UN DISCOURS DE LA METHODE AU XXI^{E} SIECLE

UN DISOURS
DE LA METHODE
AU XXI^{E} SIECLE

-

RISQUES ET LIMITES DE
L' « INTELLIGENCE ARTIFICIELLE »

WILLIAM FAURIAT

ISBN numérique : 979-10-405-0264-7
ISBN papier : 979-10-405-0265-4

« Et ainsi, les actions de la vie ne souffrant aucun délai,
c'est une vérité très certaine que, lorsqu'il n'est pas
en notre pouvoir de discerner les plus vraies opinions,
nous devons suivre les plus probables… »

René Descartes, Discours de la méthode, 1637

A tous ceux qui m'ont donné le goût de la connaissance,

A tous ceux qui reconnaissent et encouragent l'esprit critique
dans une civilisation trop sûre d'elle-même,

A ma femme Axelle,

PREFACE

Vous qui choisissez d'ouvrir ce livre, choisirez-vous à l'issue de votre lecture d'interroger plus intensément certains de vos choix et de vous montrer plus critique vis-à-vis des choix défendus par d'autres ? Si un tel changement s'opère, cet ouvrage aura été utile.

Il est une chose qui fait de nous des êtres souverains, à même de transformer positivement leur existence : nos décisions. Il en est une autre qui nous distingue en particulier : notre aptitude à mobiliser la connaissance dont nous disposons avant de décider. Il est d'usage de désigner cette aptitude par le terme de « rationalité ». Cette notion illustre aussi notre tendance à rechercher la « bonne décision ». En ce sens, nous sommes indéniablement des êtres rationnels.

Néanmoins, mieux vaut considérer cette capacité avec prudence. *Sur le chemin de la rationalité se dressent nombre d'embûches devant celui qui se montre mauvais juge de sa propre connaissance.* Ce livre se consacre à l'exploration attentive de ce chemin, et ceci, depuis diverses perspectives : mathématique, informatique, pratique, économique ou philosophique.

Notre confort de vie moderne résulte largement des progrès de notre capacité à « anticiper » : de notre rationalité. Avec l'amélioration de notre compréhension du monde, nos prévisions sont devenues plus justes et nos décisions plus pertinentes. Nous avons appris à transformer la nature avec plus d'habileté et à organiser plus efficacement nos affaires et nos sociétés. Automobiles, avions, machines agricoles, antibiotiques, télécommunications, centrales électriques, réseaux logistiques, banques, systèmes de santé ou d'assurance sociale, structures de gouvernement ; la liste de nos réalisations techniques et organisationnelles est longue et diversifiée.

Ces progrès ont été rendu possibles grâce au développement des outils mathématiques et de la formalisation du raisonnement. Ils accompagnent les avancées de la méthode scientifique, dont l'importance grandit à partir des XVI^e^ et XVII^e^ siècles. Plus précisément, le concept de « rationalité » traduit notre capacité à mobiliser notre connaissance, avec méthode, afin d'anticiper les conséquences de nos choix. Ceci nous permet alors de décider en conscience, en fonction de ce que nous cherchons à obtenir ou à éviter.

Cependant, la rationalité, et la connaissance sur laquelle celle-ci se fonde, présentent certaines limites. Nos jugements sont souvent imparfaits. Notre utilisation des outils mathématiques et statistiques est parfois maladroite. Parallèlement, la « nature » est indifférente à nos erreurs. Ainsi, *seul sera satisfait des résultats de ses décisions celui qui aura correctement anticipé leurs conséquences probables*. Les autres pourront être surpris ou déçus, et ceci, même s'ils ont agi de « manière rationnelle ».

Dans l'idée d'éviter de telles déconvenues, ce livre propose une réflexion d'ensemble sur l'usage de la connaissance, sur les limites de la rationalité et sur les risques afférents à ces limites.

Au fil des siècles, les discussions sur la pertinence de nos raisonnements et de nos décisions ont largement mobilisé philosophes, mathématiciens, scientifiques et ingénieurs. Aujourd'hui, ces discussions trouvent un écho particulier. Pour s'en convaincre, il suffit par exemple de substituer aux termes de « connaissance » et de « rationalité » ceux de « données » et d'« intelligence », qui concentrent davantage notre attention dans la période actuelle.

Lesdites « données » peuplent progressivement notre quotidien et leur impact sur ce dernier s'accroit en même temps que l'intensification de leur exploitation, par le biais de l'informatique. Ces données que nous collectons alimentent certaines des créations techniques que nous aimerions rendre « intelligentes », c'est-à dire, capables de raisonner, de nous aider à décider, voire de décider de façon autonome. Nous ambitionnons de « rationaliser » toujours davantage nos fonctionnements. Est-ce une entreprise réalisable ?

Quoi qu'il en soit, les débats scientifiques et sociétaux liés à de telles évolutions des contextes décisionnels méritent d'être menés. Ils esquissent les chemins sur lesquels nous engageons le futur de nos existences, individuelles ou collectives. Malheureusement et trop souvent, une vision d'ensemble sur toutes ces notions fait cruellement défaut.

A ce titre, ce livre propose un tour d'horizon d'une question fondamentale : « *comment bien décider* » ? Les problématiques du traitement de la connaissance et du choix rationnel sont discutées. Le concept de risque, inhérent à la prise de décision, est également analysé. Aucune compétence spécifique en mathématiques ou en philosophie n'est requise. Le propos est à la portée de tous et concerne chaque individu capable de choix, c'est-à-dire tous. Le nombre d'équations présentées est réduit au strict nécessaire et les problèmes et principes exposés s'appuient régulièrement sur des exemples.

La discussion prend la forme d'un récit fictif, qui permet d'explorer le sujet au travers de l'échange des points de vue de différents protagonistes. Ceux-ci s'expriment depuis divers champs disciplinaires et à partir d'expériences et de niveaux de compétences variés. Le lecteur développera progressivement sa compréhension des notions, des difficultés et des enjeux aux côtés de ces personnages fictifs.

Un autre objectif du livre est de repositionner la question des limites de la rationalité dans le contexte présent. Ce dernier inclut d'abord l'augmentation tendancielle de la complexité des raisonnements à conduire, des décisions à prendre et des systèmes à opérer ; soit de la complexité de nos réalisations et de nos sociétés. Le contexte évolue aussi par la tendance à l'automatisation ou à la systématisation des traitements et des décisions, notamment par le recours au calcul et aux moyens informatiques modernes. Cette évolution s'incarne par exemple dans la conception de programmes, d'algorithmes ou d'agents dits intelligents, voire autonomes, souvent capables d'exploiter des données.

Des décisions plus complexes et que nous automatisons davantage, ce sont des risques nouveaux. Il est judicieux d'étudier ces évolutions afin d'éviter des surprises désagréables.

Le livre est divisé en trois parties qui peuvent, en principe, être abordées indépendamment par le lecteur. Néanmoins, ce dernier est vivement encouragé à suivre la progression proposée.

La première partie est une introduction aux différents concepts liés à la décision et à la connaissance. Elle propose un regard pratique et transversal. Elle illustre la diversité des points de vue, des questions soulevées et des cas d'application rencontrés. Les sujets du traitement de la connaissance et de la résolution informatique et algorithmique de problèmes sont discutés. La seconde partie fait office de cours structuré sur le traitement de la connaissance – sur le « raisonnement ». Elle décrit les outils et les principes mathématiques utilisés à cette fin et en particulier, le concept de « probabilité » et son exploitation. Cette partie introduit aussi l'idée de « régularité du réel » et propose d'en tirer profit à l'aide de la « science statistique ». Le cadre mathématique de la rationalité et la notion de risque sont également détaillés. La troisième partie discute la thèse principale, relative aux limites de la rationalité.

Elle suggère l'adoption d'une attitude particulière, ayant pour but de limiter le risque de se retrouver surpris ou déçu, et ceci, au-delà d'une approche « simplement rationnelle ». Elle nous enjoint à procéder avec prudence et discernement, afin de rester maîtres de nos destins, individuels ou collectifs, dans des sociétés qui deviennent plus complexes et dont l'organisation est dite, parfois trop rapidement, « plus rationnelle ».

Les sections au contenu plus technique sont indiquées par des astérisques. Les lecteurs les moins familiers avec le langage mathématique ou qui portent un intérêt moindre aux subtilités pratiques de la science statistique ou de l'apprentissage machine, peuvent laisser de côté ces sections lors d'une première lecture.

Par ailleurs, les lecteurs souhaitant obtenir une vision concise des conclusions principales de l'ouvrage pourront considérer prioritairement le « manifeste » présenté dans la dernière section de la troisième partie du livre. Le propos y est beaucoup plus synthétique.

Le livre défend en particulier la thèse du caractère *nécessairement subjectif* de la rationalité. Celui-ci découle inévitablement des limites de notre connaissance vis-à-vis du réel. Cette position conduit naturellement à une appréciation subjective du risque. Pour paraphraser Einstein : « le risque est relatif à l'observateur ». Une telle remarque encourage alors l'adoption d'une attitude humble, ouverte et critique, visant à éviter de subir empiriquement les déconvenues qui peuvent résulter de choix mal informés, trop hâtivement automatisés ou insuffisamment analysés, et donc mal adaptés au réel. Elle nous invite à nous interroger sérieusement sur ce que nous savons véritablement et sur ce que nous pouvons « raisonnablement » conclure. Elle nous incite à explorer attentivement l'univers des possibles, quel que soit le problème de décision pratique considéré.

Tout en rendant à Descartes ce qui appartient à Descartes, il apparait qu'*au-delà de l'utilité incontestable de la méthode, l'entreprise du raisonnement sur le réel est un art subtil et délicat…*

Paris, Février 2022.

SAPERE AUDE

-

« Ose savoir »

PROLOGUE
LE PROJET

Il les apercevait en contrebas depuis la fenêtre entrouverte de son bureau. L'air chaud de cette fin d'après-midi ensoleillée charriait le parfum de l'herbe fraîchement coupée à la veille de la trêve estivale. Par moments, des cris de joie ou de soulagement tranchaient avec le ronronnement plutôt calme et constant des conversations qui se mêlaient les unes aux autres. Il devait y avoir là une vingtaine de groupes de jeunes gens irrégulièrement répartis dans la cour intérieure de l'université. Les vieilles bâtisses victoriennes de briques rouges étaient le théâtre d'un spectacle qui se répétait quasiment à l'identique chaque année et depuis des générations. Un spectacle dont il profitait une dernière fois. Quoi qu'il puisse advenir à présent, il était habité par le sentiment du devoir accompli. Bien sûr, cet environnement bouillonnant lui manquerait. Mais il partait le cœur léger.

Il rassembla une dernière fois ses affaires et referma sa sacoche avant de porter la sangle à son épaule. Il ne restait plus à la surface de son bureau qu'une grande enveloppe de couleur chêne dont l'en-tête calligraphiée indiquait la provenance. Elle lui était adressée directement et on pouvait y lire la mention :

A l'intention du Professeur Seracost.
En réponse aux recommandations émises
à destination de la direction de l'université.

Elle lui avait été remise plus tôt dans la journée par le coursier qui faisait régulièrement la navette entre les différents départements de l'université. Il ramassa l'enveloppe encore scellée et se dirigea vers la fenêtre pour la refermer.

Quelques minutes auparavant, il avait repéré un petit groupe d'étudiants qui se distinguait des autres. Sur leur visage se lisait une tension et une nervosité plus grandes encore que sur celui de leurs camarades, qui découvraient à l'instant les résultats de leurs examens de fin d'année. Ce groupe-là l'attendait. C'était celui qu'il avait constitué six mois plus tôt. Il lui avait donné rendez-vous en cette fin d'après-midi. Il s'était dit qu'il n'ouvrirait l'enveloppe qu'en présence de ses membres. Après tout, quelle que soit la réponse qu'elle contenait, celle-ci était le témoignage de leurs efforts et de leur engagement dans cette aventure humaine et intellectuelle.

En laissant derrière lui son bureau, il traversa le couloir et porta son regard sur l'espace commun qui avait accueilli Elias, Igor, Inès, Marie, Pauline et Philippe. Ces six étudiants qu'il avait accompagnés tout au long de leur projet de dernière année universitaire. Des étudiants à qui il avait entrepris de transmettre ce qu'il avait appris au cours de sa longue carrière. Il adopterait avec eux une approche originale. Cette expérience serait une ultime tentative pour essayer de faire bouger les lignes. Une manière d'envoyer un message d'autant plus fort qu'il n'émanerait pas directement de lui mais de ceux qu'il aurait symboliquement ralliés à sa cause par le pouvoir de la discussion et par le poids de l'expérience. Une dernière pierre apportée à l'édifice infini de la connaissance humaine, avant une retraite bien méritée.

Tout cela avait débuté près d'un an auparavant. Une idée avait commencé à germer dans son esprit. Quelques jours plus tôt, la direction de l'université lui apprenait que son poste de professeur au sein du département de statistiques ne serait pas renouvelé après son départ. Il découvrait au même moment, à l'occasion d'une réunion du comité scientifique de l'université, qu'un partenariat avait été conclu avec une communauté composée de différents industriels et acteurs du secteur privé. Cet accord prévoyait que les partenaires s'engagent à accueillir des étudiants dans le cadre de stages de formation par la recherche, et à les rémunérer en conséquence. En contrepartie, les étudiants devraient mettre à profit les ressources informatiques délivrées par un supercalculateur flambant neuf, dont l'université ferait l'acquisition à ses frais.

Après quelques semaines de réflexion, le professeur avait soumis une proposition au comité scientifique. Elle avait emporté l'assentiment de ses membres par son caractère démocratique. Il s'agissait d'associer les étudiants à la discussion qui s'engageait à propos du partage des nouveaux moyens informatiques de calcul entre les différentes disciplines de l'université. Chaque département pourrait envoyer un de ses étudiants les plus brillants pour plaider sa cause et tenter de convaincre le comité du bienfondé de ses besoins en ressources informatiques. Le professeur avait obtenu du comité qu'il soit lui-même identifié comme le référent et expert à la disposition du groupe d'étudiants sélectionnés. Ce groupe devrait ensuite formuler ses propres recommandations, de manière collégiale et indépendante. Evidemment, le comité scientifique serait libre de suivre ou non, tout ou partie de ces recommandations.

Pour les six étudiants qui composaient le groupe d'étude, ce projet représentait un exercice particulièrement formateur. Ce serait aussi l'occasion de sécuriser le financement de leur propre recherche. Par la suite, ils pourraient conduire leur thèse de doctorat sur ce sujet, dans chacun de leurs domaines respectifs.

Avant de poursuivre son chemin, il entra un instant dans l'espace commun. Il y avait là six tables agencées selon la forme d'un fer à cheval. En fermant les yeux, on pouvait s'imaginer l'atmosphère qui avait dû régner ici au cours de ces derniers mois. L'alternance de périodes studieuses d'étude et de recherche, puis de moments plus légers de détente et d'échanges. Il y avait aussi de longs débats passionnés, conduits par de jeunes esprits à la curiosité sans limite. Parfois maladroits, parfois naïfs et parfois animés de la ferme intention de défendre avec force leur point de vue devant leurs camarades de travail, ils endossaient alors, pour un instant seulement, le costume du tribun antique, comme s'ils avaient tenu entre leurs mains le sort de leur champ disciplinaire tout entier.

Investis de leur mission de représentation, les étudiants avaient néanmoins à cœur de se montrer les plus justes et impartiaux possible. Une justesse qui émanait naturellement de la discussion entre gens raisonnables. En tout cas, c'était la vision qu'ils en avaient, par idéalisme ou par la naïveté due à leur jeune âge. De son côté, le vieux professeur avait été particulièrement attentif au moment de rencontrer les candidats qui lui avaient été suggérés. La décision de retenir ou non un candidat particulier devait être validée par lui. En stratège expérimenté, il avait fait passer l'honnêteté tout en haut de la liste de ses critères de sélection. Il recherchait des étudiants passionnés par leur discipline d'étude, mais surtout, il recherchait des individus honnêtes.

Les persiennes baissées, la luminosité était faible et créait une scène tamisée. Sur les différents bureaux, aux côtés des claviers et des écrans d'ordinateurs, trônaient piles de papiers, stylos et post-it, mais aussi effets personnels en tous genres, ici une balle anti-stress, là une collection de bracelets colorés, plus loin une écharpe ou un pull aux motifs de l'université. Sur chaque bureau ou presque se trouvait une tasse en céramique, imprimée d'un motif humoristique. Elle permettait de s'alimenter directement à la machine à café, stratégiquement positionnée à quelques pas seulement sur la septième et dernière table de l'espace commun. Cette table jouxtait un grand tableau blanc qui faisait face à l'arrangement des six bureaux individuels.

Il y avait dans l'espace commun plus de chaises qu'il n'y avait de résidents. Plusieurs d'entre elles avaient été disposées selon un cercle dont le tableau blanc constituait le centre. Dans cette salle de classe improvisée, le professeur était venu à de nombreuses reprises pour jouer son rôle d'expert, transmettre son savoir et conseiller les membres du groupe. Il avait offert son aide, jusqu'à ce que les étudiants s'estiment suffisamment informés pour élaborer collégialement leurs recommandations et partager publiquement leur avis. L'espace était devenu une agora moderne aux proportions modestes. Un lieu d'échange qui se nourrissait des points de vue respectifs des différents contributeurs et les remodelait progressivement.

Pendant de nombreuses heures, ils avaient réfléchi au problème qui leur avait été présenté. Qu'est-ce que les nouveaux moyens informatiques leur permettraient d'accomplir ? Qui en avait besoin et pour quel usage ? Y avait-il de bons et de mauvais usages de ces ressources ? Qu'est-ce que chacun d'eux pouvait apporter à la discussion ? Certains avaient déjà leur propre idée, d'autres étaient intéressés par l'avis des plus compétents. Quoi qu'il en soit, pour convaincre ses collègues et émettre des recommandations justes, il faudrait considérer le point de vue, les besoins et les difficultés de l'autre. Il faudrait apprendre à parler un langage commun, en dépit du vocabulaire et des concepts spécifiques à chaque discipline.

Le groupe avait été constitué afin que chacun ait un avis pertinent à faire valoir. *Elias étudiait l'Economie et les sciences de gestion, Igor voulait devenir Ingénieur, Inès avait porté son dévolu sur l'Informatique, Marie était l'ambassadrice des Mathématiques, Pauline se passionnait de science Politique et* *d'histoire et Philippe avait choisi de se consacrer à la Philosophie.*

Assez rapidement, ils s'étaient mis d'accord sur les perspectives. Des moyens informatiques plus performants donneraient accès à de plus grandes capacités pour traiter l'information et la connaissance – des capacités de « raisonnement ». Celles-ci seraient utilisées pour exploiter plus largement des ensembles de données, pour mener des calculs et des simulations plus élaborés ou pour résoudre des problèmes mathématiques plus difficiles. Des capacités nouvelles ouvriraient la voie à une amélioration de la pertinence des décisions qui s'appuieraient sur les analyses et les conclusions produites. Les outils informatiques permettraient également de s'attaquer à des problèmes pratiques nouveaux ou plus complexes, ou de traiter ces problèmes dans des délais plus brefs.

Les étudiants percevaient diversement les multiples opportunités et défis liés à l'informatique et au calcul. Leur opinion était façonnée à partir des outils qu'ils utilisaient habituellement et au travers des problèmes particuliers auxquels ils étaient confrontés. Certains membres du groupe étaient plus familiers avec le langage des mathématiques ou des statistiques, d'autres l'étaient moins. Certains utilisaient déjà régulièrement l'informatique ou des données numériques. Certains étaient plus sensibles à la complexité des problèmes réels et pratiques, ou au fait qu'il était parfois difficile de les formuler ou de les décrire sans ambiguïté ou sans faire appel à des simplifications excessives. Certains savaient qu'il existait des problèmes pour lesquels il ne serait pas possible de répondre parfaitement, quel que soit l'effort intellectuel ou informatique consenti.

Au fil des discussions, le professeur tentait de donner aux étudiants les outils qui leur permettaient d'aborder les questions du raisonnement et de la décision de façon méthodique. Au-delà des moyens informatiques disponibles, il insistait surtout sur les concepts et les principes. Il lui apparaissait essentiel qu'ils puissent s'appuyer sur des bases solides afin de déployer ensuite leur réflexion. La pertinence de leurs recommandations futures en dépendait. Il en était convaincu.

Il s'efforçait d'attirer leur attention sur certaines limites associées à des raisonnements plus « sophistiqués » ou plus « algorithmiques ». Il alertait également sur la difficulté des choix de représentation – de modélisation– ou de traduction formelle de problèmes d'analyse ou de décision complexes. Il suivait de près les échanges des étudiants lorsque ceux-ci discutaient d'idées comme celles de « l'intelligence artificielle » ou de « l'apprentissage machine ». Exposer clairement tous ces concepts et ces difficultés théoriques était une entreprise délicate. Mais, il la menait à bien avec patience, pédagogie et en se concentrant sur les éléments indispensables à la compréhension.

Aujourd'hui, la surface du tableau était presque intégralement débarrassée des multiples notes qui l'avaient recouverte à intervalles réguliers. Chaque fragment de raisonnement, formule, illustration ou notion qui avait été jugé utile à la discussion, avait survécu plus ou moins longtemps. Il avait ensuite été déplacé, effacé ou relié à d'autres. Une valse ininterrompue d'entités virtuelles qui prenaient naissance dans l'esprit des participants avant de se retrouver couchées sur la surface blanche du tableau.

Il ne restait plus aujourd'hui qu'une seule contribution clairement lisible. C'était une courte fable. Elle illustrait avec poésie l'issue du cheminement intellectuel du groupe d'étudiants. Elle semblait même suggérer une sorte de maxime à intérioriser. Elle avait été proposée par Esope, écrivain grec du VI^{e} siècle avant J.C. :

La tortue et le lièvre disputaient qui était le plus vite.
En conséquence ils fixèrent un jour et un endroit et se séparèrent.
Or le lièvre, confiant dans sa vitesse naturelle, ne se pressa pas de partir ;
il se coucha au bord de la route et s'endormit ;
mais la tortue, qui avait conscience de sa lenteur, ne cessa de courir,
et, prenant ainsi l'avance sur le lièvre endormi,
elle arriva au but et gagna le prix.

Après ces quelques instants de contemplation, il quitta l'espace de travail, referma la porte vitrée, descendit l'escalier de pierre et rejoignit son groupe d'étudiants dans la cour de l'université.

***

Ce qui suit est le récit des événements ayant mené à ce jour. Ceci est l'histoire d'une expérience collective centrée sur les questions du raisonnement et de la décision. Une exploration des concepts de la connaissance et de la rationalité, ainsi que de l'évolution de leur perception au fil des développements scientifiques, technologiques et organisationnels. Mais aussi, une étude de leurs limites et des risques associés à ces limites. Voyagez avec ces étudiants en terrain épistémique et statistique…

SCIENTIA POTENTIA EST

-

« Le savoir, c'est le pouvoir »

PREMIERE PARTIE
LA RENCONTRE

Des décisions, encore des décisions et un peu de calcul

Bip, bip, bip…

L'écran digital du réveil affichait sept heures quarante-cinq. Après une poignée de secondes à tenter de discerner le rêve de la réalité, Philippe déploya lentement son bras à la recherche de l'horrible appareil. Celui-ci venait de l'arracher au pont du voilier qu'il maniait sous les rayons du soleil méditerranéen, pour le ramener brutalement dans sa petite chambre d'étudiant encore enveloppée dans la pénombre hivernale. Cruel pouvoir que celui du réel quand il vient ainsi défaire nos illusions.

Certes, l'avenir appartient à ceux qui se lèvent tôt, mais là, il était encore un peu tôt pour un dimanche. Il laissa échapper un soupir, regrettant d'avoir oublié d'éteindre la veille au soir le maudit réveil. Mais le mal était fait et il se mit alors à réfléchir. N'était-ce pas une bonne chose finalement ? Il pourrait se plonger dès maintenant dans le travail de lecture qu'il avait mis de côté et il disposerait alors de davantage de temps. Se lever ou ne pas se lever, telle était la question. Philippe poussa finalement le bouton du sélecteur en position éteinte avant de se réfugier à nouveau sous sa couette. Rien ne viendrait plus troubler son sommeil. *Il en avait décidé ainsi*. Après tout, c'était dimanche.

Alors qu'elle reposait le combiné téléphonique dans son réceptacle, Marie fut forcée de détourner un instant le regard quand un rayon de soleil parvint à percer à travers les nuages et illumina son salon. Elle se tourna vers la pendule qui surplombait un petit canapé habillé d'une fine couverture aux motifs floraux. Il était presque dix heures. Sa mère venait de lui confirmer qu'ils arriveraient probablement aux alentours de midi. Elle était un peu nerveuse, mais plus encore, elle était impatiente de faire découvrir son nouvel appartement à sa famille. Elle avait emménagé quelques semaines plus tôt et sa colocataire avait proposé de lui laisser le champ libre pour la journée, afin qu'elle puisse organiser le repas dominical.

Elle avait consciencieusement planifié l'organisation du repas car il était important pour elle que ce soit une réussite. Le plat principal avait été préparé la veille et Marie réservait la matinée au dessert : des crêpes au beurre. Son livre de recettes indiquait la procédure à suivre pour quatre convives. Il lui faudrait 200 grammes de farine, 30 grammes de beurre, 40 centilitres de lait et deux œufs. Un coup de chance, se dit-elle en contemplant les deux œufs restants dans leur boîte. Mais son soulagement était peut-être prématuré. Elle se souvenait maintenant que sa colocataire avait proposé à une de ses amies de venir passer la soirée chez elles. Ce serait sans aucun doute une aimable attention que de leur proposer une surprise gourmande. Mieux valait alors prévoir pour six personnes. Deux œufs pour quatre, cela signifiait après calcul, trois œufs pour six. La seule solution était de solliciter le bon cœur des voisins afin de remédier au problème. Après un instant de réflexion, elle enfila une paire de chaussures et se lança en quête de l'ingrédient manquant. *Elle en avait décidé ainsi.* Il fallait être une bonne hôte.

Sa silhouette apparut au bout de l'allée. Casqué et chaudement vêtu d'un équipement désormais couvert de la boue fraichement labourée par les pneus de son vélo tout terrain, Igor terminait sa sortie sportive matinale. Il mit pied à terre puis se dirigea vers le garage attenant à la maison familiale dans le but d'y entreposer sa monture. En entendant grincer les charnières du lourd portail en fonte, son père, qui s'attelait à quelque activité dans le jardin, lui fit signe que le déjeuner était bientôt prêt et qu'il arrivait juste à temps. Après une douche bien méritée et tout aussi nécessaire, il engloutit religieusement la traditionnelle volaille en sauce et les pommes de terre qui l'accompagnaient.

Une fois le repas terminé, Igor se consacra au projet qu'il avait prévu de mener à bien dans l'après-midi. Plutôt que d'encombrer le garage, il souhaitait construire un abri dans lequel il pourrait ranger les différents vélos de la famille. Afin de s'intégrer harmonieusement dans le décor, le toit de l'abri devrait être le prolongement de celui du garage. Il formerait alors un angle de 30° avec le sol et son côté le plus haut, contre le mur du garage, mesurerait deux mètres vingt. Pour ne pas gêner le passage, sa largeur serait limitée à un mètre. En griffonnant un triangle sur un bout de papier et en mettant à profit ses souvenirs de trigonométrie, une solution lui apparut rapidement. Il fallait retrancher le petit côté du triangle rectangle qui formait le toit, soit un mètre multiplié par la tangente de l'angle 30° : résultat, environ 58 centimètres. Il saisit deux grandes planches de bois et entama la découpe d'un premier morceau de deux mètres vingt et d'un second d'un mètre soixante-deux. *Il en avait décidé ainsi.* Sa construction s'intégrerait parfaitement dans le décor.

Elle salua ses amies d'un signe de la main, déposa de l'autre le ballon dans le coffre de sa voiture avant de le refermer énergiquement, puis reprit la route en direction de son appartement. Une fois chez elle, Inès saisit son ordinateur portable et s'installa sur son lit. En entrant ses identifiants de connexion, elle accéda à son profil sur le réseau social qu'elle utilisait. Cette année, elle était non seulement trésorière du club de volleyball mais aussi en charge de la communication. A l'occasion d'un match amical, ses amies lui avaient fait part d'une idée qui lui permettrait d'attirer davantage de spectateurs pour le prochain tournoi sportif. Elle consacra une partie de l'après-midi à explorer la plaquette commerciale du service de recommandation proposé par le réseau social.

Pour 400 euros, l'annonce qu'elle publierait verrait sa visibilité augmenter fortement grâce aux suggestions émises à destination des utilisateurs du réseau. Une étude marketing menée par le fournisseur de service annonçait qu'en moyenne, la fréquentation grimpait d'environ 50%. L'année dernière, le club avait vendu près de cinq cents tickets à cinq euros l'unité lors de cet évènement. Si l'étude disait vrai, Inès pouvait s'attendre à deux cent cinquante tickets de plus, soit 1250 euros de gain potentiel, ou plutôt 850 euros, une fois le coût du service déduit. En utilisant son ordinateur et après un calcul rapide, elle arriva à la conclusion qu'il lui suffirait d'attirer 16% de spectateurs supplémentaires afin de rentabiliser le service. Elle tenterait le coup. *Elle en avait décidé ainsi*. Cela serait une bonne chose pour la renommée du club.

Son sac sur le dos, il se lança dans une course effrénée, enjambant trottoirs et voies cyclables, évitant habilement par le mouvement de ses épaules ceux qui se trouvaient sur sa trajectoire. Mais son effort fut vain. Le bus s'insérait maintenant dans la circulation dense de cette fin d'après-midi et Elias venait de le manquer. Jusqu'ici, le week-end touristique entre amis s'était parfaitement déroulé, mais la situation devenait désormais critique. Demain, le groupe de travail se réunirait pour la première fois et il fallait impérativement qu'il soit de retour à l'université. S'il avait raté le bus, il ne pouvait se permettre de rater son train.

Elias se saisit de son téléphone portable afin de consulter les horaires et de trouver une solution acceptable. En théorie, il pouvait patienter puis monter à bord du bus suivant. Mais son arrivée à la gare se ferait alors dans un intervalle de quelques minutes avant le départ du train. Possible, mais néanmoins risqué. Pour corser l'affaire, il ne connaissait ni l'état habituel du trafic urbain ni la précision des horaires communiqués par la compagnie de transport. Une alternative était de solliciter un taxi, quitte à grever sérieusement son petit budget d'étudiant. Quoi qu'il choisisse, il fallait choisir vite. Il leva un instant les yeux au ciel. Un peu résigné, il opta pour le choix le plus sécurisant. En quelques clics, il sollicita un taxi à l'aide de l'application appropriée. *Il en avait décidé ainsi.* Se distinguer négativement de ses futurs camarades dès le premier jour de travail n'était pas souhaitable.

« Je te dis qu'ils se foutent de nous, s'exclama-t-il en reposant son verre sur la table et alors qu'il terminait d'engloutir une gorgée de bière.

— Ça s'est sûr, ajouta Pauline, s'ils s'intéressaient vraiment à la qualité des formations, ils se seraient abstenus de réduire les financements publics d'année en année, tout ça pour finir par demander maintenant aux étudiants de mettre la main au portefeuille.
— Peut-être que l'université fera plus attention aux besoins des étudiants s'il nous revient de décider de payer ou non, lui répondit la camarade à sa droite.
— Tu crois vraiment qu'en payant on aura davantage de choix ?
— Il faut bien satisfaire le client non ?

— Et il faut bien que l'on soit formés et diplômés. Je te dis que les étudiants paieront quoi qu'il arrive et qu'ils n'y gagneront rien, affirma Pauline d'un ton calme mais convaincu. »

Elle fit signe au serveur afin qu'il lui apporte un second verre de vin. Ils discutaient tous les trois depuis une bonne heure, perchés sur les hauts tabourets qui entouraient leur table. La surface métallique de cette dernière reflétait l'éclairage tamisé du bar. La même scène se répétait régulièrement. Ils échangeaient leurs opinions sur des problèmes sociaux ou politiques, dans lesquels les intérêts des uns et des autres s'entremêlaient avec une grande complexité. Certains individus prenaient les décisions, en tenant plus ou moins compte des multiples intérêts en jeu. D'autres subissaient les conséquences de ces décisions. D'autres encore les contestaient ou tentaient de s'y opposer. Chacun des protagonistes avait généralement une lecture singulière de l'ensemble des mécanismes en jeu.

« Vous allez participer à l'assemblée générale pour organiser la manifestation du mois prochain ? demanda Pauline à ses deux comparses.

— Pour sûr que j'en serai, répondit instantanément le jeune homme.
— Je ne sais pas, il faut que je regarde cela de plus près avant de me décider, ajouta son amie. »

Elle, en ferait évidement partie. *Elle en avait décidé ainsi.* Il était important de défendre l'enseignement supérieur public et l'égalité devant l'accès aux formations.

***

Chaque individu est confronté quotidiennement à une multitude de « problèmes de décision ». Ces jeunes gens n'y font pas exception. Tous doivent faire des choix et tous agissent ensuite sur la base de ces choix. En y réfléchissant bien, nos existences sont le produit d'un enchainement quasi-ininterrompu de décisions successives. Cette seule constatation devrait nous inciter à réfléchir sérieusement aux questions liées au concept de « décision ». Comment décidons-nous ? Comment « bien » décider ? Comment résoudre les problèmes de décision ? Et, de quels problèmes de décision parlons-nous ?

Pour aborder ces questions, il faut procéder méthodiquement. Ici, le terme « problème » désigne simplement un cadre formel, c'est-à-dire une façon d'organiser notre réflexion. Plus concrètement, ce cadre se traduit par l'existence de plusieurs « alternatives », parmi lesquelles il va falloir choisir. Laquelle choisir ? Voilà ce qui constitue un problème à résoudre. Il est intéressant de s'appuyer sur ce formalisme mathématique afin de pouvoir analyser nos choix, comprendre les mécanismes selon lesquels nous les déterminons et juger de leur pertinence ou de leurs conséquences. Ce cadre permet aussi d'étudier s'il est possible d'améliorer nos décisions, quels moyens utiliser pour y parvenir et jusqu'à quel point une telle amélioration peut s'opérer.

Indépendamment de leur expérience, tous ces étudiants seraient probablement d'accord sur une chose. Tous disposent et usent d'une certaine capacité à *mobiliser leur connaissance avant de parvenir à une décision*. Ce processus – ou cette attitude – est ce qui sous-tend la notion de « rationalité ». Plus précisément, tous vont tenter d'*anticiper les conséquences probables des différents choix à leur disposition*. Ensuite, tous vont choisir une alternative particulière : *celle qu'ils considèrent comme la plus susceptible de les mener vers les conséquences qu'ils préfèrent*. Tous recherchent, plus ou moins consciemment, la « bonne solution ». Ils se comportent alors en « êtres rationnels ».

De ce fait, adopter une attitude rationnelle conduit à une solution particulière pour le problème de décision. Est-ce que cette alternative est véritablement la « bonne solution » ? Cela vaut la peine de se poser la question.

La variété des situations à considérer est grande, mais la même grille de lecture peut être appliquée en toutes circonstances. Certaines décisions sont plus triviales, d'autres entrainent des conséquences plus sérieuses. Certaines décisions sont plus simples, d'autres plus complexes. Certaines décisions s'appuient sur des jugements spontanés ou assez simples, d'autres sur des raisonnements ou des calculs plus élaborés. Certaines décisions appellent à mobiliser assez modestement nos connaissances, d'autres à convoquer davantage d'expertise et d'expérience, d'autres encore, à recourir à des outils et à des moyens d'analyse plus avancés – des outils mathématiques notamment.

Analyser nos quotidiens, nos choix et nos développements scientifiques, techniques ou organisationnels, sous l'angle du « problème de décision » et au travers de la question de la « rationalité ». Voici une approche particulièrement riche d'enseignements et qui allait structurer progressivement le travail du groupe.

Des regards différents sur des questions souvent communes

Le département de statistiques se trouvait au deuxième étage. Pour l'atteindre, il fallait gravir les marches de l'imposant escalier de pierre qui formait la colonne vertébrale du vieux bâtiment. Le bureau de la secrétaire était positionné à l'entrée. Il était impossible de rejoindre l'ensemble des bureaux et des salles de classe sans passer devant. La porte restait ouverte en permanence lorsqu'elle était présente. La plupart des enseignants et des chercheurs la saluaient généralement d'un geste de la main ou d'un signe de la tête, à leur arrivée comme à leur départ.

Les étudiants du groupe avaient reçu pour instruction de s'y rendre à la première heure de la matinée. L'un après l'autre, elle les orientât dans la bonne direction : « Bonjour, vous devez être là pour le groupe de réflexion sur le supercalculateur. C'est le bureau numéro S-205 sur votre gauche. Vous pouvez entrer directement. Le professeur Seracost devrait vous rejoindre dans une poignée de minutes. » En prévision de leur arrivée, l'espace de travail avait été organisé afin de pouvoir les accueillir tous les six et pour les six prochains mois. Chacun disposait de son bureau et d'un matériel informatique dédié.

Après quelques minutes, le groupe était au complet. Dès leur arrivée, ils s'étaient salués et avaient commencé à échanger. D'où venaient-ils ? Quelle discipline étudiaient-ils ? Le projet de recherche leur avait bien été présenté dans son ensemble, mais les différents responsables de département qui les avaient sélectionnés leur en avaient fait à chacun une description particulière. Ainsi, tous n'avaient pas forcément connaissance de la composition du groupe.

Cet écart fut vite comblé. Ils avaient rapidement identifié l'ambassadeur de chaque discipline. Leurs réactions oscillaient entre curiosité, surprise et perplexité. Certains se sentaient plus légitimes ou plus compétents que d'autres pour contribuer à la réflexion. Les mêmes se montraient intrigués par la présence de ceux dont ils méconnaissaient la discipline ou sa relation avec le sujet du calcul. Etudiants en mathématiques, informatique, ingénierie, économie et gestion, philosophie, sciences politiques et histoire. Tous hébergés au sein du département de statistiques. Certains en terrain plus familier, d'autres en terrain inconnu. Quelle configuration inattendue de talents et de compétences ! Soudain, la tâche à accomplir apparaissait tout à la fois plus délicate et plus stimulante. Avaient-ils tous un avis à faire valoir sur le calcul ? La discussion serait-elle possible entre des branches du savoir si distantes ? Pourquoi avait-elle lieu au sein du département de statistiques ? Sur quels arguments s'appuyer pour se répartir l'accès aux ressources informatiques ?

Le professeur entra dans l'espace commun, salua un à un les étudiants, puis donna le coup d'envoi aux travaux. « Je suis heureux de vous accueillir aujourd'hui au sein de ce département. Avant tout, je tiens à vous remercier de votre participation à ce projet. Au fil des échanges, vous en apprendrez davantage sur la science statistique. J'espère vous convaincre que vous êtes au bon endroit pour discuter des questions sur lesquelles vous aurez à vous prononcer. » Cet accueil chaleureux allégeait quelque peu le sentiment d'inquiétude que certains étudiants éprouvaient devant l'aspect singulier de l'expérience et la diversité des profils des participants.

« Comme vous le savez, reprit-il, l'université a investi récemment dans un supercalculateur. Beaucoup voient dans ce nouvel outil un moyen de dynamiser leurs recherches, de développer de nouvelles applications ou de résoudre de nouveaux problèmes. Beaucoup nourrissent de grands espoirs et tous ont apparemment de bonnes raisons de vouloir profiter des ressources informatiques. Mais ces ressources ne sont pas illimitées et il va donc falloir les partager raisonnablement. J'ai suggéré à la direction de l'université de permettre aux étudiants de prendre part à cette discussion. Et vous voilà maintenant les représentants de ces étudiants. Pas mal, n'est-ce pas ? » Les regards se croisèrent mais aucun des participants ne prit l'initiative de rompre le silence. Le professeur avait voulu encourager ses troupes par cette dernière remarque, mais il avait aussi suggéré l'idée de la responsabilité qui pesait sur leurs épaules. Pour de jeunes étudiants, peu familiers des règles du jeu politique universitaire, ce n'était pas rien. Ils abordaient l'exercice avec sérieux.

Le professeur s'avança sur le plan technique afin de capter à nouveau l'attention des étudiants : « Vous avez entendu parler d'intelligence artificielle, de science des données, de données en masse, d'approches numériques, d'algorithmes, de systèmes autonomes. Vous en avez entendu parler lors des cours suivis dans vos différentes disciplines ; certains parmi vous plus que d'autres. Vous en avez aussi entendu parler dans les journaux ou à la télévision. Vous êtes donc déjà conscients de l'intérêt que suscite l'usage des moyens informatiques et des capacités de calcul. Mais il est possible que vous en ayez seulement une vision partielle ou confuse. Vous devrez donc vous renseigner avant de pouvoir émettre un avis pertinent. Vous devrez étudier ces évolutions technologiques et leurs effets sur vos différentes disciplines scientifiques. Quelque chose me dit qu'il est bon d'y réfléchir ensemble plutôt que séparément, tant le sujet est vaste. »

Il reprit une nouvelle fois, en conjurant l'atmosphère formelle par l'humour. « Votre mission, si toutefois vous l'acceptez, sera d'étudier les besoins des uns et des autres en termes de ressources informatiques. Vous devrez réfléchir aux sujets pour lesquels l'emploi de ces outils vous parait pertinent. Il vous faudra identifier les pistes de recherche ou d'application que vous jugez intéressantes à poursuivre. En discutant collectivement, vous devrez vous accorder afin de proposer une juste répartition des moyens. Une vraie démocratie scientifique entre gens qui ne se ressemblent pas, n'est-ce pas un défi intéressant ? »

Les réactions positives confirmèrent sans l'ombre d'un doute que tous étaient ravis de participer à la réflexion à venir. « Officiellement, je suis là pour vous aider à vous faire un avis éclairé sur le sujet. Mais je ne vous cache pas que je souhaite aussi partager avec vous ma propre opinion. J'imagine que cela ne posera de problème à personne. » Par une lecture rapide des différents mouvements de têtes, il réalisa que nul n'opposait d'objection. « Je voudrais surtout vous montrer que vous allez rencontrer des difficultés et des interrogations communes, qui traversent les frontières de vos domaines. Vous devrez donc utiliser des concepts et des outils communs. Est-ce que tout va bien jusqu'ici ? » Cette introduction correspondait bien à la description qui leur avait été faite du projet, avant qu'ils ne s'engagent à y prendre part. Ils acquiescèrent.

« Aujourd'hui, nous allons d'abord faire connaissance. Pour cela, commençons par préciser vos positions respectives. Je vais vous demander de prendre un moment pour réfléchir, puis de présenter rapidement à vos collègues les concepts et les buts principaux de votre discipline. Ensuite, vous décrirez les outils que vous utilisez et les problèmes pour lesquels vous pensez que le recours à l'informatique ou au calcul peut être intéressant. Essayez de vous mettre à la place de ceux qui ne connaissent pas forcément bien votre discipline. » Une fois installés, ils s'attelèrent à la tâche et préparèrent leur intervention. Le professeur regagna son bureau.

« Vous avez déjà vu ce type de fonctionnement pour un projet de fin d'études ? demanda Philippe. Ça parait assez étrange.

— Non, jamais, mais le prof a l'air de vraiment tenir à ce projet. Et puis, j'ai l'impression qu'il a prévu de nous guider. Ça me rassure plutôt, ajouta Marie.
— Vu le sujet on va te désigner comme cheffe tout de suite Inès, plaisanta Elias en jugeant qu'elle serait la plus compétente grâce à sa formation en informatique.
— Oh, je vais faire de mon mieux, mais quelque chose me dit que ça ne sera pas aussi simple, lui répondit Inès. Par exemple, je ne vois pas en quoi je peux être utile en ce qui concerne l'ingénierie ou la politique. Igor et Pauline en savent surement plus que moi.
— Peut-être, dit alors Pauline. Néanmoins, cela me plait bien que vous m'appreniez ce que vous savez. Ça devrait me permettre de mieux cerner ces débats sur le numérique ou l'intelligence artificielle, qui partent un peu dans tous les sens.
— De toute façon, ajouta Igor, il me semble que de nos jours tout est un peu relié. Je ne pense pas que l'on puisse se permettre de ne savoir que ce que l'on a appris dans nos disciplines respectives. Les choses sont un peu plus complexes. »

Tous les autres approuvèrent.

***

Les transformations liées à l'apparition des « moyens informatiques » sont aujourd'hui largement à l'œuvre dans nos sociétés. Ceci constitue une raison suffisante pour que chacun d'entre nous s'intéresse au moins un peu à ce sujet. Ces développements technologiques impactent progressivement nos quotidiens. Dans le même temps, les idées qui circulent sur l'informatique et sur les perspectives qu'offrent ces outils, sont parfois superficielles, erronées, voire fantaisistes.

Le sujet de la rationalité, tout comme celui de la mobilisation de notre connaissance, peuvent être analysés à la lumière de ces évolutions. Notre aptitude à exploiter ce que nous savons est-elle en train de se transformer avec l'ère de « l'informatique » ? Ces changements sont-ils de nature fondamentale ou traduisent-ils plutôt une progression continue de nos capacités ? Pouvons-nous espérer *mobiliser toujours plus largement et efficacement notre connaissance* ? Pouvons-nous espérer *améliorer continuellement nos décisions ou traiter des problèmes toujours plus complexes* ? Pouvons-nous « rationaliser » toujours davantage nos choix ?

Nos pratiques scientifiques, techniques et organisationnelles sont affectées par ces évolutions. Ceci nous amène à reconsidérer les approches et les méthodes que nous employons dans tous ces domaines. Ainsi, tous les étudiants du groupe avaient leur place autour de la table. Tous étaient des acteurs de la science – du latin *scientia,* signifiant connaissance ou savoir.

De plus, l'informatique ne constituait pas le seul lien entre eux. Au sein du département qui les accueillait, tous étaient amenés à réfléchir à des questions associées au domaine de la « Statistique » – historiquement, la *science de l'Etat,* comme indiqué par le préfixe *Stat*.

Cette discipline est apparue avec l'idée de collecte et d'exploitation d'ensembles de « données » – d'observations consignées. L'objet de cette collecte était d'abord d'analyser puis de déterminer certaines décisions administratives; par lesquelles l'Etat tentait de réguler les fonctionnements collectifs – production, impôts, évolutions démographiques, etc. La science statistique s'est alors intéressée aux principes qui permettaient d'*exploiter ces observations afin de parvenir à des décisions pertinentes*. Des décisions complexes avec des conséquences dans le monde réel. Une approche « rationnelle », autant que pratique, de l'administration de nos sociétés. Une approche qui débutait sur papier, avant de se déployer plus récemment dans nos machines à calculer.

Variétés de problèmes de décision et de raisonnements

Plus tard dans la matinée, le professeur regagnait l'espace commun et leur enseignait une compétence importante : la manipulation de la machine à café. Après une visite rapide du département de statistiques, les étudiants avaient fait connaissance avec les différents chercheurs qu'ils seraient amenés à croiser dans les mois suivants. Ils revinrent ensuite à leur point de départ, puis s'installèrent autour du tableau blanc. Ainsi commençait le tour d'horizon des différentes disciplines scientifiques et la mise en avant des multiples problèmes de décision qui pouvaient être rencontrés dans chacun de ces domaines.

Igor prit la parole le premier. « Il n'est pas facile de résumer l'ensemble de *l'ingénierie*, mais je dirais qu'il s'agit surtout de concevoir, de construire ou de gérer le fonctionnement, des produits et des systèmes que l'on retrouve dans l'ensemble de nos sociétés. On peut citer en exemple de nombreux domaines et secteurs d'activité : production et distribution d'énergie, agriculture, santé, réseaux et matériels de transport ou de communication, construction et génie civil, industrie d'extraction, chimique ou manufacturière, matériels militaires, aérospatial, traitement des déchets et recyclage, et j'en oublie probablement. Toutes ces « réalisations » qui font tourner nos civilisations et sous-tendent notre confort moderne. Toute la « technique » humaine et la mise en application de la science et de la recherche fondamentale. Depuis les routes, les ponts, les gratte-ciels et les centrales électriques, en passant par les avions, les voitures et les téléviseurs, jusqu'aux téléphones portables, aux médicaments ou aux cosmétiques.

« Nos formations s'appuient sur les sciences dites « naturelles » comme la physique, la mécanique, l'électronique ou la chimie, mais aussi sur les disciplines « formelles » comme les mathématiques et l'informatique. On nous enseigne les méthodologies utiles pour concevoir, construire et garantir le bon fonctionnement de toutes ces réalisations. On nous apprend à gérer des projets complexes. On réfléchit en termes de fonctionnalités, de caractéristiques techniques, de performances, de gestion du cycle de vie des produits, des services et des systèmes.

« On utilise largement les moyens informatiques. On s'en sert d'abord pour « modéliser », au sens premier du terme, ce que l'on conçoit, là où par le passé on utilisait davantage le dessin, les maquettes ou les prototypes. On les met aussi à profit pour organiser méthodiquement l'étude de systèmes complexes, pour stocker ou accéder à l'information que l'on produit, ou pour travailler en équipe sur de vastes projets.

« On fait également usage des capacités de calcul ou de simulation numérique. L'objectif est de prévoir les comportements des systèmes étudiés ou l'évolution de différents phénomènes physiques. On cherche notamment à limiter le recours à l'expérimentation et aux essais réels, qui sont souvent couteux, voire impossibles. Vous imaginez-vous construire un prototype représentatif d'un gratte-ciel ou d'une centrale nucléaire ? Non bien sûr, alors il nous faut être capable d'« anticiper » autrement, afin de pouvoir faire ensuite les bons choix. Avec les progrès de l'informatique, il est possible d'analyser des phénomènes et des comportements plus complexes. Cela nous permet de concevoir puis de gérer des systèmes, plus élaborés, plus étendus, plus efficaces, plus performants, plus sûrs et fonctionnels.

« De plus en plus largement et au-delà des moyens d'analyse employés, les systèmes que l'on étudie intègrent eux-mêmes une partie électronique, voire informatique. Il faut donc être capable de concevoir et de gérer ces éléments nouveaux.

L'intérêt de ceux-ci est qu'ils permettent à ces systèmes d'être mieux régulés, plus autonomes, plus aptes à s'adapter ou à réaliser des tâches difficiles et qu'ils ne pouvaient pas réaliser par le passé ; par exemple interagir avec l'utilisateur, traiter des quantités importantes d'information, voire décider par eux-mêmes. Pour toutes ces applications, les progrès des moyens informatiques ouvrent de nouvelles perspectives.

« Il y a une multitude d'exemples, dans tous les domaines que j'ai déjà indiqué. C'est le cas de votre robot aspirateur qui se déplace de façon autonome. C'est le cas de votre voiture qui corrige sa trajectoire sur un sol glissant. C'est le cas de l'assistant vocal de votre téléphone portable, à qui vous commandez une recherche sur internet. C'est le cas du programme qui recommande votre prochain film en fonction de votre historique de visualisation.

« Pour faire simple : l'*ingénieur* s'attache à transformer par tous les moyens nécessaires, un besoin pratique clairement formulé, en une réalisation technique fonctionnelle. »

Elias prit la suite : « La *science économique* est une discipline vaste et diverse, dont les frontières sont difficiles à définir. Pour aller à l'essentiel, je dirais que l'on cherche avant tout à analyser les comportements et les décisions, individuelles et collectives, des agents économiques ; les petits comme les gros : depuis les ménages, en passant par les entreprises et les collectifs, jusqu'aux Etats. On s'intéresse aussi à l'organisation de toutes les activités humaines : à l'utilisation des ressources, à la production et à la consommation de biens et de services, à la répartition des fruits du travail, aux mécanismes d'épargne, de crédit et de financement, à la gestion de la monnaie, au fonctionnement du commerce et des échanges internationaux, ou encore, aux comportements des consommateurs.

« On parle généralement de microéconomie pour l'étude des comportements ou des interactions au niveau d'un ou de plusieurs agents. On parle de macroéconomie quand on considère de vastes ensembles regroupant de nombreux agents – au niveau d'une nation par exemple. Ces interactions et les mécanismes qui les régissent se manifestent souvent sur des marchés et dépendent alors des règles institutionnelles en place. On étudie l'influence des décisions politiques ou des choix organisationnels ou structurels sur toutes ces activités, ces systèmes et ces agents. En *sciences de gestion*, on analyse le fonctionnement de systèmes organisationnels, comme les collectifs, les entreprises ou les Etats. On cherche à trouver comment les administrer et les réguler efficacement.

« Pour comprendre l'économie, on doit d'abord connaitre les différents types d'agents, les structures des marchés et des lois. Nos formations nous enseignent également les méthodes qui permettent d'analyser les mécanismes économiques. Celles-ci s'appuient largement sur les mathématiques et les statistiques. Certains aspects des études économiques ou de gestion sont partagés avec le droit, avec les sciences politiques ou avec l'histoire.

« On fait appel au calcul et à la simulation pour étudier le fonctionnement des systèmes économiques ou tenter de prévoir leurs comportements. A la différence de l'ingénierie, en économie il est plus difficile de procéder à des expérimentations, que ce soit à petite échelle, et encore plus à grande échelle – au niveau des Etats et des nations. De plus, les comportements des agents humains sont souvent plus délicats à analyser et moins réguliers que ceux des éléments mécaniques d'une horloge ou d'une boite de vitesse. Alors, on fait des hypothèses, plus ou moins complexes, souvent basées sur des observations, et on les exploite pour calculer ou pour simuler, et donc pour prévoir. Afin de décrire le plus fidèlement possible ces systèmes ou ces phénomènes complexes, on a souvent besoin de moyens de calcul performants.

« On utilise aussi les outils informatiques dans le but d'analyser les données que l'on peut recueillir. Par exemple pour la macroéconomie : le Produit Intérieur Brut – PIB – la balance commerciale, les taux de chômage, d'inflation ou d'intérêt, l'épargne, l'investissement. Pour la microéconomie et sur les différents marchés : les prix et les volumes échangés. On s'appuie de plus en plus sur des approches algorithmiques pour traiter de grands ensembles de données collectées, par exemple, pour étudier le comportement de nombreux agents.

« Plus on dispose de moyens d'analyse et de traitement performants, plus on a tendance à élaborer les décisions que l'on applique aux différents systèmes à partir des résultats de ces analyses. Avec ces nouveaux moyens, les systèmes économiques et organisationnels sont gérés plus efficacement et intelligemment, voire capables de se réguler eux-mêmes à partir des données qu'ils collectent.

« Dans ce contexte, beaucoup d'exemples ont un parfum d'intelligence artificielle. C'est le cas de certaines banques qui automatisent les décisions d'accorder du crédit à différents profils de clients, ou des établissements financiers qui automatisent certains ordres d'achat ou de vente sur les marchés. C'est le cas des compagnies d'assurance qui raffinent leurs calculs de risque à partir des ensembles de données collectées, puis adaptent les tarifs qu'elles appliquent aux individus. C'est le cas de structures commerciales qui enregistrent les historiques de navigation des clients à des fins de marketing ciblé et de recommandation d'achat. C'est le cas d'entreprises de commerce en ligne dont la gestion logistique s'organise intelligemment et sous l'effet de dizaines de milliers de commandes.

« Enfin, toutes ces évolutions technologiques ou organisationnelles produisent en retour des modifications dans les fonctionnements des marchés et des structures économiques, que l'on se doit d'étudier afin d'être capables de les maîtriser.

« Pour faire simple : l'*économiste* participe à la compréhension et à la gestion des mécanismes, des organisations et des structures qui nous permettent de vivre ensemble en société, de mobiliser les ressources disponibles, de produire et d'échanger. »

Pauline enchaina à son tour : « La *science politique* est également une discipline riche de concepts variés. Disons qu'il s'agit principalement d'analyser et de comprendre les choix et les modes d'organisation de nos sociétés, leurs conséquences, ainsi que leur évolution au cours de l'Histoire et sous l'influence des différents groupes sociaux qui les composent. On s'intéresse aussi fortement aux mécanismes, aux instruments et à la répartition du pouvoir, c'est-à-dire de la capacité à décider pour d'autres individus, ou à les mobiliser dans un but particulier.

« On classifie parfois les types de sociétés en fonction des deux axes suivants : Qui décide ? Dans l'intérêt de qui ? A une extrémité du spectre on trouve les autocraties ou les monarchies et à l'autre extrémité, la démocratie – le gouvernement par la majorité – en supposant qu'elle soit réelle. En fonction de la prise en compte des intérêts de chacun, ces modes d'organisation sont jugés plus ou moins positivement par les uns et les autres. Par exemple, si le monarque décide majoritairement dans son propre intérêt, on parle de tyrannie ; si chacun décide dans son propre intérêt on parle d'anarchie. Et puis, on trouve toutes les formes intermédiaires. De multiples divisions en groupes ou en classes aux intérêts divergents, plus ou moins préservés par les règles en place, et avec différents degrés de pouvoir les uns par rapport aux autres. En fonction des décisions, collectives ou individuelles, qu'elles soient déterminées par la discussion, par le vote, par des groupes d'influence, par la force, par l'hérédité ou par la tradition, la grande organisation qu'est notre société se déplace dans diverses directions et avec différentes conséquences pour chacun de ses éléments constitutifs.

« Bien sûr, la compréhension des phénomènes politiques s'appuie largement sur l'analyse historique – donc sur l'expérience passée. Des analyses plus fines des interactions entre les individus et les divers groupes sociaux sont aussi produites dans le cadre de l'étude sociologique, parfois plus mathématique. Nos formations comportent des notions d'économie, car les décisions économiques et les évolutions sociales sont souvent étroitement connectées aux réalités politiques ; typiquement, qui décide et dans l'intérêt de qui ? On étudie également le droit, car le fonctionnement des sociétés est largement conditionné par les lois et les structures institutionnelles en place. L'Histoire nous apprend aussi qu'il est bon de considérer l'influence d'aspects culturels, par exemple les traditions ou la religion.

« En comparaison avec ce que je viens d'entendre, la science politique fait moins appel aux outils informatiques. On fait évidemment reposer nos raisonnements sur la méthode scientifique, mais les problèmes à traiter comportent de multiples aspects à prendre en compte et sont particulièrement difficiles à traduire en termes mathématiques ou formels – et encore plus sous forme numérique. Ceci étant, la tendance actuelle est clairement à l'augmentation de la collecte et de l'analyse de données. Ainsi, on a plus souvent recours aux statistiques et aux moyens informatiques que dans le passé. Néanmoins, en dépit de ces efforts quantitatifs récents, les mécanismes politiques sont plus souvent analysés dans des termes qualitatifs – parfois plus subjectifs.

« D'un autre côté, de nombreux développements sociaux et sociétaux se produisent sous l'effet des transformations informatiques et numériques. Des questions sur la gouvernance par les données et par les experts. Des questions sur la transmission et le traitement de l'information, sur les médias, sur les réseaux sociaux et leur influence sur l'opinion publique, sur la confidentialité ou la propriété des données. Des questions sur l'automatisation des décisions et sur les difficultés éthiques ou sur les dérives que celle-ci peut entrainer dans les domaines de la justice, de la police ou de la médecine par exemple. Toutes ces évolutions bouleversent les modes d'organisation et initient des changements au sein de nos sociétés, qu'il est bon de comprendre afin de pouvoir les maitriser. Certaines transformations comportent le risque de diviser et de fragmenter davantage nos sociétés, et donc de conduire à des instabilités.

« Pour faire simple : la mission de l'*analyste politique* est d'étudier tous ces fonctionnements, toutes ces évolutions, et de tenter de les orienter le plus conformément possible à nos souhaits collectifs, par exemple en guidant ceux en capacité de décider, quel que soit le fondement, juridique ou moral, de leur légitimité et de leur autorité. »

Les yeux de tous se tournèrent ensuite vers Inès, ambassadrice de l'informatique, qui avait surement un avis éclairé sur le sujet. « Contrairement à vos disciplines séculaires, l'*informatique* ou la « *science de l'information* », est une discipline assez jeune. Les premiers ordinateurs, au sens où vous l'entendez, datent du milieu du XXe siècle. Les premières machines à calculer sont apparues au XVIIe siècle.

« Le terme « informatique » désigne en fait deux choses distinctes : *l'ensemble des moyens techniques dont on dispose pour calculer ou manipuler de l'information* – les machines à calculer en tant que telles – mais aussi, *la science qui s'intéresse au traitement de l'information*. Avant d'en dire plus sur le calcul ou sur la manipulation de l'information, il est clair que les moyens informatiques modernes possèdent d'autres fonctionnalités que celle de calculer, par exemple : stocker, modifier, rechercher, afficher ou partager, tout ce que l'on juge digne d'intérêt, pour de multiples raisons et de multiples usages.

« Mais venons-en au sujet qui nous intéresse en particulier. Le but de la science de l'information est d'étudier comment traiter, de façon pertinente, l'information dont on dispose, assez souvent sous une forme numérique – des nombres enregistrés. Il s'agit de manipuler des symboles mathématiques

– des nombres, mais pas uniquement. On leur applique des traitements, sous la forme de séquences d'opérations ou de séquences d'instructions. Les premières machines à calculer réalisaient ces manipulations de façon mécanique, avec des roues dentées et des manivelles. Pensez aussi aux anciens bouliers de bois que l'on manipulait à la main. On appelle ces séquences d'instructions : des « programmes » ou des « algorithmes ». Généralement, ces algorithmes sont employés afin d'atteindre un objectif particulier. Souvent, ils sont utilisés pour résoudre un problème mathématique ou accomplir une tâche spécifique. Par exemple, dans le cas du boulier, il s'agit de réaliser l'addition de plusieurs nombres.

« Lorsque l'on étudie les algorithmes, on cherche à savoir : quels types de problèmes mathématiques on peut résoudre, avec quelle efficacité on peut espérer les résoudre, quelles sont les meilleures approches à utiliser pour y parvenir, quelles sont les difficultés à surmonter. Ces questions se posent en réalité depuis le début de l'existence des mathématiques. La thématique de la résolution de problèmes, tout comme celle du traitement de l'information, peuvent être catégorisées comme des sujets d'étude mathématique. La nouveauté apportée par l'informatique, c'est que l'on dispose de davantage de moyens pour manipuler des symboles et résoudre des problèmes.

« Naturellement, nos formations sont largement basées sur les mathématiques. Elles incluent aussi des notions d'ingénierie, afin de nous aider à gérer des projets complexes. Certains travaillent pour développer la partie physique des machines, d'autres pour développer la partie logicielle – les programmes. Ces développements peuvent concerner le calcul, mais aussi toute autre fonctionnalité dont la finalité n'est pas liée à un traitement mathématique.

« Grâce aux progrès des capacités physiques – électroniques – de manipulation de symboles, on s'attaque à des problèmes de plus en plus vastes et difficiles. On réalise des tâches plus complexes. On cherche à améliorer continuellement l'efficacité de nos algorithmes afin de traiter davantage de données ou de le faire dans des délais plus brefs. »

Inès orienta ensuite son propos sur un thème qui concentrait l'attention de tous. « Par ailleurs, l'apparition de la thématique de « l'intelligence artificielle » remonte aux débuts des développements de l'informatique. Les premières applications en ce sens visaient à mettre au point des *traitements informationnels qui s'inspiraient des mécanismes cognitifs humains*. Rapidement, il s'est agi de résoudre de nouveaux problèmes mathématiques, à l'aide des moyens informatiques disponibles et grâce aux progrès réalisés sur les plans théorique et formel. Des problèmes qui semblaient requérir une « certaine forme d'intelligence ». De façon emblématique, on retrouve le développement de programmes que l'on a opposé ensuite à des humains, au jeu d'échec ou au jeu de go, par exemple.

« Aujourd'hui, on constate une tendance à employer le qualificatif « d'intelligence » pour tout ce qui consiste en fait à *automatiser les traitements appliqués à des données collectées ou à automatiser l'exploitation des résultats de ces traitements ou les décisions qui peuvent en découler*. Dans un passé proche, il aurait semblé impossible de confier ces tâches à des machines ou à des programmes. Ceux-ci semblent alors devenir « intelligents ». En réalité, ils reproduisent nos schémas de « raisonnement ». Et, ils paraissent d'autant plus intelligents qu'ils traitent beaucoup d'information ou de données, ou qu'ils réalisent des opérations complexes.

« C'est le cas de la reconnaissance d'image et de la vision en robotique. C'est le cas de l'interprétation de la voix pour les commandes vocales. C'est le cas de l'analyse des comportements de consommateurs ou d'utilisateurs de réseaux sociaux. C'est le cas des applications de recommandation ou de marketing ciblé. C'est le cas de tous les systèmes qui évoluent, grâce à l'informatique, et au-delà des mécanismes de régulation électroniques perçus comme moins élaborés, de manière apparemment autonome : des robots aspirateurs, des véhicules, des rames de métro, des drones militaires ou civils, etc.

« Pour faire simple : l'*informatique* consiste en un ensemble d'outils et de moyens qui permettent de réaliser des traitements ou d'effectuer des séquences d'opérations – des algorithmes – souvent dans le but d'automatiser des tâches particulières ou de résoudre des problèmes mathématiques. »

***

Nos développements scientifiques, techniques et organisationnels nous amènent à rencontrer une multitude de problèmes de décision pratiques. L'individu rationnel, celui qui raisonne puis choisit et agit, ne manque pas de travail intellectuel. *Concevoir, construire, organiser, réguler : autant de tâches qui s'appuient sur des raisonnements et des analyses, puis impliquent des décisions*.

Les étudiants prirent un moment pour réfléchir à ce qui venait d'être dit. L'ingénierie est à la base du développement et de la gestion du fonctionnement de nos biens et de nos infrastructures ; elle met en application les sciences physiques et la technique. L'économie détient les clés de l'organisation efficace des affaires humaines, de l'exploitation des ressources, des productions et des échanges. La science politique étudie les mécanismes du pouvoir ainsi que les décisions collectives, celles qui déterminent le fonctionnement et l'évolution des structures organisationnelles, économiques et institutionnelles de nos sociétés.

La science de l'information sert de support à l'analyse, à la compréhension et à la gestion de tous ces systèmes, techniques ou organisationnels, souvent complexes. Elle fournit des outils et des capacités à traiter des données et des connaissances, ou à résoudre des problèmes. De tels outils deviennent de plus en plus nécessaires et mis à profit.

Au sein des différentes disciplines et d'une discipline à l'autre, la diversité des problèmes à traiter est grande. Certains problèmes peuvent être traduits en termes mathématiques, d'autres plus difficilement ou au prix de simplifications ou d'hypothèses subtiles. Certains problèmes peuvent être approchés par l'expérimentation, d'autres, par la modélisation, par le calcul ou par la simulation. Certaines analyses peuvent être basées sur le traitement de données collectées au sein des systèmes en fonctionnement. Certains problèmes sont parfois traités directement par les systèmes – ou leurs « agents programmes » – qui ont la capacité de le faire et qui ainsi, font preuve « d'autonomie » – il faut, bien sûr, les concevoir dans ce but.

A la lumière de tous ces exemples pratiques, la question de la rationalité prend tout son sens. *Comment bien décider et obtenir de bons résultats* ? *Comment anticiper les conséquences de nos choix* ? *Comment mobiliser les connaissances et les outils à notre disposition pour y parvenir ?* Ces interrogations représentent un enjeu majeur pour nos sociétés technologiquement développées.

Les savoirs et les concepts élaborés au sein des différentes disciplines permettent d'aborder finement les divers problèmes pratiques. Néanmoins, le travail de mobilisation de nos connaissances s'appuie ensuite sur des outils communs à toutes ces disciplines : notamment, les objets et les principes mathématiques. Il revenait maintenant à Marie et Philippe de préciser les choses au sujet des idées de « raisonnement » et de « connaissance ».

Manier les outils de la connaissance pour « bien décider »

Le professeur suggéra de marquer une pause. Des discussions plus légères s'amorcèrent au sein du groupe. Ils se donnaient des détails sur leur vie à l'université et sur leur quotidien d'étudiant. Ils ponctuaient leurs échanges des diverses anecdotes qui ne manquaient jamais de naître au sein des amphithéâtres.

Mais, assez rapidement, ils revenaient au sujet qui les réunissait aujourd'hui. Ils parlaient des différences entre leurs formations respectives. Les uns baignaient largement dans le monde mathématique, les autres étaient davantage focalisés sur des problèmes pratiques. Certains développaient des notions, des outils ou des méthodes, d'autres s'attaquaient à des applications spécifiques. Certains s'intéressaient aux phénomènes physiques, d'autres étudiaient les comportements humains, souvent plus délicats à anticiper ou à modéliser. Les présentations des quatre étudiants avaient nourri la réflexion de tous. Tous percevaient les changements techniques et sociétaux qui s'opéraient avec le développement de l'informatique, du numérique, de l'exploitation des données ou de l'automatisation des décisions. Tous étaient conscients du fait que leurs disciplines évoluaient et qu'il fallait considérer ces questions avec attention.

« Igor, Elias, Pauline et Inès, merci beaucoup pour vos interventions, déclara d'abord le professeur. Je tiens à rassurer chacun d'entre vous, dit-il ensuite à l'ensemble du groupe. Ne vous affolez pas si vous n'avez pas saisi l'intégralité de ce que faisaient vos camarades. L'important est plutôt d'essayer de voir progressivement ce que vous avez en commun. Vous avez des problèmes d'analyse ou de décision à traiter. Vous cherchez à comprendre, à prévoir, à anticiper. Pour y parvenir, vous allez vous appuyer sur le « raisonnement », c'est-à-dire sur un ensemble de principes mathématiques. Que vos raisonnements vous amènent à utiliser les moyens informatiques ou non, vous exploiterez les mêmes principes. »

Le professeur avait décidé de l'ordre des interventions au cours de cette première journée. « Je me suis permis de demander à Marie et à Philippe de présenter leur discipline après les autres. Quelque chose me dit qu'ils pourraient vous éclairer sur la question du raisonnement. »

Marie allait se lancer. Elle avait proposé à Philippe de lui laisser le loisir de compléter son propos s'il le souhaitait. Elle tenait vivement à convaincre ses camarades qu'il était important de s'intéresser sérieusement aux concepts et aux principes mathématiques fondamentaux. Néanmoins, pour éviter de donner une tonalité trop théorique à son discours, elle démarra son intervention en adoptant une vision plus pratique.

« Saviez-vous que le mot grec *mathêma,* qui a donné nos *mathématiques,* signifie *connaissance* ou désigne le fait d'apprendre ? *Manier les mathématiques, c'est donc organiser ce que l'on sait, organiser notre connaissance*. Les mathématiques ont d'abord eu des fonctions éminemment pratiques : compter, mesurer, estimer, évaluer. Dans les civilisations antiques, on comptait par exemple le nombre de bêtes dans les troupeaux, ou le nombre de sacs de blé dans les greniers de la cité. On estimait la distance entre deux villes commerçantes. On mesurait la hauteur de constructions humaines. On estimait les richesses du royaume. En ces temps-là, on avait aussi des problèmes techniques ou organisationnels à résoudre. »

Elle poursuivit en s'appuyant sur un exemple et afin d'introduire une idée fondamentale : celle de la « représentation ». « Pour compter le bétail, on pouvait utiliser des jetons d’argile, les additionner, les soustraire, les diviser. Ils constituaient des « symboles » à manipuler. Néanmoins, rien n’impose que ces symboles soient uniquement des objets réels, ils peuvent aussi être virtuels : par exemple, des nombres. Le nombre est une construction de l’esprit que l’on associe à telle ou telle quantité réelle. Par exemple, je peux voir « trois » moutons, mais je peux attribuer aussi le concept de « trois » à n’importe quel groupe de « trois » objets que j’observe. Ainsi, à partir de questions pratiques, les mathématiques se développèrent progressivement. Un édifice idéal composé d’objets de représentation formels et d’outils virtuels. L’idée est d’*utiliser ces outils pour conduire des raisonnements et organiser puis exploiter notre connaissance, de façon méthodique et rigoureuse*. En manipulant ces symboles virtuels, tout comme on manipulerait des jetons d’argiles, des bâtons ou des cordes régulièrement graduées, on peut alors : compter, mesurer, estimer, évaluer. »

Marie continua son propos en avançant, depuis les civilisations antiques, vers une période plus récente. « Avec le développement des sciences physiques, dit-elle.

— Ce que l’on appelle aujourd’hui sciences physiques, intervint Philippe, se nommait autrefois « philosophie naturelle » : en quelque sorte, la connaissance de la nature.
— Les mathématiques ont progressivement fourni les outils et les représentations qui permettaient d’analyser puis de prévoir l’évolution de divers phénomènes physiques. Pensez aux mouvements des planètes ou à la mécanique des tirs d’artillerie. A l’aide d’outils mathématiques et grâce aux savoirs produits par les différentes disciplines scientifiques, des solutions ont pu être proposées pour de multiples problèmes pratiques. Comment prévoir les durées d’ensoleillement ? Comment régler les paramètres de tir afin d’atteindre l’ennemi ? »

Après quelques croquis esquissés pour illustrer son propos, Marie reprit. « Ces questions pratiques conduisent à manipuler des quantités variables : des masses, des distances, des angles, des durées, etc. Ces quantités variables réelles peuvent être associées à des grandeurs mathématiques – virtuelles – dans le but de réaliser ensuite des prévisions, à l'aide du calcul – la manipulation de ces grandeurs mathématiques.

— Ces développements mathématiques et scientifiques ont surtout eu lieu à partir des XVI^e^ et XVII^e^ siècles, fit remarquer Philippe, par exemple avec Descartes, Copernic, Kepler, Galilée ou Newton. C'est le début de progrès rapides pour la « rationalité » – *ratio* signifie d'ailleurs calcul en latin. La rationalité c'est alors, en partie, la capacité à calculer. C'est *la capacité à mobiliser nos connaissances dans un but pratique*.

— Comme vous le voyez, *les mathématiques ont d'abord pour fonction d'être utiles*, insista Marie. L'objectif n'est pas de traumatiser les jeunes à l'école, lança-t-elle en souriant. Les mathématiques nous servent d'outils. Elles nous aident à nous représenter le monde de façon méthodique et maitrisée. *De tels outils peuvent notamment être exploités afin de nous permettre d'anticiper les conséquences de nos actions.* Voici la finalité pratique des mathématiques : nous aider à comprendre, à décrire, à calculer, à estimer, à prévoir, afin de pouvoir prendre ensuite les « bonnes décisions ».

— C'est ce que l'on pourrait décrire comme un point de vue « utilitariste », compléta Philippe. Celui qui considère la construction mathématique et la connaissance, relativement à leur finalité. Par ailleurs, on parle de vision « empiriste », lorsque l'on s'appuie sur une conception de la connaissance ancrée dans le monde réel, dans la nature et son observation. »

Marie acquiesça et reprit. « Malheureusement, ce n'est pas cette vision pratique des mathématiques que beaucoup de gens adoptent spontanément. D'ailleurs, je pense que certains seraient moins rebutés par les mathématiques s'ils en percevaient mieux l'utilité. C'est la partie plus théorique des mathématiques qui est perçue comme la plus délicate et parfois comme trop conceptuelle. C'est la structure formelle des mathématiques. Ce sont les objets mathématiques que l'on définit, leurs propriétés et les règles qui permettent de les utiliser et de les manipuler.

« On navigue ici dans un monde virtuel, dans le monde des idées, des objets idéals et des concepts. Un monde que l'on a nous-mêmes construit. Dans ce monde on conduit des raisonnements et des calculs dont on peut garantir parfaitement la validité. Les raisonnements seront corrects pourvu que l'on respecte les règles de manipulation des objets mathématiques, que l'on s'est données. Ceci s'applique à l'arithmétique – la manipulation des nombres – à la géométrie – la manipulation des objets géométriques, des figures, des distances – à l'analyse – la manipulation des grandeurs variables – à l'algèbre – la manipulation d'objets et de structures mathématiques – et à la logique et aux probabilités – la manipulation des propositions, vraies, fausses ou incertaines.

« Cependant, on ne fait pas de musique sans connaître les notes, déclara Marie. On ne travaille pas le bois sans savoir manier un ciseau. C'est la même chose pour les mathématiques. Il faut apprendre et comprendre ces objets mathématiques et les règles qui les relient, afin de pouvoir les utiliser correctement. Ceci requiert, il est vrai, un effort important. Mais cet effort peut s'avérer payant s'il nous permet d'améliorer en retour notre compréhension du monde réel et donc nos décisions. »

Après cette mise au point pratique, Marie conclut cette partie. « Avec les mathématiques, on construit *un monde idéal* *dans lequel « tout se passe bien », pourvu que l'on en respecte les règles*.

— Un des problèmes des mathématiques, ou de la philosophie d'ailleurs, reprit Philippe sur un ton taquin, c'est que certains en viennent à s'émerveiller devant l'esthétique et la perfection de leurs constructions idéales. Il est alors facile de se perdre dans le monde des idées et d'en négliger le réel et nos problèmes concrets. Il est *facile de confondre le modèle avec la réalité*. La communication entre les domaines formels et appliqués du savoir est parfois compliquée. Et cela ne date pas d'aujourd'hui. Ce sont des débats qui ont agité l'histoire des sciences et de la philosophie au cours des siècles. »

Marie reçut positivement la remarque par un petit sourire. Elle termina ensuite son intervention. « Parfois, on distingue mathématiques fondamentales et mathématiques appliquées. On a d'un côté une partie théorique, où l'on travaille au développement des objets et des outils mathématiques, on s'assure de leurs propriétés ou des manipulations que l'on peut leur appliquer, on étudie leurs limites, on cherche à résoudre des problèmes formels – idéals. On a de l'autre côté des difficultés pratiques à résoudre. Celles-ci nous poussent à améliorer nos outils, à nous doter d'objets qui permettent de modéliser plus fidèlement le monde réel ou des phénomènes physiques plus complexes. On recherche de nouvelles stratégies de résolution, de nouveaux algorithmes, plus efficaces ou plus adaptés. Ces développements sont d'ailleurs largement encouragés par les avancées de l'informatique et l'apparition de problèmes plus complexes ou plus vastes.

— C'est très bien, s'exclama le professeur, visiblement ravi par la qualité des échanges. Vous voilà en possession d'une vision d'ensemble des mathématiques. Nous entrerons dans le détail plus tard. »

La discussion avait duré plus que prévu et ils ne reprirent leurs échanges qu'après le repas. C'était maintenant au tour de Philippe. Le professeur avait brièvement discuté avec lui afin de l'aider à cibler son propos, compte tenu des échanges du matin. Philippe commençait par annoncer qu'il n'aborderait pas dans le détail la question des fondements de la connaissance, où mathématiques et *philosophie* se mêlaient fortement.

Il rappelait néanmoins que les philosophes antiques, depuis Pythagore en passant par Platon et Aristote, pouvaient tout à fait être qualifiés de mathématiciens. Platon en particulier, était fortement séduit par la perfection mathématique et par une vision idéale des choses et des concepts. Par exemple, s'il existait des chats bien réels, que l'on pouvait voir et toucher, ils n'étaient que des manifestations imparfaites de « l'idée » du chat, parfaite elle, qui existait en tant que « concept » hors du monde matériel et que notre « raison » seule – notre « entendement » – pouvait atteindre. Se posait déjà la question de la connaissance des choses et de la différence entre l'idée – le modèle ou la forme – et le réel. Que savions-nous ? Ce que nous pouvions observer grâce à nos sens ? Ce que notre esprit était capable d'imaginer, de traiter ou de définir par le raisonnement ? Ce que nous pouvions construire en généralisant à partir d'observations – différentes occurrences d'un même type d'animal, que nous appellerions « chat » ? Pouvions-nous connaître – ou imaginer – quelque chose que nous n'avions jamais observé dans le réel ?

Ces questions dépassent en fait le cadre mathématique stricte. Dans ce dernier, nous nous donnons des définitions et des principes, et nous obtenons en retour des objets avec des propriétés particulières. Il est ensuite possible de les mobiliser dans un but précis. Mais *l'interprétation de ces outils virtuels dans le monde réel est une question qui ne peut être pleinement tranchée par les mathématiques*, car elle sort de leur cadre, lui-même purement idéal. Cette question de l'interprétation est plutôt une question « épistémologique » – *épistémè* signifiant connaissance et *logos* discours ou étude.

Par exemple, le nombre « trois » est une construction intellectuelle utile en de nombreuses circonstances et manipulable au moyen de règles arithmétiques. C'est un objet mathématique. En revanche, les « trois » moutons décrits par Marie, sont des entités observables du monde réel, indépendantes des outils utilisés par nous pour les décrire. Le premier est associé, par nous, aux seconds. Nous choisissons de réaliser cette association.

Pour éviter de plonger trop profondément au cœur de ces débats, Philippe pensait qu'il était bon que le groupe adopte une vision utilitariste de la connaissance. Ce que nous savons, ce que nous avons observé ou imaginé, ce que nous anticipons, c'est ce qui nous servira à décider. *La connaissance, c'est tout ce que nous pouvons utiliser à notre profit pour prendre de « bonnes décisions »* : nos observations, notre expérience du réel, nos concepts, nos idées, nos règles, nos raisonnements, etc.

Après ces préliminaires, qui laissèrent certains membres du groupe quelque peu confus et dubitatifs, Philippe enchaina. « En *philosophie*, on étudie des questions, plus que des problèmes. Beaucoup n'ont pas de réponses ou de solutions. Mais leur étude nous amène à réfléchir, et parfois à modifier notre attitude en conséquence, sur de nombreux aspects de nos existences : ce que l'on sait – la connaissance et le vrai – ce que l'on apprécie – l'esthétique et le beau – les valeurs que l'on approuve – l'éthique et le bon – les actions que l'on juge correctes – le droit et le juste – et d'autres notions encore. Cette réflexion est vue comme quelque chose de positif et d'utile, voire de nécessaire. *Philo-sophia* signifie d'ailleurs « amour de la sagesse ».

« Par le passé, il existait moins de « disciplines » scientifiques différentes ou de domaines du savoir. La philosophie antique regroupait les mathématiques, les sciences de la nature, la politique et d'autres. La spécialisation des différentes branches disciplinaires a progressivement conduit à leur autonomisation. Mais au bout du compte, il s'agit uniquement de *réfléchir à ce que l'on sait, à ce que l'on pense savoir, afin d'en tirer des enseignements utiles pour nos choix et nos existences*. Au passage, la discipline philosophique encourage, souvent, à remettre en cause notre propre connaissance, plutôt qu'à considérer nos constructions intellectuelles comme des certitudes. »

Philippe termina son intervention en mentionnant quelques sujets liant philosophie et informatique ou calcul. « Pauline a déjà donné quelques exemples dans le cadre de la science politique. Les effets de l'évolution des moyens techniques ou ceux liés à l'automatisation des décisions, peuvent aussi être analysés sur le plan philosophique. Ces transformations sont-elles souhaitables ? Sont-elles bonnes ? Sont-elles justes – au sens moral ? De telles questions n'ont pas de réponses définitives. Elles conduisent seulement à considérer des points de vue variés, en fonction des intérêts et des désirs des uns et des autres au sein de la société. »

A l'issu de cette intervention, ils mirent fin à la première journée d'échange. Visiblement ravis de leurs discussions, mais aussi fatigués intellectuellement, ils se saluèrent et prirent congés.

***

Faire usage de notre connaissance, de raisonnements ou de calculs avant de décider. Ceci apparait comme une pratique tout à fait naturelle, voire une évidence – une attitude rationnelle. La plupart des étudiants des différentes disciplines scientifiques utilisent régulièrement des outils mathématiques pour y parvenir, sans se soucier avec trop d'insistance de questions conceptuelles.

Marie avait remarqué que beaucoup méconnaissaient le fait que les mathématiques avaient d'abord été construites, par nous, à partir de considérations pratiques. Elles sont avant tout *des outils*. Bien sûr, *il faut apprendre à les maitriser suffisamment afin de pouvoir les utiliser efficacement*. Une telle maitrise ne va d'ailleurs pas de soi, car la construction de l'édifice mathématique est un vaste sujet conceptuel.

Néanmoins, il apparaissait assez clairement à tous que ces outils mathématiques sont la clé de raisonnements bien construits et d'analyses et de prédictions de qualité. L'histoire des sciences en témoigne largement. L'efficacité de nos décisions et la qualité de nos réalisations techniques et organisationnelles ont progressé en même temps que les outils mathématiques se sont développés. Personne ne songerait à envoyer une fusée dans l'espace sans qu'à un moment ou un autre ne soit mobilisé quelque outil mathématique et ne soit réalisée quelque prédiction, analyse ou anticipation.

L'utilité de ces objets symboliques et de ces outils virtuels ne fait donc pas débat. *Les subtilités de leur interprétation dans le monde réel, des mécanismes du raisonnement ou de la notion épistémologique de « connaissance », est une toute autre affaire*. Mais, cette analyse théorique viendrait plus tard. Jusqu'ici, les étudiants n'avaient discuté que de l'idée de la représentation, de l'idée d'associer un objet symbolique à une entité réelle observable – comme une poignée de jetons d'argile à un groupe de moutons. Une fois cette association établie, la manipulation méthodique des outils mathématiques permet d'en tirer des conclusions utiles en pratique.

Avant de discuter les subtilités des différents « modes de raisonnement », le professeur tenait d'abord à laisser les étudiants explorer par eux-mêmes les sujets de l'informatique, de l'intelligence ou de la rationalité. Certes, ils procéderaient peut-être de façon plus naïve et moins structurée, mais ceci serait formateur.

Nouveaux moyens de traitement : informatique et intelligence

« Pourquoi dit-on que mon robot aspirateur est « intelligent » s'il n'est en fait qu'un programme qui applique mécaniquement des procédures et des règles, demanda Elias ?

— Il n'est pas véritablement « intelligent », répondit Philippe. En tout cas, pas au-delà d'un sens restreint. L'intelligence revêt de nombreux aspects. La capacité à traiter de l'information avant d'agir ne définit pas à elle seule ce que l'on appelle l'intelligence. On peut plutôt qualifier ce robot de « rationnel », au sens fonctionnel du terme. Il est capable d'agir en prenant en compte ce qu'il sait, ce qu'il perçoit et ce qu'il en déduit. Il peut mobiliser ses connaissances.

— Alors pourquoi dit-on qu'il est intelligent, s'il ne l'est pas véritablement ?

— Parce que c'est un terme qui a particulièrement concentré l'attention, déclara Inès. Il s'est imposé quand l'informatique s'est employée à tenter de reproduire des processus qui étaient jusqu'ici conduits par des humains. A partir de la conférence de Darmouth, à l'été 1956, la notion d'« intelligence artificielle » est apparue et s'est popularisée.

— L'informatique s'est intéressée aux processus de nettoyage ? lança Pauline sur le ton de la blague.

— Non, pas des tâches aussi spécifiques, répondit Inès amusée. Mais pour que le robot soit fonctionnel, il faut qu'il soit capable de collecter de l'information sur l'environnement qui l'entoure et qu'il utilise cette information pour déterminer comment agir. Utiliser de l'information pour produire des conclusions ou des comportements, c'est plutôt quelque chose que l'on associait à l'homme. C'est un « mécanisme cognitif ». Et, les pionniers de la science de l'information – l'informatique ou « *Computer Science* » en anglais – voulaient savoir s'ils pouvaient reproduire avec leurs machines – en manipulant des électrons dans des environnements de silicium – certains des processus qui semblent se manifester dans nos cerveaux. Alors, *ils ont appelé « intelligence » ce qui consistait à reproduire des processus inspirés des « raisonnements » humains.*

— Alors le robot aspirateur est intelligent parce qu'il est capable de traiter des données collectées ?

— Une partie de son fonctionnement dépend de son aptitude à mener des traitements informationnels : des opérations informatiques et algorithmiques. Il est capable d'appliquer des procédures complexes, dont certaines nécessitent de capter de l'information et d'autres de la convertir en comportements particuliers. Vu de l'extérieur, tout se passe comme si l'agent programme décidait ; d'aller à gauche, d'aller à droite, d'aspirer, etc. En réalité, il applique des règles et des suites d'instructions programmées.

— En définitive, c'est un assemblage de composants mécaniques et électroniques, ajouta Igor. Même s'il possède certaines capacités à évoluer de manière autonome dans son environnement, et même si de telles capacités n'étaient pas atteignables par le passé, avec des automates électroniques moins élaborés, son degré d'intelligence est néanmoins assez limité.

— Dans ce cas, il est étrange de qualifier ces objets d'intelligents, remarqua Pauline. Cela suggère qu'ils sont capables de comprendre ce qu'on leur demande de faire. Peut-être qu'un jour ils ne voudront plus travailler pour nous.

— Il faut éviter de trop personnifier dit Philippe. C'est ce que l'on appelle la dérive de l'anthropomorphisme. Même si des systèmes techniques possèdent aujourd'hui la capacité de reproduire certains de nos raisonnements, la ressemblance s’arrête là.

— En fait, ce sont avant tout nos créations, enchaina Igor. *Elles appliquent les opérations qu’on leur demande d’appliquer*. Comme une horloge dont le pendule se balance. Il se balance parce qu’on l’a conçu pour qu’il se balance. Personne ne craindrait que l’horloge s’arrête après avoir décidé qu’elle en avait assez fait. Ce n’est pas parce que ce qu’on leur fait faire est plus complexe que nos réalisations techniques – nos artefacts – en deviennent intelligentes pour autant.

— Mais si l’on arrivait à rendre les machines plus puissantes, vous ne pensez pas que l’on pourrait créer une intelligence supérieure à la nôtre, demanda Elias ?

— La signification des termes est parfois trompeuse. Une intelligence supérieure ? Précisons un peu, dit Inès. Est-ce que l’on pourrait créer des capacités de traitement et de raisonnement supérieures aux nôtres ? C’est déjà largement le cas avec l’informatique moderne. Un programme est capable de chercher de l’information dans une base de données, ou de faire des calculs, bien plus rapidement que nous. Il peut résoudre des problèmes, notamment numériques, que l’on serait incapable de traiter sans lui. Dans ce contexte, on peut utiliser la puissance de calcul d’une machine afin d’accomplir des tâches bien définies. Mais l’intelligence ne se résume pas au traitement mécanique de symboles ou à la résolution de problèmes bien formulés. Nous autres humains sommes capables de traiter une bien plus grande diversité de problèmes que les machines. »

La discussion devenait plus technique. Ceux qui étaient moins familiers avec le sujet mathématique de la résolution de problèmes n’en percevaient pas forcément toutes les subtilités. Mais avec le temps, les choses deviendraient plus claires.

La création *ex nihilo* d'une « intelligence » apparait comme un acte quelque peu mystique. L'idée revient régulièrement dans l'histoire et dans la culture littéraire ou cinématographique : depuis le Golem mythologique, en passant par la créature de Frankenstein, jusqu'aux robots humanoïdes de science-fiction, plus ou moins bien intentionnés. Il convient alors d'introduire un peu d'ordre mathématique et de rigueur conceptuelle parmi ces perceptions souvent romancées ou fantaisistes.

Inès reprit. « Les machines sont incapables d'aborder spontanément les problèmes qu'elles n'ont pas été conçues pour résoudre. « L'agent programme » ne fait qu'appliquer des séquences d'instructions. Il n'a pas de capacité d'initiative.

— C'est vrai, précisa Philippe, *jamais il ne fait preuve d'une « véritable autonomie » au sens philosophique*, c'est-à-dire d'une capacité à se déterminer lui-même. En tout cas, pas en ce qui concerne les objectifs qu'il poursuit, indépendamment de la façon – parfois complexe – dont il les poursuit.

— Les objectifs qui ne sont pas définis dans ses séquences d'instructions ne seront jamais poursuivis, compléta Inès.

— Tout à fait, *la machine n'a pas de but propre*. Elle est un outil qui poursuit nos buts, pour notre profit. *Elle est une extension de nos capacités à raisonner et à manipuler des symboles mathématiques*. Nous humains, par contre, nous trouvons continuellement confrontés à de nouveaux problèmes. Nous nous fixons de nouveaux objectifs tout au long de nos existences.

— Il ne faut pas se méprendre, insista Inès. Les traitements et les raisonnements délégués aux machines sont en fin de compte *nos* traitements et *nos* raisonnements. »

Cet échange douchait quelque peu les espoirs des plus romantiques. Ceux-là voyaient déjà dans les machines de futurs compagnons de route, à qui ils prêtaient erronément des intentions, voire parfois une certaine sensibilité. Tout cela était non seulement exagéré, mais plus encore, pleinement faux, pour celui qui comprend réellement ce qu'est une machine à calculer ou les programmes qu'elle exécute.

« Enfin, reprit à nouveau Inès, en appliquant nos instructions, les programmes vont répliquer les « erreurs » que ces instructions peuvent contenir. Les programmes héritent ainsi de certaines de nos propres limites, car ce sont nous qui les avons conçus.

— Et puis, ajouta Marie, même dans le cadre de problèmes bien définis, il n'est pas toujours facile, ni même possible, de trouver une solution, quelle que soit la puissance de calcul disponible. »

***

La discussion avait occupé une partie de la matinée. Le professeur leur avait suggéré de la mener de la façon la plus ouverte possible. Chacun donnait son avis, posait des questions, contribuait quand il le pouvait, prenait des notes. En dépit de leur contenu assez technique et des nombreuses questions qu'ils soulevaient, les échanges étaient plutôt informels et dynamiques. Ils tempéraient nettement les ambitions généralement attachées à l'idée d'une « intelligence artificielle ».

Ici, la terminologie est particulièrement trompeuse. La notion de « rationalité » des agents programmes – ou des machines – correspond mieux à la réalité de leur fonctionnement que celle « d'intelligence » – assez restreinte en pratique.

Leur « autonomie » est limitée du fait même de leur nature. Les machines ne font qu'appliquer des séquences d'instructions. Elles sont des « exécutants ». Par construction, elles ne peuvent pas manifester d'intentionnalité ni d'autodétermination. Certes, elles sont capables d'effectuer des traitements informationnels bien au-delà des capacités humaines. Certes, la complexité des traitements est parfois telle que nous semblons nous en remettre aux « résultats » fournis par les machines – comme si elles en étaient elles-mêmes à l'origine. Mais ces traitements sont en fin de compte *nos* traitements. Les machines ne font que les exécuter, pour nous.

Après les dernières remarques d'Inès et de Marie, le professeur leur avait proposé de dire quelques mots au sujet de l'algorithmique et de la résolution de problèmes. Derrière ces questions semblent se cacher certaines réponses vis-à-vis des perspectives offertes par l'informatique et les moyens de calcul. Derrière ces questions résident des arguments qui permettent de mettre en lumière les limites de raisonnements plus « algorithmiques ». Ou tout du moins, certaines de ces limites.

Ces échanges montent également qu'une maitrise suffisante de la structure des traitements informationnels est nécessaire afin de pouvoir discuter de l'horizon dessiné par « l'ère de l'informatique », sans être sujet à des perceptions erronées ou fantaisistes. Il ne faut pas se contenter d'une réflexion trop superficielle.

Mathématiques, algorithmique et résolution de problèmes

Marie et Inès avaient passé une partie de l'après-midi à mettre au point une courte intervention. Elle introduirait, sans entrer trop dans le détail, la question de la résolution algorithmique de problèmes. Dans le même temps, leurs camarades exploraient internet afin de poursuivre la réflexion sur le sujet de l'intelligence artificielle. Ils parcouraient les articles de journaux. La thématique bénéficiait d'une attention médiatique soutenue. Au sein du groupe, la bataille de l'attention lui était acquise. Pour l'instant, elle prenait le pas sur des considérations théoriques moins attrayantes et à première vue plus ennuyeuses.

A la première heure du lendemain, Marie et Inès exposaient leurs idées. « Mettons-nous un instant dans les souliers du mathématicien, débuta Marie. Résoudre un problème particulier et bien défini, c'est trouver les opérations ou les manipulations à réaliser afin d'obtenir une solution acceptable, voire la meilleure solution, si possible et si elle existe.

— La « solution » peut revêtir différentes formes mathématiques en fonction du problème considéré, précisa Inès.

— Cela peut être une valeur, un ensemble de valeurs ou un objet mathématique spécifique, tel qu'une fonction, un vecteur, une distance.

— Cela peut aussi être une suite d'opérations à réaliser ou une règle à appliquer.

— Les mathématiques ont toujours eu pour fonction d'apporter des solutions à des problèmes, fit remarquer Marie. Comment mesurer la hauteur d'une construction –

une pyramide par exemple – à partir de la projection de son ombre sur le sol ? Comment répartir équitablement les réserves de grains entre les habitants de la cité ? Comment, avec une barque disposant de seulement deux places, faire traverser successivement la rivière, au loup, à la chèvre et aux choux, sans que l'un en vienne à manger l'autre en l'absence du paysan qui les fait traverser ? »

Ces exemples de problèmes concrets illustrent le fait que les mathématiques n'ont pas vocation à se placer uniquement sur le terrain conceptuel. Elles possèdent aussi, et peut être surtout, une finalité pratique.

Inès poursuivit. « On parle « d'algorithme de résolution » dès lors que l'on cherche une *suite d'opérations et de manipulations qui conduisent à l'obtention d'une solution.* Lorsque l'on pense disposer d'un « candidat », en tant que solution au problème, il faut l'évaluer et estimer s'il satisfait aux critères d'acceptabilité que l'on se donne. Par exemple, les suites d'opérations pour lesquelles la chèvre a le loisir d'engloutir les choux ou le loup de dévorer la chèvre, sont inacceptables.

— Il existe de nombreux types de problèmes en mathématiques, ajouta Marie. Et donc, il existe de nombreuses approches algorithmiques pour les résoudre. De nombreuses façons de *rechercher une solution acceptable parmi un ensemble de candidats possibles*.
— Comme beaucoup d'approches de résolution consistent à manipuler des objets mathématiques ou à réaliser une séquence d'opérations, l'informatique est tout à fait appropriée pour mener à bien ces tâches. C'est d'ailleurs pour cela que les progrès de l'informatique ont fortement dynamisé les développements au sein de la branche des mathématiques qui s'intéresse à la résolution de problèmes.
— En informatique ou en *mathématiques appliquées*, on se concentre plus volontiers sur la façon de trouver, en pratique et rapidement – dans un temps raisonnable – une

solution acceptable. En *mathématiques fondamentales*, on est davantage intéressés par l'étude de la typologie ou de la structure des problèmes. On tente d'obtenir des garanties sur le fait que le problème possèdera bien une solution et que l'on pourra l'atteindre, avant même de mettre en application la procédure qui permettra de le faire en pratique. *Il est parfois tout aussi important de savoir que l'on pourra résoudre le problème que de le résoudre vraiment.*

— Comme le sous-entend Marie, il est parfois bon de savoir à quoi s'attendre avant de tenter la résolution. Imaginez l'automate qui contrôle l'altitude d'un avion. Monteriez-vous à bord s'il existait des conditions dans lesquelles l'automate pouvait déclarer : « désolé, mais je ne trouve pas de solution » et qu'il laissait ensuite l'avion chuter ? Mieux vaut savoir à quoi s'en tenir avant de tenter la résolution, lorsque ceci peut être déterminé à l'avance. »

Afin de clarifier les choses, elles s'approchèrent du tableau blanc puis se lancèrent dans la description d'un exemple simple. Elles y décrivaient une situation dans laquelle un individu devait se rendre depuis son bureau jusqu'à l'aéroport, dans un intervalle de temps réduit. Il devait réaliser un trajet en trois segments. Pour le premier segment, il pouvait prendre le bus ou un taxi, plus cher. Pour le second, il avait le choix entre un train omnibus et un train express, plus cher. Pour le troisième, il pouvait marcher ou prendre une navette payante.

Cela représente deux alternatives pour chaque segment, soit au total : deux fois deux fois deux, ou encore huit candidats possibles pour la solution. La technique de résolution la plus triviale consiste à considérer et à évaluer chaque candidat indépendamment, puis à choisir parmi eux celui qui satisfait le mieux aux critères d'acceptabilité. Cette approche est dite : par la « force brute ». Certaines solutions peuvent être inacceptables, par exemple si elles conduisent à rater le vol prévu. D'autres solutions sont acceptables mais non préférées, par exemple en raison de leur coût élevé. Ainsi, il faut évaluer et, si possible, comparer les différents candidats. Ici, le problème à résoudre est simple car il est tout à fait concevable d'évaluer chaque candidat.

Une fois cet exemple décrit, Marie poursuivit son propos. « La difficulté c'est que, même pour des problèmes mathématiques simples, le nombre de candidats à considérer peut vite être grand, extrêmement grand, voire infini. C'est d'ailleurs souvent le cas. Par exemple, le nombre de courbes qui relient deux points dans le plan est infini. Comment feriez-vous si je vous disais qu'il n'existe qu'un seul chemin sûr pour traverser un champ rempli de mines ? Vous les testeriez tous avec un robot avant de traverser ?

— Il nous faut trouver des « stratégies de résolution » qui permettent d'obtenir une solution acceptable à partir d'un nombre raisonnable d'opérations, dit à son tour Inès.
— Pour beaucoup de problèmes, continua Marie, il va falloir parcourir l'espace des candidats – chercher parmi l'ensemble des candidats potentiels – de façon « intelligente ». Il va falloir *trouver un moyen afin d'identifier ou de localiser les bonnes solutions, sans avoir à chercher dans toutes les directions ou à les tester toutes*.
— Il nous faut trouver un compromis entre « exhaustivité » et « efficacité » de la recherche – sa capacité à conduire à une solution de bonne qualité. Ce compromis est parfois délicat à trouver. Si l'on cherche un peu trop vite, ou dans de mauvaises directions, on peut passer à côté de bonnes solutions. Ceci est un point essentiel dans la résolution de problèmes, insista Inès : identifier les stratégies qui conduisent aux bonnes solutions.
— Malheureusement, chaque problème est unique. Et, il n'existe pas de méthode générique pour rechercher une solution. Souvent, pour être efficace, il est bon d'avoir une

idée de « l'endroit où il est intéressant de chercher ». Il est bon d'employer une stratégie adaptée au problème.

— C'est ce que l'on appelle les « heuristiques ». Une heuristique, c'est une idée, une intuition, qui nous conduit à tenter une stratégie de recherche plutôt qu'une autre. A l'aide d'une heuristique on peut souvent obtenir une solution acceptable, à défaut de la meilleure.

— Cependant, ce ne sont pas les mathématiques en elles-mêmes qui pourront nous fournir ces idées, ajouta Marie. Les idées viendront plutôt de notre connaissance du problème. Parfois, on sacrifiera un peu de la qualité de notre solution afin d'être sûr d'en obtenir une. Parfois, on transformera quelque peu le problème afin qu'il puisse être résolu, ce qui conduira à une solution imparfaite mais acceptable. »

Elles appliquèrent cette approche à l'exemple du trajet vers l'aéroport. Il est possible de ne considérer d'abord que les deux premiers segments du trajet. Cela ramène le nombre de candidats à évaluer de huit à quatre et diminue de fait le coût de la résolution – le nombre d'évaluations nécessaires. Les candidats pour lesquels trop de temps a déjà été consommé sur les deux premiers segments – il nous revient de définir le critère « trop de temps » – sont retirés de l'espace des solutions. Ensuite, l'acceptabilité du trajet complet n'est évaluée qu'à partir des candidats restants. Ceci constitue une heuristique très simple pour un cas très simple. Un critère spécifique est d'abord évalué sur une sous-partie de l'ensemble des candidats. La résolution se poursuit ensuite en considérant un second problème de taille réduite, avec moins de candidats. Cet exemple illustre de façon très basique, l'idée de l'utilisation d'heuristiques : simplifier le problème, procéder par étapes ou utiliser toute autre stratégie pour adapter l'approche au problème.

Inès reprit la discussion en proposant une autre illustration. « Voyons un exemple emblématique qui a encouragé le développement des recherches sur l'algorithmique : celui des jeux de stratégie, comme les échecs ou le jeu de go. Dans ce cas, le problème est bien défini. Il faut trouver la suite de coups à réaliser pour gagner la partie. La difficulté, c'est que ces suites de coups représentent des milliards de milliards de candidats. Pour les échecs on parle d'environ 10^{43} candidats – un et quarante-trois zéros derrière – et pour le jeu de go, c'est plus de 10^{100}, plus que d'atomes dans l'univers. Il est complètement inenvisageable de procéder à une recherche exhaustive. Il est nécessaire d'employer des stratégies de recherche plus efficaces.

— Les moyens de calcul, aussi puissants soient-ils, ne pourront pas résoudre ce type de problèmes par la force brute, ajouta Marie.
— Cela dit, une fois qu'une stratégie plus élaborée est proposée – à la machine – par l'agent humain, les capacités de la machine sont bien supérieures à celles de l'homme. C'est pour cela que les programmes ont maintenant largement battu les meilleurs champions humains aux échecs ou au jeu de go.
— Mais vous dites qu'ils ne sont pas plus intelligents que l'homme pour autant, demanda Elias ?
— Pas vraiment, juste plus capables. Plus capables d'appliquer des stratégies algorithmiques conçues par l'homme, répondit Inès. Et avec les bonnes stratégies, ils seront beaucoup plus performants en pratique que les agents humains.
— D'ailleurs, humains et machines n'approchent généralement pas les problèmes de la même façon, compléta Marie. L'humain va, par exemple, penser en termes de suites de quelques coups. Il ne lui viendrait pas à l'idée de considérer l'ensemble des combinaisons avant de se prononcer. La machine doit être guidée dans sa recherche, surtout si la « taille du problème » est grande.

— Si je comprends bien, vous dites donc que c'est surtout la stratégie qui fera la différence, pas la puissance de calcul, résuma Igor.
— Cela dépend des problèmes, lui répondit Marie. Mais je crois que pour beaucoup de problèmes réels, la stratégie compte énormément. »

Pauline s'engagea alors sur un autre terrain : « Et l'apprentissage dans tout cela ? On entend souvent parler d'apprentissage avec l'idée d'intelligence artificielle.

— On parle d'« apprentissage » par analogie avec les capacités cognitives humaines, dit Inès. Ce que l'on appelle apprentissage, ce sont des traitements informationnels particuliers, dynamiques, qui permettent parfois de définir des stratégies de résolution plus élaborées. »

Elle précisa son propos. « En mettant à disposition des programmes certains éléments, tels des exemples ou des données collectées, on leur permet d'améliorer progressivement leurs stratégies. Par exemple, pour le jeu d'échec, en s'appuyant sur les parties précédentes, les programmes vont retenir les coups ou les suites de coups qui ont bien marché. En exploitant cette information, leur résolution peut gagner en efficacité. Ils peuvent identifier des régularités ou élaborer des heuristiques, à partir des éléments qu'ils ont déjà traités.

— Alors, ils peuvent apprendre à devenir plus forts que nous, enchaina Igor ?
— Dans certains cas ils peuvent traiter plus d'information ou l'exploiter bien au-delà de nos capacités humaines. Mais encore faut-il leur donner cette information, leur dire où la trouver ou les programmer pour la collecter. Ils apprennent ce qu'on leur permet ou ce qu'on leur demande d'apprendre.
— En un sens, leur stratégie de résolution devient plus élaborée et plus efficace, ajouta Marie. Mais elle reste la

stratégie qu'on leur a demandé de suivre, même si nous, humains, ne sommes plus capables de la suivre dans sa mise en pratique.

— Nous reviendrons plus en détail sur les mécanismes d'apprentissage, déclara le professeur dans le but de clore la discussion. »

Pour terminer la présentation, Marie ajouta quelques mots au sujet de la « complexité algorithmique ». En informatique théorique et en mathématiques, cette grandeur quantifie la difficulté du problème à résoudre. Lorsque la structure ou la typologie du problème permet de déterminer cette valeur, ceci donne une indication sur le nombre d'opérations qu'il faut réaliser pour trouver la solution. Plus le problème est « grand », par exemple, les trois segments de l'exemple précédent peuvent devenir mille segments, ou un million de segments, c'est-à-dire des milliards de possibilités, plus la valeur de la complexité augmente. L'étude théorique des problèmes et l'estimation de leur complexité, permet de savoir s'il est possible de trouver des solutions à ces problèmes et de quantifier les besoins en ressources de calcul. Pour certains problèmes, nous savons à l'avance qu'il faudra se contenter de solutions approximatives, tant le nombre de candidats à considérer, ou le nombre d'opérations à réaliser, est élevé. Quand cela est possible, il est bon de chercher les algorithmes et les stratégies dont la complexité – le nombre d'opérations à réaliser – est plus faible. Il faut néanmoins s'assurer que ces stratégies ne compromettent pas exagérément la qualité de la solution.

***

Au bout de quelques jours de discussion seulement, les étudiants avaient beaucoup appris. Pour traiter leurs différents problèmes de décision, ils savaient que de nombreux outils mathématiques et moyens de traitement informatiques étaient à leur disposition. Mais ils savaient aussi que ces outils et ces moyens ne peuvent pas tout ni ne garantissent pas tout. Certains problèmes sont trop difficiles pour être résolus de façon exacte ou par la force brute. Il faut les aborder en utilisant des stratégies nécessairement élaborées par l'homme. La puissance de calcul seule n'est pas suffisante.

Ils commençaient à percevoir qu'un cadre mathématique trop rigoureux peut craqueler sous l'effet de la complexité du monde réel. Ou plutôt, qu'en adoptant un regard trop rigide ou trop idéaliste, nous pouvons nous retrouver piégés dans des impasses mathématiques, à contempler chaque combinaison possible, sans nous rendre compte qu'avec un peu de malice et d' « intelligence », il est possible d'être beaucoup plus efficace. Ils commençaient à ressentir qu'en adoptant une vision trop étroite, nous pouvons devenir esclaves de nos propres outils et de nos propres constructions intellectuelles. Néanmoins, ceci était une discussion qui requerrait davantage de recul et d'expérience. Le professeur les guiderait progressivement.

La complexité mathématique, au sens combinatoire – le nombre de candidats à considérer ou la taille des problèmes – n'est qu'une des difficultés à affronter. Pour décider, pour choisir une alternative, il faut aussi être capable d'anticiper les conséquences de nos actions. Il faut raisonner de façon « juste ». Ce n'est qu'à partir de nos raisonnements et de nos conclusions que nos choix possibles – les candidats – sont évalués et comparés.

La suite du travail conduirait à s'intéresser plus en détail aux notions de raisonnement et de connaissance et à leur influence sur nos décisions. Le sujet de la rationalité – la capacité à mobiliser notre connaissance avant de déterminer nos choix – parfois calculatoire, parfois intuitive – songeons aux heuristiques – leur réservait encore des surprises.

Les limites indiscutables de notre aptitude à obtenir la « bonne solution » par l'algorithmique entachent déjà l'idéal de rationalité que nous cherchons généralement à poursuivre. Peut-être ne faut-il pas confier notre sort aux mains des machines et des programmes trop rapidement…

FELIX QUI POTUIT RERUM COGNOSCERE CAUSAS

-

« Heureux celui qui peut connaître les causes des choses »

DEUXIEME PARTIE
LA LEÇON

Des anticipations, des prédictions, des diagnostics

Leurs travaux avaient débuté depuis maintenant plus de deux semaines. Des habitudes commençaient à s'installer et une certaine régularité caractérisait à présent leurs journées de travail. Chaque matin, à l'entrée de l'université, le journal était distribué gratuitement dans de grands présentoirs métalliques placés à l'abri du vent et des intempéries. Les membres du groupe se saisissaient généralement d'un exemplaire avant de traverser la cour principale et de se diriger vers le département de statistiques. Certains roulaient le papier dans leurs mains et poursuivaient leur trajet, accompagnés par le bruit des pas et des conversations de ceux qui rejoignaient leurs salles de classe. D'autres se risquaient à concentrer un instant leur attention sur les gros titres en première page ou sur le sommaire du journal. Ils relevaient périodiquement la tête afin d'éviter les collisions éventuelles ou pour s'assurer qu'ils tenaient leur cap.

L'arrivée du dernier étudiant du groupe déclenchait d'habitude la mise en route de la machine à café. Alors que les discussions matinales s'amorçaient et que le café se mettait à couler, ils parcouraient plus en détail le contenu de leur quotidien.

« Je t'avais bien dit qu'ils n'avaient aucune chance, lança Inès. Après la mauvaise saison qu'ils ont passée, je ne vois vraiment pas comment ils auraient pu battre les quadruples tenants du titre.

— Mais c'est notre équipe locale. On a toujours envie d'espérer. Et tant pis pour l'objectivité, répondit Philippe.
— Pas très rationnel tout ça. Tu aurais parié avec moi si je te l'avais proposé ?
— Peut-être. Pourquoi est-ce que tu me demandes ça ?
— Pour savoir si je pourrais te prendre ton argent à l'avenir. »

Ils se mirent à rire tous les deux.

Ce matin-là, de nombreux articles déclenchaient des discussions dont l'intérêt résidait parfois au-delà de la simple curiosité. Ils profitaient de ces échanges pour s'informer. Ils discutaient des applications qui se rapportaient à l'informatique ou au traitement des données. Ils exploitaient favorablement la diversité des opinions et des compétences au sein du groupe. La lecture du journal était un exercice tant agréable que profitable.

Igor et Elias atteignaient la section sciences et technologies. « Tu as vu ? Ils ont mis sur le marché un nouveau véhicule électrique, avec les dernières générations de batteries. Ils annoncent 400 kilomètres d'autonomie.

— Tu penses vraiment que la valeur est fiable ? interrogea Elias. Mes parents ont une voiture électrique et heureusement que l'aller-retour vers notre maison de campagne fait moins des 200 kilomètres annoncés par le constructeur. Sinon, nous nous serions retrouvés coincés plus d’une fois. Bon, il est vrai que mon père a une conduite disons, un peu sportive.

— Je pense que le nombre qui t’est donné correspond à une situation moyenne. Si vous êtes quatre dans la voiture et que ton père n’est pas trop regardant sur les limitations de vitesse, il faut que tu t’attendes à une autonomie plus faible que celle prévue en moyenne. Avec plus de poids et une consommation de puissance plus forte à haute vitesse, tu vas affaiblir plus rapidement la capacité de ta batterie. Donc ton autonomie, c’est-à-dire la distance que tu pourras parcourir, va baisser.

— Ils devraient indiquer une valeur d’autonomie qui soit en accord avec chaque situation. Ça serait utile.

— Je pense que sur la plupart des modèles, l’ordinateur de bord te fournit une prévision de l’autonomie restante en fonction de ta propre consommation énergétique. Elle est calculée à partir des kilomètres déjà parcourus lors de ton trajet.

— Et c’est précis ?

— Si ton comportement est assez régulier sur le reste du trajet, je pense que oui. Enfin, peut-être qu’il ne faut pas trop jouer avec le feu. Mieux vaut conserver un peu de marge pour ne pas se retrouver bloqué. »

Quelques pages plus loin, la rubrique santé retenait l’attention de tous les membres du groupe. Elle illustrait certains des développements permis par l’automatisation des traitements informationnels – désignation moins trompeuse que celle d’ « intelligence artificielle » – dans le domaine médical. « Tu crois que l’on fait apprendre à l’ordinateur ce que les médecins apprennent lors de leur cursus ? demanda Pauline.

— Je pense qu’il s’agit d’abord de lister l’ensemble des symptômes associés à chaque maladie, déclara Inès. On établit la connexion entre une cause – une maladie ou une affection particulière – et ses conséquences probables – certains symptômes connus. Ce sont ces liens, des causes vers leurs effets probables, que l'on renseigne dans l'ordinateur.

— Et une fois qu'il les connait ?

— Le patient communique à l'ordinateur les symptômes qu'il présente. Le programme tente ensuite d'identifier la maladie qui pourrait être à l'origine de ces symptômes, en remontant le fil des liens causaux spécifiés. Il propose alors un diagnostic adapté, au regard des symptômes qui lui ont été décrits. En fait, il procède de la même manière que le ferait un médecin humain.

— Alors qu'est-ce que ça change ?

— En pratique, le programme est capable de retenir et de vérifier beaucoup plus de liens. Il est capable d'interroger des bases de règles ou d'exemples de façon beaucoup plus étendue et rapide.

— Le problème c'est que l'ordinateur ne va pas venir prendre ta tension ou observer ta gorge, n'est-ce pas ? lança Philippe.

— Non, ce n'est pas vraiment le problème, lui répondit Maire. Enfin cela représente certes une difficulté, mais elle est indépendante de la question du raisonnement. En revanche, un des points délicats du diagnostic automatisé, c'est de s'assurer que l'on a bien pris en compte tous les éléments importants.

— Tu veux dire lorsque l'on apprend à l'ordinateur les liens entre cause et conséquences probables ?

— En effet. Disons que le médecin humain sera plus apte à prendre en compte un élément nouveau, qui lui parait important, puis à ajuster sa décision. Surtout dans des cas complexes. Le programme lui, appliquera uniquement les règles qu'il a apprises. Si la conception de ce programme est trop rigide ou étroite, il s'adaptera difficilement à des circonstances plus subtiles.

— Alors il faut qu'il soit bien conçu.
— Oui, mais c'est plus facile à dire qu'à faire, dit alors Marie. Néanmoins et assez souvent, le programme pourra non seulement établir un diagnostic, mais aussi fournir une indication sur la confiance attribuée à ce diagnostic. Il pourra même proposer plusieurs diagnostics alternatifs et présenter certains comme plus vraisemblables que d'autres. Dans ce cas, le médecin peut reprendre la main et analyser la réponse de la machine en faisant preuve de plus de discernement. »

Dans un autre encadré de la même page, un article mentionnait l'analyse automatisée d'images radiographiques et de scanners. « Cela fonctionne de la même façon que les outils de reconnaissance de visages qui sont proposés pour analyser les photos publiées sur les réseaux sociaux ? demanda Elias.

— Oui, on pourrait dire ça, enfin du point de vue mathématique tout du moins, déclara Marie.
— Comment ça ?
— Du point de vue des traitements qui sont effectués.
— Quel genre de traitements ?
— Une image c'est une matrice de pixels, c'est-à-dire un tableau composé d'un ensemble de points colorés, ou plutôt des différentes valeurs numériques qui identifient ces couleurs. Il est possible de trouver des régularités ou des motifs dans ces tableaux de valeurs numériques.
— Des motifs ?
— Un visage présente des caractéristiques communes avec un autre visage : il est relativement elliptique, il est plutôt symétrique, il est composé de deux yeux, plus ou moins distants, d'un nez et d'une bouche, plus ou moins larges. Dans le cas d'une tumeur, d'une lésion ou d'une inflammation, il existe aussi des régularités de forme, de dimensions ou de couleurs. Mathématiquement, on peut

évaluer la similitude entre deux tableaux de valeurs. On peut calculer une sorte de distance numérique entre deux images. Plus l'écart est faible, plus les images étudiées se ressemblent.

— Je crois que je perçois l'idée. On montre d'abord à la machine des images de tumeurs, afin qu'elle apprenne à quoi celles-ci ressemblent, et on lui demande ensuite si elle retrouve des tumeurs dans une nouvelle image à analyser. C'est ça ? proposa alors Pauline.

— C'est ça, exactement comme si on lui avait déjà présenté le visage d'un individu et qu'on lui demandait de conclure sur la présence de cet individu dans une nouvelle photo. Si la distance mathématique entre les matrices est faible, il est assez probable qu'il s'agisse du même individu. Le truc pour que cela fonctionne bien, c'est de choisir un critère, ou un ensemble de critères – la fameuse distance entre les matrices – qui caractérise bien ce que l'on tente d'identifier. On cherche alors des critères ou des manipulations des données qui soient pertinents pour l'analyse de visages, ou pour l'identification d'anomalies médicales. Des critères qui soient assez discriminants.

— Mais la reconnaissance de visages conduit parfois à des erreurs, n'est-ce pas? ajouta Igor.

— C'est possible, mais le programme peut aussi produire une valeur de vraisemblance plutôt qu'une réponse binaire. Il peut être plus ou moins confiant dans le fait qu'il a bien identifié un visage ou non. C'est à nous qu'il revient d'analyser le résultat avec un regard critique, conclut Marie. »

La lecture se poursuivait et ils arrivaient maintenant aux pages économiques. Un article dévoilait que les prévisionnistes institutionnels – les agents de l'Etat en charge de ces anticipations – tablaient sur une croissance du produit de l'économie – le PIB – de 1,6%, pour l'année à venir. « J'aimerais bien savoir comment ils peuvent déterminer cela ? interrogea Marie à son tour.

— Je pense qu'ils génèrent différentes prédictions à partir de plusieurs approches et qu'ils les combinent ensuite pour obtenir un résultat qui tienne la route, déclara Elias.
— Selon moi, ces prévisions ne valent pas grand-chose, lança de son côté Pauline. Tout cela semble un peu trop hypothétique.
— Je crois que je suis assez d'accord, acquiesça Philippe.
— Quelles approches ? insista alors Marie.
— Ils peuvent regarder les tendances sur plusieurs années consécutives et identifier des cycles ou des motifs qui se répètent sur le temps long. Ils vont alors supposer que ces tendances se répéteront plus ou moins à l'avenir.
— Mais cela pourrait très bien ne pas être le cas ? ajouta à son tour Inès.
— C'est vrai. C'est probablement pour cela qu'ils combinent les résultats de plusieurs approches. Ils peuvent exploiter différents types de données, celles collectées lors des années précédentes ou dans d'autres pays, afin d'en déduire des « corrélations statistiques » entre certains « facteurs ». Par exemple, ils peuvent tenter de relier la croissance de l'économie au niveau des investissements de l'année précédente, aux tendances constatées dans l'évolution de la consommation ou de l'épargne des ménages, ou encore, à des critères plus qualitatifs, comme ceux extraits d'enquêtes sur la confiance des entreprises ou des consommateurs. Ils exploitent ensuite ces liens observés, appris ou supposés, entre les différents éléments connus et les grandeurs à prévoir, afin de construire des modèles et de produire des conclusions.
— Et ça marche ?
— C'est souvent très compliqué, avoua Elias. Il y a de nombreux facteurs qui peuvent influencer les comportements, ce que les gens consomment ou ce que les

entreprises produisent. Par ailleurs, les situations sont rarement comparables et les conditions rarement identiques. Les prévisionnistes ont de plus en plus recours aux moyens informatiques, tant les phénomènes économiques peuvent être compliqués à saisir.

— Je crois qu'un des soucis, c'est que beaucoup d'analystes veulent apparaitre comme des gens sérieux et compétents, ajouta Igor. Alors, j'imagine qu'ils ont du mal à concéder que le sujet est plus complexe qu'il ne veulent bien l'admettre, ou à reconnaitre leurs erreurs lorsqu'ils se trompent.

— Je suis bien d'accord, ajouta Pauline. Je pense qu'au-delà de la complexité scientifique, il y a aussi des phénomènes psychologiques ou sociaux en jeu. Par exemple, ils ont tendance à être ouvertement rassurants pour éviter d'éroder la confiance qu'ils veulent que les gens maintiennent pour consommer et investir.

— En ce qui concerne la science de l'analyse et de la prévision économique, il vaut mieux conserver un esprit critique, tant sur le plan mathématique que pratique, admit finalement Elias. »

Après ces quelques minutes de discussion, certains regagnaient leur bureau et entamaient concrètement leur travail de recherche. Marie et Elias poursuivaient leur discussion. Leur attention se portait sur un second article de la rubrique économique. Il déclarait que le secteur de l'assurance avait connu de bons résultats au cours de l'année écoulée. « Ils se débrouillent toujours pour dégager un profit. Je me demande bien comment ils font pour toujours tirer leur épingle du jeu, déclara Marie.

— Avec les données qu'ils collectent chaque année et à force de sinistres et de demandes d'indemnisation, ils arrivent à estimer, par des analyses statistiques et de manière assez précise, les probabilités de voir se manifester tel ou tel type d'incident.

— J'imagine qu'ils fixent les prix des cotisations des assurés de telle sorte qu'ils n'aient pas à débourser plus qu'ils ne l'ont prévu ?
— Oui, quelque chose comme ça. Ils prennent même surement une marge par rapport à ce qu'ils estiment devoir payer ensuite. Cependant, il n'est pas facile de le vérifier, car ce sont eux qui disposent des données.
— Certes, mais il me semble que s'ils sont un peu trop gourmands, la concurrence proposera des tarifs plus attractifs.
— On peut le penser oui. Tant qu'ils ne s'entendent pas entre eux, plaisanta Elias. Mais, je pense qu'il peut aussi leur arriver de se faire surprendre. Les prédictions sont basées sur ce qui a été observé par le passé et l'avenir n'est pas toujours une reproduction à l'identique du passé. »

Assis à son bureau, Philippe parcourait la section politique du journal. Il leva la tête par-dessus son écran et croisa le regard de Pauline. « Une vraie course sportive, s'exclama-t-il. On est à plus de deux ans de l'élection et ils nous sortent déjà des pronostics.

— Tu parles du sondage ? lui répondit Pauline.
— Oui, qu'est-ce que tu en penses ?
— Premièrement, que la prévision a le temps de changer dix fois avant l'échéance. Et deuxièmement, je ne sais pas trop quoi penser des méthodes qu'ils utilisent pour prévoir le résultat de l'élection.
— En général, les sondeurs sollicitent un échantillon d'électeurs par téléphone, intervint Marie. Ils supposent que ce qu'ils observent, en termes de proportions, avec ce petit groupe de personnes, est représentatif de ce qui se produira à grande échelle.

— Oui, mais ça n’est pas toujours très fiable. Il me semble qu’ils ont tendance à se tromper assez régulièrement.
— Pour avoir une prédiction assez juste, il faut que l’échantillon soit suffisamment grand et que sa composition ressemble suffisamment à la composition de la population tout entière. Par exemple, le fait de solliciter uniquement des gens par téléphone à leur domicile peut générer un biais. C’est le cas si la répartition de ceux qui répondent au téléphone à leur domicile n’est pas uniforme dans la population. Constituer un « échantillon représentatif » est un art assez délicat.
— Comme dans d’autres domaines, il faut tenir compte de la façon dont on a obtenu l’information si l’on veut en tirer les bonnes conclusions, dit à son tour Inès. Il faut voir aussi qu’au-delà de la prévision elle-même, il est bon d’avoir une idée de la confiance que l’on peut accorder à cette prévision. On peut, par exemple, raisonner en termes d’intervalle, plutôt qu’en donnant une valeur unique. »

Ils avaient désormais largement consacré leur quota de temps quotidien aux discussions autour du journal. Enfin presque. Assis à leur bureau, tous pouvaient juger aisément de la qualité d’une autre prévision. Celle-ci était communiquée à la page météo du journal. Il leur suffisait pour cela de diriger le regard vers l’extérieur. Comme annoncé, un ciel sans nuages surplombait l’université, confirmant par sa présence la justesse de la prédiction. Igor racontait à ses camarades que celle-ci était basée sur des calculs numériques et des modèles physiques très élaborés. Ces modèles décrivaient des mécanismes naturels et anticipaient, par exemple, l’évolution temporelle de champs de pressions et de températures, à partir des informations qui remontaient depuis les nombreux capteurs disséminés en différents endroits du territoire.

***

Au gré des articles du journal et en naviguant au travers des différents domaines du savoir, les étudiants rencontraient de multiples exemples de mise en pratique des mécanismes du « raisonnement », ou dit autrement, des mécanismes du « traitement de la connaissance ». Dans tous ces domaines, les analystes, humains ou programmes, utilisent des données – des observations consignées – des hypothèses et des modèles, afin d'élaborer ensuite des jugements, des anticipations, des prédictions ou des diagnostics. Ils exploitent toute la connaissance à leur disposition, avec l'intention de produire des conclusions utiles.

La discussion qui s'établissait régulièrement, à propos de la qualité de ces conclusions, constitue un point crucial dans l'étude des mécanismes de raisonnement. Certains jugements sont basés sur une compréhension aiguë des phénomènes et de l'influence des différents facteurs qui conditionnent la réalisation de ces phénomènes. Certains jugements reposent parfois sur des hypothèses complexes et difficiles à vérifier. D'autres impliquent des simplifications, parfois inévitables, du problème pratique à traiter. Dans ce cadre, *il apparait souhaitable de s'intéresser non seulement au jugement produit, mais également à la façon de le produire*. Il faut se montrer attentif à la qualité de ses propres conclusions. *Il est bon de s'interroger sur ce qui a pu être occulté ou sur ce qui peut conduire à des erreurs*.

Quelles « erreurs » ? Les manifestations de l'« écart » qui peut exister entre une prévision ou un jugement particulier et l'observation associée, réalisée ou encore à réaliser, dans le monde réel. Entre une quantité ou un fait, constaté, et sa « représentation » mathématique. Entre la prévision et sa réalisation. La première appartenant pleinement au « monde des idées ». La seconde, au « monde réel ».

Il est important d’étudier ces questions méthodiquement et avec rigueur. Il faut alors entrer sur le terrain conceptuel. Il faut considérer les mécanismes du raisonnement « en général » plutôt qu’« en particulier », c’est-à-dire indépendamment du problème pratique traité. Le professeur s’emploierait à cette tâche. Il décrirait progressivement, et en illustrant son propos à l’aide d’exemples, les fondamentaux de nos constructions intellectuelles. Les fondamentaux de notre vision du monde réel et du monde – mathématique – des idées.

Connaissances du monde des idées et du monde réel

Les étudiants du groupe disposaient d'une autonomie complète pour mener leurs recherches. Ils cherchaient à cerner le sujet dans son ensemble. Ceci s'avérait délicat tant le nombre d'applications était rendu important par la grande diversité et par l'enthousiasme des différents participants au jeu médiatique. Dans le foisonnement des travaux et des développements disponibles, il n'était pas évident de construire une vision globale ou de former un avis critique. Comment identifier les perspectives intéressantes, les difficultés récurrentes ou les directions dans lesquelles un travail de recherche serait souhaitable ?

Le professeur n'avait pas souhaité les abreuver de théorie dès les premiers instants. Il avait offert d'intervenir lorsque les étudiants en feraient la demande. Il proposait de leur fournir une vision plus méthodologique et structurée.

Sa première intervention était programmée pour ce matin. Tous désiraient connaître l'opinion du chercheur expérimenté. Tous étaient impatients d'en savoir plus sur les spécificités du lien entre statistiques, informatique, calcul et décision.

Il les invitât à prendre place autour du tableau blanc. Il saisit un marqueur et inscrivit clairement en haut du tableau la mention « traitement de la connaissance », qu'il souligna. En dessous, il ajouta « mécanismes de raisonnement ». Enfin, il sépara d'une ligne verticale le tableau en deux parties égales. Du côté droit il indiqua « raisonnement déductif » et du côté gauche « raisonnement inductif ».

Il laissa planer un court silence puis démarra son intervention. « Commençons véritablement par le commencement. Que savons-nous ? Comment se constitue notre connaissance ? Comment organisons-nous notre connaissance ? Comment exploitons-nous notre connaissance ? *Quelle « devrait » être la « bonne méthode » utilisée par le scientifique* ?

« Peut-être vous demandez-vous quel est le rapport avec le calcul, la prédiction ou l'exploitation de données. Vous allez le percevoir progressivement. Mais avant toute chose, il est indispensable de bien poser les bases. Pourquoi ? Eh bien, au premier abord, l'étude des principes qui structurent votre raisonnement va peut-être vous apparaître comme une subtilité théorique. Mais ces principes auront un impact fort sur votre façon de voir le monde et de le comprendre. Beaucoup de vos camarades sont capables d'utiliser des outils mathématiques, de faire des calculs et de résoudre des problèmes. Mais beaucoup moins considèrent ces outils pour ce qu'ils sont : seulement des outils. Et, comme pour tous les outils, c'est souvent la façon de les utiliser qui va déterminer la qualité de l'ouvrage ; le talent de l'artiste – *l'artiste du traitement de la connaissance*. Alors, concentrez-vous quelques instants. Ce qui suit est plus important qu'il n'y paraisse. »

« Que savons-nous ? interrogea le professeur. D'abord, les choses que nous pouvons observer dans notre environnement immédiat par l'intermédiaire de nos capacités sensorielles ou à l'aide d'outils de mesure. Par exemple, il y a trois moutons dans le champ du voisin. Ou alors, la température dans la pièce est de 21°C. Nous pouvons consigner ces observations à l'aide de descriptions mathématiques : le nombre de moutons, la valeur de la température. Nous pouvons ensuite formuler toutes sortes de propositions à propos de nos observations, immédiates ou passées. Ces propositions peuvent être vraies ou fausses. Par exemple, j'ai mis vingt minutes pour me rendre à l'université ce matin. Ou encore, hier j'ai soulevé deux cents kilos avec une seule main. Au passage, il n'y aura guère de débat entre nous sur le fait que cette dernière proposition est probablement fausse. Nous pouvons également formuler des propositions relatives à des éléments qui n'ont pas, ou pas encore, été observés. Par exemple, demain il va pleuvoir. Cette proposition peut être vraie ou fausse au moment où je la formule, mais elle ne pourra être vérifiée que le lendemain, par l'observation.

« Comment se constitue notre connaissance ? Voilà donc une première réponse : *par l'observation et par les propositions que nous pouvons formuler à partir de nos observations.* » Le professeur leur fit remarquer que le terme de « données », régulièrement utilisé en statistiques, traduit simplement la « consignation des différentes observations », souvent sous forme numérique – la température, le nombre de moutons, le temps pour rejoindre l'université.

Il reprit sa description. « *Une autre partie de notre connaissance est construite par le raisonnement et par notre capacité à relier des propositions entre elles pour en extraire d'autres propositions.* Comme je l'ai inscrit ici, dit-il en montrant le tableau, il y a deux modes de raisonnement. A droite, le « raisonnement déductif », qui conduit depuis des propositions certaines et à l'aide de « règles » certaines, vers d'autres propositions certaines. A gauche, le « raisonnement inductif », qui exploite des propositions particulières et les relie à des propositions plus générales. Ce dernier mode permet l'élaboration puis l'exploitation de règles. Celles-ci sont néanmoins incertaines – ou imparfaites. »

« Commençons par le raisonnement déductif, déclara-t-il. Il est particulièrement représentatif du monde idéal des mathématiques. Il est l'emblème de la « logique » mathématique – la manipulation des propositions. Vous souvenez-vous de ce qu'a dit Marie il y a quelques temps ? Tu vois de quoi je veux parler Marie ?

— Oui, je crois que je vois. Dans le monde mathématique tout se passe bien, pourvu que l'on en respecte les règles, dit Marie

— Exactement, reprit le professeur. Des règles certaines ou des règles qui correspondent à des manipulations autorisées, validées et sûres. »

Il développa son propos. « Donnons un exemple assez classique. Considérons la proposition suivante : Socrate est un philosophe né en Grèce au VIe siècle avant J.C. Notons cette proposition x. Si l'on en croit les historiens, cette proposition est vraie. Admettons aussi, pour le moment, que la règle suivante est vraie : tout homme vivra moins de deux cents ans. Alors, étant donné que la première proposition est vraie et que la règle est vraie, on obtient ici *par déduction*, la seconde proposition : Socrate a vécu moins de deux cents ans. Notons cette deuxième proposition y. On exprime cette déduction logique par la notation $x \rightarrow y$. Cette expression se lit « *x implique y* ». Ou encore, *si* x est vraie et *si* $x \rightarrow y$ est vraie, *alors*, par déduction, y est vraie.

« La formulation plus concise et plus classique de ce même exemple est : Socrate est un homme, tous les hommes sont mortels, *donc* Socrate est mortel[1]. Voici le schéma du raisonnement par déduction. Une proposition certaine, dite « prémisse », conduit par l'intermédiaire d'une règle certaine à une autre proposition certaine, dite « conclusion ».

« Ici cela signifie, si l'on tient compte du fait que Socrate est né au VIe siècle avant J.C., qu'il n'est plus parmi nous aujourd'hui. Nul besoin d'avoir observé son décès. Nous sommes certains qu'il a eu lieu, car cette conclusion a été

[1] En toute rigueur, pour l'application d'une règle à un élément particulier, on écrirait : $\forall x, homme(x) \rightarrow mortel(x)$. Cette expression se lit : pour tout élément x – par exemple Socrate – si x est un homme alors $homme(x)$ est vraie, puis par déduction $mortel(x)$ est vraie. Socrate est donc bien mortel. L'implication est ici une règle, vraie pour tous les hommes, donc vraie en particulier pour Socrate.

obtenue par déduction à partir d'éléments connus comme vrais et certains. Par le biais du raisonnement, il est donc possible de réaliser des « prédictions » à propos d'éléments que l'on n'a pas directement observés. On prédit y à partir de x et de la règle qui relie y à x. On produit un nouvel élément de connaissance – une conclusion – au moyen du raisonnement.

« Par ce mécanisme, notre connaissance peut, en quelque sorte, s'étendre et se développer[2]. Il est possible de générer des propositions plus élaborées à partir de proposition plus simples, en appliquant des règles certaines. Une grande partie de toute l'architecture des mathématiques est construite ainsi. On part de quelques propositions, que l'on considère comme vraies, des « axiomes », et on en déduit un ensemble de règles et de propriétés associées aux différents objets mathématiques. On peut ensuite utiliser ces règles pour en tirer de nombreuses conclusions certaines. Voici quelques exemples très simples. Si j'ai trente ans aujourd'hui, dans quatre ans, j'aurai trente-quatre ans. Si mes parents partagent 300 euros entre mes deux sœurs et moi, chacun de nous aura 100 euros. Ces conclusions certaines découlent naturellement des règles autorisées de calcul et de manipulation algébrique[3].

— En clair, vous dites que la plupart des opérations mathématiques les plus élémentaires correspondent à une application du raisonnement par déduction ? demanda Philippe.

— Tout à fait, acquiesça le professeur. Pour simplifier, les mathématiques fonctionnent largement selon le schéma : « Si…Alors ». *Si* je m'assure qu'un ensemble de conditions est bien respecté, *alors* je peux en déduire tel ou tel résultat.

---

[2] Un tel mécanisme est une opération purement intellectuelle, qui s'applique à des objets formels – des idées dans un monde virtuel.

[3] Les règles algébriques s'appliquent à la manipulation de nombreux « objets mathématiques », dont les nombres font partie.

— Reste ensuite à manipuler correctement les propositions afin d'obtenir les conclusions qui nous intéressent, ajouta Marie. »

Le professeur acquiesça à nouveau. Il reprit ensuite. « Tout cela fonctionne bien tant que l'on utilise des objets mathématiques idéals – des nombres, des variables, des distances, des figures, des vecteurs, des fonctions, etc. On peut appliquer des règles certaines à ces objets et ainsi en tirer des conclusions certaines.

« Le raisonnement par déduction nous permet de réaliser un grand nombre de manipulations diverses et variées, mais il a ses limites. Le monde mathématique « idéal » – étymologiquement, celui qui dérive de l'idée – est une construction mentale. Lorsque l'on va être confronté à la prise de décisions, on va s'intéresser au monde « réel » – au monde sensible – et tenter de le comprendre. En quittant le monde idéal, on va faire usage d'un autre mode de raisonnement. Un raisonnement qui va s'appuyer nécessairement sur des règles imparfaites. On va se détacher du monde formel des mathématiques pour entrer dans le monde réel, dans le monde des sciences naturelles ou des sciences humaines[4]. »

« Prenons à nouveau un exemple. Revenons un instant à la règle que l'on a admise comme vraie : tout homme vivra moins de deux cents ans. Selon vous, d'où vient cette règle ? Est-elle vraie ? Est-elle certaine ?

— Je dirais que oui, répondit Igor. Elle est vraie et certaine. On n'a jamais vu d'homme de plus de deux cents ans.

---

[4] Ces disciplines ont pour objet la compréhension de la nature ou la compréhension des organisations et des actions humaines. Certains parlent de sciences dures et de sciences molles. C'est une distinction malheureuse. Ce sont dans les deux cas des sciences du réel, qui s'appuient en définitive sur le mode de raisonnement inductif.

— Donc, vous vous appuyez sur des observations pour établir cette règle et juger de sa validité ?
— Oui.
— Pensez-vous qu'elle est et qu'elle sera toujours vraie et dans tous les cas ?
— Euh, je pense que oui, dit-il plus hésitant.
— Vous n'en êtes pas sûr ?
— Non, en toute rigueur, pas complètement.
— Alors il semblerait que ce n'est pas une règle certaine.
— Peut-être pas finalement. »

Le professeur poursuivit. « On quitte ici le confort de l'exactitude mathématique. On raisonne à présent à partir des éléments du monde réel. On utilise alors le raisonnement inductif. On s'appuie sur des observations particulières et on tente d'en extraire des conclusions générales. Les hommes que l'on a observés ont toujours vécu moins de deux cents ans. On « généralise » en disant : « tous les hommes » vivent moins de deux cents ans, c'est-à-dire même ceux que l'on n'a pas observés, ou pas encore observés. Cette règle a été construite sur la base de nos observations. Elle est une « règle induite ». Le mode de raisonnement inductif nous permet de « produire » de la connaissance. Une connaissance permettant de décrire – d'anticiper, en toute rigueur — ce qui se situe au-delà de nos seules observations. Il nous permet d'établir des règles, que l'on pourra ensuite utiliser pour réaliser des prédictions.

« Mais il faut être prudent. Cette règle issue de l'observation du monde réel est plus fragile que celles utilisées dans le cadre de la déduction. Elle n'est pas vraie par construction ou par nécessité logique. Elle nous semble vraie parce qu'elle est largement confirmée par nos observations. Mais il suffirait de constater un seul cas où elle ne s'applique pas, une seule exception, pour qu'elle en devienne fausse. Est-il probable que l'on rencontre une exception dans le cas présent ? Visiblement très peu, car on conçoit mal un homme de plus de deux cents ans. Mais il n'existe pas d'argument logique pour le garantir.

Cette règle est alors incertaine. Très probablement vraie, mais néanmoins incertaine – imparfaite[5].

— Monsieur, je ne vois pas vraiment où vous voulez en venir, déclara à son tour Elias.
— Il s'agit d'être rigoureux sur les principes du raisonnement. Est-ce que vous pensez que l'on va pouvoir décrire le monde réel uniquement en utilisant des règles certaines, parfaites au sens de la logique mathématique ? interrogea le professeur.
— J'imagine que non, lui répondit-il.
— Et vous avez raison. On va aussi produire des règles sur la base de nos observations. Elles seront utiles, mais imparfaites, car elles pourront présenter des exceptions. Il faudra tenir compte de ce caractère imparfait afin d'éviter les erreurs. »

Il reprit ensuite. « Pour obtenir ces règles induites, on va aussi s'appuyer sur une autre constatation : *notre monde réel présente des « régularités »*[6]. On va exploiter ces régularités. *Dans des « circonstances semblables » on va souvent observer des « conclusions semblables »*. Faisons simple. Que pensez-vous qu'il va se passer si je me positionne au sommet d'une

---

[5] Le caractère parfait d'un objet n'est pas une qualité immanente. Il est à l'appréciation de celui qui le revendique. En clair, l'objet est parfait parce que l'on déclare qu'il est parfait. On déclarera parfaite une règle dont on estime qu'elle s'applique sans exceptions. Si l'on entrevoit une exception possible, la règle n'est plus parfaite. La plupart des règles mathématiques sont parfaites par construction. On s'assure qu'il n'existe pas de cas qui les invalide. En logique, si une seule exception existe, la règle n'est pas imparfaite mais fausse. En revanche, on ne construit pas les « règles du monde réel », on tente simplement de les étudier afin de pouvoir les exploiter de façon utile.

[6] Cette remarque est un point central dans toute entreprise de prédiction et d'anticipation, et donc, dans toute quête de « rationalité ». Sans elle, les outils mathématiques seraient tout à fait inopérants dans le réel.

falaise et que je lance une pierre, ou que je tire un boulet de canon ? Est-ce que le projectile va s'élever dans les airs ou venir chuter au pied de la falaise ?

— Chuter au pied de la falaise, répondirent-ils tous en chœur.
— Comment le savez-vous ?
— C'est logique, ajouta Pauline.
— Ce n'est pas le bon terme, corrigea Igor. Disons plutôt que c'est ce qui doit se passer d'après les lois de la physique. La gravité va attirer le projectile vers le point le plus bas.
— Donc, si je lance dix projectiles, cent projectiles, mille projectiles, il va toujours se passer la même chose ? leur demanda le professeur.
— Oui, acquiescèrent les étudiants.
— Ne pourrait-on pas en extraire une règle par induction ? Les projectiles que j'ai lancés ont tous chuté au pied de la falaise. J'en conclu que tout projectile lancé finira vraisemblablement au pied de la falaise. Cette règle est maintenant un élément de ma connaissance. Je pourrais l'utiliser pour faire une prédiction : pour « anticiper » ce qui « devrait » se passer si je décidais de lancer un nouveau projectile.
— Mais on pourrait aussi utiliser la loi de la gravitation pour faire cette prédiction, n'est-ce-pas ? insista Igor.
— Et qu'est-ce que la loi de la gravitation ? Restons sur terre pour faire simple.
— La loi physique qui dit que tout corps est attiré vers le sol, vers le centre de la terre.
— Et comment a-t-elle été obtenue ? Par un raisonnement logique ? questionna à nouveau le professeur.
— Non, par l'observation, j'imagine, répondit Igor.

— Tout à fait, c'est une relation[7] – une règle – induite. Une relation régulièrement observée et qui permet de réaliser des prédictions très précises. Tellement régulière qu'on la considère comme une loi de la nature. Mais elle n'est rendue nécessaire par aucun argument logique.

— Mais c'est quand même une relation parfaite? demanda Elias. Elle est toujours vraie.

— Pas au sens de la logique mathématique. Elle reste une règle induite de l'observation. Une règle du monde réel. Bien sûr, le fait d'y attacher une justification physique et de la déclarer « loi naturelle », renforce sa validité à nos yeux. »

Les étudiants étaient d'accord avec l'idée de règles établies ou apprises par l'observation. Cela semblait naturel et familier. La plupart des lois et des mécanismes décrits par la science physique avaient été établis par l'observation. Le professeur reprit alors le questionnement initial. « Comment se constitue notre connaissance ? Pour partie, *par l'exploitation de ce que l'on a pu observer dans le monde réel. Par des raisonnements inductifs visant à tirer profit des régularités constatées dans le réel et à s'en servir pour réaliser ensuite des prédictions*.

« Dans le monde du raisonnement inductif, dans le monde réel, il va falloir utiliser les bons outils pour décrire ces relations, tout en veillant à maitriser la qualité de nos jugements et de nos prédictions. Bien sûr, pour l'exemple du projectile, on peut faire

---

[7] En toute rigueur, c'est une relation mathématique établie entre la masse de deux corps, la distance qui les sépare et la force qui les attire l'un vers l'autre. Sur terre, en considérant l'altitude du projectile et la masse de la terre comme fixes, on peut s'en servir pour estimer l'évolution de la vitesse lors de la chute d'un corps. On parle d'accélération de la pesanteur $g = 9.81 m/s^2$ environ. Cette valeur, qui caractérise la relation entre différentes grandeurs physiques a été établie par l'observation – c'est une valeur « inférée par induction », obtenue par un raisonnement inductif. Pour être clair, on peut lâcher un objet, dix objets, cent objets ; dans les mêmes « conditions », la même relation entre ces grandeurs sera observée. On « généralise » en disant qu'elle est « toujours » valide.

des prédictions très précises. Mais il n'en est pas toujours ainsi. Certaines relations identifiées pourront être nettement moins précises, mais néanmoins utiles. Il va falloir *étudier les mécanismes et les régularités du réel avec méthode, en admettant que leur compréhension peut être imparfaite.* »

Le professeur conclut son intervention en se rapprochant à nouveau du tableau blanc. A droite, du côté de la déduction, il inscrivit : « conclusions certaines ». A gauche, du côté de l'induction, il inscrivit : « conclusions probables ». Il enchaina. « Pour décrire des conclusions probables, on va avoir besoin d'un langage et d'un outillage approprié : celui des probabilités. »

***

Lors de cette intervention, le professeur avait abordé un sujet assez conceptuel, celui des fondements de notre connaissance. Celle-ci s'appuie d'abord sur nos observations. Elle s'appuie aussi sur nos raisonnements et sur l'exploitation de nos observations ou d'hypothèses considérées comme vraies, au moyen de règles certaines et de règles imparfaites. Les premières s'établissent dans le monde idéal des mathématiques et sont applicables à ses objets. Les secondes sont apprises à partir de l'observation du monde réel et de la compréhension progressive de ses régularités et des mécanismes qui semblent le régir.

Quel était l'intérêt de cette leçon conceptuelle ? Mettre de l'ordre méthodologique et sensibiliser les étudiants aux spécificités et aux limites des différents modes de raisonnement. Leur indiquer les opérations que l'on peut appliquer à la connaissance, sans risquer de commettre des erreurs. *Qu'est-ce que la connaissance d'un fait, d'une observation – ou d'un ensemble d'observations – ou d'une règle nous permet de conclure ? Et, avec quel niveau de certitude ou* *de confiance ?* Après les principes qualitatifs, il fallait entrer dans le détail quantitatif : associer des valeurs à ces raisonnements, à ces prédictions, à ces jugements. Pour cela, il fallait faire appel à la notion de « probabilité ».

Probabilités : langage de l'incertain et connaissance du réel

« Je n'ai jamais été très à l'aise avec les notions de logique mathématique, déclara Igor. Tout cela me semble manquer de concret. Tout cela est trop rigide, trop formel.

— Pareil pour moi, ajouta Elias. En économie, on fait des prédictions à partir de nos hypothèses et de nos modèles, et on sait bien que ces prédictions ne sont pas à interpréter comme des valeurs exactes ou des certitudes.
— C'est peut-être parce que vous utilisez plus fréquemment des nombres, dit à son tour Pauline. En science politique, on s'intéresse parfois à la rhétorique. On étudie les arguments des uns et des autres et on juge s'ils sont justes ou non. J'imagine que l'on a un peu plus besoin de logique et un peu moins de calcul.
— Je ne pense pas que l'objectif du prof était de faire de nous des logiciens, intervint Marie. Il est clair que le sujet de la logique peut s'avérer très conceptuel. Je crois plutôt qu'il voulait nous dire de faire attention aux raisonnements que l'on utilise et à la qualité des conclusions que l'on obtient. La question ne se résume pas au fait que certains manipulent des propositions numériques et d'autres des propositions binaires – vraies ou fausses – ou qualitatives. »

La discussion entre les étudiants montrait que le débat sur les principes de raisonnement demandait à être illustré de manière pratique. Avec des exemples plus quantitatifs, ces principes seraient peut-être mieux compris. Mais avant cela, il fallait néanmoins prendre un peu de temps encore et aborder quelques questions délicates. Il fallait apprendre à marcher avant de courir.

Le lendemain, le professeur reprit le fil de son intervention. « On vient aujourd’hui sur mon terrain de jeu. Dans le monde enseignant ou académique, on parle souvent de « probabilités et statistiques ». Commençons par la vision la plus traditionnelle sur le sujet. Est-ce que quelqu’un parmi vous veut tenter l’exercice périlleux d’expliquer ce qu’est une « valeur de probabilité » ?

— On peut prendre un exemple, lança Inès. Si l’on considère un jeu de 52 cartes, on peut dire que la probabilité de tirer un As est de 1/13. Pourquoi ? Parce qu’il y a quatre As dans le paquet, donc quatre issues favorables, pour 52 issues possibles. Ce qui fait 4/52, ou en divisant la fraction par quatre : 1/13. Donc la probabilité de tirer un As est d’une chance sur treize.
— Ok, bien, c’est une façon de voir les choses en effet. Et que représente cette valeur véritablement ? Qu’est-ce que signifie « une chance sur treize » ?
— Au moment de tirer, je ne peux pas savoir ce qui va arriver. J’ai une incertitude sur l’issue du tirage. Il se pourrait que je tire un As et il se pourrait aussi que je tire douze autres types de cartes qui ne sont pas des As. En tirant au hasard, il n’y a pas de raison de penser que j’obtiendrais une issue particulière plutôt qu’une autre. La valeur 1/13 caractérise cet état de fait. Une des treize issues possibles me donne un As, les douze autres non.
— D’accord, c’est ce que l’on appelle l’interprétation « classique » de la probabilité, ajouta le professeur. Un autre point de vue ?
— Si l’on répète l’expérience de tirage aléatoire un grand nombre de fois, répondit Elias, on va tirer un As « une fois

sur treize » en moyenne[8]. La probabilité 1/13 correspond à la fréquence moyenne avec laquelle on verra apparaître un As, lors de tirages aléatoires répétés.

— Parfait, c'est une deuxième conception possible. On parle ici d'interprétation « fréquentiste ». Une autre idée ? »

Les étudiants réfléchirent, mais il ne leur apparaissait pas d'autre façon de définir la probabilité. Le professeur reprit. « Ce sont en effet les deux visions les plus courantes de la probabilité : les interprétations dites « classique » et « fréquentiste ». On a déjà vu apparaitre quelques termes intéressants : hasard, aléatoire, chance, issue, incertitude, fréquence, tirage. « Une chance sur treize », « une fois sur treize ». Ce sont les termes qui nous viennent à l'esprit lorsque nous parlons de probabilité. Et vous avez, sans surprise, choisi l'exemple du jeu de hasard pour parler de la probabilité.

« Il est vrai qu'une grande partie du développement du concept de probabilité est historiquement liée aux jeux de hasard. D'ailleurs, quoi de plus parlant que de remarquer que le terme arabe *az-zahr*, qui a donné hasard, signifie « jeu de dés » et que le terme latin *alea*, signifie également « jeu de dés ». Ce sont souvent les joueurs qui se sont intéressés à la question de l'imprévisibilité et aux situations où règne une certaine incertitude quant à l'issue d'une expérience ou d'une action. En se penchant sur le sujet, ils ont essayé de « quantifier cette incertitude ». C'est ainsi qu'est apparu progressivement le *concept de probabilité : comme une mesure de l'incertain*. Ceux qui maitrisaient bien l'incertain pouvaient espérer de meilleurs

---

[8] Avec l'interprétation « fréquentiste », on parle de fréquence moyenne, mais aussi et plus souvent, de fréquence limite. La probabilité p est alors définie comme la valeur limite de la fréquence associée à l'issue considérée, quand le nombre de répétitions – de tirages – augmente. On écrit $p = \lim_{n\to\infty} n_{As\_obtenu}/n$, où n est le nombre total de tirages et n_{As_obtenu} le nombre d'As obtenus.

gains. Ils agissaient alors en « êtres rationnels ». Mais n'allons pas trop vite en besogne. »

Jusqu'ici, les étudiants qui avaient reçu une formation en mathématiques n'étaient pas surpris. Pour les autres, le sujet de l'aléa, ou du hasard, n'était pas véritablement une nouveauté non plus. Tous ressentaient une certaine familiarité avec le concept de probabilité. Tous avaient déjà lancé un dé ou une pièce de monnaie et tous s'étaient déjà posé la question. Estimer à une chance sur deux la probabilité d'obtenir pile – ou face – lors du lancer d'une pièce, semble aller de soi. Une situation tellement évidente que la valeur de probabilité de 1/2 apparait comme ancrée dans la nature. La suite de la leçon allait discuter cette évidence.

« Vous disposez maintenant du contexte. D'une part *l'imprévisibilité ou l'incertitude quant aux conséquences d'une action*, et d'autre part, un outil mathématique que l'on va appeler « probabilité » et que l'on va utiliser pour essayer de quantifier cette incertitude. Tout le monde est d'accord jusqu'ici ? D'accord sur le contexte et d'accord sur l'outil mathématique ? ». Des mouvements de têtes accompagnés de « oui » entérinaient, à première vue, le point de départ de la discussion.

« C'est maintenant que les choses sérieuses et délicates commencent. Alors, accrochez-vous bien à vos chaises, déclara le professeur en mimant le geste évoqué. On ne va pas se focaliser tout de suite sur l'aspect mathématique, mais plutôt sur la question « épistémologique », c'est-à-dire celle qui traite de *l'interprétation de nos raisonnements mathématiques dans le monde réel*. On va discuter en profondeur le concept de probabilité.

« Imaginez que vous lanciez une pièce de monnaie. Etes-vous tous de l'avis que la probabilité d'obtenir pile est de 1/2 ? » Ils acquiescèrent. « Mais à quoi correspond ce 1/2 que vous acceptez comme vrai ? Comment l'a-t-on obtenu ? Regardons de plus près.

« Si l'on adopte la perspective classique, on dira qu'il n'y a que deux issues possibles et qu'il n'y a pas de raison[9] de penser que l'on obtiendra l'une plutôt que l'autre. On en déduit alors une valeur de 1/2. Mais, quelle est la signification profonde de cette valeur ? Est-ce la manifestation d'un impératif qui émane du monde réel et qui rend rigoureusement équiprobables les deux issues ? Ou alors, est-ce plutôt notre meilleure appréciation à propos d'une situation imprévisible et compte tenu des circonstances que l'on connait – le contexte du lancer de pièce ? Cette valeur de 1/2 appartient-elle au monde réel ou au monde des idées ? »

Les connexions neuronales s'excitaient. Ces questions étaient délicates. « Pas facile de se prononcer, n'est-ce pas ? Essayons maintenant de regarder cette même question du point de vue fréquentiste. Dans ce cas, d'où provient la valeur de 1/2 ? On pourrait répéter le lancer de nombreuses fois. Tout porte à croire que l'on observerait le résultat pile en moyenne une fois sur deux ou, de façon équivalente, que l'on observerait à peu près autant de résultats pile que de résultats face, après un nombre suffisant de lancers. »

Cette deuxième interprétation était assez convaincante. Les étudiants pouvaient aisément se représenter une telle expérience en faisant appel à leur imagination. « Néanmoins, cela ne tranche pas vraiment la question. En effet, la valeur de 1/2 représente alors la fréquence moyenne que l'on « s'attend à obtenir », donc une valeur du monde des idées : une « anticipation ». Mais elle représente également ce que la nature

---

[9] On parle d'argument d'indifférence ou de symétrie des causes. C'est pour cela que l'on utilise le terme de « chance ». Tout se passe comme si la nature allait produire une réponse à cette situation à l'issue imprévisible. Une réponse hors de notre contrôle, lorsque les conditions du tirage sont fixées. Tout se passe comme si nous laissions à la nature le loisir de décider, comme si nous laissions la « chance » s'exprimer.

semble produire lorsque l'on répète l'expérience dans les mêmes conditions, donc une valeur qui apparait comme ancrée dans le monde réel : une fréquence qui pourrait être testée – observée – par l'expérimentation. »

Les étudiants comprenaient les exemples, mais les subtilités de l'interprétation leur échappaient encore un peu. Le professeur reprit alors. « Ainsi que vous le constatez, on peut adopter plusieurs regards[10] sur la notion de probabilité. Néanmoins, notez que dans les deux cas que je viens de discuter, il est possible de rattacher la probabilité au monde des idées. Dans le premier cas – classique[11] – elle traduit ce que l'on pense d'une situation incertaine dans laquelle chaque issue est jugée équiprobable. Dans le second cas – fréquentiste – elle traduit l'anticipation d'une valeur de fréquence relative, que l'on pourrait tenter de confirmer par l'expérience et donc par l'observation.

« On va pousser cette analyse épistémologique jusqu'au bout et définir une troisième interprétation pour la valeur de probabilité. Selon cette interprétation, la *probabilité est une construction purement idéale et intellectuelle, qui représente ce que l'on pense de l'issue d'une situation incertaine ou imprévisible donnée* – une expérience aléatoire. C'est l'interprétation dite « subjectiviste ». Dans ce cadre, la probabilité n'est pas une quantité déterminée par le réel ou qui émanerait de la nature. Elle caractérise plutôt *notre perception imparfaite de ce réel, ce que l'on pense que le réel pourrait être*,

---

[10] Ces différences de positionnement philosophique sont lourdes de conséquences pratiques. Elles induisent des visions différentes sur le traitement de la connaissance. La troisième partie du livre permet de mettre en perspective cette question.

[11] Dans le cas classique, on se limite à des issues équiprobables. C'est sur un argument d'indifférence ou de symétrie des causes, supposé – en toute rigueur – que repose l'idée selon laquelle il n'y a pas de raison de croire qu'une issue est plus probable qu'une autre.

notre « idée » du réel. Elle exprime *ce que l'on anticipe, compte tenu de ce que l'on sait des « circonstances – ou conditions – réelles » de l'expérience aléatoire*. Notez que, avec cette interprétation, même si la probabilité est une valeur purement virtuelle, elle ne nous est véritablement utile que si elle est « représentative du réel ». Nous reviendrons sur ce point plus tard.

« L'interprétation subjectiviste n'est pas en contradiction avec les interprétations précédentes. Reprenons l'exemple du lancer de pièce. La valeur de 1/2 peut incarner simultanément ce que l'on estime comme la valeur la plus représentative du poids relatif des deux issues possibles ou, la fréquence que l'on peut s'attendre à observer si l'on répète le tirage. Mais, à la différence des autres représentations, *elle implique d'admettre clairement que la valeur de probabilité n'est qu'une construction intellectuelle et qu'elle ne constitue qu'une description subjective et imparfaite du monde réel.*

« Cette interprétation ne présuppose pas qu'il existe une « vraie » réponse au problème de quantification de l'incertitude liée à une situation réelle donnée. Aussi déconcertant que cela puisse paraître, cette position a le mérite de faire réfléchir. En effet, dans le cas classique, il semble discutable de déclarer que les issues sont rigoureusement équiprobables par nature. De même, dans le cas fréquentiste, il semble discutable de déclarer que la fréquence relative limite est rigoureusement égale à 1/2. D'ailleurs, dans le monde réel, il ne sera pas possible de répéter une expérience aléatoire à l'infini. En toute rigueur, on ne pourra pas « valider par l'expérience » la véracité d'une valeur de fréquence limite. Dans les deux cas, il parait difficile de concevoir qu'il existe une valeur exacte. Et celui qui l'affirmerait serait bien en peine de justifier l'exactitude de sa valeur. D'ailleurs, en essayant, il s'appuierait sur le raisonnement et non strictement sur l'observation du réel. »

La discussion épistémologique était délicate à cerner et les visages grimaçants des étudiants témoignaient de l'effort de concentration qu'ils produisaient. Les plus mathématiciens parmi eux étaient surpris par un débat dans lequel les mathématiques elles-mêmes étaient impuissantes. Le professeur discutait du réel, hors du monde mathématique. Les plus philosophes étaient peu habitués à la discussion sur la répétition expérimentale ou sur le calcul de fréquences. Tous se trouvaient dans un entre-deux incommode.

Le professeur se concentra sur l'essentiel. « Pour résumer : *l'interprétation subjectiviste de la probabilité assume le caractère limité de notre connaissance.* Rappelez-vous, pourquoi utilise-t-on le concept de probabilité ? Parce que certaines situations réelles conduisent, de fait, à un certain degré d'imprévisibilité ou d'incertitude. On souhaite quantifier cette incertitude à l'aide d'une valeur de probabilité. Mais lorsque l'on procède à cette quantification, il ne faut pas voir le résultat comme autre chose que notre avis. Et cet avis n'est qu'une appréciation imparfaite du réel. En effet, il apparait difficile de garantir un contrôle parfait[12] des circonstances d'un événement incertain. Des circonstances qui seraient rigoureusement associées à une valeur « vraie » et unique de la probabilité. En définitive, la valeur de probabilité est un outil intellectuel. Elle traduit *ce que l'on pense, compte tenu de ce que l'on sait, et rien de plus*. Autant l'admettre.

— Monsieur, je ne suis pas sûr de bien comprendre le but de cette discussion, déclara Igor.

---

[12] Ce contrôle, en quelque sorte, isolerait un aléa « pur ». On aurait alors maitrisé tout ce que l'on peut maitriser, tout ce qui influe, à notre connaissance, sur l'ensemble des issues possibles, et donc sur la répartition des poids relatifs de celles-ci, en laissant le reste à la nature. Cette position est intenable, tant sur le plan théorique que pratique. Il est généralement possible de raffiner la connaissance de ces circonstances et de voir évoluer ce qui apparaissait *a priori* comme un aléa « pur » ou naturel.

— Vous dites que la probabilité est une quantité qui décrit ce que l'on pense et non pas ce qui est ? demanda ensuite Marie.

— Exactement. Peut-être qu'en poussant le raisonnement à l'extrême vous allez mieux comprendre. Imaginez que vous puissiez maitriser exactement le lancer de votre pièce : l'impulsion initiale, la trajectoire, la hauteur, le moment où vous réceptionnez la pièce. Alors, vous pourriez prévoir exactement l'issue du lancer. Il n'y aurait plus d'incertitude, car votre connaissance serait parfaite. Dans ce cas, plus besoin de parler de probabilité. Il n'y aurait qu'une seule issue, que vous connaitriez. Cette issue ne serait plus probable mais certaine. Cela montre que *la probabilité que vous estimez est relative à ce que vous savez car elle change avec ce que vous savez, avec ce que vous apprenez.*

— Donc, en quelque sorte, si l'on « augmente » la connaissance, on « diminue » l'incertitude ? proposa à son tour Philippe.

— En effet, c'est une vision un peu grossière, mais elle a le bon goût d'illustrer simplement les choses. Il y a une connexion forte entre connaissance et incertitude, entre anticipations et limites de la connaissance. Paradoxalement, *la probabilité est l'expression de ce qu'on sait « et en même temps » de ce que l'on ne sait pas exactement.*

— Comment-ça, en même temps ? interrogea Igor.

— Reprenez l'exemple du lancer de pièce. Considérer une probabilité de 1/2 signifie deux choses. Premièrement, je suis dans l'incapacité de déterminer avec certitude l'issue que je vais obtenir. Deuxièmement, je suis en mesure d'affirmer qu'il est, selon moi, aussi vraisemblable que j'obtienne pile et que j'obtienne face.»

Le professeur insistât sur cette réflexion. « En allant au bout du raisonnement, on pourrait même dire que le hasard ou l'aléa n'existent pas en tant que tels. Pour celui qui sait exactement, pour celui qui a une connaissance infinie – ce qui est généralement impossible en pratique – il n'y a pas d'imprévisibilité. Du point de vue sémantique, « l'incertitude » est *: ce qui disparait lorsque l'on devient certain.* Ainsi, il n'y a de probabilité que parce qu'il y a une incertitude. Il n'est pas si surprenant qu'à l'inverse, la quantification de l'incertitude – la valeur de probabilité – soit relative au niveau de connaissance et donc, subjective par construction.

« Ceci permet de renverser complètement la perspective, conclut-il. *La probabilité traduit notre état de connaissance, nos anticipations, et non pas le réel.* Elle est un outil intellectuel. Elle nous permet d'exprimer ce que l'on sait, en admettant clairement que l'on ne peut savoir avec certitude. Son utilité disparaitrait si l'on pouvait connaitre parfaitement le réel. »

***

La discussion de la veille portait sur les distinctions entre le monde des idées et le monde réel, entre le monde de la déduction et celui de l'induction, entre les conclusions certaines et les conclusions incertaines. Elle portait sur les fondements de la connaissance. Le professeur attirait maintenant l'attention sur les limites de cette connaissance. Il insistait sur l'incertitude associée à certaines conclusions et sur la nécessité de maitriser cette incertitude, lors de la conduite de tout raisonnement. *Cette maitrise passe par une bonne compréhension du concept de probabilité.*

Il insistait aussi sur le fait que la probabilité est un outil et seulement un outil. Un outil qui nous permet d'exprimer nos jugements. Un outil qui traduit ce que nous pensons d'un réel que nous ne pouvons pas décrire parfaitement en pratique. Le professeur insistait enfin sur *l'aspect subjectif – car conditionné par les éléments de connaissance possédés par* *celui qui raisonne – de nombreuses conclusions, lorsque celles-ci concernent le réel.*

La question déjà soulevée lors de la première partie de la discussion sur la connaissance revenait à nouveau. *Qu'est-ce que nos observations et nos raisonnements nous permettent véritablement de conclure ?* Cette question délicate est centrale dans l'étude du sujet du traitement de la connaissance. Il ne faut pas oublier qu'ensuite, toutes nos décisions s'appuient sur nos conclusions et nos jugements.

Avec le temps et la progression de la leçon, les étudiants deviendraient plus familiers avec la notion de probabilité. Ils pourraient en percevoir plus finement les subtilités et l'utilité. La discussion n'était pas terminée.

Probabilités : mondes possibles et raisonnements imparfaits

Le repas de midi avait mis fin temporairement à la discussion conceptuelle du matin. La première rencontre avec ces questions s'avérait rude, mais l'objectif qui consistait à faire réfléchir les étudiants était visiblement atteint. L'après-midi, le professeur reprenait la leçon sur l'incertitude et la probabilité, depuis une perspective plus méthodologique et en usant d'illustrations pratiques savamment choisies.

« Nous avons arpenté ce matin le terrain épistémologique. Revenons maintenant sur le terrain mathématique. Un terrain plus consensuel. S'il existe des débats entre scientifiques, et surtout entre statisticiens, sur ce que « représente » la valeur de probabilité – sur son interprétation – tout le monde est relativement d'accord sur ses propriétés mathématiques.

« Au sens mathématique, c'est une mesure. On parle de « mesure de probabilité ». Commençons par une représentation imagée avant de décrire rigoureusement la structure formelle. Je sais que vous venez juste de déjeuner mais peu importe : imaginez un gâteau. Vous allez devoir le découper en différentes parts. Autant de parts qu'il y a d'issues possibles à une situation incertaine que vous essayez de décrire. Vous devez distribuer la totalité du gâteau entre les différentes issues. Et voilà, c'est tout. C'est ce que signifie, de façon imagée, une mesure mathématique. Elle affecte de la masse[13] à différents éléments.

[13] En pratique, on parle de masse de probabilité, ou de densité de masse de probabilité – dans un intervalle par exemple – lorsque l'on considère une infinité d'issues possibles. En toute rigueur, la mesure est la fonction mathématique qui associe à chaque élément ou issue, une masse donnée.

« Maintenant, revenons un instant à l'interprétation. Plus vous considérez qu'une issue ou qu'un événement[14] particulier possède de « poids », relativement aux autres, plus sa part de gâteau devra être grande. Si vous raisonnez en termes de fréquence : plus la fréquence relative que vous anticipez est grande, plus vous pensez que l'issue se manifestera régulièrement lors de tirages répétés, plus la part est grande. Si vous raisonnez en termes subjectifs : plus l'issue vous semble vraisemblable, plus vous pensez qu'elle est susceptible de se manifester, plus la part est grande.

« Prenons un exemple. Imaginez le lancer d'un dé à six faces. Si l'on suppose que le dé est équilibré, on a toutes les raisons de penser que la masse de probabilité se répartit équitablement entre les six issues possibles. Le gâteau est alors découpé en six parts égales. En sommant toutes les masses élémentaires, on retrouve la masse totale, ou le gâteau complet. Maintenant, mettons que l'on s'intéresse à un évènement particulier, par exemple : obtenir une face qui est paire. On devra alors sommer trois issues[15], chacune comptant pour 1/6. On aura donc une probabilité de 3/6 d'obtenir une face paire, soit 1/2.

« Ensuite, imaginez que l'on ait des raisons de penser que le dé a été truqué, de façon à ce que la face six apparaisse davantage. Dans ce cas, il va falloir couper une part de gâteau plus grande pour l'issue six et diminuer relativement les parts des autres. Remarquez que l'on utilise alors l'information relative au caractère truqué du dé afin d'ajuster nos anticipations. On ajuste la distribution de la masse de probabilité en fonction de ce que l'on sait. *Cette distribution est donc la traduction quantitative de notre état de connaissance*. En reprenant l'image du gâteau, plus la part est

[14] Un événement est, soit directement une issue, soit un ensemble d'issues qui remplissent une condition donnée. Par exemple, l'événement « tirer un as » est composé de quatre issues élémentaires – as de cœur, as de carreau, as de trèfle, as de pique.

[15] Ce sont les issues correspondant à l'apparition des faces 2, 4 et 6.

grande, plus l'on s'attend à voir apparaitre la face associée au prochain lancer. »

Le professeur se dirigea vers le tableau afin de présenter la structure formelle de la mesure de probabilité. « Passons à une description mathématique[16] un peu plus rigoureuse. D'abord, la mesure est une quantité positive : on a $\Pr(E) > 0$, pour tout événement E. Notons Ω l'univers des possibles, c'est-à-dire l'ensemble des q issues possibles, elles-mêmes notées individuellement E_i. Ajoutons qu'ici, il ne peut advenir qu'une et une seule issue à la fois, ce qui s'écrit $E_i \cap E_j = \emptyset$[17], pour tout $i \neq j$. On dit que les événements sont disjoints. La partition[18] de l'univers s'écrit alors $\Omega = E_1 \cup E_2 \cup \ldots \cup E_q$. Ensuite, la mesure est additive, ce qui s'écrit ici, en tenant compte du fait que les événement sont disjoints : $\Pr\left(E_i \cup E_j\right) = \Pr(E_i) + \Pr(E_j)$, pour tout $i \neq j$. Cela signifie donc que la probabilité de rencontrer l'une *ou* l'autre de ces issues est égale à la somme des mesures individuelles des E_i. Enfin, la mesure de probabilité est unitaire, ce qui s'écrit $\Pr(\Omega) = 1$. En clair, on distribue intégralement la masse entre les différentes issues. Si l'on se donne et que l'on respecte ces règles mathématiques, cette structure de la mesure de probabilité traduit alors rigoureusement l'idée du partage complet du gâteau entre un ensemble d'issues possibles – une seule à la fois.

---

[16] Les notations utilisées se lisent comme suit : $\Pr(E)$ est la mesure de probabilité de l'événement E, ou plus simplement, la probabilité de E. La notion $E_i \cup E_j$ désigne l'union des événements E_i et E_j, c'est-à-dire la situation dans laquelle l'un *ou* l'autre se manifeste. Ici, l'union est forcément exclusive car les événements sont disjoints – on ne peut pas voir apparaitre deux faces du dé en même temps, ou choisir deux parts de gâteau simultanément. $E_i \cap E_j$ est l'intersection des événements E_i et E_j, c'est-à-dire la situation dans laquelle l'un *et* l'autre se manifestent.

[17] La notation $\emptyset$ désigne l'ensemble vide, de mesure nulle. Cet événement ne peut pas se réaliser.

[18] C'est-à-dire la découpe en un ensemble de « morceaux » disjoints.

« Une fois que vous avez compris cette structure, vous êtes bien équipés pour pouvoir manipuler efficacement les valeurs de probabilité. » Il orientait maintenant la discussion sur l'usage de cet outil mathématique. « Cela peut sembler un peu informel mais, produire une conclusion à partir d'observations et d'hypothèses, conduire un raisonnement inductif, c'est savoir combien de parts de gâteau il va falloir couper et surtout, quelle taille leur attribuer. C'est déterminer *comment quantifier nos anticipations relativement aux différentes issues possibles ou aux différentes conclusions possibles, en fonction des éléments de connaissance dont on dispose, c'est-à-dire en fonction de ce que l'on sait*. »

L'image du partage du gâteau avait fait son effet. Les étudiants appréciaient le choix de cette illustration. Néanmoins, le lien avec la partie précédente de la leçon demandait à être précisé. « Comment fait-on pour savoir comment partager ce gâteau en pratique ? demanda Pauline. Je vois bien comment procéder avec un dé, une pièce de monnaie ou un jeu de carte. Mais pour le reste, je ne suis pas sûre de bien comprendre le rapport avec le raisonnement et le traitement de données ou d'hypothèses.

— Laissons de côté les jeux de hasard. Commençons à nous intéresser à des raisonnements plus représentatifs de nos problèmes. *La mesure de probabilité va nous permettre d'exprimer les conclusions de nos raisonnements incertains*. »

Le professeur se tourna vers le tableau. Il traça un axe horizontal sur lequel il apposa ensuite deux graduations, délimitant ainsi trois zones. Au niveau de la première graduation, il inscrivit vingt mètres. Au niveau de la seconde, il inscrivit quarante mètres. « Reprenons l'exemple du lancer de projectile. Imaginez que je vous dise qu'un individu va lancer une pierre à la seule force de son bras et qu'il va tenter de la lancer le plus loin possible. Avec cette information seulement, dans quelle zone pensez-vous que le projectile va atterrir, avant vingt mètres, entre vingt et quarante mètres ou au-delà ?

— C'est assez dur à dire, répondit Pauline, je n'arrive pas bien à me représenter la chose.
— Vingt mètres, cela représente environ cinq voitures mises l'une derrière l'autre, précisa Igor afin de faciliter la visualisation. Et quarante mètres, cela représente environ une dizaine de voitures.
— Il faut distribuer la probabilité dans les différentes zones, n'est-ce-pas ? Je dirais alors 10% dans la première zone, 70% dans la zone intermédiaire et 20%[19] dans la zone au-delà de quarante mètres, proposa Inès.
— C'est une proposition tout à fait recevable, déclara le professeur. Tu t'attends donc principalement à ce que le projectile termine dans la zone intermédiaire. Mais tu ne peux pas exclure qu'il atterrisse dans les deux autres zones, même si cela te semble moins vraisemblable. Sur quels éléments de connaissance t'es-tu appuyée pour arriver à cette conclusion ?
— Plutôt sur mon expérience passée. Je m'imagine en train de lancer des pierres ou des balles et j'essaye de visualiser à quelle distance je pourrais lancer.
— Donc tu t'appuies sur tes observations précédentes, sur tes lancers passés, sur une certaine régularité constatée à propos de la mécanique du lancer de projectile et sur l'évaluation de ta force physique, en la comparant avec le reste de la population. Tu n'as pas d'éléments très précis pour te prononcer mais tu utilises ce que tu as.
— Je crois que oui, dit finalement Inès.
— Maintenant, imaginez que je vous fournisse une donnée supplémentaire. Le projectile que la personne s'apprête à lancer pèse deux kilos, soit davantage qu'une bouteille d'eau

[19] En toute rigueur, on a la distribution de probabilité : $(0.1, 0.7, 0.2)$

pleine. Est-ce que la proposition d'Inès vous parait toujours bonne ?
— Dans ce cas, je dirais plutôt 99% dans la première zone, environ 1% dans la seconde et moins de 0,001% dans la troisième, proposa Elias.
— Vous êtes d'accord avec lui ?
— Oui, répondirent-ils à l'unisson.
— Et je suis d'accord avec vous, ajouta le professeur. Vous voyez, vous arrivez à vous prononcer et à produire certains jugements sans faire beaucoup d'efforts. Vous utilisez les éléments de connaissance dont vous disposez. Vous exploitez ce que vous avez observé par le passé. Vous utilisez le mode de raisonnement inductif afin de tirer des conclusions à partir de cette expérience. Au-delà de toute considération conceptuelle, ceci vous apparait assez naturel. De plus, vous êtes prêts à admettre que vous ne pouvez pas vous prononcer avec certitude.
— Mais c'est assez vague comme prédiction, dit alors Marie.
— C'est vrai. Ici, je vous ai demandé un avis rapide, sans vous fournir d'information particulière ou de moyen de calcul.
— Donc on aurait pu faire une meilleure prédiction ? reprit-elle.
— Tout à fait. Premièrement, j'aurais pu vous demander une anticipation plus fine, en découpant l'axe horizontal en un plus grand nombre de zones différentes. Il aurait alors été plus délicat de vous prononcer, mais vous auriez pu faire des propositions. Deuxièmement, il est tout à fait concevable d'améliorer la qualité de la prédiction, par exemple en s'appuyant sur un calcul mécanique plus élaboré. Il vous faudrait alors davantage d'information : sur la masse lancée, sur la force physique du lanceur, etc. Il vous faudrait aussi faire usage des « lois » de la physique que vous estimez valides. »

Les étudiants avaient saisi l'idée. L'exemple du lancer était plus parlant que la discussion conceptuelle sur la notion de probabilité. Il s'agissait d'utiliser toute l'information disponible afin de pouvoir produire une conclusion, exprimée de manière quantitative sous la forme d'une distribution de probabilité. « J'aimerais vous faire remarquer un autre point à partir de cet exemple, ajouta-il. Vous constatez que j'ai décidé de partager l'univers des possibles en trois morceaux. Le choix d'une représentation plus ou moins détaillée vous apparaitra plus ou moins clairement en fonction des cas. Pour l'exemple du lancer de dé, il n'y a pas vraiment matière à discussion, il n'y a que six issues possibles. Pour le lancer de projectile, cela va dépendre de la question qui nous intéresse. Est-ce que l'on se demande si le projectile va parcourir plus qu'une certaine distance – proposition binaire ? Est-ce que l'on cherche à avoir une idée grossière basée sur une découpe comprenant quelques zones – proposition discrète ? Est-ce que l'on veut prédire une valeur précise, éventuellement assortie d'une légère variation – proposition continue ? Le type de description dépendra du problème spécifique à traiter et surtout, des différentes conséquences associées à différentes issues possibles. »

Le professeur conduisit à nouveau la discussion sur le terrain conceptuel. « Remarquez que l'opération de distribution de la mesure de probabilité est une tâche purement intellectuelle. Elle se déroule dans le monde des idées. La mesure de probabilité va nous aider à décrire des « mondes possibles ». Chaque issue considérée, chaque part de gâteau, chaque division élémentaire, chaque « état anticipé » du monde réel, chacun constitue un de ces mondes possibles. Notre travail de raisonnement consiste à attribuer une masse à chaque monde possible : une valeur représentative de sa vraisemblance.

« J'espère que vous êtes bien concentrés, car nous voilà rendus à un point crucial de notre discussion. Ici, on effectue un saut conceptuel important. On ne raisonne plus désormais sur *une description exacte que l'on voudrait donner du réel*, on raisonne sur *ce que « pourrait être » ce réel*. Ainsi, *on ne va pas* *manipuler « une seule valeur vraie » mais « plusieurs valeurs possibles »*. Pour chaque monde considéré comme possible, on va s'interroger sur sa vraisemblance, compte tenu de ce que l'on sait. *Voici l'idée fondamentale de la vision subjectiviste de la probabilité et de son utilisation pour la conduite de raisonnements inductifs.*

« Par exemple, je peux m'imaginer un monde dans lequel le projectile atterrit dans la première zone, un autre monde dans lequel il atterrit dans la seconde et un autre monde encore dans lequel il atterrit dans la troisième. Lequel de ces mondes virtuels correspond le plus vraisemblablement au monde réel – à l'issue réelle du lancer auquel je m'intéresse ? C'est la conclusion incertaine que notre raisonnement tentera de produire à partir des éléments disponibles. Pour reprendre un exemple précédent, je peux aussi m'imaginer un monde dans lequel j'observe un homme de plus de deux cents ans. Ce monde est-il vraisemblable ? Très peu, compte tenu de tout ce que l'on sait. »

Après ces quelques exemples illustrant l'idée de représentations basées sur des mondes possibles, le professeur donnait une description mathématique plus rigoureuse. « Je vais désigner par Y une proposition ou une grandeur variable à laquelle je m'intéresse et dont je ne connais la valeur que de façon imparfaite. Ma connaissance vis-à-vis de cet élément va s'exprimer par l'intermédiaire d'une distribution de probabilité, par la mesure $\Pr(Y = y)$, où y est une valeur possible pour Y : un monde possible dans lequel Y vaut y. Dit autrement, si l'on considère le gâteau qui décrit les valeurs possibles pour Y, alors $\Pr(Y = y)$ représente la taille de la part de gâteau étiquetée y : symboliquement, c'est l'issue y du dé Y.

« Dans un monde idéal on peut utiliser des règles certaines entre les éléments de connaissance ou entre les propositions. Si l'on dispose d'une observation certaine x, que l'on peut relier de façon certaine à notre grandeur d'intérêt y, on écrit alors la déduction $x \rightarrow y$. En revanche, lorsque l'on fait usage de notre connaissance pour obtenir des conclusions sur le monde réel, on utilise généralement des règles imparfaites. Il se peut alors que l'implication $x \rightarrow y$ ne soit pas toujours valide. La conclusion concernant y ne sera donc pas certaine. Ainsi, on va plutôt exprimer cette règle imparfaite d'une autre façon. On va faire usage de la notion de « probabilité conditionnelle[20] », qui s'écrit ici : $\Pr(Y = y|X = x)$. La distribution de Y est conditionnée à la connaissance de X. Notre connaissance concernant Y n'est pas strictement déterminée – car la conclusion n'est pas certaine – lorsque l'on sait que $X = x$, mais elle est affectée par cette information dont on dispose. Dit autrement, dans les mondes où X vaut x, « on sait quelque chose de plus » sur ce que peut valoir Y. La probabilité conditionnelle nous permet d'exploiter la règle imparfaite[21] que l'on a pu proposer – ou identifier – entre Y et X. »

Les visages des étudiants se crispaient à nouveau devant cette notion de probabilité conditionnelle. Elle est pourtant cruciale. Elle incarne quasiment à elle seule l'idée de traitement de la connaissance et de raisonnement[22]. Elle permet de répondre quantitativement à la question suivante : *que peut-on dire ou conclure compte tenu de ce que l'on sait ?*

---

[20] La notation $\Pr(B|A)$ se lit : probabilité de B « sachant » A. Elle quantifie la probabilité que la proposition B soit vraie – ou que l'événement B se manifeste – lorsque l'on sait que la proposition A est vraie, avec certitude. Sa définition mathématique rigoureuse est donnée plus loin.

[21] On parlera de règle imparfaite au sens où X ne détermine pas à elle seule Y, par opposition à la règle parfaite dans le domaine de la déduction.

[22] C'est ce que l'on pourrait appeler le Bayesianisme, par extension des travaux du révérend T.Bayes sur la notion de probabilité conditionnelle et plus tard, son exploitation par le mathématicien P.S. Laplace, qui fournit les fondements de l'interprétation subjectiviste. Certains des travaux sur le Bayesianisme considèrent tout « raisonnement » comme une application de relations de probabilité conditionnelle. Ceci s'applique alors en particulier aux raisonnements automatisés – sujets d'étude privilégiés de la thématique de l'intelligence artificielle.

« Nous voici encore confrontés à une notion importante, lança le professeur. Prenons un nouvel exemple et intéressons-nous de plus près aux règles imparfaites. Que diriez-vous si je vous demandais de vous prononcer sur la proposition suivante ? « L'eau entre en ébullition à 100°C ». Est-elle vraie ?

— Oui, elle est vraie, dit Igor.
— Je le pense aussi, ajouta Elias.
— Moi aussi, s'exclamèrent simultanément Inès et Marie
— Donc c'est une règle certaine ? insista le professeur.
— Oui, ajoutèrent à l'unisson Philippe et Pauline
— Je ne suis pas d'accord avec vous, répliqua le professeur. Cette règle est souvent vraie. Mais pas toujours. »

Il développa son argumentaire afin de convaincre les étudiants. « Imaginez que je remplisse un récipient d'eau salée. Dans ce cas, l'ébullition ne débutera qu'au-delà de 100°C. On a alors envie d'ajuster la règle pour préciser et déclarer : l'eau douce entre en ébullition à 100°C. C'est encore raté. Ceci est souvent vrai. Mais pas toujours. Imaginez que vous chauffiez un récipient contenant de l'eau douce, mais que ce même récipient soit mis sous pression. Alors, le point d'ébullition ne se situera pas à 100°C. Comme vous le voyez, l'utilisation de « règles », hors du monde mathématique, doit être maniée avec prudence. On aimerait s'en servir afin de prédire ce qu'il va advenir, à partir de certains éléments que l'on connait. Mais il peut alors apparaitre de multiples exceptions à ces règles. Si l'on décrit insuffisamment le contexte, si l'on agrège ou si l'on néglige imprudemment une diversité de circonstances particulières, ces règles peuvent devenir fausses.

« Mettons tout cela par écrit, dit-il en inscrivant les notations suivantes sur le tableau. Notons A la proposition : « eau portée à 100°C » et B la proposition « ébullition de l'eau ». Souvent, la règle $A \rightarrow B$ sera valide. Considérez maintenant les deux règles suivantes[23]: $A \cap$ (eau douce) $\rightarrow B$. Cette déduction est souvent vraie. Mais, la déduction $A \cap$ (eau salée) $\rightarrow B$ est souvent fausse. Afin de s'assurer de la validité des différentes règles, il faudrait considérer toutes les déclinaisons de $A \cap C \rightarrow B$, où C peut décrire une grande variété de situations et de conditions particulières. Vous comprenez que ceci est difficilement réalisable en pratique. On pourra rarement identifier toutes les exceptions susceptibles d'invalider la règle. Ainsi, il n'est pas possible de tirer de conclusions sereinement si l'on exploite des règles de cette façon.

« On va plutôt utiliser $\Pr(B|A)$ et s'intéresser à la probabilité que B soit vraie étant donné que A est vraie. Que représente véritablement cette probabilité conditionnelle ? Sa définition mathématique rigoureuse est donnée par le ratio suivant : $\Pr(B|A) = \Pr(A \cap B)\,/\Pr(A)$. Il faut penser en termes de mondes possibles afin de la comprendre facilement. $\Pr(A)$ décrit le poids des mondes dans lesquels A est vraie. $\Pr(A \cap B)$ décrit le poids des mondes dans lesquels A et B sont vraies simultanément. Si A « tend à impliquer fortement B », alors A et B seront vraies simultanément dans une grande partie des mondes dans lesquels A est vraie. Voilà ce que signifie le ratio qui définit la probabilité conditionnelle. Dit autrement, si la règle $A \rightarrow B$ est souvent vraie, avec peu d'exceptions – peu de mondes où A est vraie mais pas B – alors $\Pr(B|A)$ sera élevée – proche de 1. Clairement, le fait d'avoir A nous rendra plus confiant dans le fait que l'on peut prévoir B, ou que l'on peut s'attendre à ce que B soit vraie aussi.

« Ainsi, on a extrait de l'information à partir de la connaissance de A et à l'aide de la relation imparfaite entre B et A, décrite par $\Pr(B|A)$[24]. Le fait que la relation soit imparfaite

---

[23] $A \cap E$ est vraie si et seulement si A et E sont vraies toutes les deux.

[24] La notation $\Pr(B|A)$ indique que A est connue comme vraie. A représente alors le seul élément fixe. Tout le reste peut varier y compris des éléments non explicités pouvant avoir une influence sur B – d'où l'incertitude sur B.

ne nous permet pas de nous prononcer sur le fait que B soit vraie en toutes circonstances lorsque l'on est sûr d'avoir A. Mais, il n'est pas nécessaire non plus de lister explicitement l'ensemble de ces circonstances, comme on devrait le faire dans le cadre exacte de la déduction. La notion de probabilité nous permet d'agréger des circonstances différentes – tous les ensembles de conditions C possibles – sans avoir à les décrire exhaustivement. Avec le ratio $\Pr(B|A)$ on quantifie la proportion des cas dans lesquels la règle $A \cap C \rightarrow B$ est valide et la proportion des cas dans lesquels elle ne l'est pas. En contrepartie, en choisissant de ne pas décrire toutes les conditions, on génère de l'imprévisibilité lors de la prédiction de B à partir de A – et seulement de A car, C étant non-explicitée, elle est potentiellement variable. *Cette imprévisibilité émane donc de notre capacité limitée de description ou de notre connaissance limitée des circonstances influant sur la prédiction*. A titre d'illustration, reprenez l'exemple du lancer de pièce de monnaie. Votre incertitude résulte là-aussi de votre connaissance limitée des paramètres mécaniques du lancer : l'impulsion, le poids de la pièce, la réception, etc.

« Notez pour terminer que si la relation était parfaite on aurait $\Pr(B|A) = 1$. La connaissance de A nous garantirait alors B avec certitude. La déduction logique $A \rightarrow B$ peut être vue comme un cas particulier, celui pour lequel la relation probable entre deux propositions devient certaine. Dans le monde mathématique, le cadre – les conditions ou circonstances – peut être suffisamment contrôlé pour qu'il n'existe pas d'exceptions. Dans le monde réel, il en est tout autrement. Dans le monde réel, la connaissance de A seule, ne suffit pas toujours pour en conclure que B est vraie « en toutes circonstances ».

« Je vous encourage à fortement méditer tout ceci, dit-il finalement. C'est le cœur du mode de raisonnement inductif. Une chose essentielle que vous pouvez retenir à partir de cette discussion sur la probabilité conditionnelle est la suivante.

Dans notre monde réel, il apparait que certaines grandeurs en conditionnent d'autres. Il apparait des régularités[25] *que l'on voudra comprendre puis exploiter, afin de produire des raisonnements, des jugements et des prédictions.* »

***

La leçon présentée lors de ces deux premières journées avait confronté les étudiants à des principes mathématiques et épistémologiques fondamentaux. Le professeur avait commencé par énoncer des questions : Que savons-nous ? Comment se constitue notre connaissance ? Comment organisons-nous notre connaissance ? Comment exploitons-nous notre connaissance ? Ces questions s'avèrent centrales dans le cadre de la discussion sur le raisonnement et une première étape nécessaire pour toute étude sérieuse de la rationalité. Pourquoi ? Parce que nos décisions s'appuient ensuite sur nos raisonnements, et sur la connaissance qu'ils produisent sous la forme de conclusions. L'enjeu de la « qualité » de ces conclusions ne doit donc pas être sous-estimé.

Prévoir l'issue d'un lancer de projectile ou d'un jet de dé, c'est exploiter la connaissance disponible afin de quantifier nos anticipations. La même remarque s'applique lorsqu'il s'agit de

[25] Nous pourrions discuter de la régularité du réel sur le plan philosophique. Elle conduit à supposer que des conditions similaires produiront des conséquences similaires. Sans cela, impossible de prédire quoi que ce soit. C'est ce que l'on appelle le problème de l'induction, sur lequel s'est penché le philosophe britannique D. Hume. Comment prouver qu'une chose que l'on a toujours observée, jusqu'ici, se répètera toujours ? En toute rigueur, il est impossible de prouver l'existence de cette régularité par un argument logique. Nous ne pouvons que la supposer par l'expérience. Néanmoins, notre expérience porte à croire qu'elle est valide. Sans régularité du réel, le travail du statisticien est inopérant. L'expérience passée ne pourrait pas nous informer sur le futur.

se prononcer[26] sur : l'autonomie d'un véhicule à partir du style de conduite, la maladie à partir de symptômes identifiés, la présence de tumeurs à partir d'images radiographiques, la croissance du PIB à partir de données macroéconomiques, le montant des indemnisations à partir des sinistres passés, le résultat de l'élection à partir de sondages, l'évolution météo à partir des données locales de température et de pression.

Prévoir, c'est *considérer des mondes possibles et estimer leur vraisemblance*. La presque totalité de ces deux jours de discussion pouvait s'incarner dans la compréhension du concept de « probabilité conditionnelle »[27].

Que pouvons-nous raisonnablement anticiper – quant à Y – compte tenu de ce que nous savons et que nous considérons comme pertinent – en particulier que $X = x$? Ceci se traduit en pratique par la mesure suivante.

$$\boxed{\mathbf{Pr}(\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{y} | \boldsymbol{X} = \boldsymbol{x})}$$

Quel est le poids des différentes issues ou valeurs possibles y – la taille des parts de gâteau – compte tenu des circonstances – $X = x$ – et compte tenu de ce que l'on a observé par le passé et des régularités du réel – symboliquement décrites par $Y|X$[28] ? Des régularités que l'on a caractérisées par l'induction, dans le but de pouvoir ensuite les exploiter.

Afin de répondre à ces questions en pratique, il faut apprendre à mettre ces principes fondamentaux en application. Il faut utiliser les outils de la « science statistique » pour pouvoir analyser les régularités du réel. La suite de la discussion porterait sur la modélisation, sur l'apprentissage statistique, sur le traitement de données, sur le diagnostic et sur la prédiction.

[26] En rapport avec les exemples discutés dans la première section de cette seconde partie.

[27] Et la perspective subjectiviste – ou Bayésienne – de la probabilité, qui y est généralement associée.

[28] $Y|X$ se lit Y sachant X et symbolise l'influence de X sur Y

Elle introduirait « l’inférence », c’est-à-dire l’exploitation concrète des principes du raisonnement, le traitement de la connaissance en pratique.

Statistique, « régularité du réel » et prédictions

Les membres du groupe étaient diversement sensibles aux questions mathématiques et fondamentales qui venaient d'être discutées. Chacun avait fait de son mieux pour s'accrocher. Certaines bases avaient été posées et il faudrait dorénavant parachever la construction de l'édifice méthodologique.

Durant plusieurs journées moins intenses, ils échangeaient les notes qu'ils avaient prises au cours de cette première partie de la leçon. Ils considéraient à nouveau les multiples illustrations rencontrées : les jeux de hasard, le partage de gâteau, le lancer de projectile, la prédiction de l'ébullition. Ils tentaient aussi de faire le lien avec des applications plus proches de leurs préoccupations concrètes ou avec des développements récents, notamment ceux qui avaient attiré leur attention dans le journal.

Le professeur débuta son intervention en interrogeant les étudiants. « En quoi consiste « la Statistique[29] » selon vous ?

— C'est la discipline qui permet de traiter des données afin d'en tirer des conclusions, dit d'abord Pauline.

— En faisant quelques recherches, ajouta Inès, j'ai remarqué qu'il s'agissait auparavant de la « science de l'Etat ». *Statista* signifie d'ailleurs « homme d'Etat » en italien. A ses débuts, c'était la science de l'administration des affaires publiques.

[29] On met généralement une majuscule lorsque l'on mentionne « la Statistique ». On désigne alors dans ce cas : la science statistique. Le terme sans majuscule « une statistique », désigne en fait un objet particulier : un estimateur statistique.

Une tâche assurément complexe et calculatoire. Une tâche qui devait permettre de parvenir aux « bonnes décisions ».

— C'est vrai qu'il est intéressant de le noter, confirma le professeur. On comprend parfois mieux les choses lorsque l'on s'intéresse à l'histoire de leur apparition ou de leur développement.

— Je suis tout à fait d'accord avec ça, abonda Pauline.

— D'autres avis ? poursuivit le professeur.

— On s'en sert pour étudier les corrélations entre certaines grandeurs, déclara Elias. Il est alors possible de tirer profit de la connaissance de ces corrélations. Par exemple, en économie, on souhaitera découvrir sur quel levier il est pertinent d'agir afin de provoquer un effet désiré et ainsi d'atteindre un objectif donné.

— On s'intéresse également à la construction ou à l'identification de modèles, dit à son tour Marie. On recherche parmi ces modèles ceux qui correspondent le mieux aux données disponibles. On parle parfois d'apprentissage à partir des données. Avec les modèles construits, on produit ensuite des analyses, des prédictions ou des diagnostics.

— La science statistique est aussi intimement liée à la notion de probabilité, ajouta Igor. Dans le cadre de nombreux problèmes pratiques, on a recours aux outils probabilistes et statistiques. C'est le cas, notamment, de l'analyse des risques associés à certaines décisions, par exemple dans le domaine nucléaire, dans l'aéronautique ou encore en médecine.

— Bien, conclut le professeur. En effet la Statistique regroupe ces multiples aspects. C'est pourquoi, il n'est pas évident d'en délimiter précisément les frontières. »

Il reprit le cours de la leçon en proposant plusieurs regards sur la Statistique. « Une première définition de cette science pourrait être la suivante : elle est *une branche appliquée des* *mathématiques ayant pour but la production d'analyses, de conclusions quantitatives ou d'indicateurs synthétiques, à partir du traitement de données collectées*. Cette définition est assez étroite car elle fait peu état de la connexion qu'il existe souvent entre des opérations purement formelles ou calculatoires et les problèmes pratiques à traiter. Elle élude en partie le lien avec la finalité du travail statistique, en insistant surtout sur son ancrage mathématique. Il est alors pertinent d'élargir un peu la perspective et de pointer également son ancrage expérimental, en affirmant que la Statistique permet : *l'organisation, le traitement et l'exploitation, souvent en vue d'une décision future, de la connaissance obtenue à partir de l'observation et de l'expérimentation.* Elle ne se résume pas à manipuler des valeurs. Elle vise aussi à appréhender le réel.

« La Statistique est la *science de l'expérimental. Elle est la science de la « connaissance empirique*[30] *».* A ce titre, elle occupe une position intermédiaire. D'une part, elle emprunte aux mathématiques et à l'informatique, sciences du monde des idées, la formalisation des principes de raisonnement, ainsi que les cadres et les outils probabilistes, analytiques et algorithmiques. D'autre part, elle est employée dans le but de s'attaquer à des problèmes pratiques et d'accompagner la prise de décision, dans le réel. Elle opère ainsi dans de nombreux domaines appliqués du savoir, parmi lesquels on retrouve par exemple l'ingénierie, l'économie ou la science politique, et plus largement, dans l'ensemble des sciences naturelles ou humaines. *La Statistique est à l'interface*[31] *entre outils idéals et problèmes réels.*

---

[30] L'empirisme – doctrine philosophique – désigne la position qui considère que la connaissance émane en dernier instance de l'expérience des faits sensibles, de l'observation du réel et de l'expérimentation. « L'empire », c'est l'ensemble des faits et des observations connus.

[31] Cette position intermédiaire n'est pas sans susciter des difficultés. La science statistique est parfois jugée trop peu rigoureuse, trop empirique ou

« Tout ceci offre une vision de la Statistique plus large que celle qui la dépeint seulement comme la « science de l'analyse des données ». D'ailleurs et assez souvent en pratique, notre connaissance ne réside pas intégralement dans les données disponibles. Nous reviendrons sur ce point plus tard.

« Enfin, les principes mis en œuvre lors de la production d'analyses statistiques, sont très largement partagés avec ceux qui constituent le socle de ce qui est généralement appelé : la « méthode scientifique ». Cette notion désigne une manière d'aborder les problèmes, selon une sorte de « code de conduite » ou de « guide de bonnes pratiques », en acceptant l'idée que cette approche conduit à des résultats « valides » ou « pertinents ». La méthode scientifique regroupe en fait un ensemble de pratiques, de principes et de méthodologies, qui vont guider celui qui en fait usage vers une compréhension et une connaissance « plus justes[32] » du monde réel. En particulier, on retrouve parmi ces éléments, la formalisation des mécanismes de déduction et d'induction dont nous avons déjà parlé, ainsi que leur mise en application au travers de multiples développements méthodologiques. »

Après cette description assez globale, le professeur proposa une définition plus spécifique. « D'après L. Savage[33], la Statistique se consacre au *traitement mathématique des problèmes d'inférence basés sur l'induction – l'exploitation des observations*. Celui-ci insiste également sur le fait que *cette inférence est généralement menée afin de servir de support à l'élaboration d'une décision future*. En acceptant cette description, il devient assez clair que *le travail statistique*

---

trop teintée de subjectivité, par les mathématiciens soucieux d'exactitude, et en même temps, trop technique, trop formelle ou trop idéale par les utilisateurs potentiels de ses outils, dans les différents domaines appliqués du savoir.

[32] On étudiera plus en détail, dans les sections à venir, la question de la « justesse » ou de la « pertinence » de raisonnements ou de décisions.

[33] L.Savage, *The foundations of Statistics*, 1954

recoupe en partie l'idée de « rationalité » – l'idée de la mobilisation de toute notre connaissance en vue d'une décision.

« Précisons que le terme d'« inférence » désigne l'opération qui consiste à tirer une conclusion à partir d'observations, d'hypothèses ou de règles, que ce soit par la déduction ou par l'induction. Procéder à une inférence – inférer – c'est exploiter « en pratique » la connaissance ou les données disponibles. Nous verrons ensuite quelques exemples, dit-il finalement. Ceci vous permettra de mieux visualiser ce dont il est question. »

La description donnée de la Statistique insiste sur son aspect incontournable. Qui peut se passer des outils de la « science de l'expérimental » pour traiter de problèmes pratiques ? Quel analyste peut négliger les fondements de la méthode scientifique ? Des fondements qu'une formation à la science statistique conduit naturellement à interroger. Le professeur avait ainsi choisi de présenter d'abord les principes de raisonnement et la notion de connaissance. L'objectif était de disposer de bases solides afin de pouvoir saisir ensuite pleinement le contexte entourant la question de la décision rationnelle.

Alors qu'il s'apprêtait à décrire la science statistique plus en détail, le professeur indiqua en préambule qu'il ne détaillerait pas l'une des parties de ce champ disciplinaire. Celle-ci concerne les manipulations les plus mécaniques appliquées aux données, leur présentation sous forme d'indicateurs synthétiques ou leur visualisation par l'intermédiaire de graphiques, de courbes ou de diagrammes. Cette branche est celle de la « statistique descriptive ». On y retrouve, entre autres, le calcul des moyennes, des étendues, des écart-types ou des quantiles. On y calcule aussi des indicateurs des corrélations possibles entre différentes grandeurs. Ces manipulations ne produisent pas directement de conclusions et n'alimentent pas directement la décision. Elles sont surtout des opérations préparatoires ou de mise en forme. Il faut ensuite les exploiter au regard d'un problème particulier. Il reprit alors. « Nous allons plutôt parler de l'autre branche de la Statistique : la « statistique inférentielle ». Celle qui se consacre à la mise en pratique des principes d'inférence statistique et donc, au traitement concret des données et de la connaissance, souvent dans le but de répondre à des questions précises. »

Il poursuivit. « Souvenez-vous de l'idée de distribution probabiliste – l'idée de partage de gâteau – et de l'idée de probabilité conditionnelle. Le but de ces outils est de nous permettre de *mettre en forme notre état de connaissance à partir des observations et des informations dont on dispose.* Dit autrement, il s'agit de quantifier la vraisemblance des différents mondes possibles, compte tenu de ce que nous savons. Mener « en pratique » cette opération, c'est souvent *choisir, identifier ou apprendre un « modèle » en tant que représentation, imparfaite, du réel.* Ce modèle sera utilisé pour faire des prédictions ou pour exprimer des conclusions qui répondent à certaines de nos interrogations. Il sera le support de nos inférences.»

Le professeur se rapprocha du tableau et y inscrivit[34] $\Pr(Y)$ et $\Pr(Y|X)$. « Partons d'exemples concrets, dit-il, un peu simplistes certes, mais néanmoins concrets. On va chercher à décrire une quantité d'intérêt Y.

« Premier exemple. Nous avons déjà parlé d'âge, avec Socrate. Parlons maintenant de taille. Voici un problème pratique. Je désire construire une porte et je m'interroge sur la hauteur d'encadrement à choisir. J'aimerais éviter que les gens se cognent la tête. Néanmoins, plus ma porte est haute, plus elle me coutera cher. Je cherche alors un compromis acceptable. Afin de parvenir à une décision, j'ai à ma disposition un

[34] On considèrera les notations $\Pr(Y)$ et $\Pr(Y|X)$ comme des versions simplifiées des mesures $\Pr(Y = y)$ et $\Pr(Y = y|X = x)$.

échantillon comprenant les mesures de la taille de mille individus, de tous âges et des deux sexes. Ici, Y décrit les valeurs de taille possibles – les mondes possibles. Je vais proposer et identifier un modèle pour $\Pr(Y)$. J'exploiterai ensuite ce modèle afin de me prononcer sur la question suivante : quelle est la probabilité pour qu'un individu heurte l'encadrement de ma porte si celle-ci mesure deux mètres de haut ? Ainsi, je cherche à évaluer la quantité $\Pr(Y > 2m)$. Si cette valeur est trop élevée, une proportion importante de personnes est susceptible de se cogner, et il est alors souhaitable de rehausser ma porte.

« Il existe de nombreuses façon de proposer un modèle pour $\Pr(Y)$. Néanmoins, ce que je veux vous montrer ici, c'est que l'objectif pratique est d'utiliser les données disponibles afin de se faire un avis sur les valeurs probables de Y. Pour préciser, lorsque l'on évalue $\Pr(Y)$, ou plus rigoureusement ici $\Pr(y_1 < Y < y_2)$, on ne fait pas autre chose que d'exprimer notre anticipation quant à l'interrogation « réelle » suivante. Si je sélectionne un individu particulier, au hasard, c'est-à-dire sans utiliser aucune autre information que son appartenance à la population d'intérêt, quel est le poids que j'attache, ou l'avis que je porte, relativement au fait que la taille de cet individu se situera entre les valeurs y_1 et y_2 ? Pour que cette estimation – basée sur $\Pr(Y)$ – soit pertinente, il faudra supposer que l'échantillon de données à disposition constitue une « bonne représentation » de cette population. On va donc admettre qu'il existe une certaine « régularité » dans la « variabilité » de Y et qu'un ensemble d'observations, une fraction de la population totale, mais une fraction suffisamment large, prise au hasard, nous permet d'en juger.

« Second exemple. Cette fois, on va encore s'intéresser à la variation de Y, mais on dispose désormais d'une information X, qui conditionne les valeurs de Y. On va considérer la règle imparfaite qui peut être établie entre Y et X, et qui décrit la régularité que l'on perçoit entre ces grandeurs. Le problème pratique est le suivant. J'assiège une cité ennemie, dont le centre se situe à cinq cents mètres de ma catapulte. Si je tire cent mètres trop court ou cent mètres trop long, par rapport au centre de la cité, je pourrais heurter mes propres troupes. La catapulte est armée par la compression d'un ressort. La libération du ressort déclenche le mouvement du bras qui propulse le projectile. La compression du ressort ainsi que la masse du projectile sont les deux paramètres de tir qui vont conditionner la distance parcourue par ce projectile. Je devrais alors m'assurer que les paramètres de tir que je choisis me permettent d'atteindre ma cible, tout en limitant les risques pour mes propres troupes. L'analyse va donc consister à se prononcer sur $\Pr(400m < Y < 600m|X_1, X_2)$, où X_1 représente la compression du ressort et X_2 la masse du projectile. Le problème pratique réside dans la détermination et le contrôle de valeurs pertinentes pour X_1 et X_2. Afin de mener à bien cette analyse, puis de pouvoir décider, il nous faut proposer et identifier un modèle.

« On pourra s'appuyer sur deux types de représentations. Une première représentation dite fonctionnelle, ou analytique, associera à chaque couple de valeurs (x_1, x_2), une et une seule valeur pour y. On va la noter $y = g(x_1, x_2)$, où g est une fonction mathématique[35]. Sous cette forme, la prédiction ne donne accès qu'à une seule valeur et il n'est alors pas possible de contrôler directement le niveau de « précision » ou de « certitude » associé à cette inférence. La seconde alternative consiste à proposer véritablement un modèle de distribution probabiliste pour $\Pr(Y|X_1, X_2)$.

« La construction de ces représentations – fonctionnelle ou probabiliste – s'appuie sur l'idée qu'il existe une certaine « régularité du réel », ou une certaine stabilité, caractérisable

[35] Une fonction est un objet mathématique qui associe, ici à un couple de valeurs connues, une valeur particulière. En se rappelant le monde mathématique parfait de la déduction, on peut écrire $(x_1, x_2) \xrightarrow{g} y$. Dit autrement, *si* X_1 vaut x_1 et *si* X_2 vaut x_2, *alors* Y vaut y. Tout se passe comme si la fonction g procédait à l'application d'une règle parfaite.

au moyen d'une règle, généralement imparfaite. Dit autrement, la variation, ou les valeurs possibles de Y, sont conditionnées par les valeurs prises par X_1 et X_2. La connaissance de ces « conditions », « circonstances » ou « facteurs influents », nous renseigne sur les valeurs que pourraient prendre Y, et que l'on cherche à anticiper. Le modèle que l'on va s'attacher à construire aura pour objectif de rendre compte de cette relation entre Y et (X_1, X_2). Il permettra de réaliser des prédictions ou d'émettre des jugements, sur Y, à partir de la connaissance de (X_1, X_2). »

Le professeur continua sa présentation. « Afin de proposer et d'identifier un modèle de relation, il existe deux angles d'approche : l'un purement expérimental et l'autre basé sur l'utilisation de règles connues[36] et le recours au calcul.

« La première approche nécessite l'acquisition, par l'expérimentation, d'un ensemble de données permettant « d'apprendre » cette relation. Ceci implique l'observation expérimentale de nombreux tirs, associés à différentes valeurs des paramètres du tir. Il faudra observer « suffisamment » de tirs afin de pouvoir apprendre « correctement » cette relation – afin de saisir cette régularité du réel.

« La seconde approche repose sur l'application de lois – de règles induites – entre les paramètres. Ici, les lois de la mécanique[37], relient masse, compression du ressort et distance parcourue par le projectile. Le calcul formel[38], c'est-à-dire la

---

[36] En bout de raisonnement, ces règles connues sont supposées. Elles ont été apprises par l'expérience passée. Lors d'un nouveau raisonnement, on fera l'hypothèse qu'elles sont « vraies », afin de pouvoir les utiliser.

[37] Ici, par exemple, l'application du principe de la conservation de l'énergie mécanique fournit une réponse. L'énergie potentielle accumulée par le ressort sera transformée en énergie cinétique transmise au projectile à la libération du ressort.

[38] Pour certains problèmes, il n'est pas possible de proposer une « solution exacte », c'est-à-dire une expression sous forme fonctionnelle,

manipulation des variables mathématiques entrant en jeu, et reliées par les lois employées, produit alors une représentation fonctionnelle du type $y = g(x_1, x_2)$.

« La seconde approche, lorsqu'elle est possible, est plutôt celle adoptée dans le cadre de l'étude des sciences « naturelles ». Elle offre une modélisation basée sur des lois ou des règles spécifiées. A l'inverse, la première approche, qui va exploiter les données disponibles pour tenter d'apprendre la relation d'intérêt, est plus généralement l'illustration du travail du statisticien. Elle produit une modélisation extraite directement de l'observation. Les deux approches ont pour objectif final la construction d'une représentation formelle – un modèle – pour $\Pr(Y|X_1, X_2)$ ou pour $y = g(x_1, x_2)$. »

Le professeur poursuivit la discussion en détaillant la question de la prédiction. « Une fois ces modèles identifiés, toutes les opérations de prédiction – ou de diagnostic[39]– que l'on peut désigner aussi comme des opérations d'inférence, pourront être formalisées à l'aide de la relation suivante. »

Il s'approcha du tableau pour y inscrire l'expression[40] :

$$\boxed{\mathbf{Pr}(\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{y}) = \sum_{\boldsymbol{x}} \mathbf{Pr}(\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{y}|\boldsymbol{X} = \boldsymbol{x})\,\mathbf{Pr}(\boldsymbol{X} = \boldsymbol{x})}$$

à partir des lois utilisées. Il faut alors avoir recours au calcul numérique – à une résolution approchée – plutôt qu'au calcul formel.

39 Pour ces dernières, par convention, on inverserait les notations et on étudierait plutôt $\Pr(X|Y)$. On chercherait les « causes » possibles X en fonction des « effets » observés Y.

40 Cette expression désigne la somme sur l'ensemble des valeurs x possibles. On peut rappeler que $Pr(Y \cap X) = \Pr(Y|X)\Pr(X)$ et noter qu'en sommant sur l'ensemble des X possibles on concentre à nouveau l'attention sur la valeur de Y et elle seule.

« Que signifie cette relation ? demanda-t-il. » Les regards se fixaient plus intensément sur le tableau afin d'essayer d'en identifier les différents éléments constitutifs. Elle est appelée « relation des probabilités totales ». Marie allait tenter une explication. « Puis-je essayer de décrire ce que je pense avoir compris ? proposa-t-elle.

— Je t'en prie, dit le professeur.
— Elle signifie que l'on obtient la mesure de probabilité associée à la valeur y en considérant la contribution de toutes les valeurs possibles pour x et en étudiant ce que chaque valeur de x permet de conclure, individuellement, pour la mesure de y.
— C'est cela. Elle consiste à *exploiter toutes les combinaisons possibles*. Imaginez que vous considériez indépendamment chaque x possible. Son poids est $\Pr(X = x)$. Vous appliquez ensuite la relation imparfaite qui vous renseigne sur y à partir de x, c'est-à-dire $\Pr(Y = y|X = x)$. Puis, pour déterminer le résultat de l'application de toutes les règles, vous faites la moyenne pondérée par les poids $\Pr(X = x)$ associés à chaque x. Vous obtenez alors $\Pr(Y = y)$. Pour développer la connaissance de Y, tout ce passe comme si vous appliquiez un ensemble de règles, connues de façon imparfaite – schématiquement exprimées par $x \to y$ – à chacun des x que vous considérez comme possible, et que l'application de chaque règle contribuait à hauteur du poids de la prémisse x associée, c'est-à-dire $\Pr(X = x)$. »

Il précisa une nouvelle fois. « Pour réaliser une prédiction – une inférence quant à Y – vous devez donc avoir une idée des valeurs possibles x des paramètres considérés comme influents X et du poids potentiel de chacune de ces valeurs, $\Pr(X = x)$, puis une idée de la relation qui existe entre ces paramètres influents et la grandeur d'intérêt Y, caractérisée par $\Pr(Y = y|X = x)$. Ces deux composantes – $\Pr(Y|X)$ et $\Pr(X)$ –

peuvent être décrites par des modèles, que vous aurez préalablement identifiés à l'aide de données, de règles ou d'hypothèses. Voilà la finalité du travail d'inférence statistique. Proposer et identifier ces modèles puis les exploiter, afin de prédire.

« Illustrons avec l'exemple du tir de catapulte. Je serai en mesure de prévoir l'impact du projectile, avec une précision contrôlée $\Pr(Y)$, en caractérisant la relation qui existe entre la distance parcourue et les valeurs de masse du projectile ainsi que de compression du ressort, $\Pr(Y|X)$, et aussi, en connaissant – et en contrôlant – les variations possibles de ces masses et compressions, quantifiées par $\Pr(X)$.

« Illustrons également avec l'exemple des tailles. Ici, étant donné qu'aucun paramètre influent n'est spécifié – aucune information particulière n'est susceptible de peser sur notre anticipation des valeurs possibles pour Y – les inférences – concernant par exemple la question $\Pr(Y > 2m)$ – s'appuieront directement sur le modèle $\Pr(Y)$ qui décrit la variabilité des tailles dans la population étudiée. Ce modèle est identifié à partir de l'échantillon de données disponible – sans recours à la relation des probabilités totales ou à un conditionnement particulier dans ce cas. »

***

La leçon devenait progressivement plus concrète, moins conceptuelle, mais aussi un peu plus technique.

Néanmoins et avant tout, *la Statistique, c'est l'ensemble des principes et des outils qui permettent l'exploitation concrète de notre connaissance du réel et des régularités observées dans le réel.* Cette connaissance est généralement mobilisée au service d'une finalité pratique : déterminer un choix rationnel – par exemple, choisir une hauteur de porte, ou contrôler des paramètres de tir.

Plus précisément, la statistique inférentielle opère par l'intermédiaire de l'identification et de l'exploitation de modèles. Le professeur leur présenterait ensuite les éléments pratiques nécessaires à la construction – ou à l'apprentissage – de ces modèles, à partir des données disponibles. Il introduirait les principes d'« inférence statistique ». Lors de cette construction, il serait également question *de choix et d'hypothèses*.

Par ailleurs, l'obtention de modèles à partir de la « résolution » de problèmes formulés à l'aide de « lois » spécifiées – naturelles ou non – entre les paramètres, est une question propre à chaque champ disciplinaire. Le professeur n'aborderait pas cet aspect particulier du sujet de la modélisation. Ceci est une question « plus classique » de mathématiques appliquées – de résolution ou de calcul, formel ou numérique.

Inférence, apprentissage et exploitation des données (*)

« Vous avez maintenant saisi les principes fondamentaux du raisonnement ainsi que les objectifs de la Statistique, dit le professeur. Vous êtes familiarisés avec l'outil de probabilité. Maintenant, comment traiter les données en pratique ? Comment mettre les mains dans le cambouis numérique ? Comment construire des modèles et les utiliser ?

« Il est possible que ce qui suit soit la première chose que vous soyez amenés à apprendre lors d'un cours de statistique inférentielle, affirma-t-il. Certains parmi vous ont peut-être déjà suivi ce cours.

— C'est le cas, répondit Marie.
— Même chose pour nous, déclarèrent Igor et Elias.
— Ce n'est pas ma spécialité, mais j'ai quelques souvenirs aussi, dit à son tour Inès.
— Très bien, conclut le professeur. Avec moi, vous avez eu droit au film complet, principes et contexte inclus. Maintenant, allons plus loin. »

Il se dirigea vers le tableau et inscrivit d'abord la rubrique « modèles ». Il ajouta à celle-ci les trois éléments suivant : $\mathrm{Pr}(Y = y)$, $\mathrm{Pr}(Y = y|X = x)$ et $y = g(x)$. Il créa ensuite une seconde rubrique intitulée « principes d'inférence ou méthodes d'apprentissage ».

« On va s'intéresser à trois approches différentes, déclara-t-il. Elles vont nous permettre d'identifier ou d'apprendre un modèle à partir de données. Ces approches exploitent : *le principe du « maximum de vraisemblance », le principe de*

« mise à jour Bayésienne » ou le principe de la « minimisation de l'erreur de prédiction ». Etudions chacun de ces principes. »

« Avant tout, on peut identifier deux types de modèles. On a d'un côté des modèles dits « paramétriques ». Dans ce premier cas, on va proposer une forme mathématique particulière[41], où vont apparaitre un ou plusieurs paramètres, que l'on va noter θ, et que l'on devra identifier. D'autre part et par opposition, on retrouve des modèles « non-paramétriques ». Ce second type de modèle s'appuie quasi-intégralement sur les données. Leurs prédictions sont produites de façon assez mécanique, au moyen de manipulations algorithmiques. Ce type de modèle va moins nous intéresser. On y retrouve, par exemple, des modèles de distribution empirique. Vous avez déjà dû voir des histogrammes ?

— Oui, répondit Pauline. On trie les données dans l'ordre, puis on les répartit au sein de différentes classes. Ensuite, on compte le nombre de valeurs dans chaque classe. Enfin, on illustre cette valeur par la hauteur de la bande verticale qui représente la classe concernée. On obtient alors une figure composée de ces multiples bandes juxtaposées.
— C'est ça, confirma le professeur. En calculant la proportion de la population, plutôt que le nombre total de points par classe, ces figures pourraient être présentées différemment, sous la forme du gâteau découpé[42] dont nous avons déjà discuté. Plus il y a de valeurs dans un certain intervalle – une classe – plus la part de gâteau associée est grande. Ce type de représentation peut constituer un modèle de la distribution à laquelle on s'intéresse – ici $\Pr(y_1 < Y < y_2)$. Il est construit de façon assez mécanique à partir des données dont on dispose. On pourrait en construire un à partir de l'échantillon des mille valeurs de taille de

---

[41] Une fonction avec une expression spécifique.

[42] On parle aussi parfois de représentation en « secteurs », ou en « camemberts ».

l'exemple précédent, ou des lancers de projectiles dans les trois zones de l'exemple présenté plus tôt. »

Le professeur n'en dirait pas plus au sujet des modèles non-paramétriques. « Revenons aux modèles paramétriques, plus largement utilisés. Il faut tout d'abord choisir une forme de modèle particulière. Notons $\mathrm{Pr}(Y = y) = f(y, \theta)$, où f est une fonction[43] que l'on devra proposer. Une fois que l'on aura identifié une valeur pour θ, la fonction f permettra de calculer la mesure de probabilité $f(y, \theta)$ associée à chaque y. L'apprentissage ou l'identification du modèle va donc consister à trouver une bonne valeur pour θ.

— Pour être sûr d'avoir bien compris, dit Philippe, on collecte les données, on propose une forme f et on doit ensuite identifier la valeur de θ qui correspond le mieux à ces données ?
— Exactement, on appelle parfois l'identification de θ : un « ajustement statistique ». On cherche la valeur qui « colle » le mieux aux données. »

Il pointa son feutre vers l'inscription : méthode du maximum de vraisemblance. « Cette méthode d'ajustement va s'appuyer sur l'idée suivante. On va considérer que *les données que l'on a effectivement observées sont celles que l'on avait le plus de chances d'observer*, compte tenu du modèle choisit. Pour être

---

[43] En toute rigueur, pour une grandeur Y continue – qui peut prendre une infinité de valeurs différentes – on s'intéresse à la probabilité que Y se trouve dans un intervalle centré sur y, de largeur dy, et on écrit la relation – l'approximation – $\mathrm{Pr}(y \leq Y \leq y + dy) \approx f(y, \theta)dy$, où f est alors nommée : densité de probabilité. Ceci découle du fait que pour un nombre infini d'issues possibles, il est illusoire de penser obtenir une valeur y exacte – la probabilité associée étant nulle. Ainsi, si dy diminue, la probabilité de se trouver dans l'intervalle chute naturellement. Cette subtilité théorique ne change rien au principe d'identification utilisé.

plus clair, imaginons deux valeurs candidates θ_1 et θ_2. Imaginons une observation disponible y_i. Si $f(y_i, \theta_1)$ est supérieure à $f(y_i, \theta_2)$, cela signifie qu'il est plus probable d'observer y_i quand $\theta = \theta_1$ que quand $\theta = \theta_2$. Etant donné que l'on a vraiment observé y_i, il est donc plus vraisemblable que le « bon » modèle corresponde à la valeur $\theta = \theta_1$. Ici, on vient de considérer une seule observation y_i, mais en pratique, on va chercher la valeur θ qui correspond au produit des mesures le plus grand[44], pour l'ensemble des observations (y_i), avec $i = 1,2, \dots, n$, ce qui s'écrit :

$$\boxed{\hat{\boldsymbol{\theta}} = \underset{\boldsymbol{\theta}}{\textbf{argmax}} \prod_{\boldsymbol{i}} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y_i}, \boldsymbol{\theta})}$$

« Avec cette approche, on va obtenir le modèle le mieux ajusté – par l'intermédiaire de la valeur $\hat{\theta}$ – aux données effectivement observées, le plus « vraisemblable » compte tenu des observations.

« Une fois que l'on a choisi une forme pour f – un type de modèle – l'identification de θ par maximum de vraisemblance devient une opération purement mécanique, souvent réalisée avec l'aide de l'informatique. En pratique, on renseigne toutes les données, les valeurs (y_i) avec $i = 1,2, \dots, n$, et un algorithme d'optimisation numérique nous fourni $\hat{\theta}$. Inès, tu devrais pouvoir nous en dire un peu plus sur l'optimisation, n'est-ce pas ?

— Bien sûr, s'exclama-t-elle. Rappelez-vous, on a parlé plus tôt de résolution mathématique de problème. Cela consistait à

[44] Ainsi, la meilleure valeur pour θ, notée $\hat{\theta}$, s'obtient en recherchant le candidat qui maximise le produit. En supposant que les observations sont indépendantes, le produit des mesures $\prod_i f(y_i, \theta)$ correspond à la probabilité de réaliser effectivement toutes ces observations (y_i) – il correspond à l'intersection de tous ces événements individuels et indépendants.

trouver une méthode de recherche qui nous conduirait vers la bonne solution, au sein d'un ensemble de candidats possibles. « L'optimisation » est généralement le nom que l'on donne à la résolution du problème qui consiste à rendre une quantité maximale ou minimale.

— Dans le cas présent, reprit le professeur, on tente de rendre maximal le produit des mesures associées à l'ensemble des données observées. On ajuste progressivement θ jusqu'à ce que l'on trouve la bonne valeur, le meilleur candidat $\hat{\theta}$.

— On tente de se déplacer dans l'espace, numérique[45], des θ candidats. Souvent, poursuivit-elle, la recherche procède en réalisant de petits mouvements de proche en proche, en faisant varier légèrement le candidat. Par cette exploration du voisinage, on va rechercher une direction où la pente est forte, puis s'engager dans cette direction. Tout se passe comme si l'on gravissait une montagne, jusqu'à en trouver le sommet : la valeur maximale. »

Le professeur conclut sur la méthode du maximum de vraisemblance. « En pratique, on entre les données dans la machine, on lui indique le type de modèle que l'on choisit, et la magie du numérique nous fournit le meilleur ajustement. Pour les moins téméraires, c'est le bonheur, la machine fait quasiment tout le travail, dit-il avec un sourire largement visible. Mais attention à ne pas devenir un simple pousseur de boutons. Il faut s'attacher à conserver une certaine maitrise, si l'on veut éviter des surprises désagréables. Nous en rediscuterons. »

Il entama la description d'un second type d'approche. « Gardons la méthode de la mise à jour Bayésienne pour plus tard, dit-il. Occupons-nous d'abord des modèles de relation fonctionnelle du type $y = g(x)$, dont vous avez probablement

[45] Ici, « numérique » signifie que l'on manipule des valeurs qui évoluent de façon continue.

plus l'habitude. Ici, pas de mesure de probabilité, une valeur de x nous donne une prédiction y et une seule. Pour procéder à l'apprentissage de ce type de modèle, il va nous falloir des couples de données (y_i, x_i). Cette fois, on va chercher la fonction g qui relie le mieux x à y, compte tenu des données dont on dispose.

« En reprenant un exemple précédent, y pourrait correspondre à la distance parcourue par un projectile de masse connue et x à la compression du ressort de la catapulte. Les couples (y_i, x_i) correspondraient alors à un ensemble de tirs d'essai – avec une masse fixée – où l'on ferait varier x et l'on observerait y.

« Dans le cadre des modèles de relations fonctionnelles, on retrouvera des approches paramétriques et des approches non-paramétriques. Laissons les secondes de côté et intéressons-nous aux modèles paramétriques. Comme précédemment, on va chercher un ensemble de paramètres, appelons les β, qui correspondent le mieux possible aux données. On va proposer une forme paramétrique g en guise de modèle $y = g(x, \beta)$. Il en existe de nombreux types différents, que l'on ne va pas détailler. Depuis les polynômes, en passant par les combinaisons linéaires, puis non linéaires, jusqu'aux réseaux de neurones dont vous avez peut-être entendu parler. L'identification des paramètres β qui « collent » le mieux aux données va s'opérer sur la base de la minimisation de l'erreur[46] de prédiction. On va former la quantité suivante :

$$\boxed{\boldsymbol{err}(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \left(\boldsymbol{y_i} - \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x_i}, \boldsymbol{\beta})\right)^{\mathbf{2}}}$$

[46] Ici, on choisit l'erreur dite « quadratique », c'est-à-dire, le carré de l'écart. Ce choix est souvent dicté par la simplicité des manipulations mathématiques auquel il est associé.

« Qu'est-ce que cela représente ? On va faire la somme de tous les écarts, entre une valeur observée y_i et sa prédiction par l'intermédiaire du modèle $g(x_i, \beta)$. On va chercher à minimiser cette quantité. *Plus la somme des erreurs est faible, plus le modèle est capable de faire de « bonnes prédictions »*. Ainsi, on va « simplement » ajuster β jusqu'à ce que le modèle produise les « meilleures prédictions possibles[47] ».

« Le procédé conduit alors à « apprendre » progressivement la relation entre y et x à partir des données disponibles – à partir de l'observation expérimentale de cette relation. Ici encore, l'ajustement de β va généralement s'appuyer sur l'optimisation numérique. L'algorithme va chercher à minimiser la quantité $err(\beta)$ en modifiant progressivement β. Pour résumer, on choisit une forme de modèle g, on entre les données disponibles (x_i, y_i) avec $i = 1,2, \dots, n$ et on laisse la machine faire le travail. Voilà l'idée. »

Pour les deux approches qui venaient d'être discutées, l'apprentissage du modèle par le traitement concret des données, repose en définitive sur les capacités de manipulation numérique de la machine. Ceci est une des raisons qui peut expliquer la popularisation du terme « d'apprentissage machine ».

« Maximum de vraisemblance, c'est fait, déclara le professeur. Minimisation de l'erreur de prédiction, c'est fait. Nous discuterons des subtilités de la modélisation et de l'apprentissage plus tard. Néanmoins, vous avez dès à présent à votre disposition les idées – les principes – sur lesquelles reposent ces deux techniques. Venons-en maintenant à une approche un peu plus délicate à saisir, mais cependant très puissante et particulièrement compatible avec le début de notre

---

47 Selon le choix de g, il sera possible d'obtenir un ajustement plus ou moins bon. Le modèle, en fonction de sa « structure » ou de sa « forme », sera capable de « coller » plus ou moins aux données.

leçon – qui a introduit la vision subjectiviste de la probabilité. Parlons désormais de « mise à jour Bayésienne » ou d'*« actualisation de la connaissance à partir des données »*, déclara-t-il.

« Commençons par une remarque. Si vous y réfléchissez bien, assez souvent, *apprendre est un processus dynamique.* On se fait une première idée ou un « préjugé » particulier, puis on tâtonne, on essaie et on améliore progressivement notre connaissance. La mise à jour Bayésienne va exploiter ce mode de raisonnement.

« On va mener un raisonnement à partir d'un avis initial à propos de notre modèle, et plus spécifiquement, à propos du paramètre θ que l'on cherche à identifier. Cet avis traduit une connaissance à même d'évoluer et s'exprime au travers des valeurs possibles pour Θ[48]. On va décrire cette connaissance initiale à l'aide d'une distribution de probabilité, par la mesure $\Pr(\Theta = \theta)$.

« Ensuite, on va exploiter les données (y_i), avec $i = 1,2, \dots, n$, dont on dispose. Comme pour les approches précédentes, on va spécifier une forme de modèle particulier. Ici, on va employer la notion de probabilité conditionnelle, qui va nous amener à considérer l'expression : $\Pr(Y = y_i | \Theta = \theta)$. Pour une observation donnée y_i, plus il est probable que celle-ci ait été effectivement observée, c'est-à-dire plus $\Pr(Y = y_i | \Theta = \theta)$ est grand, plus θ « colle bien » à la donnée ou « explique bien » la donnée. On va utiliser cette quantité afin de *réviser notre avis initial en fonction des données que l'on observe.* Pour le faire en pratique, on utilise la « relation de Bayes[49] » :

[48] Θ est la version majuscule de θ.

[49] La relation apparait naturellement lorsque l'on remarque l'égalité suivante : $\Pr(A \cap B) = \Pr(B \cap A)$. On exploite ensuite la définition de la probabilité conditionnelle, ce qui donne : $\Pr(A|B)\Pr(B) = \Pr(B|A)\Pr(A)$

$$\boxed{\mathbf{Pr}(\boldsymbol{\Theta} = \boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{y_i}) = \frac{\mathbf{Pr}(\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{y_i}|\boldsymbol{\Theta} = \boldsymbol{\theta})\,\mathbf{Pr}(\boldsymbol{\Theta} = \boldsymbol{\theta})}{\mathbf{Pr}(\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{y_i})}}$$

« *La force conceptuelle de cette relation est immense*. Je vous encourage à faire l'exercice de considérer intensément la signification de chacun de ses termes. Derrière cette relation se cachent pratiquement la totalité des principes et des idées que l'on a discuté jusqu'ici : *la probabilité conditionnelle, la connaissance imparfaite d'une grandeur, l'extraction d'information à partir des observations dont on dispose*. Vous ne le réalisez peut être pas encore, mais elle est *une traduction formelle possible du mécanisme d'apprentissage à partir d'observations – de l'inférence par induction*.

« Examinons-la dans le détail. Le résultat de la mise à jour Bayésienne est $\mathrm{Pr}(\Theta = \theta|Y = y_i)$. Ce terme représente notre connaissance à propos de Θ, ajustée par le traitement de la donnée disponible y_i. On nomme ce terme : connaissance *a posteriori* – une fois la donnée disponible. $\mathrm{Pr}(\Theta = \theta)$ est notre connaissance initiale. On la nomme connaissance *a priori* – avant l'observation de la donnée. Considérons une valeur particulière θ_0. Si $\mathrm{Pr}(Y = y_i|\Theta = \theta_0)$ – dite « vraisemblance » – est plus grande quand $\Theta = \theta_0$ que sans cette information, c'est-à-dire $\mathrm{Pr}(Y = y_i)$, alors le ratio associé est supérieur à 1. Ceci renforce donc notre croyance dans le fait que θ_0 est une valeur plus vraisemblable pour Θ qu'on le pensait à l'origine : on voit que $\mathrm{Pr}(\Theta = \theta_0|Y = y_i)$ devient alors supérieur à $\mathrm{Pr}(\Theta = \theta_0)$. L'observation de y_i augmente le poids que l'on attribue *a posteriori* à $\Theta = \theta_0$ – la part de gâteau étiquetée θ_0.

« J'admets volontiers l'aspect délicat de cette expression. Néanmoins, j'insiste sur le fait que le principe sous-jacent n'est pas si complexe. Il traduit un apprentissage par l'expérience. L'observation des données va progressivement renforcer, ou à l'inverse contredire, notre avis initial. Plus le modèle, ou plutôt la valeur considérée θ_0, est compatible avec les observations que l'on collecte, plus cela augmente notre confiance dans θ_0.

« Comme pour les approches précédentes, l'application de la relation de Bayes – la mise à jour – est généralement conduite de manière numérique. On choisit une forme de modèle[50], on renseigne un avis initial sur Θ – à l'aide d'une distribution de probabilité – on entre les données observées (y_i), et on laisse la machine faire le calcul.

« Ici, on rencontre une nouvelle spécificité : comment formuler un avis initial, dit *a priori*, sur Θ : $\Pr(\Theta = \theta)$? Tout comme le choix de la forme paramétrique, pour cette approche ou pour les autres, cette question est importante et délicate. Au-delà du traitement numérique, souvent délégué à la machine, elle constitue en réalité une partie importante de la mission du statisticien. Nous y reviendrons également. »

Afin de permettre aux étudiants de mieux visualiser cette approche Bayésienne en pratique, le professeur proposa un exemple numérique. « Considérons un cas plus simple, dans lequel l'inférence consiste à évaluer la validité d'une hypothèse H, en la mettant en relation avec une observation O qui en découle vraisemblablement. On va chercher à savoir si l'observation O devrait renforcer notre croyance dans la validité de H ou inversement. Ici H ne peut prendre que deux valeurs : vrai ou faux, ce qui n'était pas forcément le cas pour Θ. Dans le cas présent, la relation de Bayes, s'écrit alors :

$$\Pr(H|O) = \frac{\Pr(O|H)\Pr(H)}{\Pr(O|H)\Pr(H) + \Pr(O|\overline{H})\Pr(\overline{H})}$$

« Etant donné que H est soit vraie soit fausse, c'est-à-dire H est vraie ou $\overline{H}$[51] est vraie, le dénominateur – les mondes où O est vraie – s'écrit $\Pr(O) = \Pr(O|H)\Pr(H) + \Pr(O|\overline{H})\Pr(\overline{H})$, car

[50] Une expression de la vraisemblance : $f(y, \theta) = \Pr(Y = y|\Theta = \theta)$.

[51] $\overline{H}$ est la proposition ou l'événement contraire de H. Si H est vraie alors $\overline{H}$ est fausse et inversement.

soit O et H sont vraies simultanément, soit O et $\overline{H}$ sont vraies simultanément. C'est la formule des probabilités totales que l'on a rencontré plus tôt[52], et il n'y a ici que deux alternatives : H ou $\overline{H}$.

« Prenons des valeurs indicatives afin de mieux comprendre. Imaginons que l'on ne sache pas vraiment *a priori* qui de H ou de $\overline{H}$ est vraie. On va leur attribuer la même mesure de probabilité, soit $\Pr(H) = \Pr(\overline{H}) = 0{,}5$. Ensuite, on va imaginer que l'observation de O, témoigne bien plus de la validité de H que de celle de $\overline{H}$, c'est-à-dire $\Pr(O|H) >> \Pr(O|\overline{H})$. Dit autrement, la vraisemblance de O est plus grande, étant donné H que étant donné $\overline{H}$. Voici un exemple avec des valeurs indicatives :

$$\Pr(H|O) = \frac{0{,}95 \cdot 0{,}5}{0{,}95 \cdot 0{,}5 + 0{,}2 \cdot 0{,}5} = 0{,}826$$

« On voit que le fait d'observer O, qui a bien plus de chances d'être observée si H est vraie, a renforcé notre croyance dans la validité de H, depuis 0,5 avant observation à 0,826 après observation. Ainsi, l'observation de O témoigne en faveur de H, plutôt que de $\overline{H}$. L'hypothèse, ou le modèle, H apparait donc comme une meilleure représentation du monde, compte tenu de la donnée O. On a extrait de l'information sur H à partir de O. »

Afin d'illustrer tout ce qui avait été dit depuis plusieurs jours, le professeur donnait une idée des rôles et des tâches, dans cette grande entreprise statistique. Il rédigeait quelques mots sur le tableau puis demandait aux étudiants de les lire. Il indiquait également l'ordre des interventions. « Le mathématicien et son ami statisticien théorique, étudient les principes et les

[52] On avait alors utilisé X pour désigner les facteurs ayant une influence sur Y. Ici X, ne peut prendre que deux valeurs H ou $\overline{H}$.

approches de traitement, de raisonnement et d’inférence, lit d’abord Marie.

— L’informaticien et le statisticien appliqué, mettent ces approches en pratique et fournissent des méthodes et des moyens de calcul efficaces, poursuivit Inès.
— L’ingénieur, l’économiste, le politologue ou le sociologue collectent les données, fournissent les hypothèses qui guideront les choix de modélisation, puis analysent ou exploitent les résultats du traitement statistique, enchaîna le professeur.
— Et pour moi ? interrogea Philippe, feignant une expression indignée, suivi d’un sourire malin.
— Le bon philosophe critique le travail de ses petits camarades, répondit le professeur sur un ton léger. Il reprit ensuite plus sérieusement. L’épistémologue, celui qui étudie la connaissance, travaille de pair avec le mathématicien ou le statisticien théorique, afin de s’assurer que les outils développés s’attaquent aux bonnes questions. Ils tentent aussi d’en comprendre ensemble les limites. »

***

Le professeur avait présenté les trois principes d’inférence les plus utilisés. L’idée du maximum de vraisemblance, celle de la minimisation de l’erreur de prédiction, ainsi que celle de la mise à jour Bayésienne. Ces principes sont à l’origine de la plupart des identifications de modèles, probabilistes ou fonctionnels, à partir de données.

Une fois les principes traduits en instructions pour les machines, une large partie de l’apprentissage ou de l’identification repose ensuite sur le calcul ou l’optimisation numérique. Le cœur du travail de modélisation, celui du statisticien, vient en amont. Il vise à préparer le terrain en indiquant quel principe utiliser, quelle forme de modèle choisir et quelles données collecter et exploiter.

Sur tous ces points, il faut ensuite entrer dans le détail, au-delà des principes mathématiques et épistémologiques fondamentaux. Il faut considérer les spécificités du problème pratique à traiter. *Les outils méthodologiques, ne sont en définitive que des outils. Il faut les manier avec habileté et discernement.*

Mais d'abord, maintenant que la majeure partie du sujet du traitement de la connaissance – du raisonnement – avait été introduite, il était temps de s'attaquer aux questions de la décision, de la rationalité et du risque.

Décider, c'est anticiper : mathématiques de la rationalité

Les étudiants s'étaient d'abord intéressés aux applications, au vocabulaire scientifique et aux questions pratiques. A l'opposé, le professeur avait axé son discours sur des questions théoriques. Il avait insisté fortement sur les principes du raisonnement et sur les outils probabilistes, avant d'en venir à présenter les approches statistiques et les méthodes permettant le traitement concret des données et de la connaissance. « Je ne suis pas sûre de saisir toutes les subtilités, déclara d'abord Inès. Mais en tout cas, nous avons beaucoup parlé de probabilités.

— Je pense que c'était le but principal, enchaîna Igor. Je crois qu'il voulait insister sur le fait que les calculs et les traitements que l'on va produire avec l'aide de l'informatique nous conduisent souvent à des conclusions imparfaites et que l'on a besoin des probabilités pour les exprimer.
— C'est ce que j'ai compris aussi, ajouta Pauline. J'ai bien aimé les exemples qu'il a présentés.
— Quand on a fini par parler de statistiques et de traitement de données, reprit Elias, il s'agissait souvent d'identifier des modèles basés sur des probabilités.
— Oui, en quelque sorte, on transforme nos observations et nos connaissances en jugements probabilistes, déclara Marie.
— Je ne saurai peut être pas vous en convaincre précisément, dit à son tour Philippe, mais j'ai l'impression qu'il nous a proposé la traduction en langage mathématique de l'école philosophique empiriste. D'après les tenants de ce courant comme Bacon, Locke ou Hume, *toute connaissance émane de l'expérience sensible de la nature. Chacun construit donc*

ses représentations du monde et ses jugements en exploitant son expérience – ses observations ou les conclusions issues des raisonnements d'autres qu'il décide de faire siennes.

— Néanmoins, poursuivit Marie, je ne vois pas bien le rapport avec le sujet de l'intelligence artificielle ou avec l'idée de rationalité. J'ai un peu de mal à voir comment tirer profit de tout cela, en sciences naturelles ou en sciences humaines par exemple.

— C'est en partie parce qu'il vous manque une chose à tous, déclara le professeur qui venait juste d'entrer dans l'espace commun. *La connexion entre connaissance et décision*. Je suis sûr que vous voulez en savoir plus à ce sujet. »

Tous acquiescèrent.

« Jusqu'ici, nous avons parlé de connaissance, ainsi que des méthodes et des principes qui permettent de l'organiser ou de l'enrichir, commença-t-il. Parlons maintenant de « décisions », ou plus spécifiquement, de « problèmes de décision ».

« Souvenez-vous d'abord de l'intervention de Marie et Inès : résoudre un problème, c'est lui trouver une solution acceptable, parmi un ensemble de candidats possibles. Ensuite, résoudre un problème de décision, c'est faire un choix, c'est chercher le « meilleur choix », selon un critère que l'on estime pertinent. Décider, c'est choisir ce que l'on va faire. Donc, décider, c'est *in fine* agir. Et agir, c'est transformer notre environnement, c'est transformer le réel. Nos décisions ont des effets ou des conséquences. »

Le professeur utilisa à nouveau le tableau blanc afin de décrire les différents éléments du problème de décision – sa structure formelle. Il dessinait une table à deux entrées, où les colonnes représentaient les « alternatives », parmi lesquels il fallait choisir, et les lignes représentaient les « états possibles du monde ». A l'intersection de chaque ligne et de chaque colonne, il indiquait que l'on retrouve un « état de conséquence ». Si « l'agent » – celui qui décide – choisit l'alternative *j* et qu'il apparait qu'à l'issue de son action c'est l'état du monde *i* qui se trouve être « l'état réel », alors il aura provoqué la conséquence spécifiée à l'intersection de la ligne *i* et de la colonne *j*.

Du point de vue mathématique, le problème de décision est décrit par ces multiples « ensembles de conséquences probables » – le contenu des colonnes – associés à différentes alternatives – chaque colonne. En pratique, résoudre le problème de décision c'est : « choisir la bonne colonne ». Quel est alors le bon critère à considérer pour faire ce choix ?

Le professeur revint d'abord sur l'idée de « conséquences probables ». « Vous allez maintenant comprendre la raison de mon insistance vis-à-vis de la notion de probabilité, déclara-t-il. Pour de très nombreux problèmes de décision réels, dans vos disciplines, ou dans la vie courante, *il est généralement impossible de connaitre avec certitude l'état de conséquence qui se manifestera à l'issue de notre décision*. Nous allons devoir choisir en ayant à l'esprit l'ensemble des conséquences probables pour chacune de nos actions potentielles. C'est ici que la mesure de probabilité entre en jeu. Elle va nous servir à spécifier, de façon quantitative, ce que l'on pense de ces différentes conséquences probables. Notre décision va alors dépendre fortement de ce que nous pensons. Elle va dépendre de nos « anticipations ». Je vous invite à méditer très fortement la remarque suivante : *nous décidons toujours en fonction de ce que nous anticipons comme les conséquences probables de nos actions.* »

Tous les étudiants étaient visiblement d'accord avec cette remarque. Elle semblait conforme à l'intuition et au « bon sens ». Elle semblait comme une évidence ancrée en nous. « *En ce sens, nous sommes des « êtres rationnels »*, déclara-t-il. Nous voici maintenant rendus au point où nous allons pouvoir parler sérieusement de « rationalité ». Voilà la connexion qu'il vous manquait entre connaissance et décision. Dans ce cadre d'analyse, nous pourrons aborder vos problèmes pratiques, ou l'idée d'intelligence artificielle. D'ailleurs, je préfère parler de « rationalité procédurale ». Ceci est une description bien plus pertinente que celle d' « intelligence artificielle ». »

Après cette brève introduction au cadre formel de la décision, le professeur poursuivit la discussion. « Entrons dans le détail conceptuel. L'idée de rationalité n'est pas simple à appréhender sous tous ses aspects. Elle a été abondamment discutée au cours de l'histoire de la philosophie ou de celle des sciences et des mathématiques. Philippe vous a déjà indiqué que *ratio* signifie « calcul » en latin. Ceci vous montre que lorsque l'on utilise ce concept, on sous-entend qu'il sera question de manipuler des connaissances ou des symboles mathématiques. Que ces manipulations soient réalisées au moyen de nos capacités cognitives ou à l'aide de machines, cela ne change rien au fait qu'elles constituent le cœur de ce que l'on appelle : la « rationalité ». Le « raisonnement » est donc une partie importante de la question de la rationalité.

« Mais la notion de rationalité ne porte pas que sur des aspects intellectuels. Comme l'a dit Marie, il est certes possible de s'intéresser à la connaissance pour elle-même. Néanmoins, beaucoup de raisonnements, ou d'utilisations de nos capacités de calcul, possèdent généralement une finalité pratique. Si l'on isole l'idée de rationalité de celle de décision, on s'intéresse plutôt à la « justesse » de nos raisonnements ou à leur « cohérence logique » qu'à la rationalité elle-même. Au contraire, nous raisonnons souvent dans le but d'agir. L'étude de la rationalité porte donc également sur la décision et l'action. Elle est alors liée au réel. Si l'on emploie le langage courant, on va juger certaines décisions et certains « comportements » comme rationnels, et d'autres non. Sur quelles bases s'appuyer pour juger de la rationalité de nos décisions ? *Les décisions*

« rationnelles » sont-elles de « bonnes décisions » ? C'est à ces questions que nous allons nous intéresser maintenant. »

Il compléta son propos. « Le concept de rationalité va s'incarner dans un cadre mathématique particulier. On va construire et exploiter ce cadre pour plusieurs raisons. Premièrement, il va nous aider à améliorer la qualité de nos décisions. Deuxièmement, il va nous servir de guide afin d'analyser les comportements et les décisions des différents agents. Dans ce cadre, seules les décisions qui respecteront certaines règles – certains impératifs – que l'on aura spécifiées, seront jugées rationnelles. Pourquoi ces règles ? Parce que le fait de les enfreindre nous conduirait à des choix qui apparaissent comme contraire au bon sens ou contre-productifs. On parlera de « rationalité normative ». Le qualificatif « normatif » indique que ces règles doivent – ou devraient – être respectées, et qu'elles s'«imposent » donc à tout problème de décision. Le cadre de la rationalité normative va nous indiquer « comment il faudrait procéder » ou « comment nous devrions procéder », afin de décider.

« Ce cadre va être construit en admettant d'abord les deux propositions suivantes. Premièrement, il est généralement impossible d'anticiper les conséquences de nos actions avec certitude. Deuxièmement, nous formons des « préférences » par rapport aux conséquences possibles de nos actions. Il y a certains états de conséquence que nous préférons à d'autres. En appliquant les règles normatives dans ce contexte, on va déterminer une « bonne solution », ou une solution « rationnelle », pour le problème de décision. Celle-ci « devrait » correspondre au choix de l'agent rationnel. Laissez-moi d'abord vous la décrire avec des mots. Nous verrons ensuite sa traduction mathématique.

« *Un agent est dit rationnel : s'il choisit l'alternative qu'il estime comme la plus à même de le conduire vers l'état de conséquence qu'il préfère*[53]. Qu'est-ce que cela vous inspire ?

— Ça me parait assez naturel, répondit Elias.
— Oui, j'imagine que si ce n'était pas le cas, il serait clairement dit irrationnel, ajouta Pauline.
— A l'inverse, reprit le professeur, imaginez quelqu'un qui agit en étant conscient du fait qu'il compromet activement ses chances d'obtenir ce qu'il souhaite, ou qui laisse de côté une alternative qu'il pense meilleure. Vous auriez du mal à le qualifier de rationnel. Le cadre mathématique normatif vise à traduire certaines de ces intuitions, qui vous semblent naturelles, en impératifs techniques. En clair, le respect de celui-ci garantit par construction que ces comportements contre-productifs seront évités. »

Cette description littérale de la rationalité ne soulevait pas d'opposition chez les étudiants. Exprimée ainsi, elle semblait même quelque peu triviale.

Le professeur leur annonça qu'il ne décrirait pas l'ensemble des règles, ou axiomes[54] de la rationalité normative, mais qu'il présenterait plutôt la structure mathématique que ces règles impliquaient. « Si l'on admet ces règles, le caractère rationnel

---

53 Dans cet ouvrage, nous nous limitons au cas comportant un seul agent, qui va former des préférences qui lui sont propres. Nous ne discuterons pas de la question de choix collectifs impliquant plusieurs agents, et qui pose le problème des préférences collectives, ni de la « qualité » de décisions collectives – sujet d'étude de la théorie des jeux.

54 Les axiomes sont des prémisses – des propositions – données comme évidentes et ne nécessitant pas de validation. Elles permettent d'en déduire une construction mathématique particulière. En toute rigueur, il est possible de ne pas être d'accord avec ces prémisses et certains attaquent volontiers le choix des bases axiomatiques sur lesquelles repose l'ensemble de l'édifice. Le débat sur les prémisses de la rationalité normative est assez technique. On va ici les admettre, puis discuter ensuite les limites du cadre associé.

d’un choix va être déterminé à partir d’un critère particulier : celui du « maximum d’utilité espérée » – désigné par le sigle « MUE ». Parmi les colonnes de la table, dit-il en montrant à nouveau le tableau, celle qui correspond à l’utilité espérée la plus forte est celle qui « devrait être choisie » par l’agent rationnel. Résoudre le problème de décision, c’est calculer l’utilité espérée associée à chaque alternative – à chaque colonne – puis choisir l’alternative qui correspond à la plus grande valeur. Pourquoi ? Qu’est-ce que l’utilité espérée ? »

Il détailla le critère. « Commençons par définir « l’utilité ». On a parlé de préférences de l’agent pour certaines conséquences plutôt que pour d’autres. L’utilité est simplement une grandeur numérique, une valeur, qui va nous servir à hiérarchiser les préférences de l’agent. Plus il désire un état de conséquence particulier, plus l’utilité associée est forte. Inversement, plus il redoute un état de conséquence, plus l’utilité associée est faible. Par exemple, l’utilité liée à des conséquences particulièrement redoutées peut être très fortement négative.

« Maintenant, venons-en à l’espérance de l’utilité. Remarquez à nouveau que chaque alternative – chaque colonne de la table de décision – est associée à un ensemble de conséquences probables. Du point de vue mathématique, on va appeler cet ensemble : une « loterie ». Considérons la loterie qui est associée à l’alternative a_j. Elle s’écrit : $\mathcal{L}_{a_j} = \{(p_1, u_1), (p_2, u_2), \dots, (p_l, u_l)\}$, où les p_i représentent les probabilités associées à chaque état possible du monde – chaque ligne i. A l’issue de la décision, si l’état réel du monde s’avère être l’état i, il conduit à la conséquence que l’agent associe à une valeur d’utilité u_i. L’espérance mathématique de l’utilité, ou de la loterie considérée, est la moyenne des utilités pondérées par les probabilités associées aux différentes conséquences possibles, ce qui donne l’expression suivante : $E[U] = E[\mathcal{L}_{a_j}] = p_1u_1 + p_2u_2 + \dots + p_lu_l$. L’agent rationnel

« devrait » choisir l'alternative ou la loterie correspondant à la plus forte utilité espérée. Pourquoi ? Parce qu'elle traduit par construction : *l'alternative que l'agent estime comme la plus à même de le conduire vers l'état de conséquence qu'il préfère.* »

Les étudiants lui demandèrent s'il pouvait illustrer son propos. Le professeur continua alors sa présentation. « Les impératifs de la rationalité normative imposent une relation de préférences entre les loteries. Sans détailler tous les axiomes ou démontrer rigoureusement la règle du MUE, voici quelques cas assez simples, qui devraient vous permettre de mieux visualiser. Imaginez devoir choisir entre deux alternatives décrites par les loteries : $\mathcal{L}_1 = \{(p, u_1), (1-p, 0)\}$ et $\mathcal{L}_2 = \{(p, u_2), (1-p, 0)\}$, avec $u_1 > u_2$. Autrement dit, l'agent estime qu'il a les « mêmes chances » d'obtenir u_1 avec $\mathcal{L}_1$ que u_2 avec $\mathcal{L}_2$. Il serait alors irrationnel de choisir $\mathcal{L}_2$, s'il préfère u_1 à u_2.

— Je suis d'accord, déclara Elias. Autant choisir la loterie qui nous conduit vers la conséquence que l'on préfère, si dans les deux cas, ces conséquences ont la même probabilité – p – de se manifester.
— Et, remarquez que $E[\mathcal{L}_1] = pu_1$ et $E[\mathcal{L}_2] = pu_2$. Donc, en choisissant $\mathcal{L}_1$, l'agent va choisir l'utilité espérée la plus forte. »

« Prenons maintenant un autre exemple. Imaginez devoir choisir entre les loteries : $\mathcal{L}_1 = \{(p_1, u), (1-p_1, 0)\}$ et $\mathcal{L}_2 = \{(p_2, u), (1-p_2, 0)\}$ puis supposez que $p_1 > p_2$ et $u > 0$. Autrement dit, l'agent estime qu'il a « plus de chances » d'obtenir u avec $\mathcal{L}_1$ qu'avec $\mathcal{L}_2$. Il serait alors irrationnel de choisir $\mathcal{L}_2$.

— Encore d'accord, dit à nouveau Elias. Autant choisir la loterie qui a plus de chances de nous rapporter le même prix u.

— Et, remarquez encore que $E[\mathcal{L}_1] = p_1 u$ et $E[\mathcal{L}_2] = p_2 u$. Donc en choisissant $\mathcal{L}_1$, l'agent va choisir l'utilité espérée la plus forte. »

Le professeur fit alors la remarque suivante. « Vous devez vous apercevoir que lorsque l'utilité d'une issue augmente, ou lorsque la probabilité augmente pour l'élément le plus désirable de la loterie, la moyenne pondérée est comme « tirée vers le haut ». L'utilité espérée augmente. Alors, l'attrait pour cette loterie augmente. *Il devient plus « vraisemblable » d'obtenir un résultat désirable par l'intermédiaire de cette loterie – par cette alternative.* L'agent « espère » en dégager une utilité plus grande.

« Si vous raisonnez en termes de fréquences, l'intérêt de la règle MUE est encore plus net. Dans ce dernier cas, « l'utilité espérée » représente aussi le « gain moyen » que vous devriez obtenir, à long terme, en choisissant cette loterie un grand nombre de fois. A condition bien sûr que les p_i que vous estimez *a priori*, correspondent aux fréquences réelles que vous constatez empiriquement au fil des répétitions du même choix. Alors, la « moyenne » des utilités réellement obtenues devrait correspondre progressivement à – ou converger vers – « l'espérance » *a priori*. Dans ce cas particulier, l'argument normatif associé à la règle du MUE peut tout à fait être remplacé par celui qui consiste à choisir l'alternative avec le meilleur gain espéré à long terme[55]. »

« A l'aide du dernier exemple, on peut également émettre une remarque particulièrement intéressante. Pour l'agent

---

55 Bien qu'il soit plus simple à comprendre, l'argument du meilleur gain à long terme, ou gain moyen, ne peut pas être à lui seul un critère de choix rationnel. En effet, pour beaucoup de problèmes de décision, il ne sera pas pertinent de considérer la répétition de choix identiques. Il s'agira de prendre une décision unique, pas une décision dont la qualité s'évalue sur le long terme.

rationnel qui respecte la règle du MUE, le choix se portera sur $\mathcal{L}_1$ plutôt que sur $\mathcal{L}_2$ s'il estime que $p_1 > p_2$. Ainsi, il utilise sa connaissance relative aux issues probables[56] de $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$ afin de faire son choix. Mais il est aussi très instructif de renverser la perspective. S'il choisit $\mathcal{L}_1$ plutôt que $\mathcal{L}_2$ à la recherche du même état de conséquence – la même utilité u – c'est qu'il considère *forcément* que $p_1 > p_2$. Constatez alors la chose suivante. La distribution de la mesure de probabilité traduit notre état de connaissance et influence nos choix. Mais à l'inverse, *nos choix reflètent également ce que l'on pense véritablement des différentes issues probables*, par l'intermédiaire de ce que l'on serait « prêt à parier » sur la base de ce que l'on pense.

« Illustrons cette remarque par un exemple un peu plus élaboré. Imaginez avoir à choisir entre les deux alternatives décrites par les loteries : $\mathcal{L}_1 = \{(p, u_1), (1-p, u_0)\}$ et $\mathcal{L}_2 = \{(1, u_s)\}$, et supposez aussi que $u_1 > u_s > u_0$. Autrement dit, en choisissant $\mathcal{L}_1$, l'agent peut obtenir la meilleure conséquence u_1 avec une probabilité p, mais il peut aussi obtenir un résultat médiocre u_0 avec une probabilité $1-p$. En choisissant $\mathcal{L}_2$, il obtiendra u_s avec certitude. Dans le second cas, il renonce à la possibilité d'obtenir u_1, mais il évite aussi u_0 et s'assure d'obtenir au moins u_s. Quelqu'un voudrait-il nous exposer le choix qu'il ferait ?

— Cela dépendra du prix u_1 en jeu et de la possibilité de l'obtenir, exprimée par p, déclara Igor après un moment de réflexion. Et, cela dépendra aussi de la valeur de u_0. Si u_0 est trop basse, ou si la probabilité p d'obtenir u_1 est trop faible, alors on préférera surement s'assurer d'obtenir u_s, plutôt que de prendre le risque de se retrouver avec u_0.
— C'est la bonne interprétation en effet, confirma le professeur. Regardons les utilités espérées de plus près $E[\mathcal{L}_1] = pu_1 + (1-p)u_0$ et $E[\mathcal{L}_2] = u_s$. Le choix rationnel,

[56] Tout ce que l'agent sait et qu'il exploite pour juger de p_1 et p_2.

selon la règle MUE, va alors dépendre de p,u_1,u_0 et u_s. Avec un calcul simple, on montre que l'agent est indifférent, c'est-à-dire qu'il n'a pas de préférence rationnelle[57] pour une loterie ou pour l'autre, lorsque la relation suivante est vraie $p = p_e = (u_s - u_0)/(u_1 - u_0)$. Ceci définit une valeur d'équilibre p_e pour la probabilité. Une fois les enjeux fixés, par u_1, u_0 et u_s, une probabilité $p > p_e$ conduit l'agent à tenter le pari $\mathcal{L}_1$, et à l'inverse, si $p < p_e$, alors l'agent préférera l'issue certaine que lui garantit $\mathcal{L}_2$. »

Il conclut sur cette remarque. « Ainsi, et c'est une observation particulièrement riche sur le plan conceptuel, notre propension à choisir $\mathcal{L}_1$ plutôt que $\mathcal{L}_2$ traduit « ce que l'on pense véritablement de p ». Si l'on choisit $\mathcal{L}_2$, c'est que l'on juge p trop faible compte tenu du gain potentiel du pari u_1 et de la conséquence redoutée u_0, par rapport au gain sûr u_s. Même si l'on est incapable de fournir les arguments mathématiques et épistémologiques qui justifient notre appréciation subjective de p, notre choix entre $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$ en dit long sur cette appréciation. Plus l'on estime que p est élevé, plus l'on sera attiré par $\mathcal{L}_1$, dont l'utilité espérée augmente en conséquence.

« Vous pouvez méditer ceci. Il existe une connexion forte entre ce que l'on pense et ce que l'on décide, en tant qu'êtres rationnels. Par ce biais, *l'interprétation subjectiviste de la probabilité, dont l'aspect subjectif peut gêner certains, trouve un ancrage dans notre expérience du réel.* Le fait d'associer la mesure de probabilité à des jugements subjectifs, ne nous autorise pas à faire n'importe quoi. *Celui qui définit une valeur de probabilité qui n'est pas cohérente avec les choix qu'il ferait sur cette base, c'est-à-dire avec ce qu'il serait « prêt à parier », ne croit pas « véritablement » dans cette valeur.* Dit autrement, ses choix réels « trahissent » ce qu'il pense véritablement.»

[57] Quand $E[\mathcal{L}_1] = E[\mathcal{L}_2]$.

Après cette courte discussion sur la relation entre connaissance et décision de l'agent rationnel, le professeur résuma le cadre mathématique de la rationalité normative. « Vous voyez au travers de ces différents exemples que, pour être jugées rationnelles, nos décisions doivent respecter certaines règles. Ces règles opèrent par l'intermédiaire des variations de deux « mesures ». L'une décrit la vraisemblance – ou probabilité, ou croyance – p_i des différentes conséquences possibles et l'autre, leur désirabilité u_i et donc, nos préférences. Ces mesures que l'on manipule[58], conduisent à des relations de préférence entre les alternatives disponibles – et incertaines *a priori*. La règle du maximum d'utilité espérée – MUE – permet alors de définir mathématiquement la « solution rationnelle » au problème de décision : la meilleure alternative a^*.

$$\boxed{\boldsymbol{a^* = \underset{a \in A}{\mathbf{argmax}}\, E_Y[U(y, a)]}}$$

« La notation $a \in A$ indique que l'on cherche a^* parmi l'ensemble A des alternatives possibles. $U(y, a)$ est la fonction d'utilité. Elle attribue une mesure d'utilité aux différentes issues de l'alternative a, qui dépendent des états possibles du monde. Ces derniers sont exprimés par les différentes états, ou valeurs possibles y, d'une – ou plusieurs – grandeur d'intérêt Y, dont la connaissance est décrite, par l'agent, au moyen d'une distribution de probabilité. En clair, dans une table de décision, la quantité $U(y, a)$ serait inscrite à l'intersection de la ligne y et de la colonne a. La notation $E_Y[.]$ indique que l'espérance est calculée en utilisant les probabilités déterminées par la

[58] Il est possible de considérer que notre cerveau manipule ces mesures, ou que tout se passe comme si il les manipulait – comme si le cadre de la rationalité normative était une bonne représentation de nos mécanismes cognitifs – que nous en soyons conscients on non. En définitive, nos décisions dépendent de ce que nous croyons et de ce que nous désirons.

distribution de Y. C'est donc la moyenne pondérée – par les valeurs $\Pr(Y = y)$, précédemment notées p_i sur chaque ligne – de la colonne a.

« La travail de résolution mathématique du problème de décision, une fois celui-ci correctement formulé[59], consiste alors à déterminer la solution a^*, avec ou sans l'intervention de moyens informatiques.

« *L'alternative a^* – celle qui rend maximale la valeur de l'utilité espérée et qui correspond ainsi à la « meilleure colonne » – représente « le choix rationnel » que l'agent devrait adopter, compte tenu de ses connaissances et de ses préférences*. De son point de vue, tout autre choix apparait comme moins profitable *a priori*, car il s'attend à en obtenir une utilité plus faible, relativement à une meilleure alternative disponible : a^*. »

***

Le professeur avait esquissé les grandes lignes du sujet de la rationalité. Il avait expliqué que cette notion crée *une connexion entre le sujet de la connaissance et du raisonnement, et celui de la décision et des conséquences observées dans le réel*. Il avait également insisté sur le fait que *chaque agent décide en fonction de ce qu'il anticipe, en s'appuyant forcément sur une connaissance imparfaite et subjective*. Dans ces conditions, l'agent est jugé rationnel.

Une question restait en suspens. Les décisions rationnelles, qui respectent certains impératifs techniques liés aux jugements et aux préférences de l'agent, sont-elles de « bonnes décisions » pour autant ? La formalisation mathématique du problème de décision, qui s'appuie nécessairement sur l'emploi

---

59 La formulation du problème va consister à spécifier les connaissances de l'agent – la distribution de Y – ses préférences en termes de conséquences – avec $U(y, a)$ – et les différentes alternatives à considérer – l'ensemble A.

de mesures de probabilité subjectives, n'est-elle pas susceptible de conduire à certaines difficultés ou à de mauvaises surprises ?

Décider, c'est prendre un risque : incertitude et subjectivité

Les étudiants discutaient entre eux des exemples de loteries qui leur avaient été présentés. Ils étaient d'accord sur les cas les plus simples. S'il y avait de plus fortes raisons de croire qu'une des deux alternatives menant au même prix[60] aurait une issue favorable, elle devait être choisie. Si l'on estimait que deux alternatives avaient les mêmes chances de succès, celle qui conduisait au meilleur prix devait être choisie. La décision rationnelle apparaissait sans ambiguïté dans les deux cas. Elle correspondait à l'utilité espérée la plus forte. L'augmentation de l'utilité espérée rendait l'alternative – le pari, la loterie – plus désirable. Elle faisait progresser l'alternative dans l'ordre des préférences.

Pour le troisième exemple, qui offrait le choix entre un pari incertain et une issue certaine, les choses étaient un peu moins évidentes. Le professeur discuta à nouveau ce dernier cas. « Le cadre de l'utilité espérée peut conduire à des choix différents en fonction des préférences des agents. On va introduire une notion très importante mais assez délicate : celle de « risque ». Comment définiriez-vous le risque ?

— S'il existe un risque, cela signifie qu'il pourrait se passer quelque chose de dommageable, déclara Igor.
— Les événements pourraient ne pas se dérouler comme on le souhaite, ajouta Pauline.
— On peut parler de risque lorsque l'on choisit une alternative qui pourrait nous rapporter un gain important, mais dont on ne maitrise pas l'issue avec certitude, dit ensuite Elias.

[60] Ici, « prix » signifie évidemment récompense, plutôt que montant à payer.

Dans le langage courant, on dit que l'on « prend le risque », ou que l'on tente le coup, ou le pari.

— Très bien, nous retrouvons des éléments communs dans vos propositions, dit à son tour le professeur. »

Il donna ensuite sa propre description. « Le « risque » est une notion difficile à définir et l'emploi du mot peut correspondre à différentes interprétations. Néanmoins, on retrouve toujours deux éléments : un certain degré « d'incertitude » ou d'imprévisibilité et des « conséquences ». C'est la présence simultanée de ces deux aspects qui nous amène à parler de risque. Une définition généralement admise est la suivante. Le risque est : « la probabilité de l'occurrence d'un événement indésirable ou dommageable ». En y réfléchissant, le concept de risque est très intimement lié au concept de décision. Dès lors que l'on considère des alternatives ou des loteries avec plus d'un élément, on ne peut pas dire avec certitude si l'on obtiendra l'issue conduisant à la conséquence la plus favorable. On pourrait alors déclarer, en attribuant un sens peu restrictif à ce terme : *il existe « un risque » de ne pas obtenir la meilleure issue au sein de la loterie*. Une loterie, en tant qu'ensemble de conséquences probables, conjugue donc l'idée d'incertitude et celle de conséquences. *Le risque est alors un élément inhérent au problème de décision en contexte incertain – au problème de décision réel. Généralement : décider c'est prendre un risque ou accepter un risque.*

« Il n'existe pas de critère de quantification du risque qui fasse consensus ou qui soit pertinent en toutes circonstances. Cependant, la simple description d'une loterie et de ces éléments – l'ensemble des conséquences possibles, accompagnées de leur probabilité respective et de leur utilité –

est une caractérisation tout à fait recevable[61] du risque inhérent à une alternative donnée. Mais alors, une fois le risque caractérisé et le problème de décision en contexte incertain clairement formulé, comment prendre une décision ? Revenons au choix entre un pari incertain, qui comporte « un certain niveau de risque », et une alternative sûre. »

Après cette introduction au concept de risque, le professeur reprit la discussion quant à la question du choix rationnel. « Le cadre de l'utilité espérée est régulièrement critiqué au motif qu'il ne permettrait pas de bien représenter le phénomène « d'aversion au risque », que certains agents manifestent. Parfois, il semble que des agents s'écartent du cadre normatif, sans qu'il soit pertinent de les qualifier d'irrationnels. Il existe alors un débat entre « rationalité normative » – ce que les agents devraient faire – et « rationalité descriptive[62] » – ce que l'on constate que les agents font effectivement et qui ne se traduit pas toujours par le respect strict de la règle du MUE. Cependant, j'affirme qu'il n'est pas nécessaire que la règle du MUE soit rigoureusement respectée. On peut tout à fait considérer le cadre normatif comme un guide plutôt que comme un impératif, et en faire un usage « raisonnable ». On peut exploiter ce cadre en gardant à l'esprit ses limites.

---

[61] C'est d'ailleurs la description la plus complète qui soit. Il est possible d'en extraire des quantifications plus synthétiques, qui seront alors à manier avec prudence, afin d'éviter des erreurs d'interprétation. Par exemple, certains illustrent l'intensité du risque, ou la « sévérité » d'un état de conséquence, par le produit suivant : $probabilité \times dommage$. Plus ce produit est élevé, plus la conséquence considérée apparait comme dommageable et/ou susceptible de se manifester.

[62] La séparation entre études normatives et études descriptives se manifeste parfois à la frontière d'autres champs disciplinaires : entre sciences naturelles et sciences humaines, ou entre économie théorique et économie comportementale ou psychologie cognitive.

« Reprenons notre pari incertain : $\mathcal{L}_1 = \{(p, u_1), (1 - p, u_0)\}$. L'agent va parfois se détourner de cette loterie et préférer une alternative sûre qui lui rapporte u_s, avec $u_1 > u_s > u_0$. Son choix peut se porter sur u_s, même si à première vue $u_s < E[\mathcal{L}_1]$. Il aurait « apparemment plus à gagner[63] » en tentant le pari $\mathcal{L}_1$, mais il ne le fera pas, car le pari est « risqué » et il pourrait repartir avec u_0, et u_0 peut être très inférieur à u_s. Ce phénomène d'aversion au risque ne met pas forcément le cadre de l'utilité espéré en défaut, car il est possible de proposer une lecture différente de cette situation. L'utilité espérée du pari $E[\mathcal{L}_1]$ peut apparaître comme supérieure à u_s dans le cas où l'agent – ou celui qui analyse le problème de décision – a mal spécifié ses préférences au travers de u_0. Si l'agent se détourne du pari $\mathcal{L}_1$, en dépit du fait qu'il aurait apparemment plus à gagner, c'est qu'il ne veut pas subir la conséquence u_0. Pour traduire ce phénomène, il faut que la valeur de u_0 soit fortement négative et pénalisante. Si c'est le cas, l'utilité espérée $E[\mathcal{L}_1]$ va chuter mécaniquement et u_s deviendra à partir d'un certain point, l'alternative rationnelle.

« Ainsi, lorsqu'une conséquence est particulièrement redoutée, elle rend peu attractive la loterie qui la contient. Si l'ordre de grandeur de l'utilité spécifiée pour cette conséquence représente bien cet aspect redouté, il n'y a pas d'objection à l'application du critère de l'utilité espérée. D'ailleurs, ce cadre traduit particulièrement bien un second phénomène. Souvent, la possibilité d'une conséquence fortement dommageable va détourner l'agent de l'alternative concernée, sauf s'il juge, « avec suffisamment de confiance », l'apparition de cette issue comme extrêmement peu probable. Dans ce cas, remarquez que le calcul de l'utilité espérée contient le terme $u_i p_i$ et que la

---

[63] Cela peut être le cas si $E[\mathcal{L}_1]$ est plutôt perçu comme un gain moyen espéré. Dans cette situation, le pari $\mathcal{L}_1$ pourrait être plus rentable à long terme, sans toutefois constituer le choix préféré de l'agent en cas de décision unique.

présence d'un u_i très négatif[64] peut être « contrebalancée » par un p_i très faible. Imaginez que l'on vous propose de jouer à la roulette russe. Il faudrait avoir « de bonnes raisons » de croire que la balle n'est pas alignée avec le canon du pistolet – p_i perçu comme extrêmement faible – pour tenter le pari. Pour cet exemple, on voit aussi que l'idée du gain à long terme n'est pas pertinente. Lorsque l'issue fatale se manifeste, il devient tout à fait inutile de parler de gain à long terme. »

Les élèves accueillaient avec intérêt la description de cet exemple un peu extrême, mais néanmoins très parlant. Le professeur poursuivit la discussion avec une interprétation particulière du terme de risque. « Quand on parle de risque, par exemple, dans la situation que je viens de décrire, le terme de risque est connoté par l'idée d'une conséquence fortement négative et dommageable. Il est alors courant d'observer des variations entre les comportements de différents agents. Certains seront qualifiés de tolérants au risque, de téméraires ou d'intrépides, d'autres seront qualifiés de réticents au risque ou de prudents. Ces comportements variés traduisent en fait des « différences de préférences et de tolérance par rapport à des conséquences particulièrement positives ou négatives ». Les plus intrépides seront plus tolérants aux conséquences négatives, les plus prudents s'en détourneront, quelles que soient les perspectives de gain auxquelles ils renoncent.

« Prenons un autre exemple de la vie courante. Considérez le principe des assurances. Pour la voiture, pour le logement ou pour la santé. Ici, l'agent va anticiper une espérance de gain négative, du point de vue monétaire[65], à souscrire une

---

[64] Cette valeur ne doit cependant pas être infinie – négativement. Ceci voudrait dire que l'alternative associée est complètement inacceptable.

[65] Le fait de raisonner en termes monétaires plutôt qu'en termes d'utilité peut conduire à des difficultés. L'utilité est rarement linéaire par rapport à la monnaie. Par exemple, gagner un million lorsque l'on ne possède rien, ne produit pas le même gain d'utilité que pour l'agent qui

assurance. Dans le même temps, il est très probable que l'alternative consistant à ne rien faire conduise à un coût nul, et ainsi qu'elle apparaisse, à première vue, comme une loterie plus intéressante en termes d'espérance de gain. Néanmoins, la présence d'une issue, même peu probable, mais dont les conséquences sont particulièrement redoutées peut conduire l'agent à préférer l'alternative sûre, quitte à payer la « prime d'assurance ». Ainsi, il choisit de « se protéger de l'issue redoutée » en sélectionnant une alternative « plus coûteuse en moyenne ». Si l'issue redoutée est associée par l'agent à une valeur d'utilité très fortement négative[66], le choix de l'assurance peut tout à faire correspondre au choix rationnel qui découle de l'application de la règle du MUE – car l'alternative « sans assurance » contient en effet le terme d'utilité très fortement négative, mais pas l'alternative « avec assurance ».

« Notez qu'au-delà de ces exemples liés au phénomène d'aversion au risque, les études comportementales et la théorie descriptive de la rationalité montrent que les agents humains sont affectés par de multiples « biais cognitifs », qui rendent parfois délicate l'opération de formalisation du problème de décision. Il est vrai qu'il peut être difficile de hiérarchiser clairement ses préférences, sous forme numérique, et dans les bons ordres de grandeur. De même, l'opération de production de jugements probabilistes est loin de constituer un exercice évident. Elle est même parfois contre-intuitive et parsemée d'embuches susceptibles de troubler les raisonnements des statisticiens et des scientifiques les mieux formés. Cela étant, je

---

gagne un million alors qu'il en possède déjà cinquante. La même remarque s'applique pour les pertes. Pour un milliardaire, perdre un million est une conséquence bien moins redoutée qu'elle ne l'est pour le commun des mortels. Les préférences de l'agent sont subjectives. Pour comprendre ses décisions, mieux vaut raisonner en termes d'utilité.

[66] Parfois, cette utilité négative va bien au-delà de la perte monétaire seule – voir la note précédente sur la non-linéarité de l'utilité par rapport à la monnaie.

ne pense pas qu'il y ait de meilleure alternative pour l'analyse de la décision rationnelle que le cadre de l'utilité espérée. La *règle du MUE est une règle formelle qui nous invite à raisonner « en termes relatifs », en nous appuyant sur la manipulation des mesures de probabilité et d'utilité associées à différents scénarios*. Mais, *elle ne traduit pas à elle seule, ni rigoureusement, toutes les spécificités des mécanismes cognitifs qui déterminent nos choix « en pratique »*. Elle ne décrit pas tous les comportements que l'on peut observer chez une multitude d'agents réels. Il faut l'utiliser avec discernement, comme tout outil d'analyse formel ou idéal.

« Enfin, *les agents humains ne sont pas des machines à calculer et il est clair que de nombreuses décisions sont prises sans qu'un « calcul » soit effectivement réalisé*. Ceci ne rend pas nécessairement ces décisions – ou les agents humains – irrationnelles – même si elles peuvent ne pas être optimales au sens du MUE, ou relativement à une analyse plus fine. »

Les étudiants disposaient désormais de la majorité des principes et des idées nécessaires pour aborder les problèmes de traitement de la connaissance et de décision. Au-delà de ses aspects techniques, la discussion précédente traduisait bien le fait que *les agents, humains ou machines, sont amenés à décider relativement à ce qu'ils pensent vraisemblable et aux conséquences qu'ils anticipent*. Il est alors possible d'établir un cadre formel permettant de décider rationnellement en présence d'incertitude, et ceci, quelle que soit la tolérance au risque – ou aux conséquences redoutés – spécifiée par l'agent. *L'étude de la rationalité mêle ainsi les notions de connaissance, de décision et du risque inhérent à de nombreux problèmes réels.*

Mais, un autre point mérite d'être discuté. L'approche rationnelle est-elle la « bonne » approche ? Garantit-elle de bons résultats « en pratique » ?

Le professeur apporta certains éléments permettant de discuter ces questions. « Maintenant que nous avons construit tout l'édifice de la rationalité, lança-t-il, nous allons pouvoir l'attaquer et le critiquer. Les choses sérieuses commencent. A l'avenir, nous allons nous interroger sur les « limites de la rationalité ». C'est ce qui vous intéresse, n'est-ce pas ? Ce que l'on peut faire ou non par le recours au calcul, par le traitement des données, par un raisonnement informatique automatisé ou par la détermination algorithmique de décisions. Ce sont ces opérations que l'on confie de plus en plus à des machines et à des agents dits intelligents.

— On souhaite faire des prédictions plus précises, déclara Igor.
— Ou des analyses plus fines, ou de plus grands volumes de données, ajouta Elias.
— Ou à propos de problèmes plus complexes ou plus difficiles à formaliser, compléta Pauline.
— On veut utiliser les machines afin de résoudre des problèmes plus coriaces, dit à son tour Marie.
— On cherche à savoir quelle est la bonne approche à programmer, quelle est la bonne stratégie à déléguer à la machine, ajouta Inès.
— Ou, poursuivit Philippe, dans quelles circonstances il est bon de permettre aux machines de nous aider à décider, voire de leur permettre de « décider pour nous ». »

« Alors, assurons-nous que l'on maitrise ce que l'on fait à l'aide des outils que l'on utilise, reprit le professeur, qu'ils soient mathématiques ou informatiques.

« Rappelez-vous, s'il y a incertitude, c'est qu'il y a connaissance imparfaite et donc, imprévisibilité de fait. L'incertitude est relative au niveau de connaissance. En cela, elle est subjective. Sa quantification, par l'intermédiaire d'un jugement probabiliste, dépend des éléments connus de l'agent – ses observations, ses données, ses règles apprises, ses hypothèses.

« Par ailleurs, s'il y a risque, c'est qu'il y a incertitude, sur les conséquences de nos actions. Dans ce cadre, nos décisions s'appuient sur notre quantification de cette incertitude. Ainsi, *à première vue, tout se passe comme si l'on décidait en « pleine connaissance du risque »*. Nous savons que notre capacité d'anticipation est limitée – d'où le risque – et que nous décidons sur la base des anticipations que nous formulons. Lors du choix d'une alternative, nous considérons les différents *scénarii*, ou états de conséquences possibles, ainsi que leur vraisemblance. Remarquez en passant que pour beaucoup de problèmes pratiques d'aujourd'hui, nous utilisons les outils informatiques afin de produire nos jugements et nos anticipations.

« Ainsi et sans faire appel à un raisonnement détaillé, il apparait assez naturellement que la « qualité » ou la « pertinence » de nos décisions va dépendre largement de la « qualité de nos anticipations ». Ici se présente une difficulté épistémique et pratique majeure, qui va bousculer notre perception de l'approche rationnelle. Comment s'assurer de la qualité de nos anticipations et de nos jugements ? *Etre « rationnel », c'est « décider en fonction de ce que l'on anticipe ». Mais rien ne garantit a priori la « justesse » de nos anticipations. On peut tout à fait être rationnel et se retrouver fortement déçu par les résultats de nos décisions*. Dit autrement, *si nos anticipations sont « de mauvaise qualité », le réel pourrait conduire à des résultats différents de ceux que l'on espérait.* »

Il poursuivit sur ce chemin. « On va voir un exemple après. Mais d'abord, menons notre réflexion jusqu'à son terme. Notre connaissance est subjective car elle est liée à notre expérience, à nos observations et à nos raisonnements. Avec elle, notre quantification de l'incertitude – des mondes possibles – l'est aussi. *Ceci rend notre perception du risque subjective à son tour*. On voit alors que le risque n'est pas un objet du réel. Il n'est que la traduction de ce que l'on estime possible : des *scenarii* possibles, certains néfastes et ne pouvant pas être écartés avec certitude. *Le risque, comme la notion de probabilité à partir de laquelle il est construit, est un élément du monde des idées*. La notion de risque se rapporte à notre état de connaissance et non pas au réel. Pour celui qui disposerait d'une connaissance parfaite, il n'y a pas de risque.

« Revenons maintenant à la rationalité et aux décisions en contexte incertain, dit-il. Parlons encore de risque. Comme il est tout à fait concevable qu'un agent produise de « mauvaises anticipations »*, il est tout à fait possible aussi qu'il possède une « mauvaise perception » du risque*. »

Le professeur entrait à nouveau sur le terrain épistémologique. Il savait que le propos était difficile à saisir lors d'une première confrontation avec ces questions. Il proposa alors une illustration empruntée au philosophe et mathématicien anglais B. Russell. « Imaginez une dinde qui reçoit sa ration de grain chaque jour de la main du fermier. Depuis sa naissance, chaque expérience, chaque observation, semble la conforter dans l'idée que le fermier lui veut du bien – puisqu'il lui apporte à manger régulièrement. Pire, chaque jour qui passe renforce pour elle l'idée que cette interaction est dénuée de risque. Elle se comporte alors en agent rationnel en venant quotidiennement à la rencontre du fermier. Malheureusement pour elle, à la veille des fêtes de fin d'année, le fermier lui tord le cou et fait d'elle le repas du lendemain. Que peut-on retenir de cette histoire ? demanda-t-il aux étudiants.

— Que la perception du risque est subjective, répondit Philippe.
— Tout à fait, s'exclama le professeur. Avec les éléments de connaissance dont dispose la dinde, elle n'a pas de raison particulière de se montrer méfiante ou prudente. *Le risque – perçu – est donc relatif à la connaissance.*
— Mais cela me parait étrange de dire que la dinde est rationnelle, dit à son tour Marie.

— C'est une illustration. Evidemment, ses capacités à traiter de l'information ne sont pas équivalentes aux nôtres. Mais ce qu'il est bon de remarquer, c'est que *le cadre normatif de la rationalité est relatif à la connaissance de l'agent et ne s'applique qu'à lui*. Il est relatif à ce que l'agent croit ou pense savoir.

— Donc, un agent peut juger le comportement d'un autre comme non rationnel s'il en sait davantage que lui ? demanda Marie.

— A première vue, on pourrait vouloir l'exprimer ainsi, lui répondit le professeur. Mais en toute rigueur, le cadre mathématique que l'on s'est donné, ne permet pas véritablement à un agent d'en déclarer un autre comme non rationnel. Sauf s'il viole les règles normatives, par exemple en adoptant des comportements contre-productifs, de son propre point de vue, ou des comportements qui s'appuient sur des raisonnements non logiquement cohérents[67]. Néanmoins, l'agent qui juge le comportement d'un autre agent, peut tout à fait considérer qu'il aurait, lui, choisi différemment, compte tenu de sa propre connaissance.

— Alors la dinde est rationnelle ?

— Oui. Elle a agi conformément à ce qu'elle croyait vrai ou possible. Mais son comportement rationnel ne suffit pas à la sauver. Le réel vient contredire ses anticipations avec force. »

Avec cet exemple, le professeur attirait l'attention des étudiants sur le fait *qu'être rationnel ne garantit nullement l'obtention de résultats conformes à nos attentes*. « Vous voyez que l'on peut être rationnels et se retrouver surpris ou déçus – ou pire. Il est alors bon de s'intéresser sérieusement à la « qualité » ou à la « justesse » de nos propres connaissances,

[67] Des raisonnements qui violeraient les lois du calcul probabiliste ou les règles logiques élémentaires, par exemple, en stipulant qu'un événement et son opposé sont vrais simultanément.

jugements ou prédictions, lorsque l'on cherche à résoudre un problème de décision et à faire un choix. Il est bon de s'interroger sur la pertinence de nos raisonnements et sur ce qu'ils nous permettent véritablement de conclure, si l'on veut éviter – autant que possible – de se retrouver dans la situation de la dinde. Enfin, il est bon de ne pas oublier que *notre perception du risque est subjective et susceptible de nous jouer des tours*.

« Ainsi, je me permets de poser à nouveau la question. Comment s'assurer de la qualité des anticipations sur lesquelles nous basons nos décisions ? Comment ne pas se laisser surprendre par le réel ? Nous serons amenés à en rediscuter, mais en toute rigueur et malheureusement, il n'y a pas de réponse générique à cette question. *Nous décidons toujours par rapport à ce que nous anticipons, et ce que nous anticipons est toujours imparfait, car notre connaissance est nécessairement limitée*. La seule chose que nous pouvons faire – et que nous devrions faire – c'est tenter de comprendre le mieux possible « ce qui conditionne véritablement » l'issue de nos décisions. On cherchera à s'assurer de la connaissance des éléments et des conditionnements importants, ceux qui permettront de produire les jugements probabilistes les plus « représentatifs » ou les plus « justes » possible. »

La discussion s'orientait à présent sur la question de la qualité de nos raisonnements. « La justesse de nos jugements probabilistes ne peut être vérifiée que *partiellement et a posteriori*, c'est-à-dire à l'issue de la décision, par l'observation de l'état de conséquence advenu. Pourquoi partiellement ? Parce que l'on va comparer une distribution de mesure de probabilité, répartie entre différents mondes possibles, avec un état unique du réel[68], constaté par l'observation. Cette

[68] Dans le cas d'expériences répétées, on pourrait comparer les valeurs de probabilités avec les fréquences relatives observées, dans les mêmes

comparaison entre deux entités de natures différentes ne peut pas être interprétée de manière univoque. On conçoit évidemment que l'on ne peut s'attendre à une prédiction parfaite. Néanmoins, il est délicat de se prononcer à partir d'un critère mathématique unique sur ce qui est une « bonne prédiction » ou une « mauvaise prédiction ». Vaut-il mieux que distribution soit centrée sur la valeur ou l'état exact ? Vaut-il mieux que la dispersion de la distribution soit faible autour de la valeur exacte ? Vaut-il mieux ne pas sous-estimer les issues les plus pénalisantes ? Cela va dépendre du problème de décision.

« Illustrons cette discussion avec l'exemple du gâteau. Notre jugement est décrit par le partage du gâteau, entre les différentes issues jugées possibles. Le réel, observé à l'issue de la décision, s'incarne dans la fève[69] cachée à l'intérieur du gâteau. Remarquez que celle-ci pourrait aussi se loger à l'extérieur du gâteau si l'issue qui se manifeste n'a pas été anticipée. Avant la décision, elle peut se trouver n'importe où. Notre décision va dépendre exclusivement de la façon dont nous avons partagé le gâteau – notre jugement – et des conséquences attachées à chaque part.

« Laissons l'illustration et revenons au cadre mathématique. Plus l'utilité de l'issue obtenue sera distante de l'utilité espérée[70], plus l'on sera « surpris ». Cet écart, interprété comme

---

conditions. On parle alors de « calibration » du jugement probabiliste. La vérification de cette calibration ne peut s'effectuer qu'*à posteriori*, en répétant la décision. Ainsi, elle est d'une utilité limitée pour la décision unique. Elle peut néanmoins s'avérer pertinente si l'on adapte progressivement les décisions à venir en fonction des observations successives ou si l'on calibre notre jugement par une expérimentation préalable ou par la simulation – dans le monde virtuel, sans conséquences.

[69] Petite figurine cachée, faisant office d'élément de surprise.

[70] L'usage de l'utilité espérée permet de ramener l'ensemble des conséquences possibles sur une et une seule valeur. Celle-ci peut servir à la comparaison avec l'utilité obtenue. Plus l'écart est grand, plus le résultat

notre surprise, peut constituer « un critère de justesse et de satisfaction » quant à notre jugement *a priori*. Mais, il n'est accessible qu'*a posteriori*. Nos jugements ne peuvent pas être rigoureusement validés – avec certitude – *a priori*. D'ailleurs, si cette possibilité existait, le problème de décision serait trivial. Il suffirait de choisir, avec certitude, l'alternative associée à la conséquence préférée. En pratique, nous devons généralement décider en présence d'incertitude et de risque. »

Il conclut alors. « Vous voyez que *l'évaluation de la justesse de nos anticipations est un problème délicat, sans solution générique ou qui puisse être déterminée rigoureusement à l'avance*. Il ne peut exister de « référence » *a priori*, qui rendrait la décision « objectivement rationnelle ». Aucun agent réel ne sera en mesure d'atteindre une telle référence – car il disposerait alors d'une connaissance parfaite, ce qui n'est pas concevable[71]. Ainsi, l'agent rationnel décide *nécessairement* sur la base sa connaissance.

« Voilà, vous disposez maintenant de la plupart des éléments nécessaires à la conduite de ce débat. Je souhaite insister sur le fait qu'il est préférable d'être conscient des limites de nos propres capacités d'anticipation, ainsi que de la subjectivité de nos jugements et de notre perception du risque. Pourquoi ? Parce que cela peut nous conduire à nous montrer plus humble et critique vis-à-vis à notre propre connaissance. Cela peut nous éviter de nous faire surprendre, autant que possible. »

***

Le professeur avait décidé de terminer cette discussion par un exemple. Il décrivait deux groupes de jeunes se lançant dans

---

espéré est différent du résultat obtenu ; plus l'on se retrouve « surpris », favorablement ou défavorablement.

[71] La discussion sur ce point est développée dans la troisième et dernière partie du livre.

une course à travers le désert avec un véhicule tout-terrain. Chaque véhicule possédait une roue de secours, mais il était possible d'en charger une seconde. Néanmoins, le poids supplémentaire limiterait l'autonomie et conduirait à augmenter le nombre de ravitaillements nécessaires et la perte de temps associée. En cas de double crevaison, il faudrait organiser un rapatriement par hélicoptère et abandonner la course. Le premier groupe A estimait la probabilité d'une double crevaison comme étant très faible et décidait de n'emporter qu'une seule roue de secours. Le second groupe B estimait ce scénario comme peu probable mais néanmoins non négligeable et emportait une seconde roue de secours. Leur connaissance pouvait s'appuyer sur l'historique des courses précédentes et des crevaisons rencontrées, sur des données fournies par les constructeurs de pneumatiques ou sur l'expérience de la rudesse du désert.

Pour cet exemple, il est vain de résonner en termes de fréquences. Il n'y a qu'une seule course. Il faut prendre une décision sur la base des anticipations formulées. Ici, il est difficile de qualifier l'un ou l'autre groupe d'irrationnel. Au départ de la course, affirmer qu'un groupe a raison et l'autre tort ne peut être fondé que sur une différence d'opinion, pas sur le réel[72] – qui n'est pas encore connu, pour personne.

La proposition : « le groupe subira une double crevaison » est soit vraie, soit fausse. Elle n'est pas vraie une fois sur dix mille – supposons que l'évaluation du groupe A est $p_A = 1/10000$ – ou une fois sur cent – supposons que celle du groupe B est $p_B = 1/100$. Cependant, il est impossible de déterminer la validité de cette proposition *a priori*. Ni p_A, ni p_B n'est « vraie » ou « juste ». Elles représentent toutes deux *une appréciation imparfaite du réel*. Elles représentent toutes deux le jugement de chaque groupe : le poids attribué – p_A ou p_B – au monde possible dans lequel la proposition est vraie, et par

[72] La manifestation, ou non, d'une double crevaison.

opposition – $(1 - p_A)$ ou $(1 - p_B)$ – à celui dans lequel elle est fausse.

A l'issue de la course, si une double crevaison vient à se produire, le groupe A sera fortement surpris et déçu. Le groupe B sera moins surpris, car il n'a pas écarté si largement cette possibilité. A l'inverse, si la double crevaison ne se produit pas, alors le groupe A sera heureux d'avoir gagné un peu de temps. Le groupe B n'aura pas véritablement de surprise ni de regrets, car sa décision aura intégré la faible probabilité d'une double crevaison. Qu'elle ne se soit pas manifestée ne change rien au fait qu'*au moment de la décision, elle était jugée suffisamment probable pour agir prudemment*.

Le second groupe perçoit un « risque plus grand » contre lequel il a naturellement décidé de se protéger. Ainsi, les deux groupes ont décidé « rationnellement », et donc, *relativement à leur connaissance – imparfaite – produite par le raisonnement et l'exploitation des observations et des données*. Ils ont décidé en adoptant une perception particulière – « subjective » – du risque en présence. Néanmoins, il semble qu'un groupe soit davantage exposé à la surprise que l'autre.

Apprentissage machine guidé par les décisions humaines (*)

Deux mois s'étaient maintenant écoulés. Les étudiants avaient échangé à propos de leurs disciplines respectives. Ils avaient considéré de nombreux exemples pratiques, en ingénierie, en économie, en gestion ou en science politique. Ils avaient discuté de problèmes d'inférence, de diagnostic, de prédiction ou de décision. Ils avaient étudié ce qui se disait sur les perspectives offertes par l'informatique, le calcul ou l'acquisition et l'exploitation de données. Ils avaient parlé d'intelligence artificielle et d'automatisation des traitements. Ils avaient écouté attentivement les différentes interventions du professeur sur le raisonnement, l'apprentissage statistique ou la rationalité. Ils étaient devenus plus sensibles à l'idée de connaissance imparfaite, aux subtilités du concept de probabilité ou à la question de la qualité de leurs modélisations. Ils étaient devenus plus conscients de la subjectivité de leurs anticipations, de leurs raisonnements ou de leur perception du risque. Ils réalisaient maintenant que le caractère rationnel d'un choix n'était pas une garantie de satisfaction et que l'agent rationnel pouvait tout à fait se retrouver surpris. *Il était alors crucial de maitriser, autant que possible, la qualité de nos raisonnements, notamment lorsqu'ils étaient externalisés, en partie, vers les machines.*

Aujourd'hui, ils faisaient un point d'avancement afin de s'accorder sur certaines idées et sur le vocabulaire : « Lorsque l'on parle d' « apprentissage machine », on désigne en réalité les traitements algorithmiques qu'une machine applique aux données qu'on lui fournit ou qu'elle collecte, déclara Inès.

— A partir de ces données, poursuivit Elias, la machine travaille à l'identification des relations qui peuvent exister entre différentes grandeurs, ou à l'identification des « régularités » qui régissent les variations de ces grandeurs. Elle construit des modèles qui représentent ces relations – notés $\Pr(Y|X)$ – ou ces variations – notés $\Pr(X)$ ou $\Pr(Y)$. Elle s'emploie, mécaniquement, à appréhender et à formaliser le réel.

— A partir des modèles de relation, compléta Igor, elle va pouvoir générer des prédictions à propos de circonstances et de situations X nouvelles. A partir de données, elle va pouvoir émettre des jugements et des diagnostics.

— Mais la machine « n'apprend pas vraiment » ? demanda Pauline.

— Pas au sens le plus large du terme, lui répondit Inès, ni d'une manière susceptible de traduire la diversité des mécanismes d'apprentissage dont l'agent humain est capable. Elle traite les éléments qu'on lui demande de traiter, selon les principes et les stratégies qu'on lui demande d'appliquer. *Elle exploite les données afin de produire une connaissance structurée, souvent sous forme d'un modèle. En cela, elle reproduit mécaniquement ce qui s'apparente à un raisonnement, basé sur des exemples et des observations* – les (x_i) ou les (y_i, x_i). De plus, elle ajuste progressivement sa base de connaissance lorsqu'elle dispose d'éléments nouveaux. Ceci explique largement l'usage du terme d'apprentissage.

— Ces traitements peuvent être plus ou moins complexes, compléta Marie. Ils sont généralement composés de séquences d'instructions ou de manipulations de symboles et d'objets mathématiques, c'est-à-dire d'algorithmes.

— Les algorithmes sont créés par les agents humains, qui construisent et programment les machines, dit à son tour Philippe. »

Ils étaient désormais d'accord sur le vocabulaire de l'apprentissage et sur sa traduction en opérations informatiques et algorithmiques. « Il existe plusieurs catégories de tâches d'apprentissage, reprit Marie.

— En fonction des types de données que l'on utilise, c'est ça ? proposa Elias.
— Et de l'objectif que l'on poursuit, ajouta-t-elle. On parle d'« apprentissage supervisé » et d'« apprentissage non-supervisé ». Dans le premier cas, on s'intéresse à la relation entre une grandeur d'intérêt Y, dite variable « étiquette » ou « superviseur », et les grandeurs X auxquelles on estime qu'elle est reliée et à partir desquelles on voudrait la prédire, dites variables « prédicteurs » ou « régresseurs ». Afin d'apprendre la relation, on doit disposer de données étiquetées, c'est-à-dire de couples (y_i, x_i) – où y_i et x_i sont collectées simultanément. Ces couples constituent des exemples, qui nous renseignent sur la relation entre ces grandeurs et nous permettent de tenter de l'apprendre – à l'aide de principes d'inférence statistique bien choisis.
— Si la grandeur Y prend un nombre fini – discret – de valeurs, on parlera de « classification » lorsque l'on voudra prédire Y à partir de X. Si au contraire Y varie de façon continue, on parlera plutôt de « régression », compléta Inès.
— Par exemple, proposa Igor, on pourrait construire un modèle de régression afin de prédire l'autonomie restante du véhicule – une variable continue – en fonction de la charge de la batterie et du style de conduite. On pourrait « apprendre » ce modèle à partir de résultats de simulations numériques ou à partir d'expérimentations.
— Ou alors, proposa Pauline à son tour, on pourrait construire un modèle de classification afin d'obtenir un diagnostic médical à partir d'images de radiographie. Il identifierait les cas sains, ceux où l'on détecte une infection bénigne, et d'autres où l'on détecte une tumeur à traiter. On pourrait

« entrainer » ce modèle à partir d'une base d'images déjà étiquetées par un médecin. »

Marie poursuivit la description. « Lorsque l'on s'intéresse à la variation d'une grandeur en particulier, ou d'un ensemble de grandeurs – regroupées dans X – on parle d'apprentissage non-supervisé.

— Pourquoi dit-on qu'il est non-supervisé ? demanda Philippe.

— Parce qu'il ne s'agit pas de prédire une valeur « cible » en s'appuyant sur une relation particulière. Il n'existe pas de « référence » à partir de laquelle on pourrait « entrainer » le modèle. Il s'agit plutôt d'étudier les variations possibles de X – ou de Y – et d'en tirer des conclusions intéressantes.

— Quel type de conclusions ? insista Philippe.

— Il y a plusieurs objectifs possibles[73]. On peut chercher à proposer un modèle probabiliste qui traduit quantitativement les variations de X – c'est-à-dire $\Pr(X)$. On peut chercher des corrélations entre les différentes composantes[74] de X. On peut aussi essayer de trier les valeurs dont on dispose dans différentes « classes » ou « clusters », ou identifier les « modes » des distributions[75].

— Par exemple, dit Elias, on pourrait étudier la corrélation entre investissement et croissance économique, à partir des données collectées dans différents pays. On pourrait s'en servir afin de conseiller des politiques économiques, ou de guider la construction de modèles de prédiction

---

[73] A l'inverse, dans le cadre supervisé, il n'y a qu'un seul objectif, réaliser une prédiction à partir d'un X connu.

[74] Si $X = (X_1, X_2, \dots, X_m)$, on peut juger des corrélations potentielles en étudiant, par exemple, $E[(X_1 - E[X_1])(X_2 - E[X_2])]$.

[75] Pour faire simple, il peut être intéressant d'identifier des « intervalles » ou des « zones » de l'espace – numérique – dans lesquels les valeurs ont tendance se trouver plus souvent. Des zones dans lesquelles la densité de masse de probabilité est forte.

économique, notamment en cherchant à identifier les facteurs influents.
— On pourrait construire un modèle probabiliste qui décrit la vraisemblance de différents montants d'indemnisation, dans le cadre de sinistres automobiles et à partir de toutes les déclarations précédentes dont dispose l'assureur, proposa ensuite Marie.
— On pourrait chercher à catégoriser les événements météorologiques en fonction des intervalles de température, de pression ou de vitesse du vent, dit enfin Igor. »

Tous les exemples rencontrés lors de la lecture du journal du matin constituaient des cas d'applications pertinents.

Pour résumer, les traitements de données conduisent généralement à l'identification puis à l'exploitation de modèles. Ils s'opèrent par l'exécution informatique de tâches d'apprentissage, supervisé ou non-supervisé. Les modèles sont assez majoritairement de nature paramétrique et leur identification s'appuie régulièrement sur l'un des principes d'inférence statistique suivant : la minimisation de l'erreur de prédiction, le maximum de vraisemblance ou la mise à jour Bayésienne. Ces principes d'inférence incarnent « une réponse possible » à la question : *que pouvons-nous raisonnablement conclure compte tenu des éléments dont nous disposons ?*

Au cours de multiples discussions, parfois en autonomie, parfois guidés par le professeur, les étudiants avaient amélioré leur compréhension des spécificités du travail de modélisation et d'apprentissage. Le processus de construction d'un modèle paramétrique comprend deux aspects. D'un côté, le choix de la structure du modèle, des données à exploiter et de la technique d'apprentissage à employer. De l'autre, l'exécution par les machines de cette opération d'apprentissage. Les étudiants se concentraient maintenant sur le premier de ces aspects.

Dans le cas de l'apprentissage d'une relation fonctionnelle du type $y = g(x, \beta)$, qui constitue un exemple classique du travail de modélisation statistique, il faut d'abord proposer une structure pour le modèle paramétrique g. Ensuite, l'approche la plus courante consiste à rechercher les paramètres β en minimisant – souvent numériquement – la somme des écarts entre les différentes valeurs observées (y_i) et leur prédiction par le modèle, c'est-à-dire $(g(x_i, \beta))$.

Mais, une difficulté fondamentale apparait lorsque ce problème est vu sous un angle purement mathématique[76]. Les éléments susceptibles d'aider au choix d'une forme pour g, ne sont pas forcément contenus au sein de l'ensemble de données disponible. D'ailleurs, un choix de modèle très simple, mais aussi très peu pertinent, est celui qui consiste à associer, par g, à chaque x_i, la valeur y_i exactement observée. Ce modèle est parfait au sens où il reproduit exactement les données observées. Son erreur de prédiction est nulle par construction. Néanmoins, il est peu utile. Il n'est qu'un artifice fonctionnel, qui se contente d'archiver les observations déjà disponibles. Dans la plupart des cas, les prédictions utiles concerneront ensuite des situations non-encore observées – de nouvelles valeurs pour x.

Ainsi, la qualité de prédiction d'un modèle ne peut pas « véritablement » être évaluée à partir des seules données disponibles[77]. L'apprentissage ne peut pas reposer intégralement sur l'objectif de minimisation de l'erreur de

---

[76] Les machines, qui ne font qu'appliquer des manipulations à des objets idéals, ne peuvent pas évoluer de façon autonome hors d'un cadre purement mathématique, ou formel, délimité par des séquences d'instructions bien déterminées.

[77] En pratique, il est possible de procéder à un apprentissage usant de la technique de validation croisée. Dans ce cas on découpe l'ensemble de données en deux parties, on entraine le modèle sur une première partie, avant d'évaluer sa qualité de prédiction – et donc de « généralisation » – sur la seconde partie, qui n'a pas servi à l'identifier.

prédiction évaluée à partir de ces seules données. Comme pour tout raisonnement inductif, qui sous-tend chaque tentative de compréhension et d'apprentissage des régularités du réel, il faut aller « au-delà » des observations et « généraliser ». La construction du modèle doit alors s'appuyer en partie sur une connaissance implicite – non explicitement contenue dans les données – sur des « hypothèses » ou des choix particuliers, qui permettent cette généralisation – ou extrapolation – hors de l'ensemble d'apprentissage constitué par les couples (y_i, x_i).

D'ailleurs, une trop grande insistance à « coller aux données », provoque généralement un phénomène de « sur-apprentissage ». Pour faire simple, un modèle qui « se tord dans tous les sens » afin de s'adapter coûte que coûte aux données d'apprentissage, tend à être davantage une curiosité mathématique qu'une représentation réaliste. Il aura une piètre capacité de généralisation, c'est-à-dire une faible aptitude à faire de « bonnes » prédictions pour des configurations x non-encore observées. Il faut donc trouver un « compromis » entre la complexité[78] du modèle et l'erreur de prédiction. Un certain niveau d'erreur est souvent inévitable, car la plupart des modèles « simplifient » souvent une réalité difficile à appréhender parfaitement. Rechercher, par l'optimisation des paramètres β – ou par le choix d'une forme g à la structure très complexe et parfois « trop » flexible – une erreur de prédiction « trop » faible, c'est souvent « se leurrer » sur la qualité de son modèle. Ce type de pratique est d'ailleurs régulièrement « sanctionné » par une qualité de généralisation faible et des

---

[78] La complexité du modèle peut s'incarner dans plusieurs éléments : la complexité structurelle de la forme choisie ou le nombre de paramètres à identifier. Mais cette complexité ne doit pas devenir un artifice mathématique qui permet au modèle de coller très précisément aux données, en adoptant des comportements peu représentatifs du sens physique et du réel lorsqu'il est utilisé au-delà des circonstances déjà observées.

prédictions instables, erratiques et donc peu dignes de confiance.

Un autre point important lors de la construction de modèles de relation, concerne le choix des m grandeurs « influentes » – notons les $X = (X_1, X_2, \dots, X_m)$ – dont nous souhaitions exploiter la connexion avec Y afin de pouvoir prédire ce dernier. Le nombre de possibilités à considérer – de modèles candidats – grimpe rapidement. Plus largement, la question des « circonstances » ou des « conditionnements » à considérer afin de réaliser une prédiction de qualité constitue un problème particulièrement difficile et non purement mathématique. Les éléments qui conditionnent une issue de Y non-encore observée ne peuvent être que supposés et non rigoureusement vérifiés *a priori*. Les modèles construits sont condamnés à être imparfaits. La régularité qui apparait au travers des couples observés (y_i, x_i), n'est appréciée que partiellement, par le biais d'un jugement inductif. Elle ne peut préfigurer avec certitude la connexion entre un nouvel élément x et l'issue associée y. Ce problème existe indépendamment de la taille de l'ensemble d'apprentissage disponible, c'est-à-dire du volume de données collectées, et donc de « l'intensité » du travail d'apprentissage[79].

Par ailleurs, notre capacité d'observation et d'expérimentation – l'acquisition des (y_i, x_i) – est limitée. Enfin, la description des circonstances – le nombre des m composantes de X à consigner lors de l'observation – ne peut être faite avec une précision illimitée. Il y aura, assez vraisemblablement, des éléments laissés de côté ou négligés.

Ainsi, toute prédiction, et toute construction d'un modèle sur lequel celle-ci s'appuie, dépend en fin de compte de décisions humaines. *Tous les raisonnements conduits ou les conclusions produites sont donc basés sur des choix et des éléments*

[79] On pourrait renvoyer ici à l'exemple de la dinde du chapitre précédent. Malgré l'ensemble de ses observations accumulées, celle-ci peut « se tromper ».

subjectifs, que le constructeur du modèle l'admette ou non. Plus ces choix s'avèrent adaptés aux régularités et aux fonctionnements du réel, plus les jugements tendent à être pertinents. Mais, identifier les éléments importants requiert toujours l'intelligence humaine.

Mathématiquement parlant, l'apprentissage, ici en tant que problème de recherche de solution g au sein d'un ensemble – de taille infinie – de candidats de tous niveaux de sophistication et de complexité, ne peut être laissé à l'algorithmique la plus brutale. Il faut guider cet apprentissage à l'aide d'information que l'ensemble de données disponible ne contient pas de manière formelle. De plus, l'objectif poursuivi par l'algorithme, par exemple, la minimisation de l'erreur de prédiction, n'est pas toujours gage d'une bonne capacité de généralisation pour les prédictions futures. Il faut alors procéder avec « intelligence ».

Tous ces choix constituent en réalité le cœur du travail et du savoir du statisticien, ou de l'expert du problème pratique à traiter.

Le professeur leur avait également parlé de l'identification de modèles probabilistes du type $\Pr(Y = y)$ ou $\Pr(Y = y|X = x)$. Dans ce cadre, les mêmes remarques s'appliquent. Souvent, les éléments qui permettent de choisir une forme mathématique particulière, avant l'application du principe du maximum de vraisemblance ou du principe de mise à jour Bayésienne – et de choisir un *a priori* sur les paramètres, dans ce dernier cas – ne se trouvent pas au sein de l'ensemble des données disponibles. Ces éléments doivent donc être introduits par le statisticien – subjectivement, plus ou moins consciemment et plus ou moins explicitement.

Le professeur reprenait l'exemple des montants d'indemnisation de sinistres automobiles, dont la compagnie d'assurance devait s'acquitter. Un modèle de distribution bien ajusté aux données particulièrement nombreuses pour de petits sinistres, peut donner de mauvais résultats lorsqu'il s'agit de quantifier la vraisemblance de sinistres importants et plus couteux, mais beaucoup plus rares. Pourtant, c'est plutôt l'anticipation de ces sinistres plus rares qui est cruciale, du point de vue de la prise de décision. Ainsi, il faut compenser le manque de données pertinentes pour les montants élevés d'indemnisation, par un jugement humain. Donc, il faut se montrer prudent. La qualité de l'ajustement produit par l'algorithme d'inférence – et dominé par les petits sinistres – peut s'avérer un mauvais indicateur de la capacité de généralisation du modèle, hors de l'ensemble de données observées.

***

Toutes ces discussions sur les subtilités de la modélisation et de l'apprentissage montrent que les connaissances non-directement ou non-explicitement extraites des données, mais plutôt de « jugements humains », sont parfois tout aussi importantes, voire davantage, que les données elles-mêmes. Il n'est pas prudent de confier l'apprentissage « tout entier » entre les « mains » des machines. Au fil des échanges, les étudiants devenaient plus sensibles aux limites de la capacité des machines – ou de mécanismes trop formels ou trop systématiques – à permettre de « bonnes » prédictions.

De la subjectivité se loge nécessairement à différents niveaux du travail de modélisation ou de prédiction. Elle est inévitablement liée au mode de raisonnement inductif, qui nous conduit depuis des observations particulières – en nombre limité – et des circonstances particulières – jamais intégralement décrites – vers des conclusions plus générales, exploitées ensuite pour prédire. Faire une prédiction, formuler une anticipation, c'est utiliser « tout ce que l'on sait » – soit explicitement au travers des données, soit plus implicitement par l'intermédiaire de divers choix de modélisation. Nier cette subjectivité ou les limites des conclusions produites, ou penser que les machines peuvent les dépasser grâce à leur puissance de calcul, c'est souvent s'exposer au risque d'être surpris lorsque les conséquences des décisions informées par nos raisonnements se manifestent. C'est se placer, malgré nous, dans la situation de la dinde inductiviste illustrée par B. Russell.

Il faut alors non seulement maitriser nos raisonnements mais aussi *les limites de ces raisonnements* – ce qui s'avère hors d'atteinte pour des machines livrées à elles-mêmes. Les machines sont de « simples » exécutants. Par construction, par nature, par essence, *elles ne peuvent pas manifester de « recul critique » vis-à-vis des opérations qu'elles exécutent. Cette réflexion, souvent cruciale afin d'éviter surprise et déception, incombe à l'agent humain qui emploie la machine – en tant qu'outil, qui déploie les stratégies humaines.*

La suite du travail du groupe d'étudiants allait permettre de poursuivre la discussion sur certains de ces questionnements particulièrement délicats, mais riches de conséquences pratiques.

COGITO ERGO DUBITO

-

« Je pense donc je doute »

(Citation transformée. La citation originale est de Descartes)

TROISIEME PARTIE
LE MANIFESTE

Un monde plus complexe : quel futur pour la rationalité ?

« Les portes de l'ascenseur s'ouvrent. Je me dirige vers le second appartement, tout en fouillant mes poches à la recherche de mes clés. Je déverrouille la serrure, je pénètre à l'intérieur, je suspends mon blouson, j'attrape un soda dans le réfrigérateur et je m'installe dans mon canapé. Je mets en marche mon assistant vocal connecté à internet. Je lui commande d'activer mon système audio et de jouer un assortiment de titres de jazz. Je saisis l'ordinateur portable posé sur la table basse et l'installe sur mes jambes. Je consulte rapidement les actualités en ligne et les fils d'information qui me sont proposés. Je lis les dernières publications de mes amis sur les réseaux sociaux. En quelques clics, je me fais livrer une pizza pour le repas de ce soir. J'utilise mon téléphone portable afin de vérifier le solde de mon compte en banque et constate que mes parents m'ont fait un virement pour mon anniversaire. J'ai également reçu la paye versée par le petit commerce du coin qui m'emploie quelques heures par semaine pour tenir la caisse. Je me connecte sur un site de commerce en ligne et je compare les modèles de robots aspirateurs. Cela fait plusieurs semaines que je songe à en acquérir un. Ce soir je décide de le commander. Quelques instants plus tard, je prends rendez-vous en ligne pour faire réviser mon véhicule dans un garage proche de chez moi. Je referme finalement mon ordinateur, puis je le repose sur la table basse.

« Après une journée chargée, je prends un cachet d'aspirine afin de conjurer un mal de tête qui commence à me faire souffrir. Je repose le verre vide avant de me diriger vers la porte d'entrée, dont la sonnette vient de retentir. Je paie ma commande, récupère ma pizza, puis retourne me plonger dans mon canapé. Je demande à l'assistant vocal de couper la musique et d'allumer la télévision. Tout en savourant mon repas, je regarde un épisode d'une série de science-fiction que j'apprécie particulièrement. Elle dépeint une société surveillée par un système policier informatique et centralisé. En deuxième partie de soirée, je porte mon attention sur un débat politique retransmis en direct. J'écoute les discussions sur les sujets de l'environnement, de l'économie, de l'éducation et sur les enjeux énergétiques et géopolitiques. »

Elias avait décrit une soirée tranquille, comme il en vivait assez régulièrement. Les autres l'avaient écouté attentivement.

Les étudiants jouaient à un petit jeu. Il avait pour but d'identifier dans leur vie courante les différentes réalisations technologiques qui impliquaient des processus de raisonnement ou de décision informatisés ou automatisés. Ce jeu servait de prétexte. Il permettait d'ancrer leur réflexion théorique dans le concret. Il les amenait à discuter autour de difficultés pratiques.

Les processus automatisés récoltaient des données et exploitaient de multiples sources d'information. Les étudiants tentaient de percevoir les outils et l'arrière-plan mathématique qui se cachaient derrière l'exécution de ces traitements et qui déterminaient les décisions prises ou les choix suggérés par les machines. Ils débattaient de ce qui pouvait être amélioré ou à propos des nouveaux développements qu'ils pensaient envisageables. Ils débattaient aussi des limites de ces évolutions potentielles ou de tout ce qui pouvait déraper ou dysfonctionner. Ils discutaient des risques liés à certaines approches ou à certaines tendances, dont celle qui consistait à automatiser l'analyse ou la décision. Ils essayaient de prévenir les mauvaises surprises. Ils échangeaient leurs avis sur *la « rationalisation » des fonctionnements – techniques ou organisationnels – c'est-à-dire sur la poursuite d'un idéal de rationalité ou l'espoir de mobilisation toujours plus efficace de l'information disponible*. Ils constataient aussi la *croissance de la complexité de leur société*.

« Tu t'imagines ? dit Inès. Sans ordinateur, pas de robot aspirateur, pas de rendez-vous chez le garagiste et pas de pizza.

— Oh, ça n'est pas non plus la fin du monde, répondit Elias. J'aurais pu passer deux coups de téléphone et me rendre directement en magasin pour mon robot aspirateur.
— Peut-être, mais il faut reconnaitre que les moyens informatiques sont de formidables outils de communication et d'organisation. Cela nous permet de faciliter nos échanges marchands et de connecter plus facilement le fournisseur de service avec son acheteur potentiel. »

La discussion était lancée. Les étudiants avaient pris goût à ce type de débat. « C'est sûr, reprit Philippe. Nos sociétés enregistrent, font circuler et exploitent toujours plus d'information. Il semble que tout le monde veuille être livré plus vite et satisfait plus vite, que tout soit disponible sans attendre. Nos sociétés veulent être mieux organisées. Alors, elles utilisent les moyens informatiques pour tenter d'y parvenir.

— On veut toujours être plus efficaces, ajouta Marie. Que soit produit seulement ce qui est demandé. Que les ressources soient exploitées au juste nécessaire. Qu'elles soient mobilisées rapidement, dès que l'on estime que cela doit être fait, et réservées à d'autres usages le reste du temps. Tout ceci implique que les décisions prises s'appuient au maximum sur l'information disponible. Mieux on comprend le fonctionnement de divers systèmes techniques ou organisationnels, plus on peut, tendanciellement, prendre des décisions adaptées et pertinentes.

— Plus d'information, c'est plus d'efficacité en perspective. Je pense que je suis d'accord, déclara Pauline. J'imagine néanmoins que cela devient vite compliqué à gérer pour un décideur humain, n'est-ce-pas ?

— Souvent oui, répondit Elias. Pour être réactif, rapide et efficace, pour ingurgiter toute cette information et trouver une solution qui satisfait les besoins des uns et des autres, en faisant usage des ressources disponibles, il semble nécessaire que l'agent planificateur soit une machine. Celui-ci va déployer un algorithme afin de résoudre un problème d'optimisation, un problème de satisfaction de contraintes et d'affectation de ressources.

— Dans ce cas, j'imagine que c'est une bonne idée de faire appel à un système automatisé, qui enregistre et traite les données, puis qui décide, en proposant une solution au problème de planification.

— Pour moi oui, affirma Inès. Il faudra cependant veiller à définir le bon algorithme de résolution et à lui communiquer les règles à respecter – les contraintes – si l'on veut s'assurer qu'il produise des solutions acceptables. Cela sera à nous, humains, de bien le concevoir afin de le rendre efficace.

— Je suis d'accord avec l'objectif, reprit Philippe. Mais attention. On augmente progressivement notre dépendance à ces systèmes complexes : par exemple, aux réseaux de distribution de biens et de services, ou d'approvisionnement en nourriture ou en énergie. On peut alors se retrouver en difficulté, si l'on ne se montre pas suffisamment prudent.

— C'est vrai, enchaina Igor. S'il y a des problèmes avec les flux d'information qu'utilise le système pour se réguler. Si les ressources nécessaires se retrouvent indisponibles, parfois de façon simultanée, pour une raison ou pour une autre. Si la demande à satisfaire augmente de façon coordonnée, c'est le cas par exemple pour la demande électrique lors de vagues de froid en hiver. Ce n'est pas l'agent planificateur qui pourra trouver une solution à ce problème – il n'y aura plus de solution ou seulement un mode de fonctionnement d'urgence ou dégradé. Le système peut alors s'effondrer, faute de ressources suffisantes pour tenir, ou d'information pertinente pour se réguler.

— Si nous en sommes fortement dépendants, cela peut créer de graves problèmes, insista Philippe.

— Alors, il faut prévoir et anticiper les dysfonctionnements, proposa Marie. Il faut concevoir des systèmes suffisamment fiables et robustes aux aléas. Il faut leur fournir suffisamment de ressources pour leur permettre de faire face à des difficultés éventuelles.

— En théorie oui, lui répondit Igor. Mais en pratique, plus le système à réguler est étendu, plus il comporte de composants, plus il doit mobiliser de ressources diverses, plus il a de flux d'information à intégrer ou de sollicitations à satisfaire, *plus il devient difficile d'anticiper tous les modes de fonctionnement ou de dysfonctionnement possibles. Il est aussi plus difficile de réguler un tel système.* Il faut disposer de stratégies qui, elles-aussi, permettront de faire preuve de suffisamment d'anticipation et de capacité d'adaptation, afin d'éviter des phénomènes dynamiques de saturation, d'amplification ou d'emballement.

— Je vois, poursuivit Marie. Il est alors plus difficile de modéliser le système ou de collecter des données, expérimentales ou de simulation, dans tous les états de fonctionnement possibles. Il est plus difficile de décrire son comportement ou les multiples relations entre paramètres connus, ou surveillés, et les conclusions que l'on peut vouloir en tirer. *Il est plus délicat, mais néanmoins plus que jamais nécessaire d'utiliser les outils probabilistes afin de produire des anticipations « justes » et « maitrisées »*. Cet effort pour organiser notre connaissance sera indispensable au moment de décider, que ce soit pour concevoir le système ou pour le piloter efficacement.

— Il est aussi courant, reprit Igor, qu'il apparaisse des corrélations ou des dépendances, par exemple lors de l'indisponibilité simultanée de différentes ressources. Il peut se produire des défaillances en cascade, impliquant un nombre croissant d'éléments du système et le fragilisant progressivement, ou tout autre type de phénomène « émergeant », difficile à anticiper. De tels phénomènes peuvent commencer localement, puis se propager, parfois conditionnés par des facteurs communs, avant de causer ensuite l'effondrement du système. Ils peuvent être sous-estimés si l'étude du système se fait de façon trop segmentée, trop localisée, sans adopter un regard plus global ou sans tenir compte des corrélations possibles. On parle parfois de « risque systémique ».

— Alors, intervint Inès, il faut sécuriser le système, en prévoyant un surplus de ressources ou en imposant une certaine redondance pour les éléments indispensables à son fonctionnement – par exemple pour les flux d'information vers le planificateur central ou pour l'approvisionnement en énergie du système, qui peuvent être des facteurs communs de défaillance.

— Oui, mais cela a un coût, ajouta Elias. Il n'est pas évident de trouver le bon équilibre. On peut toujours investir pour protéger davantage. Néanmoins, ceci impose également de faire preuve d'un minimum d'anticipation, afin d'éviter de dépenser des ressources inutilement ou exagérément. De plus, il n'est pas rare que certains phénomènes dommageables soient sous-estimés, voire inconnus, tant qu'ils ne se sont jamais produits. Il est difficile d'élaborer *a priori* les stratégies qui permettent de les éviter ou de les contenir.

— S'il est rare d'observer certains de ces *scénarii*, ajouta Marie, ils ne pourront être anticipés que par un travail intellectuel, parfois par l'intuition, et non uniquement en se reposant sur des observations empiriques. Ceci pose des problèmes sérieux aux machines et aux raisonnements basés exclusivement sur le traitement des données ou sur l'apprentissage, ou encore, aux raisonnements trop « cloisonnés » qui négligent les aspects « systémiques ».

— Vous dites donc que tout cela représente une multitude de décisions difficiles à prendre, déclara Pauline. Selon moi, c'est la même chose pour les systèmes économiques ou politiques. *Difficile d'anticiper les résultats de nos décisions ou de prévoir l'évolution de phénomènes complexes*, mettant en jeu de nombreux agents et leurs intérêts multiples. Difficile de prendre des décisions bien ajustées à une réalité que l'on ne maitrise pas complètement.

— Oui, dit Elias. Pas facile de savoir quelle marge de sécurité conserver. Pas évident de savoir sur quelle source d'information s'appuyer afin de se prononcer, quel modèle employer, quelle règle d'induction utiliser, quels conditionnement prendre en compte ou quelle conclusion en tirer. Ici, j'admets bien volontiers qu'il est *bon de faire preuve de recul critique vis-à-vis de nos propres jugements, et parfois, d'adopter une attitude plutôt prudente et conservative.*

— C'est sûr, il faut *admettre une part d'incertitude et utiliser les bons outils afin de la maitriser*, déclara Marie. »

Le professeur était ravi de la tournure que prenait la discussion. Les étudiants se montraient réceptifs au message qu'il avait souhaité faire passer. Philippe poursuivit l'échange. « J'imagine qu'il faut être particulièrement attentif à toutes ces difficultés lorsque l'on automatise le fonctionnement ou les décisions prises par de tels systèmes.

— En effet, dit Inès, si l'on anticipe mal certains *scenarii*, le programme ne pourra pas résoudre seul une difficulté à laquelle il n'a pas été préparé. Un décideur humain saura mieux faire face à une situation originale, même s'il n'existe alors aucune garantie de rapidité ou d'efficacité. Si les agents planificateurs sont livrés à eux-mêmes, il est bon de se montrer prudent.
— Le travail de conception ou la détermination de stratégies de planification ou de pilotage robustes, pour des systèmes assez complexes, peut représenter une tâche d'une incroyable difficulté mathématique, affirma ensuite Marie. Ce sont des problèmes de décision difficiles à formaliser puis à résoudre et parfois sensibles à des circonstances évolutives, variées, complexes et délicates à anticiper.
— Mais on dispose aujourd'hui de moyens informatiques toujours plus puissants pour le faire, n'est-ce pas ? nuança Inès.
— C'est vrai, mais cela ne s'avère pas toujours suffisant. La complexité des problèmes à traiter augmente parfois bien plus vite que la puissance des moyens de calcul disponibles. Les ressources informatiques doivent, plus que jamais, être employées avec discernement et « intelligence ».
— De plus, ajouta Igor, *une solution qui semble pertinente dans le monde des idées peut s'avérer décevante, si la traduction du problème réel en termes formels n'est pas suffisamment « représentative » – par exemple, si certains éléments, phénomènes ou conditionnements importants n'ont pas été pris en compte dans la résolution*. On s'expose alors à la surprise.
— En revanche, déclara ensuite Elias, avec une plus grande facilité à collecter des données, on peut aujourd'hui étudier

des phénomènes ou des comportements plus complexes que par le passé. On devrait donc pouvoir s'en servir pour proposer de meilleures décisions, non ?

— Il est vrai que le fait d'exploiter plus d'information a permis de rendre certains systèmes techniques ou organisationnels plus efficaces, lui répondit Inès. Mais il n'est pas toujours évident de savoir comment exploiter cette information, ni même de déterminer si elle est pertinente. Surtout quand les comportements de ces systèmes sont complexes ou font intervenir de nombreux paramètres ou modes de fonctionnement différents. Difficile de mener des analyses statistiques utiles et suffisamment exhaustives, d'identifier des corrélations exploitables ou d'extraire des règles induites à partir d'observations. Difficile de conserver un regard critique ou une maitrise suffisante quant à la qualité des prédictions que ces raisonnements permettront de produire.

— Je suis d'accord sur ce point, ajouta Marie. Le travail de construction de modèles statistiques ou la mise en place de procédures d'apprentissage à partir d'ensembles de données – parfois pas véritablement si volumineux au regard de la complexité de certains problèmes – est une activité qui *ne peut être menée à bien de façon pertinente que si elle est conduite par des statisticiens ou des analystes conscients de ces difficultés*. Pas évident de se frayer un chemin dans un univers des possibles ou dans un enchevêtrement de conditionnements – à étudier, à parcourir, à considérer – particulièrement délicat à saisir.

— Ne peut-on pas s'aider des machines pour le faire ? demanda Philippe.

— Si, bien sûr. On peut s'en servir pour étudier ou pour « miner » des ensembles de données. On peut aussi se servir de la simulation, afin d'explorer certains *scenarii* ou de tester certains modèles. Mais il est peu vraisemblable que les agents programmes parviennent à identifier les éléments importants de façon complètement autonome. Les machines doivent être guidées – au moins partiellement – pour être efficaces. Elles se montrent plus pertinentes lorsqu'elles emploient des algorithmes adaptés au problème à traiter, ou lorsqu'elles considèrent en particulier les sources d'informations que l'on juge importantes, et qu'on leur demande alors de prendre en compte. Par ailleurs, elles ne peuvent nullement compenser le fait que l'information pertinente ne se trouve pas toujours dans les ensembles de données collectés. Pour finir, l'obtention de ces données dépend nécessairement des choix de celui qui les collecte ou qui demande aux machines de les collecter.

— Je vois, reprit-il. *Beaucoup de moyens, beaucoup d'information, mais aussi beaucoup de manières de les exploiter*. Encore *plus d'efforts à fournir et d'expertise à posséder afin de séparer l'essentiel du superflu*.

— Dans certaines situations, dit Inès, il est tout à fait possible de réaliser des traitements complexes avec une grande efficacité, si l'on utilise les outils adéquats et les stratégies adaptées. C'est le cas lorsqu'il s'agit d'identifier des visages, d'interpréter des commandes vocales, d'émettre des suggestions à partir d'un historique de recherche, d'analyser l'environnement physique autour d'un robot muni de capteurs, etc. Les résultats des traitements peuvent ne pas s'avérer parfaits, tout en demeurant largement suffisants pour le besoin considéré. Des décisions peuvent alors être automatisées, avec un succès indéniable, dans le cadre de problèmes bien maîtrisés et abordés de façon « intelligente » – avec astuce.

— Mais dans d'autres cas, ajouta Igor, il est clair qu'il faut considérer les erreurs possibles avec plus d'attention, car leurs conséquences peuvent être plus dommageables. *Dans ces circonstances, il est bon de se montrer plus mesuré quant à ce qui pourra être accompli par l'automatisation des raisonnements. Il faut être sensible à la qualité des* *jugements produits par des machines et à notre aptitude à les exploiter efficacement ou encore, à la pertinence de laisser agir ces machines en autonomie.*

— Il est préférable de faire preuve d'humilité par rapport à notre capacité à produire certains raisonnements « justes » ou à résoudre certains problèmes particulièrement complexes, remarqua Marie.

— Il nous faut trouver *le bon équilibre entre les perspectives offertes par les outils mathématiques et les moyens informatiques, et notre aptitude à les mobiliser avec efficacité*, conclut enfin Inès. »

« Prenons un autre exemple, proposa ensuite Igor. Songez à un moyen de locomotion, que l'on appelle aujourd'hui voiture, ou mieux, automobile. A l'époque antique, c'était un char tiré par un cheval. Une réalisation technique faite de bois, de bronze et de quelques autres matériaux. Sa complexité était faible. Pour le concevoir, il fallait utiliser les « bons » matériaux, les « bons » assemblages et donc, les savoirs techniques en vigueur à cette époque. Pas vraiment d'anticipation – au sens calculatoire ou au sens de l'emploi des sciences et méthodologies actuelles – mais plutôt l'usage d'un savoir-faire d'artisanat, issu de l'expérience et de l'apprentissage progressif – l'apprentissage empirique et pratique des régularités du réel. Pour un simple assemblage mécanique, il est assez facile d'anticiper tout problème éventuel ou de s'en prémunir par une conception plus robuste, certes un peu plus onéreuse. Ensuite, au début du XXe siècle et avec l'arrivée de l'automobile, apparait un système plus complexe : un moteur à explosion, une boite de vitesse, une chaine de traction, etc. Un tel système implique évidemment un travail de conception plus raffiné et plus structuré intellectuellement. Un travail qui fait appel à l'élaboration d'anticipations et à des choix motivés par les connaissances disponibles. Pour les plus passionnés ou compétents, il est possible d'entretenir soi-même son véhicule, avec les savoir-faire nécessaires. Néanmoins, il devient plus délicat d'anticiper des dysfonctionnements, de comprendre finement les comportements possibles du système ou de proposer une conception robuste. Aujourd'hui, la complexité des véhicules tend à devenir encore plus grande. Davantage d'électronique sous le capot et dans l'habitacle, voire des éléments informatiques : calculateur et autre organes de raisonnement et de pilotage centralisé. Certains éléments déjà autonomes : freinage d'urgence, correction de trajectoire. Alors, bien sûr, cela apporte de meilleurs performances et de nouvelles fonctionnalités. Cependant, il devient quasiment impossible de réaliser l'entretien de ce système seul. Beaucoup de fonctionnalités ou de composants, s'ils sont impératifs à son fonctionnement, c'est beaucoup de *scenarii* possibles par lesquels le système peut entrer en état de défaillance, ou adopter un mode de fonctionnement dégradé. Plus difficile à concevoir, plus difficile à opérer, plus difficile à maintenir. Pas impossible, mais plus difficile. Il faudra mobiliser plus de connaissances pour y parvenir : en mécanique, en électronique, en informatique, etc.

« Considérez enfin l'idée du véhicule autonome, termina Igor. Imaginez-le bardé de capteurs – caméras, radars, émetteurs et récepteurs radio, etc. – lui permettant de percevoir son environnement alentour ou l'infrastructure routière à proximité. Ce système est d'une très grande complexité. Voilà apparaître de larges quantités d'information à traiter, à interpréter et à prendre en compte pour déterminer comment agir. Et, dans ce cas, il semble clair que tous les traitements menés ne pourront conduire à des certitudes sur le réel – forcément perçu de façon limitée. Il faudra tenir compte de l'imperfection de ces raisonnements et décider sur la base de conclusions probables. »

***

Notre satisfaction – le bon fonctionnement de nos réalisations techniques comme organisationnelles – devient très dépendante de *notre capacité à bien raisonner et à décider en fonction de ce qui est véritablement nécessaire* – dans le réel. Avec l'augmentation de la complexité des systèmes, il devient particulièrement souhaitable de faire usage des outils du raisonnement en faisant preuve de davantage de maitrise, de discernement, d'esprit critique et de sensibilité vis-à-vis de leurs limites.

Après plusieurs mois de travail en commun et d'apprentissage, ce type de débat se répétait assez régulièrement. Le tableau blanc de l'espace commun permettait aux étudiants de développer et d'organiser leur réflexion. La discussion du jour faisait apparaitre une multitude de difficultés théoriques et pratiques, une variété de tendances, de questions et de problèmes à considérer. Elle illustrait l'extraordinaire étendue du *champ de la décision* et la diversité des interrogations qui peuvent être rencontrées dans son périmètre.

Les étudiants reconnaissaient les perspectives offertes par l'usage de moyens informatiques plus capables, de volumes de données plus importants ou de raisonnements plus algorithmiques ou automatisés. Mais ils percevaient aussi *l'augmentation tendancielle de la complexité des problèmes à traiter et des systèmes techniques ou organisationnels à concevoir et à opérer*. Avec cette tendance, *le travail de raisonnement devient plus subtil mais aussi plus crucial et sensible. La production d'anticipations devient plus délicate et la maitrise de la qualité de nos jugements plus difficile*.

Malheureusement, s'appuyer sur de nouveaux moyens de raisonnement ou de traitement n'offre pas *a priori* de garantie de résultats meilleurs. *Pas de « rationalisation » automatique ou systématique*. Au contraire, il faut considérer ces outils avec « intelligence » et reconnaitre qu'ils n'œuvrent jamais qu'entre nos mains, et non en véritable autonomie. A défaut d'un peu de prudence, la mauvaise surprise, l'imprévu, puis la déception, nous guette.

Limites de la rationalité et « exploration statistique »

Les étudiants avaient mené un authentique travail de recherche théorique. Le professeur les avait encouragés en ce sens. Il avait exploité avec malice leur curiosité et leur engagement. Ce travail de recherche les conduisait à considérer ce qu'ils avaient nommé : le *« problème d'exploration statistique »*. Désormais armés des outils conceptuels adaptés, ils tentaient de cerner les *« limites de la notion de rationalité »*.

Leurs multiples échanges conduisaient aux conclusions exposées dans ce qui suit.

***

L'individu ou agent rationnel forme des anticipations à partir de l'exploitation de ses connaissances et en mobilisant différentes règles de raisonnement. Il relie les éléments de connaissance dont il dispose aux conclusions qu'il croit pouvoir en tirer. Il développe sa réflexion afin d'anticiper les conséquences possibles des différents choix à sa disposition.

A l'issue de ces raisonnements, qu'ils impliquent ou non un « calcul », *l'agent rationnel choisira l'alternative qui le conduit le plus vraisemblablement, compte tenu de ce qu'il sait, vers l'état de conséquence qu'il préfère*. Ceci est l'essence du « cadre normatif » de la rationalité. *L'agent rationnel est celui qui agit conformément à ce qu'il croit et à ce qu'il préfère*. Ni plus, ni moins.

Cet idéal formel « devrait guider » les choix de l'agent, même si en pratique, certains comportements peuvent s'écarter du cadre[80]. L'agent humain ne parvient pas toujours à formaliser clairement et efficacement ses croyances – par une application rigoureuse des règles de manipulation probabiliste. Il ne parvient pas toujours à évacuer toute ambiguïté lorsqu'il ordonne ses préférences. Néanmoins, le cadre normatif reste un « bon guide » pour l'analyse de la décision comme pour la prise de décision. Il n'existe pas de concurrent susceptible de le remplacer de façon évidente. De plus, la majorité des écarts peut souvent être ramenée à l'intérieur du cadre normatif après une analyse plus fine du problème par l'agent.

Ainsi, *la plupart des agents humains ne sont pas rigoureusement rationnels « au sens normatif », mais ils le sont au sens où ils poursuivent un idéal de rationalité sous la forme d'une maximalisation de l'utilité espérée*. Ils le sont au sens où ils recherchent, bon an mal an, à identifier l'alternative qui leur apportera le plus vraisemblablement les résultats qu'ils préfèrent obtenir, puis à agir conformément à cette alternative. Ceci étant posé, le cadre normatif est le point de départ naturel des discussions sur la rationalité et ses limites.

Une remarque majeure et à la portée fondamentale peut dès maintenant être émise. *Le caractère rationnel d'une décision ou d'un comportement est une qualification nécessairement subjective*. L'agent « jugé rationnel », qui respecte « au mieux » le cadre normatif, agit relativement à ce qu'il croit – à ce qu'il juge pertinent ou efficace.

---

[80] Le non-respect de certains axiomes « normatifs », constaté en pratique lors de l'analyse des comportements « réels » de certains décideurs, illustre certains paradoxes associés à ce cadre. C'est le cas des paradoxes de St-Petersbourg ou d'Allais, qui traduisent le phénomène d'aversion au risque – l'idée de l'utilité espérée est alors à employer avec discernement. C'est aussi le cas du paradoxe d'Ellsberg, qui fait apparaître une aversion à « l'ambiguïté », c'est-à-dire aux situations dans lesquelles il est difficile pour l'agent de quantifier suffisamment clairement les probabilités associées aux différentes issues possibles, compte tenu de l'information disponible – ou plutôt de son absence.

Le cadre normatif de la rationalité bâtit son édifice axiomatique sur des croyances établies – même inconsciemment – par chaque agent. Si l'agent agit conformément à ce qu'il croit, il ne peut pas être jugé « non-rationnel » par un autre agent. Deux agents peuvent tout à fait tirer des conclusions différentes à partir d'observations strictement identiques. Ils pourront alors faire des choix différents – même si leurs préférences sont identiques – et, conformément au cadre formel, ces choix seront alors tous deux rationnels. Par conséquent, cette simple constatation implique qu'*il n'existe pas de référence objective à la rationalité. Il n'existe pas de décision qui soit « objectivement bonne »*.

Cela semble contraire à la perception majoritairement répandue vis-à-vis de la notion de rationalité. Qui « a raison » ? Cette question nous taraude. N'y a-t-il donc pas une « bonne décision » : une décision qui peut être qualifiée de « rationnelle[81] » indépendamment de l'avis de l'agent ? La réponse à cette question est non. Il n'existe pas de « bonne décision » dans l'absolu.

Ou plutôt, il en existe une en théorie seulement. Cependant, elle est généralement inaccessible en pratique. Elle est inaccessible *a priori*. Pour une grande partie des problèmes de décision réels, l'agent se retrouve dans l'impossibilité d'anticiper parfaitement les conséquences de ses actions. Son raisonnement sur le réel ne peut le conduire qu'à des conclusions probables. Il subsiste inévitablement une incertitude *a priori*. Ainsi, la « qualité » d'une décision ne peut

---

[81] Ici, le terme rationnel est à apprécier dans un sens étendu. Dans le langage courant, l'idée d'« attitude rationnelle » semble laisser entendre qu'il existe un consensus vis-à-vis du réel, qu'il existe une « bonne façon » d'agir, qu'il existe une référence à l'aune de laquelle un choix peut être jugé. La réflexion développée dans cette section cherche à montrer que cette position n'est pas tenable en toute rigueur.

ainsi être jugée que rétrospectivement – *a posteriori* – c'est-à-dire une fois que la conséquence de la décision a été observée, avec certitude. Mais, il est alors trop tard pour « corriger le tir ». L'agent ne se trouve plus confronté au problème de décision qui existait *a priori*.

Le cadre de la rationalité est subjectif[82] *par nécessité épistémique*. L'agent ne décide pas par rapport à « ce qui est », à « ce qui adviendra » ou à « ce qui s'impose », car il pourra rarement le déterminer avec certitude *a priori*. *Il décide « nécessairement » et uniquement par rapport à « ce qu'il pense vrai ou probable », compte tenu de ce qu'il sait*. Il décide à partir de ses anticipations[83]. Il est n'est pas possible de faire mieux. Il n'est pas possible de dépasser cette subjectivité du cadre rationnel par un travail de raisonnement plus fin.

Seul pourrait déterminer la « meilleure décision dans l'absolu » l'agent qui connaitrait *a priori* l'issue des différents choix possibles. Pour cet agent omniscient, le problème de décision – au sens mathématique – n'en serait pas véritablement un. Il ne consisterait qu'à choisir, à l'avance, l'état de conséquence que cet agent préfère et dont il sait avec certitude qu'il se manifestera. Pour lui, la solution au problème de décision est triviale. Cet agent omniscient, détenteur d'une connaissance infinie ou infiniment précise, n'existe pas en pratique. *Personne n'est en mesure de déterminer a priori : si un agent a « raison » d'agir tel qu'il le décide, quelle*

---

[82] Nous nous intéresserons uniquement à la subjectivité qui découle de nos croyances et de nos connaissances. Une autre forme de subjectivité du cadre rationnel apparait aussi au travers des préférences de l'agent. La question des préférences n'est pas abordée ici, car elle ne peut être tranchée par aucun argument mathématique ou épistémologique. Il ne peut exister de « bonnes » ou de « mauvaises » préférences.

[83] Ici, l'interprétation subjectiviste de la notion de probabilité, comme représentation de notre jugement quant à la vraisemblance de différents mondes possibles ou de différentes propositions, prend tout son sens.

anticipation est « juste », ni même si une anticipation est « plus juste qu'une autre ».

Un écart entre les conclusions obtenues par deux agents différents ne contrevient à aucune règle mathématique et ne traduit qu'une différence d'opinion sur le réel et ses régularités, que les deux agents perçoivent et exploitent différemment. Ils ne pourront être mis d'accord que s'ils utilisent les mêmes règles et les mêmes hypothèses – de généralisation à partir d'observations – au moment de produire un jugement basé sur un raisonnement inductif.

Seule l'issue de la décision – la « nature » ou le « réel » – va « trancher » cette question dans l'absolu. En général et sans adopter pour l'instant un cadre formel rigoureux, les remarques suivantes peuvent être émises.

Il est intéressant de considérer que *« la nature » est indifférente à nos anticipations ou à nos erreurs de jugement*. Dans le même temps, la qualité des résultats de nos décisions est, de façon assez évidente, fortement liée à la qualité de nos anticipations. *Celui qui aura mieux anticipé les conséquences probables de ses choix sera plus vraisemblablement satisfait du résultat de ses décisions*. Il sera conduit, par l'intermédiaire d'une attitude rationnelle, aux choix les plus « adaptés au réel ». Les résultats qu'il obtiendra, tendront à être plus conformes aux résultats qu'il espérait. Il sera moins surpris des résultats obtenus. A l'inverse, celui qui formule de mauvaises anticipations, pourra être, sans l'être nécessairement, « contredit » par la nature et parfois déçu, vis-à-vis d'un choix dont il espérait tirer une plus grande satisfaction – à l'image de la dinde inductiviste illustrée par B. Russell.

Prenons un exemple simple afin d'illustrer toutes ces affirmations et ces remarques. Imaginons deux armateurs affrétant chacun un navire dans le but de traverser un bras de mer et de rejoindre une ile située à une dizaine de kilomètres. Le premier embarque un canoé de sauvetage, le second n'en dispose pas. Qui des deux armateurs « a raison » ? A l'heure du départ : personne. Personne n'est en mesure de déterminer *a priori*, à partir de ses connaissances, l'issue de la traversée. Le premier armateur juge la probabilité d'un incident suffisante pour justifier l'ajout d'un canoé, le second estime pouvoir s'en passer.

Si une tempête ou une avarie advient, le second sera bien plus surpris et déçu de son choix que le premier. Les anticipations du second, qui l'ont conduit à se passer de canoé, étaient alors « moins représentatives du réel », au vu de l'observation *a posteriori*. A l'inverse, si la traversée se déroule sans encombre, le premier pourra affirmer qu'il ne pouvait pas suffisamment écarter une issue négative pour se passer de canoé, mais il ne sera pas véritablement surpris pour autant. *A priori*, les décisions des deux armateurs peuvent être considérées comme rationnelles.

Les deux armateurs auront décidé relativement à « ce qu'ils pensaient », et non par rapport à « ce qui est ou qui allait advenir », car ils ne pouvaient pas le déterminer avec certitude – d'ailleurs, personne ne le pouvait. L'écart entre leurs choix reflète une différence d'opinion. L'un n'est pas plus rationnel que l'autre. Les deux tirent des conclusions différentes à partir des éléments de connaissance dont ils disposent et qu'ils exploitent. La rationalité d'une décision est bien une propriété subjective. C'est le réel qui va trancher et leur apporter des résultats plus ou moins conformes à leurs espérances. Par ailleurs, les deux armateurs vivront différemment les conséquences de leurs décisions, car leurs anticipations étaient différentes

Entrons dans le détail. La question méthodologique centrale, qui devrait animer l'individu rationnel, conscient des limites de sa capacité à mobiliser ses connaissances et à en tirer des conclusions pertinentes, est la suivante. *Comment juger de la « qualité » ou de la « justesse » de nos anticipations* – avant de décider bien entendu ? A cette question générale, se joint sa déclinaison pratique. *Que pouvons-nous « raisonnablement » conclure*[84]*, compte tenu des éléments de connaissance dont nous disposons ?* Et, une question plus délicate encore : quelle « confiance[85] » pouvons-nous attribuer dans nos propres jugements ? Des jugements qui quantifient la perception qui est la nôtre vis-à-vis de conclusions incertaines et par le biais d'outils probabilistes. Des jugements qui expriment ce que nous pensons de la vraisemblance de différents mondes possibles.

Ces questions nous amènent à interroger nos jugements. Pas pour la beauté du raisonnement, mais parce que *la qualité de nos anticipations – subjectives – aura un impact sur nos choix, et donc, sur les résultats obtenus à l'issue de nos décisions* : *un impact empirique, un impact dans le réel.* Ces interrogations possèdent donc une finalité concrète, sur le plan méthodologique comme sur le plan pratique. C'est dans cette optique[86] qu'il est bon de s'intéresser sérieusement aux

---

[84] Rappelons-nous que la résolution de cette question peut se traduire formellement par la caractérisation de $\mathrm{Pr}(Y|X)$.

[85] La notion de confiance est délicate à manipuler et source de difficultés. Elle amène à des réflexions circulaires du type : qu'est-ce que l'on pense de ce que l'on pense ? Elle semble nous conduire à considérer la probabilité qu'une valeur de probabilité soit « juste ». Par construction, la mesure de probabilité subjective est censée représenter ce que l'on pense « véritablement », en utilisant « toutes » les connaissances disponibles. L'idée d'une probabilité sur une probabilité, d'un avis sur un avis, n'a donc pas de sens. Néanmoins, en pratique, il est bon de se laisser la possibilité de porter un regard extérieur et critique sur nos propres jugements. En effet, les conclusions produites découlent de « choix d'inférence » – par exemple, celui des hypothèses ou des règles utilisées – qui auraient pu être différents. Il est aussi possible de songer à ajuster nos jugements, à partir de nouveaux éléments d'information – voir la discussion sur le problème d'exploration statistique dans ce qui suit. Il faut donc se laisser la possibilité de permettre à nos jugements de varier et d'évoluer : de gagner en qualité ou de susciter davantage de « confiance ».

[86] Ceci est d'ailleurs la raison d'être de la seconde partie du livre.

mécanismes du raisonnement, aux principes d'inférence statistique et aux cadres de la rationalité et du risque – c'est-à-dire aux décisions, aux fondements mathématiques et épistémologiques à partir desquels nous les déterminons, et à leurs conséquences probables.

Une des difficultés rencontrées lorsqu'il est question d'évaluer la « justesse » de nos anticipations est que celle-ci ne peut être rigoureusement validée *a priori*. Aucun raisonnement sur le réel ne peut produire de certitude – seule l'observation directe produit une certitude[87]. Il n'existe donc pas de référence à laquelle nos conclusions peuvent être comparées. Il faut s'accommoder du « subjectif » et de « l'incertain » inhérent à l'*a priori*. Il nous faut *composer avec une part de risque*[88] *inhérente à tout problème de décision.*

Une autre difficulté doit être considérée. Une fois la conséquence de la décision observée *a posteriori*, la comparaison de notre jugement – incertain – initial, avec cette observation, n'est pas une opération univoque. Précisons. L'outil de probabilité que nous utilisons pour formuler un jugement nous sert à exprimer ce que nous pensons que le réel « pourrait être ». Il traduit notre état de connaissance, sous la forme d'une distribution de probabilité. Mais, « *le réel n'est pas probable » : il est ce qu'il est*. Par exemple, une proposition n'est

---

[87] Mettons de côté les problèmes d'interprétation des observations directes et d'utilisation des instruments de mesure.

[88] En pratique, il est possible de parvenir à un état jugé suffisamment proche de la certitude. L'incertitude peut alors « raisonnablement » être négligée et la décision déterminée « sans risque apparent ». Par exemple, il apparait peu probable que lors du lancer d'un projectile, la gravité s'inverse. On peut « raisonnablement » écarter ce risque – cette éventualité. Néanmoins, écarter cette éventualité est *in fine* un choix de l'agent qui raisonne.

pas vraie à 95%[89]. Elle est soit vraie, soit fausse. Seulement, nous ne pouvons pas le déterminer *a priori*. Pour cet exemple, nous sommes davantage confiants dans le fait qu'elle est vraie – 95% – mais nous ne pouvons pas écarter l'éventualité qu'elle soit fausse – 5%. Alors, comment comparer un ensemble de mondes possibles – ici, vrai et faux – chacun étant attaché à une valeur de vraisemblance, avec un état unique du réel ? Comment juger de la « justesse » d'une distribution de probabilité ?

Une réponse possible, mais pas unique, consiste à utiliser le critère de l'utilité espérée[90]. Nos anticipations « s'avèrent être de bonne qualité » si, à l'issue de la décision, l'écart entre résultat obtenu et résultat espéré, exprimé en termes d'utilité, est faible. *Avec des anticipations de bonne qualité, nous serons conduits, par nos décisions, vers des résultats qui limiteront l'effet de surprise et les déceptions potentielles – exprimés en termes d'écart d'utilité*. « L'obtenu » sera proche de « l'espéré ».

---

[89] Ainsi, une valeur de probabilité ne peut pas être « vraie », « juste » ni même « vérifiable ». Elle ne traduit que notre état de connaissance : notre jugement. Elle est une valeur du monde des idées. Elle caractérise des mondes possibles, pas le réel. Par exemple, une valeur de 95% n'est pas plus « juste » que celle de 96% : la proposition initiale est vraie ou n'est pas vraie, mais nous ne pouvons pas en être certains avant l'observation. Nous ne pouvons pas comparer de façon univoque deux « éventualités » avec un seul « état de fait ».

[90] La qualité de nos jugements est plus facile à interpréter dans le cas d'une décision répétée, « dans les mêmes conditions ». Dans ce cas, nos anticipations sont « justes » si l'utilité moyenne observée correspond bien à l'utilité espérée. Nos anticipations sont alors « bien calibrées » aux circonstances réelles du problème de décision incertain. C'est la raison pour laquelle nous avons tendance à parler de valeurs de probabilité « justes » dans le cas de situations « bien cadrées » et « répétables », par exemple pour des jeux de hasard. Dans ce cas, la mesure de probabilité utilisée pour quantifier nos anticipations peut être comparée à une fréquence observée ou observable. En revanche, pour une décision unique, les notions de fréquence ou d'utilité moyenne n'ont pas de sens. Dans ce dernier cas, la probabilité traduit alors uniquement notre « avis », notre « jugement » incertain.

Nous aurons efficacement utilisé ce que nous savons pour décider.

A l'inverse, imaginons qu'une issue assez inattendue, d'après notre jugement initial, se manifeste néanmoins *a posteriori*. Imaginons également que cette issue soit fortement redoutée – donc associée à une utilité fortement négative. Si nous la jugeons initialement comme peu probable, la valeur calculée de l'utilité espérée ne sera que « peu attirée vers le bas » par cette issue redoutée – par le terme $u_i p_i$. Notre estimation de l'utilité espérée sera potentiellement trop élevée – trop optimiste. Si cette issue se manifeste finalement, l'écart entre utilité observée et utilité espérée sera important. Nous serons fortement déçus de notre choix. Notre anticipation aurait dû nous détourner plus fortement d'un choix, pour lequel l'utilité espérée a été surévaluée, et qui nous conduit finalement à une utilité réelle très négative. Le critère de l'écart d'utilité nous permet de considérer *a posteriori* les conséquences de « mauvais jugements ». De « mauvaises anticipations » ont pu nous conduire, par exemple, à sous-estimer des issues qui se manifestent de façon d'autant plus surprenante qu'elles nous apparaissaient initialement comme peu probables.

Plus ce que nous anticipons nous donne finalement raison, plus nous serons satisfaits des résultats de nos décisions. Celui qui comprend mieux le réel et qui possède une vision « plus juste » de ce que le réel « pourrait être », dans des « circonstances connues », celui-ci obtiendra généralement de meilleurs résultats. *Il obtiendra des résultats plus conformes à ce qu'il anticipait*.

Si nos raisonnements ne peuvent être ni parfaits, ni vérifiés *a priori*, ni jugés de manière univoque *a posteriori*, ils peuvent néanmoins être améliorés. L'idéal de rationalité, celui qui conduit à rechercher la meilleure solution, demeure un objectif pertinent, en dépit des limites indéniables de notre capacité d'anticipation. En effet, améliorer notre compréhension du réel, améliorer nos anticipations, c'est potentiellement améliorer les résultats de nos décisions.

De nouvelles questions apparaissent alors. *Devons-nous collecter ou considérer davantage d'éléments d'information avant de décider, et si oui, quels éléments d'information ? A partir de quel moment pouvons-nous estimer que nous en savons suffisamment ou que nous sommes suffisamment « confiants » afin de pouvoir prendre une décision ?* Ces questions esquissent ce qui sera nommé dans tout ce qui suit : le problème d'« exploration statistique » – ou d'« exploration de l'univers des possibles ».

La plupart des problèmes de décision réels conduisent l'agent rationnel à sélectionner une des alternatives disponibles en se basant sur son propre état de connaissance. Dans ce cadre, le problème d'exploration statistique constitue un sous-problème du problème de décision considéré. En quoi consiste-il ? Etudions-le en analysant certains de ces aspects.

Du point de vue de l'agent, il peut être intéressant de collecter davantage d'information, et d'ajuster en conséquence ses anticipations, *avant* de procéder à un choix rationnel dans le cadre du problème de décision principal. Il peut être intéressant que l'agent vérifie les règles d'inférence qu'il utilise, par exemple, en s'appuyant sur l'expérimentation ou la simulation – dans des « circonstances raisonnablement similaires ». Il peut être intéressant que l'agent conditionne son jugement à de nouveaux éléments d'information, ou qu'il ajuste, à partir de nouvelles observations, les hypothèses formulées initialement par rapport à certaines prémisses du raisonnement. Pour cet agent, l'objectif est de « préciser », autant qu'il le juge « pertinent », son propre jugement.

Cette exploration statistique *contribue à réduire* – dans des proportions variables – *l'incertitude ou le risque perçu – sans toutefois éliminer la nature subjective de cette incertitude.* Elle peut alors conduire l'agent à se tourner vers des décisions

« mieux ajustées » au problème, et à en tirer un gain en termes de résultats – d'utilité. L'alternative « globale », qui sera finalement retenue au niveau du problème de décision principal, intégrera la décision de l'agent quant à l'intérêt de collecter, ou non, des éléments d'information supplémentaires, *avant* de sélectionner une alternative « en pratique » : c'est-à-dire avant d'agir.

Comment traiter ce problème d'exploration statistique ? Quel élément d'information – ou ensemble d'éléments – collecter ? A quels éléments conditionner nos jugements ? Sur quelles régularités du réel s'appuyer ? Quelles règles vérifier ou consolider ? Plus largement, la question méthodologique peut être formulée ainsi. *Quelle attitude adopter relativement à notre propre connaissance et à la pertinence du choix de l'ajuster, de l'améliorer ou de la consolider, avant de décider ? Ceci est l'essence du problème d'exploration statistique.*

Limites mathématiques, épistémiques et économiques

Le problème d'exploration statistique s'était positionné au centre des débats. Les moyens informatiques nous permettraient-ils d'améliorer nos jugements, de préciser notre connaissance, de réduire l'incertitude et le risque ? Peut-être. Mais, jusqu'à quel point et avec quelle efficacité ? La discussion se poursuivait au sein du groupe.

Ce qui suit détaille l'essentiel de son contenu.

***

Avant toute chose, il est bon de rappeler le mécanisme formel – son expression complète – qui nous permet de tirer des conclusions vis-à-vis d'une grandeur ou d'une proposition d'intérêt Y à partir des éléments connus $X = x$ – ou supposés à l'aide d'hypothèses $\Pr(X)$ – et de règles induites – caractérisées par $\Pr(Y|X)$.

$$\Pr(Y = y) = \sum_x \Pr(Y = y|X = x) \Pr(X = x)$$

Admettons maintenant que de nouveaux éléments d'information ou de nouvelles observations soient disponibles ou exploitables. Ils seront décrits par $O = o$. Alors, notre jugement peut être « mis à jour » :

$$\Pr(Y = y|O = o) = \sum_x \Pr(Y = y|X = x, O = o) \Pr(X = x|O = o)$$

Notons que ces éléments supplémentaires peuvent tout à fait correspondre à une « exploration » purement « virtuelle » ou « intellectuelle » – celle-ci n'implique aucune action empirique de collecte de données, potentiellement couteuse – dans le cas où O représente une nouvelle hypothèse considérée ou le résultat de simulations, auxquels nous décidons de conditionner notre jugement. Il peut ainsi s'agir d'« ajuster » ou de « revoir » notre jugement initial de façon purement spéculative.

Détaillons le problème d'exploration statistique[91]. Partons d'un exemple simple afin de saisir clairement les enjeux et les difficultés. Considérons le lancer d'un dé à six faces. En dépit d'information particulière, il apparait raisonnable de distribuer équitablement la mesure de probabilité entre les six issues possibles.

Maintenant, imaginons que nous collectons des informations sur la mécanique du lancer : vitesse, direction, distance à la table, etc. Ces observations O, couplées par exemple à l'emploi d'un calcul mécanique précis, pourraient nous permettre d'ajuster ce que nous pensons de l'issue du lancer. Imaginons que ce calcul nous conduise à conclure que l'issue six semble bien plus susceptible de se manifester, par exemple avec $\Pr(Y = 6|O = o) = 31/36$ et d'autre part $\Pr(Y = k|O = o) = 1/36$ pour tout $k \neq 6$, ce qui peut s'écrire aussi $\Pr(Y \neq 6|O = o) = 5/36$.

Ainsi, nous avons investi dans une opération de collecte d'information afin de « préciser » notre jugement. Nous allons exploiter ces observations afin de prendre une décision plus

[91] Rappelons que la Statistique est la science de l'expérimental et de l'empirique. Elle se consacre à l'exploitation des observations collectées dans le réel et aux conclusions qui peuvent en être inférées, généralement dans le but de déterminer une décision.

« ajustée ». Par exemple, celle qui consiste à parier[92] ou non sur l'apparition de la face six, au moment où cela s'avère pertinent.

Si nous répétons quelques lancers « contrôlés » – pour lesquels nous ajustons nos jugements à partir d'éléments d'information supplémentaires – nous pourrons décider de ne prendre le pari que lorsque nous pensons que la valeur six va vraisemblablement apparaître, et de nous abstenir de parier pour des lancers anticipés comme défavorables. Si nos anticipations « ajustées » sont de « bonne qualité », c'est-à-dire si l'observation de l'issue de la décision tend à nous donner raison, alors la collecte d'information pourra s'avérer profitable. Nos anticipations pourront nous conduire vers des choix « plus adaptés » à un réel que nous parvenons à « maitriser davantage ». Nous pourrons tenter de réduire l'écart entre utilité espérée et utilité obtenue, et augmenter ainsi notre satisfaction relative aux résultats de nos décisions.

Que pouvons-nous retenir jusqu'ici ? Plusieurs choses. D'abord, nos anticipations dépendent des éléments de connaissance dont nous disposons. Elles peuvent « évoluer » si nous exploitons de nouveaux éléments, de nouveaux résultats expérimentaux, de nouvelles hypothèses, de nouvelles règles de raisonnement, de nouvelles grandeurs auxquelles nous décidons de conditionner nos conclusions – par exemple, la vitesse, la direction du lancer, la masse du dé, etc. Ces éléments peuvent être considérés comme nouveaux parce qu'ils n'ont pas encore été collectés, ou parce qu'ils n'ont pas encore été pris en compte lors de notre raisonnement.

Ensuite, nous avons la possibilité de « choisir » des conclusions différentes, en fonction de notre manière d'exploiter les éléments à notre disposition. Au moins en principe, nous pouvons réviser notre jugement. Nous pouvons

---

[92] Pour la plupart des jeux de hasard, il nous serait interdit de collecter de l'information avant de parier. Cela serait considéré comme une forme de triche. Cet exemple est utilisé ici car il est simple à comprendre.

aussi choisir de collecter des éléments supplémentaires avant de parvenir à une décision.

Malheureusement, tous ces choix ne peuvent être validés *a priori*. *Le problème d'exploration statistique étant lui-même un problème de décision – et un sous-problème du problème de décision principal – il est soumis aux mêmes difficultés* lorsqu'il est question d'évaluer la « qualité » des choix retenus. L'agent va décider en fonction de ses anticipations. Il va *explorer là où il pense qu'il est pertinent d'explorer, ou exploiter les éléments et les conditionnements qu'il juge pertinents*. Il va utiliser les règles, les hypothèses et les modèles qu'il considère comme les plus représentatifs, compte tenu de ce qu'il sait. Développons afin de nous en convaincre.

Poursuivons la discussion avec l'exemple du lancer de dé. Ici, la mesure associée initialement à chaque face du dé, à savoir $\Pr(Y = k) = 1/6$ pour tout k, nous semble « juste ». Rappelons que dans le cadre de l'interprétation subjectiviste de la notion de probabilité, cette valeur représente ce que nous pensons de la vraisemblance de chaque issue. Elle représente ce que nous pouvons dire de « mieux » compte tenu de l'information disponible, compte tenu de ce que nous savons de la régularité du réel. Nous l'évaluons à partir de nos constatations empiriques[93], à l'aide d'expérimentations pratiques, ou en raisonnant en termes de fréquences et d'expériences de pensée[94].

Dans le cas du dé, il semble que nous accordions une grande « confiance » dans cette valeur. Pouvons-nous néanmoins interroger notre connaissance ou chercher à « faire mieux » ?

---

93 Dans ce cas particulier, notre jugement peut également s'appuyer sur un argument de symétries des causes. Nos lancers « brassent » tous les paramètres mécaniques possibles, rendant l'issue aléatoire, imprévisible et indifférente par rapport à la face obtenue.

94 On peut « imaginer » des lancers de dé et leur issue.

D'abord, qu'est ce qui pourrait faire que notre anticipation ne soit pas bonne ? Le dé pourrait-il être truqué ? Etudions la relation suivante[95] :

$$\Pr(Y=k)=\Pr(Y=k|T)\Pr(T)+\Pr(Y=k|\bar{T})\,(1-\Pr(T))$$

La valeur $\Pr(T)$ représente notre jugement quant à la possibilité que le dé soit truqué. Si nous n'avons pas de raison sérieuse de le penser, alors $\Pr(T)$ sera très faible et nous pouvons alors conclure $\Pr(Y=k)\approx\Pr(Y=k|\bar{T})=1/6$. Ainsi, nous avons décomposé notre jugement par rapport à une hypothèse particulière, sur laquelle nous nous sommes prononcés – à savoir T. Nous pouvons toujours opérer ce genre de décomposition et interroger ou préciser nos jugements en les connectant à d'autres éléments que nous jugeons importants, et que nous pourrons éventuellement collecter ou vérifier. Grace à cet artifice intellectuel, nous pouvons explorer, autant que nous le souhaitons, l'univers des possibles. Parfois, il est plus facile de se prononcer clairement – ou avec confiance – sur $\Pr(Y|H)$, où H est une hypothèse particulière, que sur $\Pr(Y)$ directement.

Pouvons-nous – et « devons-nous » – améliorer, préciser ou consolider notre jugement ? C'est la question centrale du problème d'exploration statistique. Il nous faut alors nous interroger sur les éléments que nous jugeons pertinents et qui seraient de nature à nous conduire à revoir nos conclusions vis-à-vis de Y, c'est-à-dire nous interroger sur $\Pr(Y|O)$ où O inclut ces éléments. Pour l'exemple du dé, il semble assez clair, compte tenu de toutes nos connaissances plus générales sur le fonctionnement du monde, que ces éléments sont de nature mécanique : la vitesse du lancer, la trajectoire, la distance à la table, etc.

[95] On retrouve la relation des probabilités totales, faisant intervenir une proposition binaire T : $\Pr(A)=\Pr(A|T)\Pr(T)+\Pr(A|\bar{T})\Pr(\bar{T})$, en notant que $\Pr(\bar{T})=1-\Pr(T)$

L’exemple du dé est intéressant, car il illustre assez clairement les limites auxquelles nous serons confrontées et les compromis que nous devrons trouver. *Ces limites et ces compromis sont de nature mathématique, épistémique et économique*.

Limite mathématique d’abord. Cet argument a déjà été explicité. Aucune conclusion sur un élément du réel, hors du monde mathématique, ne peut être atteinte avec certitude. Rien n’implique logiquement qu’une proposition non-observée adopte un état particulier au moment de l’observation. Les règles certaines – qui ne souffrent pas d’exceptions – ne s’appliquent qu’aux objets mathématiques parfaits par construction.

Limite épistémique ensuite. Il apparait impossible d’isoler avec une précision infinie les facteurs susceptibles de déterminer l’issue d’une observation. Pour l’exemple du dé, il est clair que de faibles variations dans la vitesse, la direction, la masse du dé ou les matériaux en présence, pourraient influencer le résultat du lancer. Il sera difficile de produire une description « suffisamment précise » des « circonstances réelles ». Ces dernières ne pourront être listées que jusqu’à un certain point, ou exprimées qu’avec un niveau de précision fini. *Notre connaissance du réel est limitée : elle ne peut être infinie. Nos raisonnements ne peuvent conduire à des conclusions infiniment précises*. Des écarts entre différentes situations réelles pourront être négligés ou gommés par l’emploi d’une description plus sommaire et synthétique.

Rappelons que l’usage de l’outil de probabilité permet de gérer de façon méthodique l’application de règles de raisonnement présentant des exceptions ou des éléments non exprimés. En effet, $\Pr(Y|X)$ représente ce que nous pensons de Y, étant donné que nous choisissons de décrire uniquement les circonstances spécifiées au travers de X. Tout le reste demeure variable et non explicitement fixé. Le choix de la structure de X fige *de facto* la « limite épistémique » de notre connaissance. La notion d'incertitude est la projection symétrique du caractère limité de notre connaissance. *Ce que nous choisissons de décrire influence explicitement nos conclusions. Ce que nous choisissons de ne pas décrire limite la précision de ces mêmes conclusions et génère une forme d'imprévisibilité, que nous tentons de quantifier au moyen de l'outil probabiliste*.

Le problème d'exploration statistique s'incarne alors en partie dans *la question du choix de X*. Quand estimons-nous que X contient suffisamment d'éléments[96] pour que nous puissions décider ? Ou alors, est-ce que la connaissance de X nous permet de conclure sur Y en disposant d'une précision jugée acceptable ? Nos conclusions sont-elles suffisamment « solides[97] » pour prendre une décision ?

Quel que soit notre choix de conditionnement – les éléments à partir desquels nous décidons de tirer des conclusions – il

[96] Il est parfois fait une distinction entre incertitude dite « aléatoire », qui est considérée comme irréductible en pratique, et dont la réalisation est laissée « à l'initiative de la nature », et incertitude dite « épistémique », qui indique que notre quantification des issues possibles pourrait être précisée si nous rendions notre description des circonstances « plus fine » ou si nous basions notre jugement sur des éléments d'information supplémentaires. L'incertitude épistémique est considérée comme une incertitude réductible. Nous affirmons que cette distinction est d'une nature purement fonctionnelle et arbitraire. Elle ne fait que traduire le résultat d'un choix qui nous amène à décrire certains éléments et à en négliger d'autres. Le réel est ce qu'il est : toute description probabiliste ne constitue qu'un outil qui nous permet de tenter de le décrire, ou plutôt d'anticiper son observation. Le réel n'est pas intrinsèquement aléatoire – nous laisserons de côté des discussions plus avancées sur ce sujet, par exemple en physique quantique, pour nous concentrer sur l'empirisme et la Statistique à l'échelle macroscopique.

[97] Ici encore, la notion de « confiance » dans nos jugements ou de « solidité » de nos jugements, est à manier avec prudence et discernement. Nous renvoyons à la remarque sur la confiance détaillée dans la section précédente.

convient de faire preuve de prudence. Il est bon de conserver un regard critique tant sur « ce que nous savons », et que nous choisissons de décrire, que sur ce que nous choisissons de ne pas décrire explicitement, c'est-à-dire « ce que nous ne maitrisons pas pleinement » au moment d'inférer une conclusion.

Par exemple, il n'est pas rare qu'un nouvel élément d'information puisse nous amener à réviser complétement notre jugement. Si nous négligeons cet élément, le réel pourrait évoluer de manière brutale, par rapport à notre perception *a priori*, sans que nous en ayons le « contrôle » ou la « connaissance ». *Il est parfois extrêmement intéressant et profitable de renverser la perspective et de réfléchir non pas uniquement sur ce que nous maitrisons bien, mais également sur ce qui pourrait mettre en défaut nos conclusions, sur ce qui aurait pu nous échapper, sur ce que nous ne pouvons pas « raisonnablement » écarter.* Il est souvent intéressant de considérer largement « l'univers des possibles », plutôt que de tenter d'isoler le réel avec une très grande précision.

Toutes ces remarques témoignent du caractère délicat et subtil du travail de compréhension et d'exploitation des régularités du réel. Il est souvent difficile d'identifier clairement les paramètres ou les grandeurs susceptibles de déterminer[98]

[98] La notion de « causalité » fait débat tant sur le plan épistémologique que sur le plan pratique. Nous n'entrerons pas dans ce débat. Ici, il n'est pas indispensable de le maitriser. Nous lui substituons la notion de « régularité ». Nous nous appuyons sur l'outil de probabilité conditionnelle : la description $\Pr(Y|X)$ traduit le fait que la connaissance de X nous permet de tirer des conclusions particulières sur Y, peu importe le « sens » de la détermination. C'est un avantage permis par l'usage de l'outil de probabilité, à la différence de règles d'implication formelles – qui imposent un « sens ». Notons, qu'il est cependant d'usage de réserver la notation X aux « causes » et la notation Y aux « conséquences ». Mais notons également qu'il est tout à fait possible de spécifier $\Pr(X|Y)$, et de s'intéresser ensuite à un « diagnostic » – la recherche des « causes »

les observations à venir – ou les conséquences de nos décisions. *Ce travail statistique doit être conduit avec méthode, mais aussi en faisant preuve de discernement*.

Reprenons le cas du lancer de dé. De faibles variations des paramètres mécaniques peuvent modifier l'issue de l'expérience. Il est assez clair qu'il faudrait investir dans une description d'une très grande précision afin de pouvoir obtenir un jugement précis. Nos conclusions restent fragiles, tant elles sont sensibles à ces faibles variations. Il est bon d'en être conscient. Ce cas particulier semble indiquer qu'il n'est pas forcément judicieux de chercher à faire mieux que l'anticipation initiale de 1/6. Peu importe l'effort de caractérisation consenti, nous aurons du mal à réduire le niveau d'incertitude.

Prenons un autre exemple. Imaginons un robot aspirateur. Pour lui, il est tout à fait judicieux de s'informer périodiquement sur son environnement alentour s'il souhaite prendre les décisions qui lui permettront d'éviter les obstacles. Ainsi, *l'intérêt de la collecte d'information ou de la réduction de l'incertitude, dépend largement du problème considéré*.

En résumé, pour toute description du réel, *il convient de faire preuve d'esprit critique sur ce qu'il est pertinent de connaitre ou sur ce qui peut être « raisonnablement » anticipé ou non, et avec quel niveau de précision*. Il est bon de s'interroger vis-à-vis de la « qualité » de nos propres raisonnements. Ceci nous amène à la troisième limite à considérer et au compromis à établir avec elle.

Limite économique enfin, ou compromis économique. Le terme « économique » s'entend ici comme étant lié à la pertinence, en termes d'efficacité – d'efforts, de ressources engagées et de résultats – de nos choix dans le réel.

---

probables – plutôt qu'à une « prédiction ». La probabilité conditionnelle n'impose pas cette terminologie. De ce point de vue, il suffit qu'une proposition en conditionne une autre, que l'on s'intéresse à $X|Y$ ou à $Y|X$.

Choisir d'en apprendre d'avantage, « explorer au sens statistique » le réel et ses régularités, parcourir et quantifier les mondes possibles : c'est souvent investir, du temps, de l'effort ou des moyens de caractérisation et d'analyse. *Le traitement du problème d'exploration statistique consiste à décider du niveau d'investissement « adapté » au problème de décision principal.*

Dans le cadre de ce problème de décision principal, nous allons déterminer un choix sur la base de nos anticipations $\mathrm{Pr}(Y|X,O)$ ou $\mathrm{Pr}(Y|O)$, et donc, sur la base des conditionnements employés X ou des éléments d'information collectés O. Il peut être intéressant d'établir une description plus détaillée, des anticipations plus fines ou plus largement vérifiées, *avant* de décider. *Tout cela peut nous permettre de prendre des décisions « plus ajustées » ou « plus sûres » et d'obtenir une utilité plus importante ou moins susceptible de varier*. Néanmoins, le gain, en termes d'utilité espérée, doit être suffisant pour compenser l'investissement dans la collecte d'information. *Un équilibre ou compromis doit donc être trouvé entre effort d'exploration et gain espéré associé à cette exploration.*

Le problème d'exploration statistique nous conduit à *nous interroger sur notre propre connaissance et à évaluer les bénéfices apportés par son amélioration*, ou de façon équivalente, par la « réduction de l'incertitude ». Nous naviguons alors dans le monde des possibles, en cherchant « ce qu'il faudrait savoir », « ce qu'il est bon de savoir » ou les « éléments dont l'exploitation est pertinente ».

Cette opération présente clairement des limites. Il n'est pas concevable de tout vérifier ou de préciser nos jugements de façon illimitée. L'agent va chercher là où il pense qu'il est intéressant de chercher. Il va consacrer l'effort d'exploration qu'il juge pertinent. Il n'existe pas de « solution » *a priori* au problème d'exploration[99]. Les règles induites exploitées sont toujours des règles imparfaites. Comme il n'est pas possible de valider un jugement *a priori* sur le réel, il n'est pas non plus possible d'identifier *a priori* ce qu'il « est bon de savoir ». *Le problème d'exploration est lui-aussi un problème inscrit dans un cadre subjectif. L'agent va préciser ses conclusions s'il l'estime profitable.*

En général, celui qui investit davantage dans la vérification ou la consolidation des règles et des hypothèses – par l'expérimentation, la simulation ou une réflexion spéculative – ou dans des conditionnements plus solides, qui néglige moins d'éléments susceptibles de remettre en cause les conclusions produites, qui anticipe ce qui pourrait invalider ces mêmes conclusions ; celui-ci cartographie mieux « l'univers des possibles » et s'expose « plutôt moins » aux surprises.

En définitive, il s'agit surtout de bien comprendre le réel et ses régularités : de bien comprendre « ce qui compte » et « ce qui conditionne » nos observations. Il s'agit aussi de faire preuve d'ouverture d'esprit et d'humilité, afin de se prémunir, autant que possible, de certaines surprises.

Néanmoins, il n'existe pas de garantie d'efficacité *a priori* ou systématique. L'investissement dans l'exploration peut tout à fait être important, sans que le bénéfice obtenu soit significatif. C'est le cas pour l'exemple du dé : de faibles variations entrainent une révision assez immédiate et brutale des conclusions précédentes.

Toutes choses égales par ailleurs, avec plus d'information nous aurons tendance à être plus efficaces et moins surpris. Cependant, le compromis varie avec chaque problème de décision et rien ne dit *a priori* que nous n'avons pas négligé un élément important. Encore une fois, *la qualité des résultats de l'opération d'exploration, dépendra de la qualité des*

---

[99] Il est bon d'insister sur le fait que le problème d'exploration est aussi un problème de décision en contexte incertain.

anticipations de l'agent vis-à-vis de la pertinence et de la profitabilité de cette exploration. Elle dépendra de son appréciation du gain potentiel associé à une réduction de l'incertitude et du risque[100] ou à des décisions plus ajustées.

Par ailleurs, l'agent qui adopte un comportement dit « prudent » jugera plus souvent que cet investissement est nécessaire, même s'il est couteux. L'agent plus « téméraire » en décidera autrement, et s'exposera en contrepartie et de façon plus marquée aux surprises potentielles, bonnes comme mauvaises. S'exposer plus ou moins aux surprises est un choix qui dépend des préférences de l'agent en matière d'aversion au risque – perçu par lui.

Il semble alors se dégager *un compromis[101] entre risque et bénéfice – en ce qui concerne « l'intensité » souhaitable de l'exploration – pour lequel l'agent devra trancher*. Un investissement dans une collecte d'information ou dans la « consolidation » de notre jugement tend à « limiter » les risques et les « mauvaises surprises » – sans garantie *a priori*.

Ces limites et ces compromis impactent la majorité des problèmes de décision réels. Nous décidons toujours sur la base de nos anticipations, sur la base de ce que nous percevons comme adapté ou nécessaire. Ceci est aussi valable lorsqu'il est question de déterminer s'il est pertinent de vérifier, d'améliorer ou de consolider nos propres conclusions avant de décider. La

---

[100] Rappelons que la perception du risque est subjective car elle dépend des connaissances de l'agent. Elle dépend de ce que l'agent « juge » possible.

[101] L'étude du caractère « naturel » de ce compromis mériterait une longue discussion. Existe-t-il une « loi naturelle », voire « ontologique », liant les ressources engagées pour cerner le réel et l'efficacité ou la parcimonie énergétique de notre action ? Peut-on établir un lien entre entropie informationnelle et efficacité énergétique ? Nous nous permettons seulement de soulever la question.

question de « *l'exploration statistique » s'incarne alors dans un cadre subjectif*.

L'exploration nous apparait appropriée lorsque le gain espéré est significatif, en termes d'efficacité de nos décisions, ou lorsque l'incertitude initialement perçue limite notre capacité à obtenir des résultats plus ajustés – par des décisions plus tranchées et donc plus « risquées », en l'absence d'information ou d'une confiance suffisante.

Nous devons inévitablement composer avec ces limites et ces compromis[102], et choisir « intelligemment » afin de les maitriser. Notre expertise du réel est une des clés pour y parvenir. Notre maitrise de la méthode[103] et des outils probabilistes en est une autre.

Indépendamment du gain anticipé, u*n recul critique sur nos propres jugements est toujours le bienvenu*. Le risque perçu ne peut être complétement évacué. *L'objectif de réduction de ce risque, fixé ou jugé pertinent par nous, est intimement lié à notre perception vis-à-vis de la qualité de nos propres raisonnements et de leurs limites*. Voilà pourquoi la maitrise des principes du raisonnement est une question si cruciale : parce qu'elle impacte nos choix et donc nos résultats. Elle conditionne notre satisfaction.

Pour rappel, la question pratique à traiter reste la suivante : *que pouvons-nous « raisonnablement » conclure compte tenu de ce que nous savons ?* Il n'existe pas de « bonne réponse » à cette question. Néanmoins, plus notre proposition est « juste » ou « représentative du réel », plus nous aurons tendance à être satisfaits des résultats réellement obtenus. Moins nous aurons tendance à être surpris.

---

[102] Des limites et des compromis qui contraignent « ce que nous pouvons faire ».

[103] Une méthode et des outils qui formalisent ou orientent « ce que nous devrions faire ».

Une exploration de plus en plus complexe et risquée

Les discussions du groupe s'établissaient souvent autour d'exemples de développements technologiques récents. La généralisation des pratiques d'exploitation de données et d'intensification du recours aux moyens informatiques apparaissait comme une tendance[104] incontestable. L'automatisation et la systématisation du raisonnement et de la décision, se faisaient également plus présentes. Conjointement, la complexité des systèmes à analyser, à concevoir puis à gérer, et donc la complexité des décisions à prendre, augmentaient de façon significative.

Notre rationalité, l'attitude que nous adoptons à propos des problèmes de décision auxquels nous sommes confrontés, semblait mise à rude épreuve.

Aujourd'hui conscients des limites inhérentes à notre capacité à anticiper avec justesse, les étudiants portaient un regard nouveau sur l'objectif de « rationalisation » de nos fonctionnements et de nos pratiques, et ceci, dans tous les domaines : techniques, scientifiques, économiques, organisationnels, politiques, etc.

« Plus l'on a de fonctionnalités à maintenir, déclara Igor, plus nombreux sont les composants nécessaires pour y parvenir, plus subtil est leur fonctionnement, plus divers sont

---

[104] Le signe le plus net de cette tendance s'observe dans la prolifération du vocabulaire « technologico-numérique », à savoir : internet des objets – Internet of Things, IoT – systèmes intelligents – smart-systems – systèmes autonomes, systèmes agiles, industrie 4.0, big-data, jumeaux numériques, calcul hautes-performances – High-Performance Computing, HPC – etc.

les flux d'information et les politiques de régulation ou de contrôle qui s'appuient sur ceux-ci, plus cela génère de combinaisons d'états possibles et de facteurs à considérer lors de l'analyse de ces systèmes. Songez à l'exemple de l'automobile que j'ai déjà mentionné.

— Et, *plus de combinaisons possibles*, compléta Marie, *c'est un univers des possibles plus grand*, *c'est plus d'efforts à fournir pour explorer*. Il devient plus délicat d'identifier tous les éléments et conditionnements susceptibles d'influencer les conclusions obtenues par nos raisonnements. Il devient plus difficile d'exprimer quantitativement la vraisemblance de tous ces états. *Nos raisonnements seront tendanciellement moins « exhaustifs » et plus « vulnérables » aux erreurs de jugement*. Par ailleurs, plus de fonctionnalités requises, c'est aussi davantage de dysfonctionnements potentiels. »

Marie s'approcha du tableau afin d'y inscrire les expressions qui lui permettaient d'illustrer son propos. « Imaginons un système qui fonctionne – ce que l'on caractérise par $S = 1$ – si et seulement si ses q composants constitutifs fonctionnent simultanément – ce que l'on note $X_j = 1$ pour chaque composant j. Alors, on a :

$$\Pr(S = 1) = \Pr(X_1 = 1 \cap X_2 = 1 \cap \ldots \cap X_q = 1)$$

« Notre analyse va consister à émettre un jugement sur cette probabilité de fonctionnement. Celle-ci traduit notre appréciation de la « fiabilité » de ce système. Sur la base de cette appréciation, il pourra être jugé pertinent de prendre certaines décisions. Par exemple : renforcer les éléments constitutifs du système, les protéger davantage, les entretenir plus régulièrement, ou mettre en place des dispositifs redondants, par lesquels plusieurs composants peuvent assumer une même fonctionnalité indispensable, en cas de défaillance de l'un d'entre eux. Comment se prononcer ou produire une anticipation relative à une proposition si complexe – à savoir $\Pr(S=1)$? Assez souvent, on va « décomposer[105] » le problème et étudier individuellement chacune de ses composantes. Si l'état d'un composant est parfaitement indépendant de l'état des autres, ce qui est une hypothèse assez forte mais qui simplifie grandement le problème, la probabilité de fonctionnement du système peut alors s'écrire[106] :

$$\Pr(S=1)=\Pr(X_1=1)\times\Pr(X_2=1)\times\ldots\times\Pr(X_q=1)$$

« On peut alors étudier chaque proposition – chaque $X_j=1$ – indépendamment. Ensuite, la probabilité de fonctionnement du système est égale au produit des probabilités de fonctionnement de chacun de ses composants. »

Marie laissa un peu de répit à ses camarades, afin qu'ils étudient ces deux expressions. « On voit bien que plus il y a d'éléments dans le produit, reprit Igor, plus la probabilité de fonctionnement du système chute tendanciellement[107].

— Je comprends, déclara Elias. Plus le nombre de fonctionnalités requises est grand, plus il y a un « risque » important de dysfonctionnement du système.
— Donc, si l'on veut limiter les ennuis, il faut que chaque composant soit d'autant plus fiable que le système en comporte un grand nombre, n'est-ce-pas ? proposa Inès.
— Oui, c'est le tribut à payer pour compenser l'augmentation du nombre d'éléments ou de fonctionnalités nécessaires,

[105] La décomposition d'un problème en un ensemble de sous-problèmes plus simples, est une approche méthodologique que Descartes encourageait fortement à adopter. On parle de « réductionnisme ».

[106] Pour rappel, si A et B sont « statistiquement indépendants », c'est-à-dire, par exemple, si $\Pr(A|B)=\Pr(A)$, alors on a aussi $\Pr(A\cap B)=\Pr(A)\times\Pr(B)$.

[107] Chaque valeur de probabilité, chaque composante du produit, étant nécessairement inférieure à 1.

répondit Igor. Ou alors, le système deviendra de plus en plus vulnérable, à mesure que les sources d'erreur ou d'incident se multiplient. Et, ce qui est vrai pour les dysfonctionnements d'un système complexe est vrai aussi pour notre raisonnement. *Un jugement qui s'appuie sur davantage d'hypothèses, de règles ou de conditionnements, c'est un jugement tendanciellement plus vulnérable.* »

Marie orienta à nouveau la discussion vers l'un des points qu'elle avait mentionné. « Pour simplifier le problème, j'ai émis l'hypothèse selon laquelle les états des différents composants étaient indépendants. Ceci évite d'étudier l'influence d'un composant sur un autre ou celle de phénomènes susceptibles d'impacter plusieurs composants simultanément. Donc, en un sens, une telle hypothèse facilite l'exploration, en limitant le nombre de mondes possibles[108] – en négligeant les mondes dans lesquels des influences croisées existent et doivent être anticipées ou décrites. Mais malheureusement, pour beaucoup de systèmes, cette hypothèse constitue une simplification trop peu représentative du réel.

— Je suis d'accord, poursuivit Igor. Dans des systèmes complexes, il existe souvent des phénomènes de corrélation[109] entre les défaillances, d'incidents qui en provoquent ou en rendent d'autres plus probables, de ruptures locales qui s'accumulent et fragilisent progressivement un système étendu. Ces connexions entre

---

[108] En limitant la complexité combinatoire – c'est-à-dire les combinaisons possibles.

[109] Le fait de procéder à une analyse par décomposition ou par « réductionnisme » peut nous amener à négliger des phénomènes d'ensemble dits : systémiques, émergents ou holistiques. Le poids de ce type de phénomènes sur le risque de défaillance de systèmes complexes est parfois aussi, voire plus, significatif que celui des défaillances individuelles ou localisées, de leurs divers composants. Par le simple effet de la combinatoire, ces phénomènes sont plus difficiles à analyser que des événements pris indépendamment.

les éléments, ces influences d'une grandeur ou d'un composant sur un autre, sont parfois difficiles à prévoir. Prenez par exemple le réseau électrique. La défaillance d'une ligne peut engendrer une charge plus importante sur les lignes alentours, et précipiter leur défaillance.

— Un autre exemple peut être étudié en s'intéressant au système financier, proposa Elias. Quand la valeur d'un actif commence à baisser, d'autres détenteurs du titre peuvent être tentés de vendre, ce qui va provoquer une baisse supplémentaire, encourageant d'autres détenteurs à adopter aussi le même comportement. Il existe une corrélation – un lien, un conditionnement – entre les événements successifs. Il se produit un phénomène d'amplification dynamique. Lorsque l'on veut étudier ce dernier par l'intermédiaire de l'expérimentation ou de la collecte de données, il est difficile de couvrir tous les *scenarii* possibles. Lorsque l'on manque de données ou *lorsque notre « exploration des possibles » est limitée, on a tendance à faire des hypothèses pour pallier ce manque.* On émet des jugements afin d'« extrapoler » ou de « généraliser » et ainsi, de spécifier ce que l'on pense qu'il pourrait advenir, là où il n'a pas été possible de l'observer empiriquement.

— C'est le point sur lequel je souhaitais insister, reprit Marie. Lorsque l'on décrit des combinaisons complexes, on a tendance à simplifier. C'est ce que j'ai fait lorsque j'ai parlé d'indépendance des défaillances. Je pourrais bien sûr proposer des hypothèses qui tiennent compte des corrélations entre ces mêmes défaillances. Mais alors, plus il y a de corrélations et de choix de modèles possibles, plus il y a de combinaisons à considérer, et plus je devrais faire d'hypothèses. *Plus d'hypothèses, c'est davantage de possibilités de commettre des erreurs sur la description de ces régularités* – les liens entre composants ou évènements successifs par exemple – *apprises ou perçues dans le réel.*

C'est aussi *une plus grande difficulté à conserver un recul critique sur l'influence, parfois combinée, des différentes hypothèses que nous utilisons*.

— En dépit des hypothèses et des généralisations souvent nécessaires, précisa Elias, il pourra être bon d'investir raisonnablement dans l'exploration, pour s'informer ou consolider nos jugements, que cette exploration s'appuie sur l'expérimentation réelle ou sur la simulation. Mais, plus vaste est l'univers des possibles à explorer, plus l'exploration associée sera complexe, couteuse ou menée au moyen de simplifications et de choix particuliers vis-à-vis des zones à explorer – dans cet univers des possibles – et de celles laissées inexplorées. »

***

Les étudiants étaient conscients du fait que *des systèmes plus étendus et plus complexes, et leur lot de phénomènes d'ordre systémique ou dynamique, sont synonymes d'anticipations plus délicates à élaborer et plus vulnérables aux erreurs de jugement*. Une augmentation de la complexité s'accompagne inévitablement d'une plus grande difficulté à développer un *recul critique vis-à-vis de nos propres raisonnements ou de la pertinence du choix de les améliorer par l'exploration*.

Dans ce contexte, la question de l'exploration oblige souvent à considérer des raisonnements intriqués et alambiqués, faisant entrer en jeu un agencement complexe de facteurs et de conditionnements. Il est alors difficile de produire une « juste » appréciation du risque.

Plus que jamais, il est souhaitable de *conserver un esprit ouvert* et de chercher à prendre en compte tout *ce qui peut avoir une influence sur nos jugements*, ou tout *ce qui peut les mettre en défaut*. Il nous faut *admettre et assumer les limites de notre capacité à anticiper*. Indépendamment du problème traité, *l'analyse ou le contrôle de systèmes complexes* sont des sujets qui *doivent nous inviter à faire preuve d'humilité*. Enfin, ces systèmes sont aussi tendanciellement plus vulnérables, en dépit de tous nos efforts.

Intelligence subjective plus forte qu'artificielle (*)

« *Les traitements et les raisonnements délégués aux machines sont en fin de compte nos traitements et nos raisonnements* ». C'est ce qu'avait affirmé Inès lorsque les étudiants avaient abordé les sujets de l'informatique et de l'intelligence pour la première fois. « L'agent programme ne fait qu'appliquer des séquences d'instructions » avait-elle insisté.

Il apparaît indéniablement que le développement des moyens informatiques offre un accès à des capacités de raisonnement ou de résolution de problèmes qui vont bien au-delà des aptitudes de l'agent humain. Ces avancées sont clairement à l'origine de progrès importants dans de nombreux domaines. Ainsi, l'idéal de rationalité que nous poursuivons semble en mesure de s'étendre toujours davantage. Il se nourrit des évolutions technologiques et des outils disponibles.

Néanmoins, et c'est la position qu'avait largement défendue le professeur, il nous faut faire preuve de prudence et de lucidité vis-à-vis de tous ces développements. La réflexion théorique conduite précédemment, puisant ses arguments dans les mathématiques, la science statistique et l'épistémologie, invite à s'interroger sérieusement sur les limites de nos raisonnements, et ceci, quelles que soient les capacités des machines qui les conduisent pour nous. Au travers des instructions qui leur sont transmises, les machines héritent directement de ces limites, par l'intermédiaire des stratégies que nous leur commandons d'appliquer.

Le sujet de l' « intelligence artificielle » était abordé à nouveau par les étudiants. Cette fois, il était considéré à la lumière des discussions menées sur les principes du raisonnement, sur le problème d'exploration statistique ou sur la question des limites de nos capacités d'anticipation et de jugement.

L'étude de ce sujet amenait le groupe aux conclusions exposées dans ce qui suit.

***

Remettons les choses dans l'ordre et faisons preuve de rigueur conceptuelle et pratique. Les machines – ou les programmes qu'elles exécutent – ne font pas véritablement preuve « d'intelligence ». Elles opèrent des traitements, s'inspirant parfois de mécanismes de raisonnement, formalisés par nous, puis conduits en pratique au moyen de séquences d'instructions et de manipulations de symboles mathématiques – d'algorithmes et de calculs. En cela, leur nature ne diffère pas de celle des premières machines à calculer mécaniques. Des machines initialement constituées de roues dentées, de manivelles ou de cadrans.

Avec les avancées technologiques, leurs composants mécaniques ont été remplacés par des assemblages électroniques complexes, offrant ainsi des capacités et une rapidité de traitement décuplées. Les machines actuelles continuent de manipuler des entités physiques. Des entités que « nous choisissons d'associer » à des objets mathématiques formels – par exemple, des nombres – avant d'interpréter finalement les résultats des traitements réalisés.

Conçues par nous, les machines produisent des conclusions à partir des éléments d'information – des données, des connaissances, des règles – qui leur ont été fournis ou des observations qu'elles sont capables de collecter. Elles partagent ensuite leurs conclusions avec nous, ou, si leur structure le leur permet, agissent sur la base de ces conclusions afin d'atteindre certains objectifs, eux-aussi assignés par nous.

Conceptuellement, elles peuvent être vues comme des « agents rationnels » : des entités mobilisant leur connaissance afin de produire certains résultats, effets ou conclusions. Elles sont parfois désignées d'après leur structure formelle : nous parlons d'« agents programmes ».

La production de raisonnements, de conclusions ou de décisions, réalisée grâce à l'emploi des machines, perçue inopportunément comme l'illustration d'une « intelligence artificielle », devrait plutôt être vue comme la mise en pratique d'une « rationalité procédurale » ou d'une « rationalité algorithmique ».

Il s'agit de traitements informationnels opérés par le biais de moyens informatiques – s'appuyant en pratique sur deux environnements en interaction : une partie formelle ou virtuelle dite « logicielle » ou « software » et une partie physique, ici électronique, dite « matérielle » ou « hardware ». Il s'agit en fait d'augmenter « notre capacité » à mobiliser « des éléments de connaissance », en déléguant une partie des opérations de manipulation formelle vers des outils plus capables que nous, ou d'automatiser ces traitements ou les actions qui en découlent. Dans ce cadre, il n'est pas question d'une « intelligence » immanente propre à la « machine » mais plutôt d'une mécanique informationnelle, parfois subtile, mais cependant toujours déterminée *in fine* par des choix humains.

Une fois cette mise au point effectuée par rapport à la terminologie, il est indéniable que le développement des moyens informatiques modernes conduit progressivement nos pratiques scientifiques et techniques, et plus largement nos sociétés, à faire appel toujours plus régulièrement à l'« automatisation » du raisonnement. Quels sont alors les perspectives et les conséquences potentielles de cette tendance à l'automatisation, vis-à-vis de la pertinence de nos raisonnements ou de ceux délégués aux machines ?

D’abord, si les capacités de traitement ou de résolution de problèmes des machines peuvent être très grandes, elles sont loin d’être infinies. Alors, les capacités de raisonnement que celles-ci nous procurent sont bel et bien limitées.

Parallèlement, la complexité des problèmes mathématiques à traiter peut augmenter dans des proportions extrêmement fortes – les étudiants avaient par exemple discuté de l’exemple du jeu d’échecs ou du jeu de go. Si elle doit parcourir un ensemble composé d’un nombre important, voire infini, de candidats, la machine livrée à elle-même[110] aura des difficultés à trouver une solution sans une stratégie adaptée au problème à traiter. *Une telle stratégie s’appuie assez souvent sur une idée, sur une « heuristique », fournie à la machine grâce à l’« intelligence » de l’agent humain qui la conçoit*. Par son intuition, largement subjective, l’agent humain indique au programme cette stratégie appropriée, celle qui détermine un « compromis » entre efficacité de la recherche de solution et qualité de la solution obtenue. Aujourd’hui, des heuristiques ou des stratégies efficaces de résolution, adaptées à différents types de problèmes, sont employées par de nombreux agents programmes et pour de nombreuses applications.

Ensuite, même si l’aptitude à traiter des symboles mathématiques est bien plus grande chez les machines, les opérations qu’elles exécutent *s’appuient toujours sur un cadre formel* – des instructions clairement spécifiées et reproductibles[111] – *défini par l’agent humain*.

Afin de parvenir à des conclusions, il faudra indiquer à la machine les éléments sur lesquels elle doit s’appuyer et les règles qu’elle pourra utiliser. C’est le cas par exemple, du choix de la structure de X et de la définition d’une représentation mathématique pour $\Pr(Y|X)$, quand ce traitement a pour but de nous renseigner ensuite sur l’état possible de Y. Lorsque

---

[110] En utilisant la technique de la « force brute ».

[111] On parle bien, et à raison, de « programme ».

l'objectif est d'apprendre un modèle ou une règle induite à partir d'exemples et de données, il faudra que l'agent humain indique à la machine les grandeurs qui doivent être prises en compte lors de cet apprentissage. Bien sûr, les moyens informatiques peuvent servir de support à une analyse statistique préalable, qui permettra d'étudier les liens entre diverses grandeurs, pour en tirer ensuite des conclusions. Mais, *les machines ne vont pas collecter spontanément des informations de leur propre initiative, ni s'attaquer à des questions nouvelles, ni décider de s'intéresser à un nouvel élément non pris en compte dans le cadre formel de leur programme.*

Le travail d'exploration statistique, celui qui consiste à s'interroger sur les éléments pertinents à prendre en compte dans la production de conclusions, en rapport à un problème particulier, ne peut être réalisé en autonomie par les machines. Elles peuvent aider à le mener à bien, mais *elles ne seront jamais à son initiative.*

Plus le problème à traiter est complexe, en termes d'éléments et de conditionnements mis en jeux, ou de dimension de l'univers des possibles à considérer, plus *le travail d'exploration va reposer tendanciellement sur les épaules de l'agent humain* et alors, plus *il va s'appuyer sur des éléments subjectifs*. Si l'objectif est d'extraire de l'information à partir des données ou d'enrichir nos jugements à partir d'observations, un problème complexe avec une combinatoire élevée contiendra moins d'information, en proportion. Plus l'exploration à mener est vaste, plus le volume de données disponible tend à se montrer insuffisant pour réaliser cette tâche.

Souvent, *le manque d'information, de données empiriques ou d'observations, aura tendance à être compensé par des hypothèses, des règles et des simplifications dictées par l'agent humain*. Comme toujours, ce dernier choisira en fonction de ses anticipations. Ou concentrer son attention ? Est-il possible de considérer des éléments du problème séparément ou faut-il étudier les corrélations et les interactions entre différents facteurs, puis proposer des hypothèses et des modèles qui les prennent en compte ? Comment extrapoler à des situations non observées ? Quelles régularités du réel exploiter ou supposer, compte tenu de la connaissance disponible ? Une connaissance souvent bien maigre si son origine est circonscrite aux seuls ensembles de données disponibles.

Le cadrage formel du raisonnement, les grandeurs à considérer ou à collecter, la compensation du manque d'observations empiriques, lorsqu'il apparait que les données disponibles ne permettent pas une exploration suffisamment vaste ou équilibrée, les hypothèses permettant de généraliser ou d'extrapoler : tous ces éléments indispensables à la production de conclusions pertinentes *impliquent nécessairement une part d'intervention de l'intelligence subjective humaine*.

Ces « choix de traitement » peuvent être élaborés en s'aidant des moyens informatiques : afin de visualiser, de comparer, de réaliser des simulations, de tester certaines règles ou hypothèses, d'assembler plusieurs modèles. Mais, c'est bien l'intelligence humaine qui permettra de tirer des conclusions à partir de ces manipulations et de ces études, d'en extraire des « régularités » à exploiter, dans le but de guider ensuite les stratégies des machines. C'est l'intelligence humaine qui permettra de focaliser l'attention sur les éléments qui apparaissent comme pertinents. C'*est l'intelligence humaine qui aidera à séparer l'important du superflu, dans un univers des possibles à la complexité combinatoire trop élevée pour être parcouru exhaustivement ou efficacement, d'une manière purement automatisée et indifférenciée*. C'est l'intuition humaine, et sa capacité à tirer profit de connaissances non-explicitement formalisées, qui permettra *une exploration efficace, en s'attachant à prioriser l'utilisation des ressources disponibles* – informatiques ou expérimentales. C'est aussi l'intelligence subjective humaine qui permettra *un regard* *critique sur le résultat d'un traitement algorithmique, mis au point dans un contexte formel particulier, en s'appuyant sur certaines hypothèses et certaines règles, spécifiées in fine par un agent humain.*

Pour illustrer cette discussion, prenons l'exemple de l'inférence statistique. Les méthodologies employées requièrent souvent la sélection d'une forme particulière pour le modèle paramétrique à identifier. Ce choix repose régulièrement sur des éléments non-directement extraits de l'ensemble de données exploité pour l'apprentissage. Souvent, la forme choisie détermine *de facto* une hypothèse d'extrapolation ou de généralisation, qui permet d'aller au-delà des simples observations – c'est d'ailleurs l'essence du mode de raisonnement inductif : tirer des conclusions plus générales.

Certaines formes de modèles imposent une régularité[112] locale – dans le « voisinage » des données observées – ou alors une régularité d'ensemble, par exemple, du fait de considérations physiques. Des modèles simples tendent à imposer une régularité plus forte – qui dépend évidemment des spécificités de leur structure. A l'inverse, des modèles plus complexes – avec plus de degrés de liberté – sont capables de mieux s'ajuster aux données, au risque de provoquer un « sur-apprentissage » et de perdre en termes de capacité à généraliser, en produisant des prédictions erratiques[113]. Ces choix sont laissés à la discrétion de celui qui commande[114] l'opération d'apprentissage : l'agent humain. Ils ne découlent pas

---

[112] Par exemple, dans le cas du tir de projectile, l'inertie empêche des variations brusques de la vitesse, ce qui donne forcement à la trajectoire un aspect « lisse ». Cet élément de connaissance « conditionne » le choix d'un modèle « vraisemblable ». Il n'apparait de façon évidente lorsque l'on ne dispose que de quelques points d'observation de la trajectoire

[113] En inférence statistique, on parle de « compromis biais-variance ».

[114] Et non pas à celle de celui l'exécute : l'agent programme.

« automatiquement » des observations disponibles. Ils sont souvent basés, qu'ils soient élaborés de façon pleinement consciente ou non, sur des jugements implicites[115] vis-à-vis de la régularité perçue dans le réel.

Remarquons qu'il est souvent possible de proposer et d'identifier plusieurs modèles – aujourd'hui à des coûts assez faibles du fait des progrès des moyens informatiques – puis de laisser l'initiative du choix du meilleur candidat à l'agent programme. Mais alors, ce choix sera opéré sur la base d'un « critère de sélection », nécessairement spécifié par l'agent humain. Un tel critère peut émaner de considérations diverses. Il peut s'appuyer, par exemple, sur l'analyse des conséquences associées aux erreurs de prédiction, en relation avec un problème pratique particulier. Ici encore, la stratégie adoptée aura été « suggérée » ou « dictée » par l'agent humain.

Le choix du principe d'inférence employé induit également une forme de subjectivité dans l'apprentissage. Le principe de maximum de vraisemblance tend à faire reposer lourdement l'apprentissage sur les données observées[116]. Si l'ensemble de données disponible renseigne mal ou insuffisamment sur l'univers des possibles, alors cette caractérisation obtenue de façon « trop mécanique » pourra être erratique[117] ou biaisée[118].

A l'inverse, le principe de mise à jour Bayesienne permet de spécifier un *a priori,* élaboré par l'intelligence subjective de l'agent en charge du raisonnement. Cet *a priori* pourra apporter des éléments de connaissance permettant une extrapolation

---

[115] Des jugements pour lesquels le choix d'une représentation formelle particulière ne traduit pas explicitement le raisonnement qui en est à l'origine.

[116] Notamment, en faisant l'hypothèse que les données observées sont celles que l'on avait effectivement le plus de chance d'observer.

[117] C'est le cas lorsque l'on dispose de très peu de données d'apprentissage.

[118] C'est le cas, par exemple, si l'ensemble de données disponible est pauvre en « événement rares ».

plus « contrôlée » et moins « mécanique ». Cet *a priori* pourra exploiter de l'information non contenue dans l'ensemble de données à traiter, et néanmoins jugée pertinente. Le raisonnement sera plus maitrisé et moins soumis aux aléas d'une expérimentation ou d'une exploration trop limitée. En contrepartie, certains le jugeront « moins objectif », car non-uniquement basé sur les données. Allons plus loin sur ce point particulièrement crucial.

L'introduction assumée d'éléments subjectifs permet de compenser efficacement une exploration trop restreinte, qui conduirait à un jugement peu consolidé, peu précis ou trop variable. *Se refuser à inclure*[119] *des éléments subjectifs dans le raisonnement, c'est souvent se priver d'une source d'information qui peut être pertinente. C'est parfois produire des conclusions d'une manière trop automatisée ou trop aveugle* – par rapport aux connaissances de l'agent humain – et ainsi s'exposer à la surprise.

Nos raisonnements impliquent de « faire le tri entre l'important et le superflu » au sein d'un réel à la complexité combinatoire immense. Ce sont ces éléments subjectifs, parfois implicites, qui nous permettent d'être efficaces lors de l'exploitation des régularités du réel.

De plus*, tout usage du mode inductif de raisonnement est en soit une opération subjective : nous utilisons des observations particulières pour en tirer des conclusions plus générales, et donc, nécessairement hypothétiques et à la portée plus large que ce que nous avons observé jusqu'ici. Les machines sont incapables de produire des éléments subjectifs de leur propre initiative.* Elles ne peuvent aller au-delà des objets symboliques parfaits qu'elles manipulent et du cadre formel qui leur a été imposé.

---

[119] Ou plutôt, à reconnaitre les éléments subjectifs que l'on aura inclus, que l'on en soit conscient ou non.

Par ailleurs, prétendre procéder « objectivement », en déployant un raisonnement qui s'appuie de façon exclusive sur des données, est une position souvent précaire. Elle semble laisser entendre qu'un traitement exempt d'éléments subjectifs serait par nature une « bonne solution », inattaquable par principe. En toute rigueur, ne sont « objectives » que les observations elles-mêmes. Toute exploitation de ces observations, qui s'opère *nécessairement*[120] par le biais de règles ou de généralisations induites, est donc, *de facto,* subjective, que l'agent en soit conscient ou non.

Souvent, un raisonnement qui tente de repousser autant que possible tout élément subjectif, et qui est maladroitement déclaré comme reposant « uniquement » sur l'utilisation des données disponibles, souffrira des conséquences de l'exploration statistique incomplète ou de l'échantillonnage limité qu'il implique. Il est bon de noter aussi que le choix des éléments collectés et exploités pour l'apprentissage est déjà une opération subjective en soi.

Négliger tous ces aspects, en adoptant une position qui se déclare – improprement – objective, négliger les limites et la subjectivité de nos raisonnements, c'est montrer peu de recul critique vis-à-vis de nos propres conclusions. *La « nature » a parfois le mauvais goût de surprendre ceux qui sont trop sûrs d'eux-mêmes et qui négligent l'éventualité qu'ils puissent avoir tort ou les éléments susceptibles de mettre leurs raisonnements en défaut.*

---

[120] Ceci s'applique à toute exploitation des observations, aussi « évidente » que celle-ci paraisse. On retrouve la discussion – de Hume – sur le problème de l'induction. Par exemple, le fait que l'on ait toujours vu le soleil se lever le matin – avec certitude, objectivement – n'implique pas, logiquement, qu'il se lèvera demain. Cette conclusion est une extrapolation, une généralisation, nécessairement subjective et non rigidement contrainte par une règle certaine indiscutable. On a pourtant envie de dire que cette prédiction est objective tant elle repose sur une règle solide et sur des observations nombreuses.

Enfin, avec des outils mathématiques et informatiques de plus en plus complexes, des manipulations qui brassent plus de données ou qui impliquent des opérations plus nombreuses et diverses, il devient plus difficile pour l'agent humain de suivre ce qui se passe « à l'intérieur de la machine ». Il devient plus délicat de se montrer critique par rapport aux conclusions produites, par exemple, lorsqu'elles s'appuient sur la combinaison de multiples hypothèses. *Avec l'automatisation des traitements, il n'est pas toujours évident, pour l'agent humain de « garder le contrôler » sur les raisonnements produits par les outils qu'il emploie.*

Une mauvaise perception des outils méthodologiques, algorithmiques ou formels, s'accompagne parfois, soit d'une confiance exagérée, soit d'un recul critique trop faible, en ce qui concerne les conclusions produites. C'est encore s'exposer aux mauvaises surprises et aux points aveugles.

La conjonction de l'augmentation de la complexité des raisonnements et de leur automatisation, accroit la vulnérabilité des conclusions produites. Moins de recul critique, plus de difficulté à juger avec discernement notre propre perception du risque – jamais complètement réductible – ceci conduit à une exposition plus grande à l'imprévu.

Toutes ces discussions illustrent les multiples travers et écueils de la « rationalisation » algorithmique de nos sociétés. Cette dernière emprunte parfois des voies trop mécaniques et trop systématiques. Les agents humains, concepteurs des programmes qui exécutent leurs instructions, se montrent parfois trop peu prudents ou trop peu critiques quant à leurs erreurs potentielles, à l'aspect limité de leur connaissance ou à la complexité des problèmes rencontrés. Une perception erronée de l'objectivité ou un manque de recul conceptuel et pratique, vis-à-vis de la portée et des capacités réelles de leurs traitements, expose parfois leurs conclusions et leurs choix au risque de surprise et de déception.

Nous décidons toujours sur la base de nos anticipations. Si nos anticipations sont trop optimistes ou trop peu prudentes. Si nous surestimons ce que nous savons vraiment, ce que nous pouvons « raisonnablement » conclure, et sous-estimons ce qui pourrait invalider nos conclusions, alors la nature pourrait nous rappeler à l'ordre. A l'inverse, une attitude plus prudente nous conduit à nous protéger de ce que nous ne pouvons pas écarter, ou alors, à tenter de nous informer davantage – par l'exploration – afin de savoir avec plus de confiance, si nous pouvons « raisonnablement » l'écarter ou non.

Toutes les limites à prendre en compte – celles liées à la qualité de nos connaissances et de nos raisonnements – tous les compromis à établir – lorsqu'il est question d'exploiter ce que nous savons ou d'améliorer nos jugements. Tout cela ne peut être confié exclusivement aux machines. Ces compromis doivent être trouvés et transformés en critères formels et en stratégies exploitables par les machines. Ce sont des choix à faire. Formaliser c'est choisir : un cadre plutôt qu'un autre, une représentation plutôt qu'une autre, un échantillon de données plutôt qu'un autre. Les machines ne sont que des « automates formels ». Elles héritent du cadre qui leur est imposé.

Tout ce travail repose largement sur des éléments subjectifs, obtenus par notre apprentissage long, implicite et diversifié du réel, de sa complexité combinatoire et des régularités[121] qui le régissent. C'est notre intelligence subjective qui rend le raisonnement possible, en séparant le l'important du superflu et en mettant de l'ordre dans l'immense complexité informationnelle du monde qui nous entoure. C'est donc cette

---

[121] Ces régularités – leur compréhension – nous permettent de structurer notre connaissance et de réduire la quantité d'information à manipuler lors du raisonnement. Il est impossible de tout retenir tout le temps. Concentrer son attention et exploiter uniquement les éléments « qui comptent » permet un usage « parcimonieux » de nos capacités d'enregistrement et de mémoire, un archivage efficace de nos observations précédentes.

intelligence qui conditionne notre efficacité, lorsque l'on cherche à transformer ce monde.

Les machines sont nos outils, parfois très puissants certes, mais elles ne sont que des outils. *Il nous revient de les utiliser avec discernement afin d'exploiter au mieux notre intelligence subjective et tout ce que nous savons du réel.* Nous parviendrons ainsi plus vraisemblablement aux résultats que nous espérons, en identifiant « ce qui compte vraiment » et en évitant, le plus possible, les excès de confiance et les mauvaises surprises.

Manifeste pour une rationalité humble, critique et humaine

Après des mois de travail, le groupe d'étudiants décidait de communiquer le résultat de ses réflexions. Ceci donnait corps au manifeste suivant.

« Intelligence artificielle » ou l'« artifice des inconséquents » ?

Débutons par une prédiction. Le développement de ce qui est appelé « intelligence artificielle » nous permettra-t-il de mettre au point des créations techniques toujours plus performantes et d'organiser toujours plus efficacement nos affaires et nos sociétés humaines ? *Selon nous, tous ceux qui le pensent finiront par se retrouver déçus*.

Sur quels éléments se fonde une telle affirmation ? Sur une analyse attentive des diverses difficultés conceptuelles qui apparaissent dans le cadre de ce champ multidisciplinaire, ainsi que sur une réflexion lucide vis-à-vis des structures, notamment académiques et économiques, qui déterminent la trajectoire de son développement. Et pourtant, aujourd'hui, au-delà de certaines inquiétudes, parfois fondées, parfois fantaisistes, l'horizon de l'intelligence artificielle cristallise souvent les attentes et les promesses, pour le grand public comme pour de nombreux scientifiques chevronnés.

Dans ce contexte, n'est-il pas souhaitable de s'interroger sérieusement, puis de reconsidérer nos espérances et notre attitude, afin de pouvoir orienter efficacement nos efforts et de prévenir d'éventuelles déceptions ? Notons qu'une appréciation inadaptée de l'idée d'« intelligence artificielle » peut nous empêcher de voir que celle-ci est parfois l'« artifice des inconséquents ». Une promesse qui s'avère être un leurre, pour qui veut bien l'étudier dans le détail.

L'idée d'intelligence artificielle et son écosystème naturel : le recours à l'informatique, aux machines et à leurs capacités de calcul et de manipulation symbolique, le recours au numérique et à la quantification des phénomènes et des comportements, le recours à la collecte de données et à leur traitement, ou à leur exploitation automatisée par l'intermédiaire d'algorithmes – de séquences d'instructions programmées. Voilà ce qu'il convient de penser avec soin. Nous le faisons ici, en revendiquant une vision subjectiviste, empiriste et structuraliste.

Comment combattre ou éviter une perception erronée, par laquelle pourraient se former des attentes inappropriées ? D'abord, en s'assurant de la bonne maîtrise des termes employés, mais aussi de la bonne compréhension des principes fondamentaux mis en jeu.

Pour la première, le choix du vocabulaire, ou plutôt sa fixation, résultante de l'histoire des développements scientifiques puis de leur mise en application progressive au sein de nos quotidiens, est largement responsable de l'ambiguïté et du surcroît d'optimisme qui entourent généralement le champ dit de l'intelligence artificielle. Pour la seconde, la tâche est rendue difficile par la grande diversité des domaines du savoir à convoquer lors de la réflexion. Ceux-ci fournissent pourtant les notions et les principes utiles à l'analyse de la question dans son ensemble : épistémologie – l'étude des fondements de la connaissance – mathématiques, informatique, statistiques, économie – ici comprise comme l'étude des choix et de leur pertinence – ou encore ingénierie. Difficulté à laquelle s'ajoute une tendance croissante à la spécialisation des compétences et donc, au cloisonnement entre les disciplines. Dès lors, il est peu surprenant qu'une vision critique cohérente peine à émerger. Une vision qui embrasse la question avec rigueur, depuis ses fondements conceptuels, jusqu'à ses développements techniques et pratiques, en passant par ses intermédiaires technologiques – l'informatique et les machines.

Intelligence, raisonnement et rationalité

Alors, précisons les termes et les principes, brièvement mais suffisamment clairement pour lever les ambiguïtés. L'intelligence est une notion qui recouvre de nombreux concepts et mécanismes cognitifs et formels. Néanmoins, certains sont indéniablement hors de portée des machines que nous construisons. C'est le cas, par exemple, de la capacité d'intuition ou encore, de celle d'intention – la capacité à se fixer à soi-même un objectif. Prétendre qu'il en est autrement, c'est ne pas comprendre le fonctionnement de ces machines.

Aujourd'hui constituées d'assemblages électroniques, autrefois intégralement mécaniques, elles se cantonnent en fait à manipuler des éléments physiques – électrons aujourd'hui, roues dentées hier. Des entités physiques que nous choisissons d'associer à des symboles mathématiques, ou à des représentations formelles, avant d'interpréter ou d'exploiter par la suite, les résultats des manipulations effectuées sur ces symboles. Ceci est la nature profonde des machines. Elles n'ont pas de buts ou d'intentions. Elles appliquent, de façon mécanique, des procédures bien déterminées et conçues par nous. Vu sous cet angle, les machines, tout comme les programmes ou les stratégies qu'elles exécutent, sont des constructions, « artificielles » par nature, parfois complexes, mais auxquelles le qualificatif d'« intelligence » sied bien peu. Concrètement, en exécutant nos séquences d'instructions, elles effectuent pour nous les opérations de traitement de la connaissance, c'est-à-dire les « raisonnements », que nous décidons d'externaliser vers elles.

Une fois la tâche clairement spécifiée, leurs capacités de traitement sont très largement supérieures aux nôtres. Ainsi, le recours aux machines étend *de facto* nos propres capacités de raisonnement. Là réside leur intérêt. Elles nous permettent de progresser dans notre quête de rationalité.

Notion subtile et aux interprétations multiples, définissons d'abord la « rationalité » comme : l'aptitude à mobiliser nos connaissances afin d'anticiper les conséquences de nos décisions, avant d'agir en vue d'atteindre un résultat que nous désirons. En latin, ratio traduit l'idée de « calcul ». Il est donc question, notamment, de manipuler et d'exploiter les différents éléments de connaissance dont nous disposons, avant de parvenir à un choix. La rationalité repose en partie sur l'idée de la production de conclusions par l'intermédiaire du « raisonnement ». *Que pouvons-nous conclure compte tenu de ce que nous savons ?* Voilà une question cruciale à considérer. Que celle-ci soit posée dans le monde idéal des mathématiques – le monde des symboles, des modèles et des hypothèses – ou alors, qu'elle soit posée dans le monde réel, en mettant à profit toutes les observations que nous avons pu réaliser au sein de celui-ci.

A la question de savoir ce que nous pouvons conclure, s'ajoute immédiatement celle qui consiste à *déterminer si les décisions prises sur la base des conclusions de nos raisonnements conduisent effectivement aux résultats escomptés*. C'est ici que la notion de « rationalité » doit être maniée avec grand soin.

Pour l'instant, reformulons le débat dans les termes suivants. Si les machines sont nos outils, à l'aide desquels nous nous proposons d'étendre en pratique nos capacités de raisonnement, alors, *dans quelle mesure ces outils nous permettent-ils d'améliorer la pertinence de nos décisions – ou d'automatiser efficacement certaines de ces décisions ?*

Capacités de raisonnement disponibles et promesses de solutions pratiques

Quelles avancées mettre au crédit des outils et des approches informatiques, numériques ou algorithmiques ? Considérons l'histoire récente. Il apparait clairement que ces évolutions, tout comme le recours accru à la collecte, à la consignation puis à l'exploitation des données, ont transformé nos façons de raisonner et de décider. Tous les champs d'application dans lesquels nous sommes amenés à prendre des décisions et à proposer des solutions pratiques, sont concernés par ces développements : nos analyses et nos entreprises scientifiques, ainsi que les enseignements qui en sont retirés, mais aussi, la conception, la fabrication ou la maintenance de nos réalisations techniques, de nos biens et de nos infrastructures, ou encore, la structuration et la gestion de nos affaires économiques, de nos organisations productives, marchandes, sociales ou politiques. Nos civilisations usent largement de leurs capacités à calculer et à anticiper. Elles le font de plus en plus intensément.

De façon plus saillante, l'automatisation de certaines tâches est devenue emblématique des progrès technologiques récents : détecter des visages sur des photos, interpréter des enregistrements vocaux et en déduire des commandes à exécuter, identifier des panneaux de signalisation ou des obstacles puis adapter instantanément l'allure d'un véhicule, nettoyer le sol d'une habitation de manière autonome, recommander des offres commerciales ciblées à partir de l'historique d'achat ou de navigation d'un client, vaincre un champion humain au jeu d'échecs ou au jeu de go, et bien d'autres encore.

Toutes ces opérations paraissent requérir un certain degré d'intelligence et, quelques années plus tôt, il semblait inconcevable de les confier à des machines. Le fait d'y être finalement parvenu explique en partie l'apparition progressive de cette terminologie. Mais, formellement, il est en fait question d'automatiser des mécanismes de raisonnement. Il s'agit d'exploiter les connaissances disponibles et les informations collectées, afin de produire des conclusions – et parfois, d'agir sur la base de ces conclusions. De ce fait, nous mettons au point des agents « rationnels ».

Au-delà des tâches nouvellement réalisables, l'usage des machines et l'exploitation des données ont ouvert la voie à une multitude d'améliorations des pratiques existantes, techniques comme organisationnelles. Une meilleure compréhension des phénomènes, et par suite, des décisions plus pertinentes, plus spécifiques ou plus opportunes, conduisent potentiellement à davantage d'efficacité, de performance, d'agilité, de fiabilité ou de résilience, ainsi qu'à un usage plus parcimonieux des ressources disponibles.

De tels succès sont accueillis avec enthousiasme dans les communautés académiques et scientifiques, et plus encore, par les agents économiques qui tirent profit des solutions pratiques. Ils renforcent d'autant les attentes futures, ou la floraison des promesses diverses. Des progrès indéniables, conjugués à l'augmentation progressive des capacités de raisonnement rendues disponibles par les machines, nous font entrevoir l'horizon d'une « rationalisation » croissante de nos pratiques.

Si nous pouvons améliorer continuellement notre capacité à mobiliser nos connaissances, ne pouvons-nous pas espérer améliorer continuellement la pertinence de nos décisions ? Ne pouvons-nous pas résoudre des problèmes toujours plus difficiles et complexes ? C'est ici que la rigueur vis-à-vis des principes, notamment ceux qui sous-tendent l'idée de rationalité, commande la prudence. A défaut, nos attentes pourraient nous mener à la désillusion.

Raisonnements à propos du monde réel : subjectivité, limites et risque

Indépendamment de notre volonté ou de nos efforts, mais aussi, de la puissance de nos outils, les entreprises de rationalisation ou d'automatisation de nos pratiques vont venir butter sur plusieurs limites. Le point névralgique de la réflexion réside dans la perception de ces limites. Que pouvons-nous espérer des développements de l'intelligence artificielle – ou plus précisément, de l'externalisation d'une partie de nos raisonnements vers les machines ? Ce sont ces limites qui vont le déterminer.

Notre position est la suivante : être conscient et convaincu de ces limites nous conduit plus vraisemblablement vers des attentes « raisonnables ». Ceux qui ignorent ou sous-estiment ces limites s'exposent au contraire à la déception. Ici, nous ne pouvons qu'esquisser brièvement les conclusions émanant d'une étude rigoureuse des principes mathématiques et épistémologiques qui sous-tendent le cadre de la rationalité. Un cadre formel, dit « normatif », car le respect de ses principes « s'impose », assez naturellement, en vue d'éviter certains comportements contre-productifs. Un cadre qui permet d'analyser méthodiquement la pertinence de nos décisions et de discuter la question des limites de la rationalité, que des machines soient impliquées ou non.

D'abord, *la rationalité d'une décision est une qualification subjective*. Il ne peut exister de choix « objectivement bon » ou de décision jugée « objectivement rationnelle ». Ou plutôt, un agent réel, humain ou machine, sera dans l'incapacité de les déterminer *a priori*. Il ne pourra pas anticiper avec certitude les conséquences de chacune de ses actions. Il devra choisir en considérant une part de « risque », inhérente à tout problème de décision pratique, et résultante de l'incertitude associée à chacune de ses conclusions obtenues à propos du monde réel par le raisonnement. Ainsi, le cadre de la rationalité est subjectif par nécessité épistémique et un agent sera jugé « rationnel » : *s'il agit en choisissant l'alternative qu'il estime comme la plus à même de le conduire aux résultats qu'il convoite « compte tenu de ce qu'il sait »* – des éléments de connaissance et des raisonnements qu'il mobilise. Pour être plus clair, il va décider uniquement et exclusivement, en fonction de « *ce qu'il croit* », et non pas en fonction de « ce qui est », de « ce qui adviendra » ou de « ce qui s'impose », car ceci ne peut être connu parfaitement *a priori*. Sa décision va alors reposer sur sa propre appréciation du « risque », *de facto* subjective, et donc, sur ce qu'il juge possible ou probable. Deux agents peuvent s'accorder ou non sur la pertinence d'un choix, mais aucun agent ne peut revendiquer qu'il sait *a priori* « ce qu'il faut » décider, en ayant pleinement évacué tout forme d'incertitude, ou de façon équivalente, en ayant acquis une connaissance parfaite. Personne n'est en mesure de décréter qu'il « a raison » *a priori*.

Quelles que soient ses capacités de raisonnement, l'agent réel est sujet à l'erreur d'anticipation et à la surprise, qui se manifeste par l'écart entre résultat espéré et résultat obtenu. Le plus souvent, la pertinence – *a posteriori* – des décisions va dépendre de la qualité ou de la « justesse » des anticipations de l'agent. Le cœur du problème réside dans l'impossibilité de garantir *a priori* la qualité de ces anticipations. Il ne peut être question de l'évaluation d'un risque « vrai » ou « objectif ». Le risque est une construction intellectuelle intimement liée à l'incertitude de l'agent, à ce qu'il juge possible. Dans ce cadre, il est judicieux de se montrer critique vis-à-vis de ses propres jugements. Néanmoins et inévitablement, des surprises peuvent toujours affecter l'agent « rationnel » – celui qui décide conformément à ce qu'il croit.

Précisions maintenant succinctement les limites auxquelles chaque agent est confronté. D'abord, tout raisonnement mené à propos du monde réel est structurellement imparfait. Hors du monde mathématique idéal, aucune conclusion ne s'impose avec certitude par une inférence logique. La logique s'applique aux objets mathématiques et non véritablement aux propositions extraites de l'observation du réel ou aux relations – toujours structurellement imparfaites – qui en sont induites – *la première limite est mathématique*. Ensuite, toute conclusion produite en pratique repose forcément sur le principe – que nous admettons – de « régularité du réel », selon lequel : dans des « conditions » ou des « circonstances » similaires, nous pouvons anticiper des « effets » ou des « conséquences » similaires. Cependant, toute description de ces circonstances est assortie d'un degré de précision fini et les relations entre « conditions » et « effets » ne sont jamais observées, étudiées ou comprises suffisamment largement pour écarter toute exception ou différence infime entre deux situations apparemment identiques, mais conduisant néanmoins à des issues différentes. Donc, nos prédictions et nos anticipations sont inévitablement incertaines – *la seconde limite est épistémique*.

Enfin, nous faisons usage de la science statistique, et de toute science appliquée qui s'appuie sur les mêmes principes fondamentaux du raisonnement, dans le but d'analyser méthodiquement ces « régularités du réel ». Nous tentons de les apprendre ou de les caractériser à partir d'observations, puis de les exploiter afin de produire des conclusions, toujours imparfaites, mais cependant utiles. Néanmoins, chaque effort de caractérisation ou de consolidation des relations identifiées, ou chaque effort pour déterminer les « conditions » à prendre en compte, s'accompagne d'un coût. Ce dernier ne doit pas excéder la perspective de gain que de tels efforts sont susceptibles de générer. Il n'est pas « raisonnable » de chercher à améliorer sans fin notre connaissance *avant* de décider, ni d'ailleurs, d'agir trop imprudemment ou sans un minimum de confiance dans nos conclusions – *la troisième limite conduit naturellement à un compromis économique, entre risque associé à de « mauvaises anticipations » et bénéfice espéré de l'« effort d'exploration statistique »*.

Dans ce contexte et, en tant qu'êtres rationnels, nous agissons sur la base de ce que nous croyons pertinent. Le choix de préciser notre jugement, de « réduire » l'incertitude, ou de consolider nos anticipations – d'explorer – avant de prendre une décision, ne fait pas exception. Lui aussi est inévitablement subjectif. Aucune « réponse » à cette difficulté conceptuelle ne s'impose dans l'absolu. Impossible de garantir *a priori* la validité d'anticipations à propos du monde réel, ni de savoir *a priori* « ce qu'il est bon de savoir ».

La satisfaction de l'agent, sa propension à obtenir les résultats qu'il convoite, va dépendre de son attitude : *de sa maitrise de l'imperfection et des limites de ses propres jugements, de son avis relatif à la qualité de ses anticipations et à la pertinence du choix de les améliorer*.

Ingrédients de la déception et attitude « raisonnable »

Cette dernière remarque éclaire et tranche notre discussion vis-à-vis des perspectives de « rationalisation » et d'automatisation de nos pratiques. Les machines appliquent mécaniquement des séquences d'instructions, clairement formalisées et spécifiées. Ainsi, par construction, *elles ne peuvent faire preuve d'esprit critique à propos de leurs connaissances, ni entrevoir les limites de leurs traitements ou regarder au-delà du cadre formel qui leur a été imposé.*

Lorsque nous externalisons nos raisonnements vers elles, les machines héritent, dès la conception, de nos propres limites. Elles utilisent les connaissances et les stratégies que nous intégrons dans leurs programmes. En formalisant leur fonctionnement, l'agent humain qui les conçoit exclu *de facto* tout ce qui n'entre pas dans leur cadre formel. Elles peuvent, dans une certaine mesure, « apprendre » ou « explorer », mais alors, elles vont regarder là où nous leur commandons de concentrer leur attention et exploiter uniquement l'information que nous leur permettons de collecter. Elles ne pourront être à l'initiative d'une remise en cause des traitements qu'elles appliquent ou des sources d'information qu'elles exploitent.

Livrées à elles-mêmes, dans beaucoup de situations, les machines ne peuvent démêler seules la complexité du monde réel. Une complexité bien trop grande pour qu'une exploration statistique exhaustive – ou plutôt, menée sans l'aide de l'intuition humaine – soit entreprise. Trop de combinaisons à considérer sans une idée, même grossière, permettant de séparer l'important du superflu, de sélectionner les relations, les « conditions », les « régularités du réel » ou les « heuristiques », à exploiter.

Signalons aussi que l'augmentation tendancielle de la complexité de nos réalisations, de nos systèmes et de nos sociétés, rend ce travail d'exploration de plus en plus délicat. Elle accroît la vulnérabilité – aux erreurs – de nos raisonnements et complique l'évaluation de la qualité de nos anticipations ou le développement d'un recul critique vis-à-vis de nos propres jugements. Toutes choses égales par ailleurs, ceci renforce le risque de surprises et éloigne, en dépit des progrès de la puissance de calcul à disposition, la perspective d'une « rationalisation » toujours plus grande.

Les capacités des machines à calculer ou à collecter et à traiter davantage d'information, aussi importantes soient-elles, ne peuvent permettre de dépasser les limites mentionnées plus tôt. Les conclusions de raisonnements automatisés, ou s'appuyant sur des outils informatiques, seront inévitablement imparfaites, incertaines et sujettes à l'erreur d'anticipation. Elles ne peuvent se prévaloir d'une objectivité ou d'une neutralité qui découlerait systématiquement d'un mouvement d'approfondissement des connaissances et des descriptions, ou du recours à plus d'observations – de données. Nos raisonnements, s'ils sont conduits par des machines, ne sont jamais exempts d'éléments subjectifs : un cadre formel particulier, des instructions à appliquer, des stratégies à employer, une base épistémique et empirique initiale, plus ou moins explicitement spécifiée et parfois ajustée par l'apprentissage progressif. En un sens, formaliser c'est déjà choisir.

L'agent réel, humain ou machine, quelles que soient ses capacités ou le niveau de développement de sa connaissance, ne peut être « objectivement rationnel » ou produire « la bonne conclusion » ou « la bonne décision » *a priori*. Penser le contraire, c'est négliger la possibilité de se tromper et d'être surpris, voire déçu. Croire qu'il est possible d'évacuer pleinement la subjectivité du jugement par davantage d'observations empiriques ou par une sophistication du raisonnement et des relations employées, c'est se leurrer. C'est adopter une certitude de pure façade, que le réel viendra peut-être briser à l'issue de la décision.

Nos raisonnements sont imparfaits, il nous faut composer avec ce fait, et décider en le prenant en compte. Les machines peuvent nous aider à raisonner. Mais elles ne peuvent faire preuve, à notre place, de l'esprit critique, de l'humilité ou de l'intelligence subjective qui nous permettent de naviguer avec efficacité, discernement et prudence, dans la complexité du monde réel. Nous pouvons peaufiner nos conclusions, mais il est toujours bon de s'interroger sur leur qualité, et plus particulièrement, sur leurs limites. Ou alors, gare aux excès de confiance, aux mauvaises surprises et aux attentes insatisfaites.

Les chantres des outils de l'intelligence artificielle, du numérique, de l'algorithmique, de l'autonomisation ou de la rationalisation ; qu'ils soient académiques, décideurs industriels, économiques ou politiques, vendeurs de « solutions» pratiques ; poussés par les motifs du profit, de l'optimisme entrepreneurial, de la poursuite effrénée du progrès scientifique, de l'injonction au « solutionnisme » technique, de l'avancement de carrière, du goût de la renommée, ou d'autres raisons encore, plus ou moins nobles ;

n'invitent pas toujours à la conséquence et nous entrainent parfois au contraire vers la désillusion. Ils veulent croire au dépassement progressif des multiples difficultés. Mais, adoptant un positivisme quelque peu naïf, ils se montrent insuffisamment réceptifs à une réflexion critique. Pourtant, celle-ci permet de proposer, dès à présent, une appréciation plus prudente et plus « raisonnable » des évolutions futures.

Pour sûr, il est difficile de résister à l'élan d'optimisme ambiant. Les avancées techniques récentes engendrent de fortes attentes dans de nombreux domaines pratiques. Les verrous conceptuels divers résistent souvent à une analyse superficielle, ce qui complique l'émergence d'une réflexion globale pertinente. Néanmoins, il est toujours bon de s'interroger et de prendre un peu de distance. Nous ne pouvons qu'inviter fortement à cet exercice. Ceci est le cœur de notre contribution.

Faisons preuve d'humilité, d'un regard ouvert et d'esprit critique. Investissons dans l'intelligence humaine. Ces vertus et ces aptitudes sont la clé d'une maitrise, jamais parfaite mais néanmoins « raisonnable », de nos entreprises réelles. La clé de notre satisfaction. Elles sont cependant hors de portée des machines.

Ne faisons pas l'erreur de croire que des moyens plus sophistiqués conduisent automatiquement à de meilleurs résultats. Gardons le contrôle sur les outils dont nous faisons usage. Formons des analystes doués d'un sens critique et d'une compréhension suffisante des subtilités du raisonnement. Ne négligeons pas les savoirs pratiques, l'expertise et l'intuition. Ne misons pas tout sur la puissance de calcul et sur une algorithmique froide et dénuée de discernement. Ne considérons pas la certitude, ou l'objectivité, comme un horizon atteignable.

***

Par ce positionnement, les étudiants désapprouvaient ouvertement la décision de non-remplacement du professeur de statistiques. Ils invitaient à diriger d'abord les financements académiques vers les compétences, plutôt que vers les moyens ; vers les humains, plutôt que vers les machines.

AMICUS PLATO, SED MAGIS AMICA VERUM

-

« Platon m'est cher,
mais le réel m'est encore plus cher »

(Citation transformée. La citation originale est d'Aristote)

EPILOGUE

Que faire ? Notre satisfaction, au-delà des capacités à raisonner et à manipuler des connaissances, certes indispensables, dépend aussi de notre aptitude à *faire preuve d'humilité, d'un esprit critique et d'intelligence subjective*. Trois qualités dont les machines sont dépourvues. *Investissons dans l'intelligence humaine plus que dans la rationalité algorithmique*.

Soyons conscients de ce que nous pouvons faire et des limites de la connaissance qui s'imposent à nous, afin de déterminer, raisonnablement, ce que nous devrions faire. Usons de méthode mais aussi d'intuition et de discernement lorsque nous sommes confrontés à des problèmes pratiques et que nous apprécions la complexité du réel, ce que les machines ne peuvent gérer seules. Ayons une vision lucide sur la portée de nos outils.

Considérons humblement ce que nous savons, soyons le plus juste possible, évitons les excès de confiance et l'aveuglement, et nous éviterons, peut-être, les surprises désagréables.

La tortue et le lièvre disputaient qui était le plus vite.
En conséquence ils fixèrent un jour et un endroit et se séparèrent.
Or le lièvre, confiant dans sa vitesse naturelle, ne se pressa pas de partir ;
il se coucha au bord de la route et s'endormit ;
mais la tortue, qui avait conscience de sa lenteur, ne cessa de courir,

et, prenant ainsi l’avance sur le lièvre endormi,
elle arriva au but et gagna le prix

INDEX

REFERENCES

[R. Descartes], Discours de la Méthode, (1637)

[D. Hume], A treatise on human nature (vol 1), (Oxford University Press version, 2007), (1739)

[T. Bayes], An essay towards solving a problem in the doctrine of chances, Philosophical transactions of the Royal Society of London vol 53, 370–418, (1763)

[P. S. Laplace], Essai philosophique sur les probabilités. (1825)

[F. H. Knight], Risk, uncertainty and profit, Houghton Mifflin, (1921)

[J. von Neumann, O. Morgenstern], Theory of games and economic behaviour (3rd ed), Princeton University Press, (1953)

[H. Raiffa, R. Schlaifer], Applied statistical decision theory, Harvard University Press, (1961)

[L. J. Savage], The foundations of statistics (2nd ed), Dover Publications, (1972)

[S. Kaplan, B. J. Garrick], On the quantitative definition of risk, Risk Analysis vol 1 11–27 (1981)

[J. O. Berger], Statistical decision theory and Bayesian analysis (2nd ed), Springer Verlag, (1985) [J. Pearl], Probabilistic reasoning in intelligent systems: network of plausible inference, Morgan Kaufmann, (1988)

[P. L. Bernstein], Against the gods: the remarkable story of risk, Wiley New York, (1996)

[T. Bedford, R. Cooke], Probabilistic risk analysis: foundation and methods, Cambridge University Press, (2001)

[E. T. Jaynes], Probability theory: the logic of science, Cambridge University Press, (2003)

[N. N. Taleb], The black swan: the impact of the highly improbable, Random House, (2007)

[S. Russell, P. Norvig], Artificial Intelligence: a modern approach (3rd ed), Pearson, (2009)

[T. Hastie, R. Tibshirani, J. Friedman], The elements of statistical learning: data mining, inference and prediction (2nd ed), Springer, (2009)

[K. P. Murphy], Machine learning: a probabilistic perspective, MIT press, (2012)

[B. Russell], History of western philosophy: Collectors edition. Routledge, (2013).

[P. Servigne, R. Stevens] Comment tout peut s'effondrer : Petit manuel de collapsologie à l'usage des générations présentes, Seuil (2015)

[M. Launay], Le grand roman des maths. De la préhistoire à nos jours. Flammarion. (2016)

[J. G. Ganascia], Le Mythe de la Singularité : Faut-il craindre l'intelligence artificielle? Le Seuil, (2017).

[E. Sadin], L'intelligence artificielle ou l'enjeu du siècle: anatomie d'un antihumanisme radical, L'ećhappeé, (2018)

TABLE DES MATIERES

Dépôt légal : Février 2022