pertemuan ke_13

PDA

(Push Down Automata)

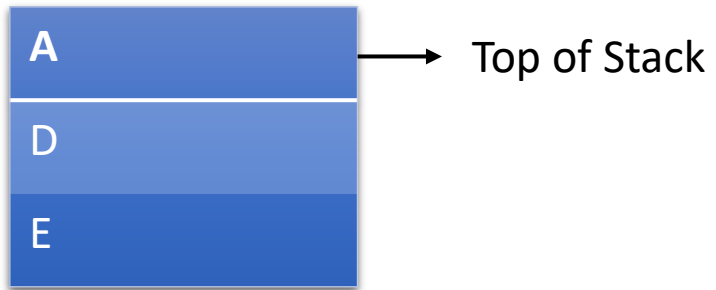
Tim pengampu

2022

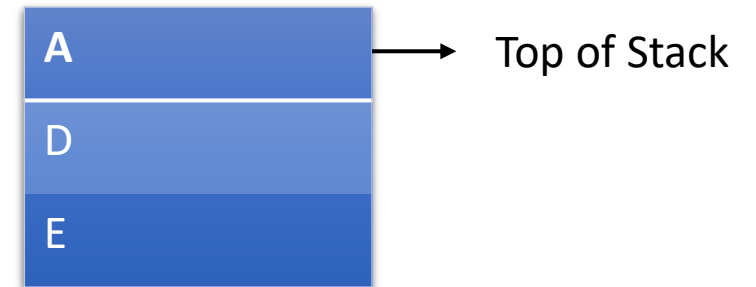
Push Down Automata (PDA)

- PDA merupakan sebuah teknik pengujian kalimat/string menggunakan pendekatan stack .
- Stack/tumpukan memiliki ciri ciri:
 1. Memiliki Top of Stack/puncak
 2. Aturan pengenisian **LIFO(Last In First Out)**
 3. Pop: pengambilan elemen dari stack
 4. Push: memasukan element ke dalam stack

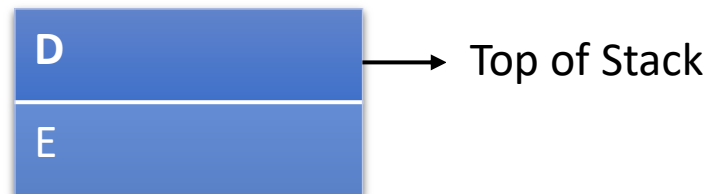
Push Down Automata (PDA)



Bila dilakukan Opreasi Push, konsidi stack menjadi



Bila dilakukan Opreasi Pop, konsidi stack menjadi



Push Down Automata (PDA)

1. Q = himpunan State
 2. Σ = himpunan Simbol input
 3. Γ = simbol-simbol stack
 4. Δ = fungsi transisi
 5. S = State awal
 6. F = Himpunan Final State
 7. Z = Simbol awal tumpukan/top of stack
- Komponen yang sama dengan FSA adalah Q, Σ, S, F
 - Tuple baru Γ, Z
 - Δ memiliki kemiripan dengan δ FSA sebagai transisi

Push Down Automata (PDA)

Move:

- Fungsi Transisi (move) pada PDA didefinisikan sebagai :

$$\Delta(q_1, a, Z) = \{(q_2, AZ)\}$$

Dimana :

q_1, q_2 : state

$a \in \Sigma$

Z: Top of Stack

Penting :

$$\Delta(q_1, a, A) = \{(q_1, AA)\}.$$

$$\Delta(q_1, b, A) = \{(q_2, \varepsilon)\}.$$

Push/Insert

Pop/Delete

Push Down Automata (PDA)

1. $Q = \{q_1, q_2\}$
2. $\Sigma = \{a, b\}$
3. $\Gamma = \{A, B, Z\}$
4. $S = q_1$
5. $F = \{q_2\}$
6. $Z = Z$

- Memiliki fungsi transisi:

$$\begin{aligned}\Delta(q_1, \varepsilon, Z) &= \{(q_2, Z)\} \\ \Delta(q_1, a, Z) &= \{(q_1, AZ)\} \\ \Delta(q_1, b, Z) &= \{(q_1, BZ)\} \\ \Delta(q_1, a, A) &= \{(q_1, AA)\} \\ \Delta(q_1, b, A) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \Delta(q_1, a, B) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \Delta(q_1, b, B) &= \{(q_1, \varepsilon)\}\end{aligned}$$

Kita bisa membaca fungsi transisi tsb:

$$\Delta(q_1, a, Z) = \{(q_1, AZ)\}$$

State q_1 dan top stack Z membaca input 'a'

Misal ingin mengetahui apakah string 'abba' diterima oleh PDA?

Z

Konfigurasi awal mesin state q_1 top stack Z, membaca input 'a' fungsi transisinya $\Delta(q_1, a, Z) = \{(q_1, AZ)\}$
Konfigurasi mesin menjadi : state q_1 , A di push

A

Z

Membaca input b
Fungsi transisinya $\Delta(q_1, b, A) = \{(q_1, \varepsilon)\}$
Konfigurasi mesin menjadi : state q_1 top stack di Pop

Z

Membaca input b
Fungsi transisinya $\Delta(q_1, b, Z) = \{(q_1, BZ)\}$
Konfigurasi mesin menjadi : state q_1 , B di push

$\Delta(q_1, \varepsilon, Z) = \{(q_2, Z)\}$
 $\Delta(q_1, a, Z) = \{(q_1, AZ)\}$
 $\Delta(q_1, b, Z) = \{(q_1, BZ)\}$
 $\Delta(q_1, a, A) = \{(q_1, AA)\}$
 $\Delta(q_1, b, A) = \{(q_1, \varepsilon)\}$
 $\Delta(q_1, a, B) = \{(q_1, \varepsilon)\}$
 $\Delta(q_1, b, B) = \{(q_1, \varepsilon)\}$

B

Z

Membaca input a
Fungsi transisinya $\Delta(q_1, a, B) = \{(q_1, \varepsilon)\}$
Konfigurasi mesin menjadi : state q_1 , top of stack dipop

Z

Semua input sudah selesai di baca
Fungsi transisinya $\Delta(q_1, \varepsilon, Z) = \{(q_2, Z)\}$
Konfigurasi mesin menjadi : q_2

Deterministic PDA

- **Contoh kasus:** *Deterministic PDA*

Jika diketahui sebuah PDA $M = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, Z_0, \delta, A)$ merupakan sebuah PDA deterministik untuk pengujian *palindrome* memiliki tuple sebagai berikut.

$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $A = \{q_2\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$, $\Gamma = \{a, b, Z_0\}$, dan fungsi transisi δ terdefinisi melalui tabel berikut:

Deterministic PDA


No.	Stata	Input	TopStack	Hasil
1	q_0	a	Z_0	(q_0, aZ_0)
2	q_0	b	Z_0	(q_0, bZ_0)
3	q_0	a	a	(q_0, aa)
4	q_0	b	a	(q_0, ba)
5	q_0	a	b	(q_0, ab)
6	q_0	b	b	(q_0, bb)

No.	Stata	Input	TopStack	Hasil
7	q_0	c	Z_0	(q_1, Z_0)
8	q_0	c	a	(q_1, a)
9	q_0	c	b	(q_1, b)
10	q_1	a	a	(q_1, ϵ)
11	q_1	b	b	(q_1, ϵ)
12	q_1	ϵ	Z_0	(q_2, ϵ)

Pada tabel transisi tersebut terlihat bahwa pada stata q_0 PDA akan melakukan PUSH jika mendapat input a atau b dan melakukan transisi stata ke stata q_1 jika mendapat input c. Pada stata q_1 PDA akan melakukan POP.

Deterministic PDA

- Pengujian string *palindrome* abcba.

abcba : $(q_0, abcba, Z_0)$ $\Rightarrow (q_0, bcba, aZ_0)$ (1)
 $\Rightarrow (q_0, cba, baZ_0)$ (4)
 $\Rightarrow (q_1, ba, baZ_0)$ (9)
 $\Rightarrow (q_1, a, aZ_0)$ (11)
 $\Rightarrow (q_1, \varepsilon, Z_0)$ (10)
 $\Rightarrow (q_2, \varepsilon, Z_0)$ (12) 

Deterministic PDA

Latihan 1.

Problem 1: Berdasarkan contoh kasus sebelumnya, lakukanlah pengujian string berikut menggunakan metode *pushdown automata*:

1. abccccba,
2. abca.

Non deterministic PDA

- **Contoh kasus: *Non-Deterministic PDA***

Jika diketahui sebuah PDA $M = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, Z_0, \delta, A)$ merupakan sebuah PDA deterministik untuk pengujian *palindrome* memiliki tuple sebagai berikut.

$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $A = \{q_2\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{a, b, Z_0\}$, dan fungsi transisi δ terdefinisi melalui tabel berikut:

Non deterministic PDA


No.	St.	In.	TS	Hasil
1	q_0	a	Z_0	$(q_0, aZ_0), (q_1, Z_0)$
2	q_0	b	Z_0	$(q_0, bZ_0), (q_1, Z_0)$
3	q_0	a	a	$(q_0, aa), (q_1, a)$
4	q_0	b	a	$(q_0, ba), (q_1, a)$
5	q_0	a	b	$(q_0, ab), (q_1, b)$
6	q_0	b	b	$(q_0, bb), (q_1, b)$

No.	St.	In.	TS	Hasil
7	q_0	ϵ	Z_0	(q_1, Z_0)
8	q_0	ϵ	a	(q_1, a)
9	q_0	ϵ	b	(q_1, b)
10	q_1	a	a	(q_1, ϵ)
11	q_1	b	b	(q_1, ϵ)
12	q_1	ϵ	Z_0	(q_2, ϵ)

Pada tabel transisi tersebut terlihat bahwa pada stata q_0 PDA akan melakukan PUSH jika mendapat input a atau b dan melakukan transisi stata ke stata q_1 jika mendapat input ϵ . Pada stata q_1 PDA akan melakukan POP.

Non deterministic PDA

- Pengujian string *palindrome* baab.

$(q_0, baab, Z_0)$	$\Rightarrow (q_0, aab, bZ_0)$	(2 kiri)
	$\Rightarrow (q_0, ab, abZ_0)$	(5 kiri)
	$\Rightarrow (q_1, ab, abZ_0)$	(3 kanan)
	$\Rightarrow (q_1, b, bZ_0)$	(11)
	$\Rightarrow (q_1, \varepsilon, Z_0)$	(10)
	$\Rightarrow (q_2, \varepsilon, Z_0)$	(12) 

Non deterministic PDA

Latihan 2.

Problem 1: Berdasarkan contoh kasus sebelumnya, lakukanlah pengujian string berikut menggunakan metode *pushdown automata*:

1. abba,
2. abcbcb.

PDA Untuk Bahasa Bebas Konteks

- Definisi
 1. Q = himpunan State
 2. Σ = himpunan Simbol input
 3. Γ = simbol-simbol stack
 4. Δ = fungsi transisi
 5. S = State awal
 6. F = Himpunan Final State
 7. Z = Simbol awal tumpukan/top of stack
- Mesin ini dimulai dengan mem-push Z pada top stack. Pada langkah berikutnya:
 - Jika top stack dari simbol stack adl suatu variable (missal A), kita menggantinya dengan ruas kanan dari A missal $A \rightarrow w$, maka di ganti w
 - jika top stack dari simbol tumpukan adl sebuah terminal dan jika ia menyamai simbol masukan berikutnya kita pop dari tumpukan.

#Lanjutan

- $\Delta(q_1, \varepsilon, Z) = \{(q_2, SZ)\}$, untuk mempush simbol S ke stack
- $\Delta(q_1, \varepsilon, A) = \{(q_2, w)\} \mid A \rightarrow w$ adl sebuah tata bahasa bebas kontek untuk semua variable A
- $\Delta(q_1, a, a) = \{(q_2, \varepsilon)\}$ untuk setiap simbol terminal (untuk mempop pembandingan terminal)
- $\Delta(q_2, \varepsilon, Z) = \{(q_3, Z)\}$, bila selesai membaca string. Top stack adl Z berarti string input sukses diterima oleh PDA

- Contoh peneraoan:
- Misalkan sebuah tata bahasa bebas konteks dgn simbol awal D:

$$D \rightarrow aDa \mid bDb \mid c$$

Dapat dikonstruksi PDA:

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}.$$

$$\Sigma = \{a, b, c\}$$

$$\Gamma = \{D, a, b, c, Z\}$$

$$S = q_1$$

$$F = q_3$$

Fungsi tansisinya

$$\begin{aligned}\Delta(q_1, \varepsilon, Z) &= \{(q_2, DZ)\} \\ \Delta(q_1, \varepsilon, D) &= \{(q_1, aDa), (q_2, bDb), (q_2, c)\} \\ \Delta(q_2, a, a) &= \Delta(q_2, b, b) = \Delta(q_2, c, c) = \{(q_2, \varepsilon)\} \\ \Delta(q_2, \varepsilon, Z) &= \{(q_3, Z)\}\end{aligned}$$

Referensi

- <https://ocw.upj.ac.id/files/Handout-INF305-Bab-7-Pushdown-Automata.pdf>