

Stochastyczna matematyka finansowa

Lista zadań na Laboratorium.

Słowem wstępu. Lista składa się dwóch typów problemów: *ćwiczeń* i *zadań*. *Ćwiczenia* mają służyć przypomnieniu zagadnień omawianych na wykładzie. Ze względu na niski poziom trudności ich rozwiązania nie będą omawiane na laboratoriach, w przeciwieństwie do *zadań*, które wymagają głębszego przemyślenia.

Model. Załóżmy, że dziś jest **2015-12-31**. Niech S_t^1 oznacza cenę akcji MBANK SA, a S_t^2 wartość indeksu WIG20 w chwili t . Rozważmy następującą dynamikę cen akcji:

$$\log \left(\frac{S_{t+1}^i}{S_t^i} \right) = \alpha_i N_t^i + \beta_i,$$

gdzie $\alpha_i, \beta_i \in \mathbb{R}$, a N_t^i są zmiennymi losowymi ze standardowego rozkładu normalnego $\mathcal{N}(0, 1)$ oraz:

- N_t^i, N_s^j są niezależne dla $t \neq s$ oraz dowolnych i, j ,
- N_t^i, N_t^j mają stałą korelację $\rho_{i,j}$.

W kolejnych zadaniach interesuje nas horyzont czasowy do końca 2017 roku.

Ćwiczenie 1. Dokonaj kalibracji powyższego modelu.

Ćwiczenie 2. Wymuluj 10000 trajektorii, a następnie sporządź wykres przedstawiający historyczną trajektorię oraz linie kwantylowe obrazujące przyszłe zachowanie się tych aktywów.

Ćwiczenie 3. Nałóż na wykresu z poprzedniego ćwiczenia rzeczywistą realizację notowań tych aktywów. Skomentuj otrzymany wykres.

Zadanie 1. Zastanów się, czy użyty w tym projekcie model dobrze odpowiada rzeczywistości obserwowanej sytuacji. Co ten model pozwala uwzględnić, a czego nie pozwala?

Zadanie 2. Zaproponuj założenia lepiej opisujące modelowane zjawisko. Przedstaw wady i zalety użycia zaproponowanego przez Ciebie modelu.

Ćwiczenie 4. Narysuj na wykresie przykładowe, wysymulowane trajektorie MBANK SA w okresie od 2015-12-31 do końca 2017 roku. Porównaj symulacje z rysowanymi wcześniej kwantylami.

Ćwiczenie 5. Rozważ europejską opcję kupna na MBANK SA, zapadającą 2017-12-31 z ceną wykonania 350 zł. Przy użyciu symulacji narysuj wykres (przybliżonej) gęstości wypłat z tej opcji. Narysuj podobny wykres tylko dla dodatnich wypłat.

Ćwiczenie 6. Przy użyciu metody Monte Carlo wyznacz wartość oczekiwaną oraz odchylenie standardowe z wypłaty opcji z poprzedniego punktu. Jaka byłaby faktyczna (historyczna) wypłata?

Zadanie 3. Załóżmy, że dziś jest **2019-11-15** oraz, że możemy handlować opcjami na GPW po kursach zamknięcia. Zaproponuj kilka "strategii arbitrażowych". Czemu w poprzednim zdaniu pojawił się cudzysłów?