

Stochastyczna matematyka finansowa

Projekt nr 2

Model

Rozważmy przestrzeń probabilistyczną $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$, gdzie składa się z T -elementowych ciągów -1 i 1 . Dla $\omega \in \Omega$ będziemy używać oznaczenia ω_i na i -tą współrzędną, tj. $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_T)$, $\omega_i \in \{-1, 1\}$, $i = 1, \dots, T$. Definiujemy procesy cen dwóch instrumentów (pierwszy to *numeraire*):

$$\begin{aligned} S_n^0(\omega) &= S_0^0(\omega) \exp(r \cdot n) \\ S_n^1(\omega) &= S_0^1(\omega) \exp(s \cdot n + m \cdot \sum_{i=1}^n \omega_i), \end{aligned}$$

gdzie r, s i m są pewnymi stałymi charakterystycznymi dla instrumentów, zaś $n = 1, \dots, T$.

Zakładamy, że S_0^0 i S_0^1 są stałymi. Niech $(\mathcal{F}_t)_{t=0,1,\dots,T}$ oznacza filtrację generowaną przez proces S . Filtracja ta będzie reprezentować ogólnie dostępną inwestorom wiedzę w danej chwili.

Polecenia

Założmy, że ceny wszystkich akcji i obligacji mają dynamikę zgodną z powyższym modelem.

Poniższe zadanie wykonaj osobno dla następujących dwóch spółek: **MSFT** i **GOOG** notowanych na giełdzie **NASDAQ**.

Wykonaj analizę kosztu strategii zabezpieczającej opcje obejmującą następujące punkty:

1. Zmodyfikuj powyższy model, tak by uwzględnić dywidendy i skalibruj go używając danych historycznych.
 - a. Uzasadnij zasadność wybranej modyfikacji modelu.
 - b. Opisz implementację tego modelu w wybranym przez ciebie narzędziu (typu C++, Python, R).
 - c. Uzasadnij, że kalibracja jest poprawna, używając do tego modelu wyceny z poprzedniego projektu.
 - d. Porównaj graficznie rozkład faktycznych, historycznych zysków badanych przez Ciebie cen akcji z zyskami w rozważanym modelu teoretycznym.
2. Wycen notowane na NASDAQ opcje amerykańskie na dzień 2017-03-01 (na **MSFT** i **GOOG**). Jeżeli jest ich wiele, wybierz takie, które poddadzą się ciekawej analizie. Do analizy możesz wybrać też dodatkowe, nienotowane opcje (np. z dodatkowymi warunkami), które mogą charakteryzować się ciekawymi własnościami.
3. Zwizualizuj:
 - a. otoczkę Snella,
 - b. rozkład Dooba otoczki Snella,
 - c. optymalny czas wykonania dla kupującego,
 - d. wrażliwość optymalnego czasu zatrzymania na zmiany parametrów.

We wszystkich powyższych punktach skomentuj przedstawioną prezentację graficzną. Być może warto w tym celu wykorzystać wykresy interaktywne, które lepiej pokażą pewne zależności (szczególnie podczas prezentacji).

4. Przeanalizuj i oceń przydatność metod Monte Carlo zastosowanych dla rozważanego w niniejszym projekcie modelu.

5. W sytuacji, gdy posiadacz opcji przeoczy optymalny czas zatrzymania, wystawca opcji będzie miał nadwyżkę pieniędzy w swoim portfelu zabezpieczającym. Zwizualizuj i skomentuj proces nadwyżki (i jego charakterystykę) w zależności od parametrów modelu. Powołaj się na odpowiednie twierdzenie z wykładu.
6. Zwizualizuj strategię zabezpieczającą, tak by można było wyrobić sobie intuicję. Skomentuj to, co przedstawisz. Sprawdź jej wrażliwość na zmiany parametrów.
7. W sytuacji, gdy masz dobrze skalibrowany model rynku, to strategia replikująca powinna idealnie wystarczyć na pokrycie zobowiązań z opcji - zysk to zero. Zbadaj ryzyko, że będziesz zabezpieczać opcję przy użyciu nieprawidłowego modelu (tj. nieodpowiadającego rzeczywistości). W szczególności zbadaj rozkład zysku/straty z zabezpieczania. Rozważ różne możliwości strategii posiadacza opcji - w szczególności optymalną strategię, ale opartą o źle skalibrowany model.
8. Przygotuj aplikację multimedialną zawierającą wykresy interaktywne. *Przykładowe narzędzia i aplikacje: djan-go, shiny, aplikacja w shiny.*
9. Prezentacja ma składać się z dwóch części:
 - a. Część pierwsza "statyczna": omówienie zagadnienia w postaci nagrania wideo (ok. 5-7 minut). *Przykładowe prezentacje: 3Blue1Brown, quantpie, ted.com.* Można po prostu wykorzystać PowerPointa z nagraniem narracją.
 - b. Część druga "dynamiczna": zaprezentowanie działania aplikacji multimedialnej w czasie rzeczywistym oraz dyskusja z publicznością.

Wyniki

Opracuj raport (w formie PDF) zawierający wszystkie powyższe punkty oraz krótką prezentację z przeprowadzonych prac. Pamiętaj o przejrzystości rozumowań oraz używaniu ścisłego języka matematycznego, z powołaniem się na odpowiednie twierdzenia w trudniejszych momentach. Wszelkie czynione dodatkowo założenia modelu (jak np. takie a nie inne modelowanie przyszłych dywidend) powinny być wyraźnie odnotowane. Oceniana będzie oczywiście poprawność i spójność raportu, ale też jego czytelność i graficzna prezentacja analiz i wyników.

Uwagi

Preferowane (ale nie jedyne dopuszczalne) narzędzia komputerowe (może być jednocześnie kilka) to: R, Python, C++. Zmienne z rozkładu normalnego można generować przy użyciu dowolnych bibliotek.

Przygotowanie projektu składać się będzie z siedmiu etapów:

- Omówienie treści projektu z prowadzącym, wyjaśnienie ewentualnych niejasności w sformułowaniach, wstępny podział pracy w zespołach. **[termin: 2021-12-09]**
- Podejście „w słowie i na papierze” do prostszego modelu bez dywidend (w kontekście punktu 1), a następnie jego modyfikacja do modelu z dywidendami; Wybór ciekawych opcji do analizy (punkt 2); w dalszej części już w modelu z dywidendami wstępne podejście „w słowie i na papierze” do wizualizacji z punktów 3-6; dla jasności: oczywiście nie chodzi tu tylko o wskazanie typu wizualizacji (np. histogram, wykres taki a taki w kolorze takim a takim), ale także wstępne omówienie metodologii i (omówienie) roboczej implementacji w narzędziach komputerowych tych zagadnień tak, aby było jasne, co należy robić w dalszych etapach projektu. **[termin: 2021-12-16]**
- Doprecyzowanie metodologii i omówienie zauważonych problemów, które zapewne pojawią się do tego czasu, wraz z pomysłami na ich rozwiązanie; pierwsze wyniki; propozycja analizy metod Monte Carlo, o której mowa w punkcie 4; teoretyczne podejście do punktu 7. **[termin: 2022-01-05]**
- Zaprezentowanie i omówienie wstępnych symulacji, wykresów i wyników w kontekście wszystkich punktów projektu. Wstępne omówienie narzędzi wybranych do stworzenia aplikacji multimedialnej. **[termin: 2022-01-13]**

- Omówienie ostatecznych wyników dotyczących każdego punktu projektu; zaprezentowanie stosownych wizualizacji; wnioski i konkluzje wynikające z otrzymanych rezultatów. Przedstawienie wersji alpha aplikacji. Przedstawienie podejścia do stworzenia prezentacji wideo. **[termin: 2022-01-20]**
- Prezentacja wyników pracy nad projektem na rzutniku, przed wszystkimi grupami, prowadzącymi oraz zaproszonymi gośćmi (z możliwością zadawania pytań przez słuchaczy). **[termin: 2022-01-27]**
- Przesłanie ostatecznej wersji raportu PDF oraz aplikacji (może być link) z projektu. **[termin: 2022-01-30]**

Do końcowej oceny projektu brany pod uwagę będzie ostateczny raport oraz prezentacja. Oprócz tej końcowej oceny projektu (takiej samej dla całej grupy projektowej), każda osoba za ten projekt może dostać o 0.5 stopnia podwyższoną ocenę za aktywność na spotkaniach projektowych z prowadzącym oraz, niezależnie, o 0.5 stopnia podwyższoną ocenę za bardzo dobrą prezentację wyników.