

Stochastyczna matematyka finansowa

Lista 2

Model

Niech $S_t^1, S_t^2, \dots, S_t^{20}$ oznaczają cenę akcji spółek w WIG20, a $s_t^1, s_t^2, \dots, s_t^{20}$ ich konkretną realizację w chwili t . Oznaczmy względny przyrost w dniu $t + 1$ przez

$$x_t^i := \frac{s_{t+1}^i}{s_t^i}, \text{ dla } t = -N, -N + 1, \dots, -1.$$

Do predykcji przyszłych cen akcji posłużymy się historycznymi względnymi przyrostami. Niech

$$\mathcal{X}_i = \{x_t^i : t = -N, -N + 1, \dots, -1\}$$

oznacza zbiór przeszłych realizacji przyrostów względnych.

1. Zdefiniuj odpowiedni model matematyczny.
2. Dokonaj kalibracji modelu według stanu wiedzy na **2017-03-01**. W szczególności rozważ następujące zagadnienia:
 - wybór danych do kalibracji modelu,
 - zamodelowanie zależności między cenami akcji,
 - uwzględnienie zależności przyrostów w czasie.
3. Zaproponuj test sprawdzający prawidłową kalibrację modelu.
4. Narysuj linie kwantylowe dla okresu od **2017-03-01** do **2018-03-01** dla:
 - akcji CDR i KGH,
 - indeksu WIG20.
5. Nałóż na wykres z poprzedniego punktu faktyczną realizację cen CDR, KGH i WIG20.
6. Zaproponuj metodę oceny, czy symulacja była zgodna z rzeczywistością, oraz czy użyty model dobrze opisuje obserwowaną sytuację.
7. Rozważ następujące opcje europejskie zapadające w grudniu 2018:
 - opcja kupna na CDR z ceną wykonania 130,
 - opcja sprzedaży na KGH z ceną wykonania 100,
 - opcja sprzedaży na KGH z ceną wykonania 100 z dodatkowym warunkiem: opcja może zostać zrealizowana wyłącznie, gdy akcji cena CDR w dniu zapadalności będzie wyższa niż 140.

Przy użyciu metody Monte Carlo wyznacz wartość oczekiwaną oraz odchylenie standardowe wypłat powyższych opcji. Narysuj gęstości wypłat tych opcji. Na tych wykresach zaznacz faktyczne (tzn. znane a posteriori) wypłaty.