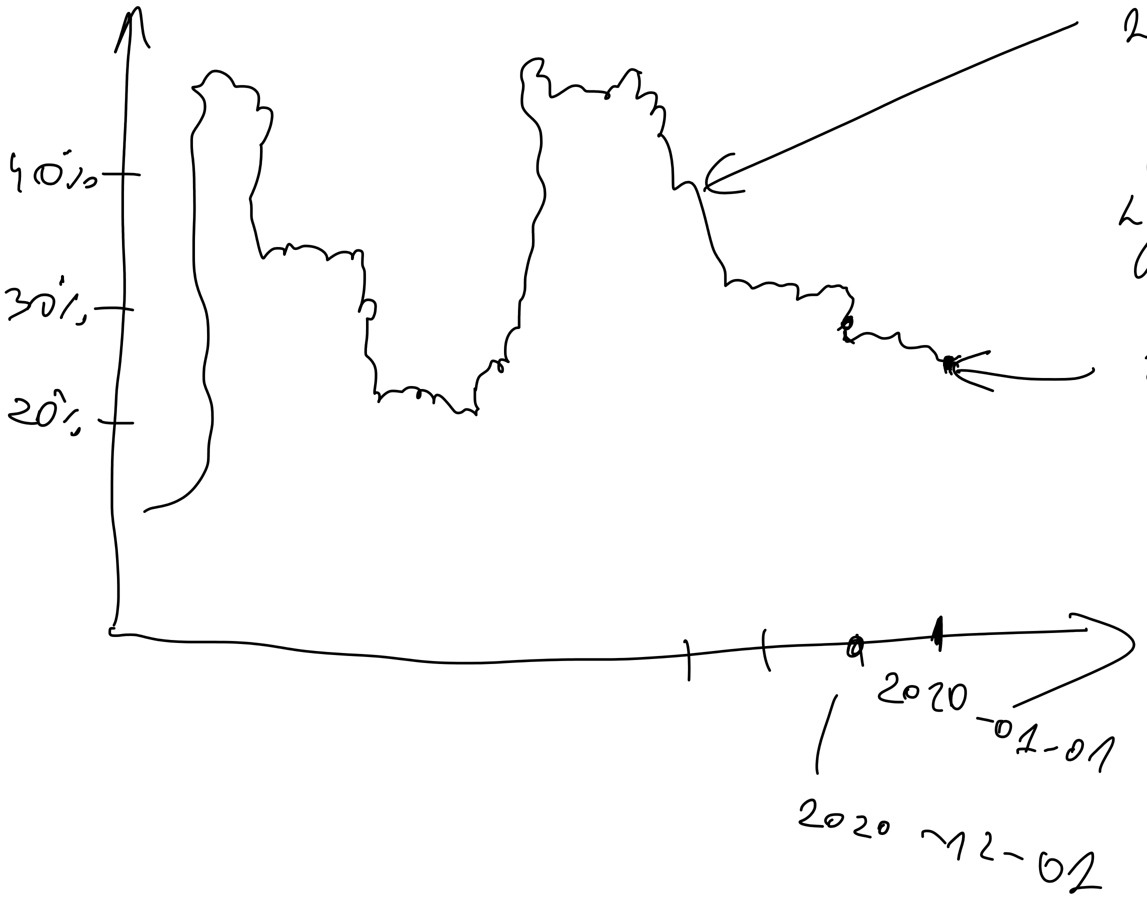
7. Wykład - niepewność parametrów

środa, 25 listopada 2020 10:14

[Rozdział 52 w Wilmotta]



w każdym z punktów bierzemy do wyliczenia dane z rok wcześniej

zmienność z oknem np 1 rocznym

$\sigma^- < \sigma < \sigma^+$

znamy

Budujemy portfel zabezpieczający

$$\Pi = V - \Delta S$$

$$dS = r S\,dt + \sigma S\,dX$$

$$d\Pi = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right) dt + \left(\frac{\partial V}{\partial S} - \Delta\right) dS$$

$$\Delta = \frac{\partial V}{\partial S}$$

$$d\Pi = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right) dt$$

$$\left[\, d\Pi = r\Pi\,dt \,\right]$$

$$\inf_{\sigma^- < \sigma < \sigma^+} d\Pi = r\Pi\,dt$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right) dt = r\Pi\,dt$$

$$\inf_{\sigma^-<\sigma<\sigma^+}\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{2}\ldots\frac{\partial^2}{\partial S^2}\right)dt = \ldots$$

$$\left[\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}S^2\cdot\inf_{\sigma^-<\sigma<\sigma^+}\left[\sigma^2\cdot\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right]\right]dt = r\left(V - \frac{\partial V}{\partial S}\cdot S\right)dt$$

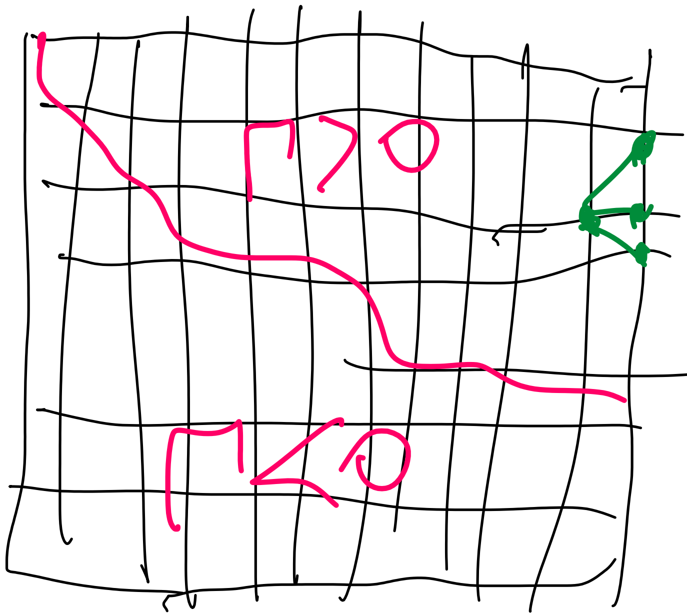
$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}S^2\cdot\inf_{\sigma^-<\sigma<\sigma^+}\left[\sigma^2\cdot\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right] = rV - \frac{\partial V}{\partial S}\cdot S\cdot r$$

zdefiniujemy

$$\sigma(\Gamma) = \begin{cases} \sigma^+ & \text{dla } \Gamma < 0 \\ \sigma^- & \text{dla } \Gamma > 0 \end{cases}$$

$$\boxed{\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}S^2\cdot\left[\sigma(\Gamma)\right]^2\cdot\frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS\frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0}$$

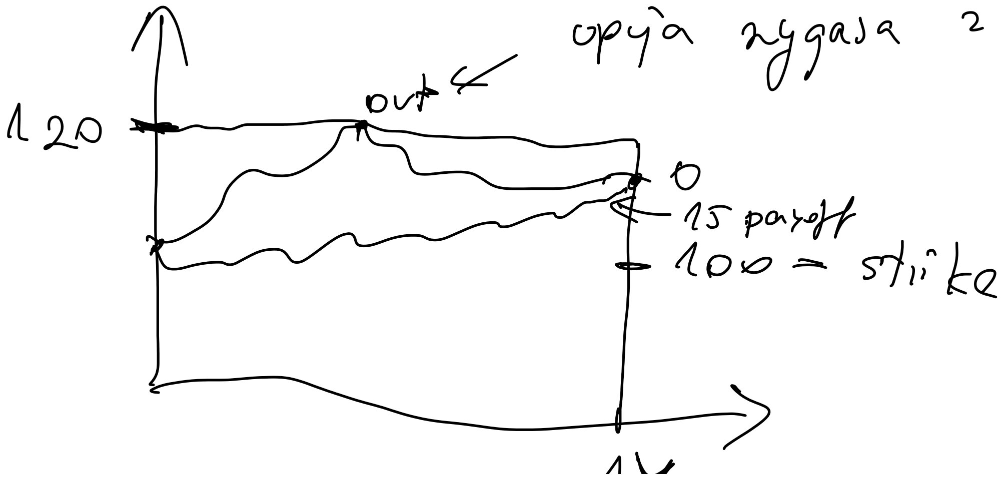
zmodyfikowane nieliniowe
równanie Blacka - Scholesa



Powyższe podejście nazywa się **WORST CASE SCENARIO**

Przykład opcja up-and-out call

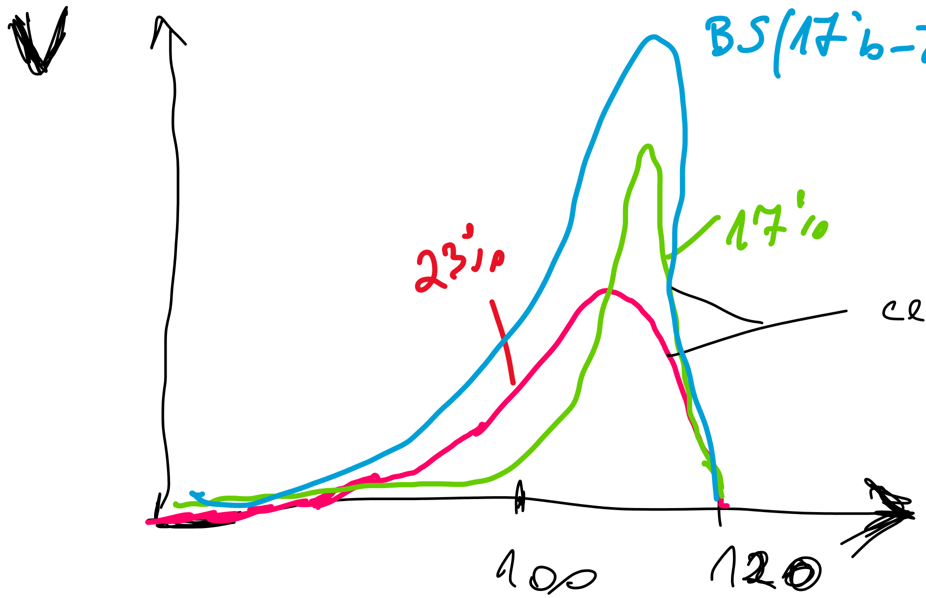
opcja wygasa z wartością 0



strike = 100
bariera = 120
maturity = 1Y
r = 5%

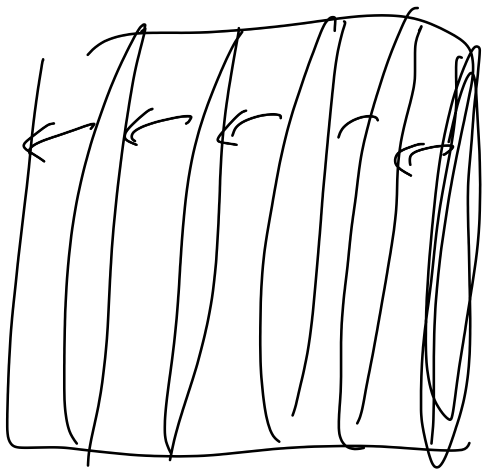
17

$\sigma \in (17\%, 23\%)$

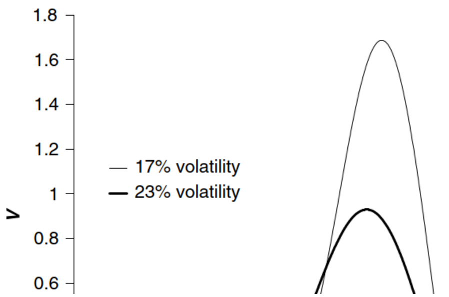


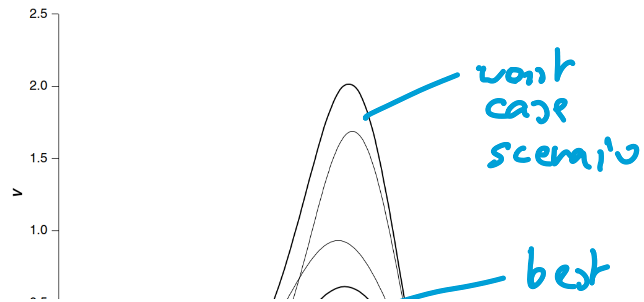
ceny w klasycznym BS
dla różnych zmienności

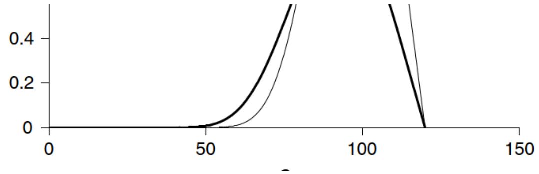
Γ ma różne znaki,

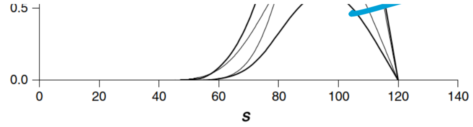


17%





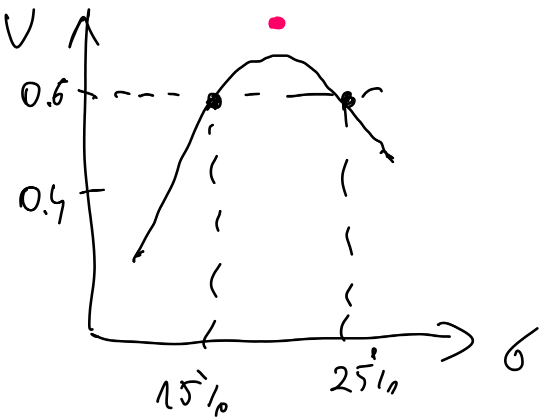




case scenario

Figure 52.3 Up-and-out call value assuming a range for volatility, and two Black–Scholes prices assuming constant volatility.

Wykres V vs σ

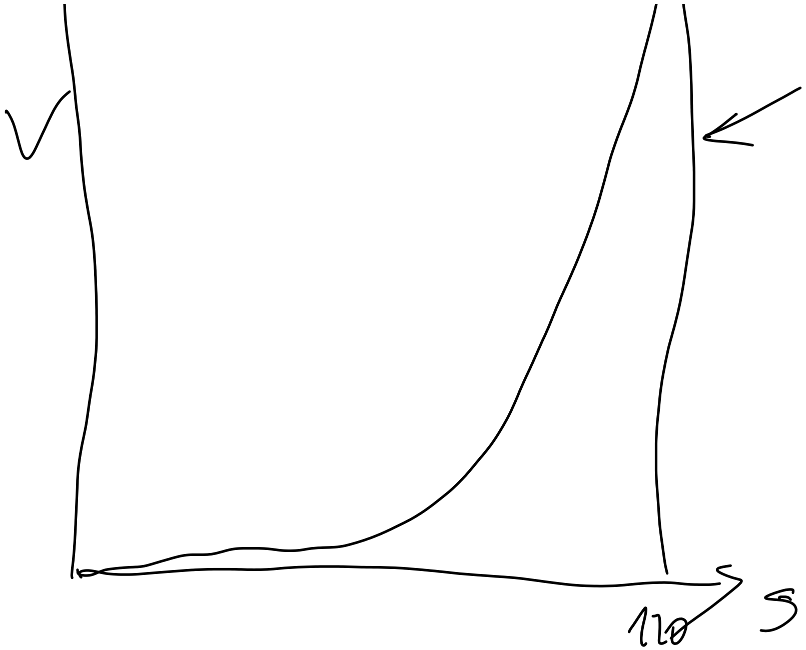


← cena z klasycznego B-S
(dla jednej σ)

1. Może być tak, że z prostych obliczeń mamy dwóch kandydatów na zmienność implikowaną
2. Może być tak, że faktyczna cena na rynku jest powyżej tego wykresu, np. 0.7.

Możliwa odpowiedź: rynek wycenia przy użyciu przedziału zmienności.

Wykres envelope



max cena z modelu klasycznego B-S dla różnych zmienności.

powyżej tego wykresu wiadomo, że jesteśmy poza klasycznym równaniem B-S, bo po prostu nie ma takich σ.
Może jesteśmy z modelu z σ przedziałową.