

高数基础班 (22)

22	傅里叶级数；向量代数与空间解析几何；方向导数，曲面切平面， 曲线法线	P165-P178
----	---------------------------------------	-----------

武忠祥 教授



还不关注，
你就慢了



中国大学MOOC

×

有道考神

23武忠祥考研

第三节 傅里叶级数

本节内容要点

一. 考试内容概要

- (一) 傅里叶系数与傅里叶级数
- (二) 收敛定理 (狄利克雷)
- (三) 函数展开为傅里叶级数

二. 常考题型方法与技巧

题型一 有关收敛定理的问题

题型二 将函数展开为傅里叶级数

考试内容概要

(一) 傅里叶系数与傅里叶级数

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx \quad n = 0, 1, 2 \dots$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx \quad n = 1, 2 \dots$$

$$f(x) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

(二) 收敛定理 (狄利克雷)

设 $f(x)$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上连续或有有限个第一类间断点, 且只有有限个极值点, 则 $f(x)$ 的傅里叶级数在 $[-\pi, \pi]$ 上处处收敛, 且收敛于

$$1) \quad S(x) = f(x)$$

当 x 为 $f(x)$ 的连续点.

$$2) \quad S(x) = \frac{f(x^-) + f(x^+)}{2}$$

当 x 为 $f(x)$ 的间断点.

$$3) \quad S(x) = \frac{f((- \pi)^-) + f(\pi^+)}{2}$$

当 $x = \pm \pi$.

(三) 周期为 2π 的函数的展开

(1) $[-\pi, \pi]$ 上展开.

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \underline{f(x)} \underline{\cos nx} dx \quad n = \underline{0, 1, 2 \dots}$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \underline{f(x)} \underline{\sin nx} dx \quad n = 1, 2 \dots$$

(2) $[-\pi, \pi]$ 上奇偶函数的展开.

i) $f(x)$ 为奇函数

$$\underline{a_n = 0}, \quad n = 0, 1, 2 \dots$$

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin nx dx \quad n = 1, 2 \dots$$

ii) $f(x)$ 为偶函数.

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cos nx dx$$

$$b_n = 0$$

(3) 在 $[0, \pi]$ 上展为正弦或展为余弦.

i) 展为正弦.

$$a_n = 0,$$

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin nx dx$$

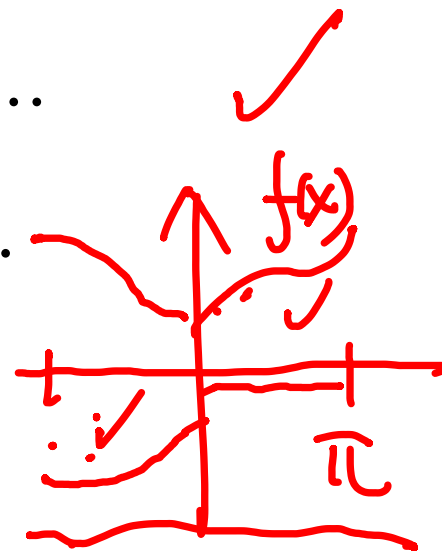
ii) 展为余弦.

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cos nx dx$$

$$b_n = 0$$

$$n = 0, 1, 2 \dots$$

$$n = 1, 2 \dots$$



$$n = 0, 1, 2 \dots$$

$$n = 1, 2 \dots$$

$$n = 0, 1, 2 \dots$$

$$n = 1, 2 \dots$$

(四) 周期为 $2l$ 的函数的展开

(1) $[-l, l]$ 上展开.

$2l$

$$a_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{n\pi x}{l} dx$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

$$b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{n\pi x}{l} dx$$

$$n = 1, 2, \dots$$

(2) $[-l, l]$ 上奇偶函数的展开.

i) $f(x)$ 为奇函数.

$$a_n = 0,$$

$$n = 0, 1, 2 \dots$$

$$\checkmark \quad b_n = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \sin \frac{n\pi x}{l} dx$$

$$n = 1, 2 \dots$$

ii) $f(x)$ 为偶函数.

$$a_n = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \cos \frac{n\pi x}{l} dx$$

$$n = 0, 1, 2 \dots$$

$$b_n = 0$$

$$n = 1, 2 \dots$$

(3)在 $[0, l]$ 上展为正弦或展为余弦.

i) 展为正弦.

$$a_n = 0,$$

$$n = 0, 1, 2 \dots$$

$$b_n = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \sin \frac{n\pi x}{l} dx$$

$$n = 1, 2 \dots$$

ii) 展为余弦.

$$a_n = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \cos \frac{n\pi x}{l} dx$$

$$n = 0, 1, 2 \dots$$

$$b_n = 0$$

$$n = 1, 2 \dots$$

常考题型与典型例题

常考题型

1. 狄利克雷收敛定理
2. 将函数展为傅里叶级数

1.狄利克雷收敛定理

【例1】(1988年1) 设 $f(x)$ 是周期为2的周期函数，它在区间

$(-1,1]$ 上的定义为

$$f(x) = \begin{cases} \underline{2}, & -1 < x \leq 0, \\ \underline{x^3}, & 0 < x \leq 1. \end{cases}$$

则 $f(x)$ 的傅里叶 (Fourier) 级数在 $x=1$ 处收敛于 _____.

$\frac{3}{2}$

$$\frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$$

【例2】(1989年1) 设函数 $f(x) = x^2, 0 \leq x < 1$, 而

$$S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\pi x, -\infty < x < +\infty$$

其中 $b_n = 2 \int_0^1 f(x) \sin n\pi x dx, n = 1, 2, 3, \dots$ 则 $S\left(-\frac{1}{2}\right)$ 等于 ()

(A) $-\frac{1}{2}$

(B) $-\frac{1}{4}$

(C) $\frac{1}{4}$

(D) $\frac{1}{2}$

[B]

$$S\left(-\frac{1}{2}\right) = -S\left(\frac{1}{2}\right) = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{4}$$

2. 将函数展为傅里叶级数

【例3】(1993年1) 设函数 $f(x) = \pi x + x^2$ ($-\pi < x < \pi$)

的傅里叶级数展开式为

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx), \quad \checkmark$$

则其中系数 b_3 的值为 _____.

$$\left[\frac{2}{3}\pi\right]$$

$$\begin{aligned} b_3 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (\pi x + x^2) \sin 3x \, dx = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \pi x \sin 3x \, dx \\ &= -\frac{2}{3} \int_0^{\pi} x \, d\cos 3x = -\frac{2}{3} x \cos 3x \Big|_0^{\pi} + \frac{2}{3} \int_0^{\pi} \cos 3x \, dx = 0 \\ &= \frac{2}{3}\pi \quad \checkmark \end{aligned}$$

【例4】(1991年1) 将函数 $f(x) = 2 + |x|$ ($-1 \leq x \leq 1$) 展开成以2

为周期的傅里叶级数, 并由此求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ 的和

【解】 由于 $f(x) = 2 + |x|$ ($-1 \leq x \leq 1$) 是偶函数, 所以

① $b_n = 0, n = 1, 2, \dots$ $a_0 = 2 \int_0^1 (2 + x) dx = 5,$

$a_n = 2 \int_0^1 (2 + x) \cos n\pi x dx = 2 \int_0^1 x \cos n\pi x dx$

$$= \frac{2(\cos n\pi - 1)}{n^2 \pi^2} \quad n = 1, 2, \dots$$

② $2 + |x| = \frac{5}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(\cos n\pi - 1)}{n^2 \pi^2} \cos n\pi x = \frac{5}{2} - \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos(2n+1)\pi x}{(2n+1)^2}.$

③ 当 $x = 0$ 时, $2 = \frac{5}{2} - \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$, 从而 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}.$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n)^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} + \frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

$$2l = 2$$

$$l = 1$$

$$\frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{8}$$

$$-1 \leq x \leq 1 \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{8} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

中国大学MOOC

有道考神

23武忠祥考研

【例5】(1995年1) 将 $f(x) = x - 1$ ($0 \leq x \leq 2$) 展开成周期为4

的余弦级数.

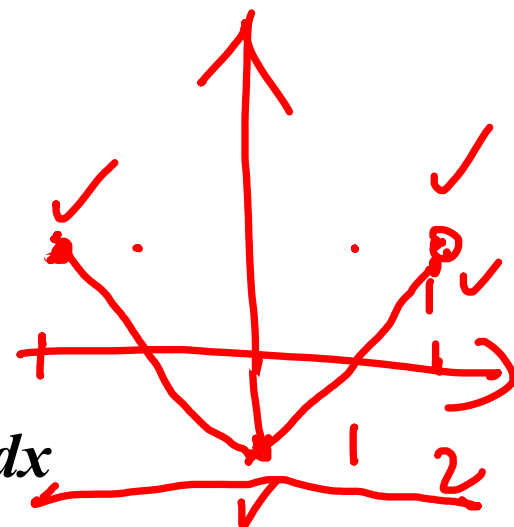
【解】 $a_0 = \frac{2}{2} \int_0^2 (x-1) dx = 0,$

$$a_n = \frac{2}{2} \int_0^2 (x-1) \cos \frac{n\pi x}{2} dx = \frac{2}{n\pi} \int_0^2 (x-1) d \sin \frac{n\pi x}{2} = -\frac{2}{n\pi} \int_0^2 \sin \frac{n\pi x}{2} dx$$

$$= \frac{4}{n^2 \pi^2} [(-1)^n - 1] = \begin{cases} 0, & n = 2k, \\ -\frac{8}{(2k-1)^2 \pi^2}, & n = 2k-1 \end{cases} \quad (k = 1, 2, \dots).$$

$$f(x) = -\frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cos \frac{(2n-1)\pi x}{2}$$

$$x \in [0, 2]$$



$x=2,$
 $x=0$

中国大学MOOC

有道考神

23武忠祥考研

第十一章 向量代数与空间解析几何及多元微分学在几何上的应用

 中国大学MOOC

×

 有道考神

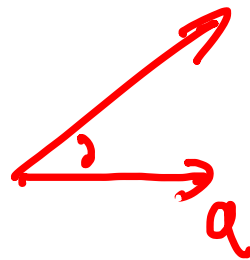
23武忠祥考研

第一节 向量代数

1. 数量积

① 1) 几何表示: $\underline{a \cdot b = |a| |b| \cos \alpha}$ ✓

数.



2) 代数表示: $a \cdot b = \underline{a_x b_x} + \underline{a_y b_y} + \underline{a_z b_z}$ ✓

② 3) 运算规律:

i) 交换律: $a \cdot b = b \cdot a$

ii) 分配律: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

③ 4) 几何应用:

i) 求模: $|a| = \sqrt{a \cdot a}$

ii) 求夹角: $\cos \alpha = \frac{a \cdot b}{|a| |b|}$

iii) 判定两向量垂直: $a \perp b \Leftrightarrow a \cdot b = 0$

2. 向量积

1) 几何表示: $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ 是一向量. 模: $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \sin \alpha$

方向: 右手法则.

2) 代数表示:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

3) 运算规律

i) $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -(\mathbf{b} \times \mathbf{a})$

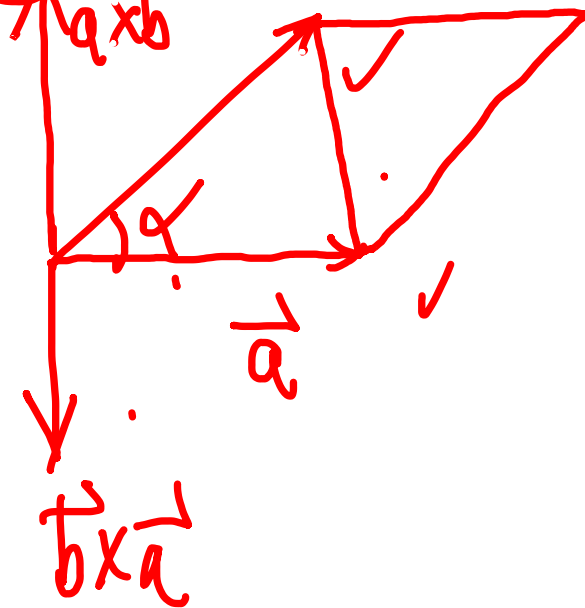
ii) 分配律: $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times \mathbf{c}$

4) 几何应用:

i) 求同时垂直于 \mathbf{a} 和 \mathbf{b} 的向量: $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$

ii) 求以 \mathbf{a} 和 \mathbf{b} 为邻边的平行四边形面积: $S = |\mathbf{a} \times \mathbf{b}|$

iii) 判定两向量平行: $\mathbf{a} // \mathbf{b} \Leftrightarrow \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{0}$



3. 混合积: $(abc) = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$

1) 代数表示:

$$(abc) = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

2) 运算规律:

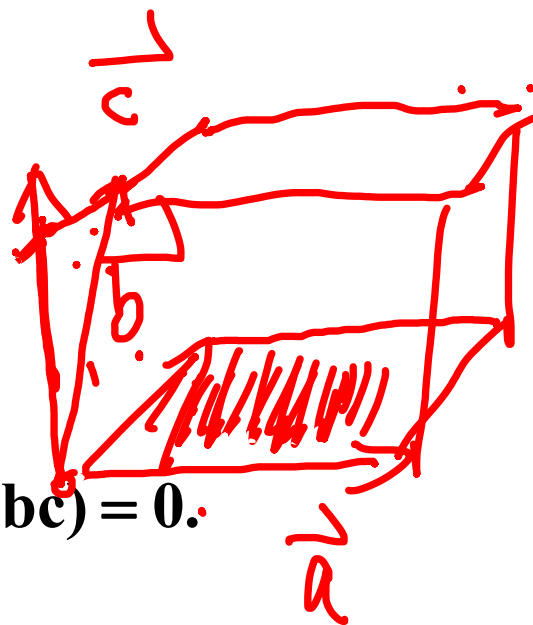
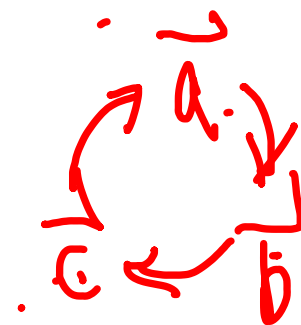
i) 轮换对称性: $(abc) = (bca) = (cab)$

ii) 交换变号: $(abc) = -(acb)$

3) 几何应用

i) $V_{\text{平行六面体}} = |(abc)|$

ii) 判定三向量共面: $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 共面 $\Leftrightarrow (abc) = 0$.



常考题型与典型例题

常考题型

向量的计算

【例1】(1995年) 设 $(\underline{a \times b}) \cdot c = 2$, 则

$$[(a+b) \times (b+c)] \cdot (c+a) = \underline{\hspace{2cm}}$$

第二节 空间平面与直线

1. 平面方程

1) 一般式: $Ax + By + Cz + D = 0.$ $\mathbf{n} = \{A, B, C\}$

2) 点法式: $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

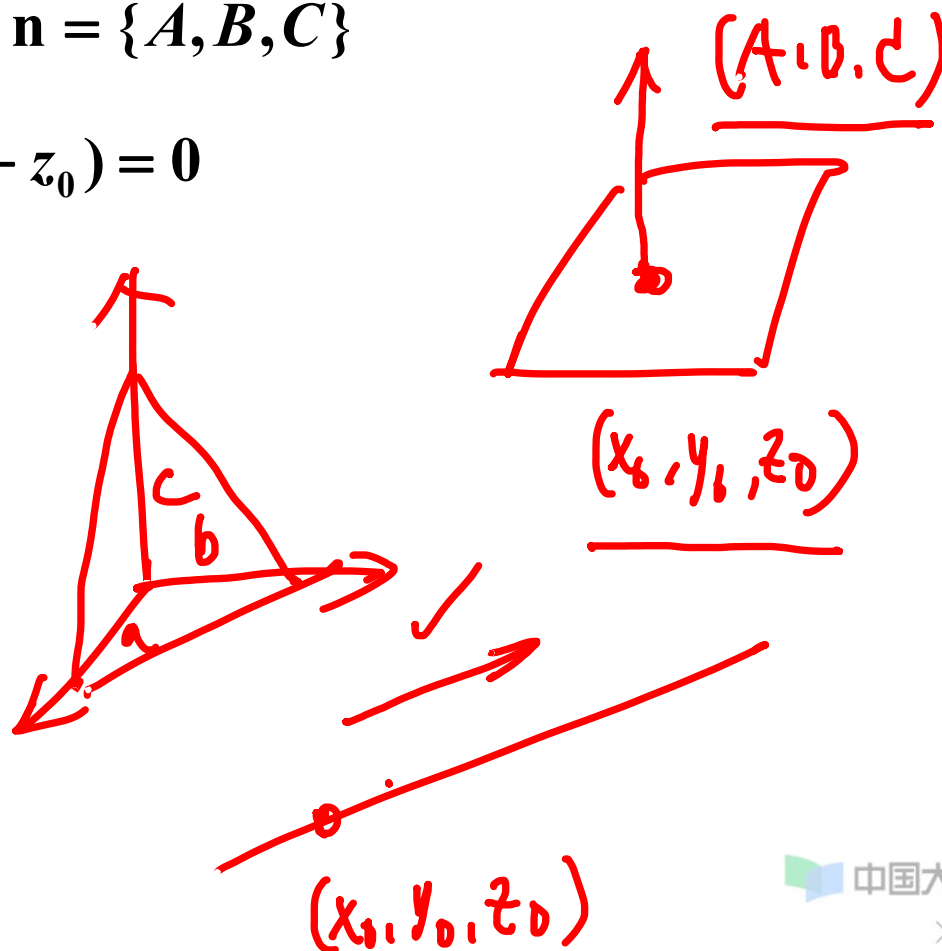
3) 截距式: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

2. 直线方程

1) 一般式:
$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$

2) 对称式: $\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n} = t$

3) 参数式: $x = x_0 + lt, y = y_0 + mt, z = z_0 + nt.$



3. 平面与直线的位置关系 (平行、垂直、夹角)

关键: 平面的法线向量, 直线的方向向量.

$$S = |\vec{PA} \times \vec{v}| = d \cdot |\vec{v}|$$

4. 点到面的距离

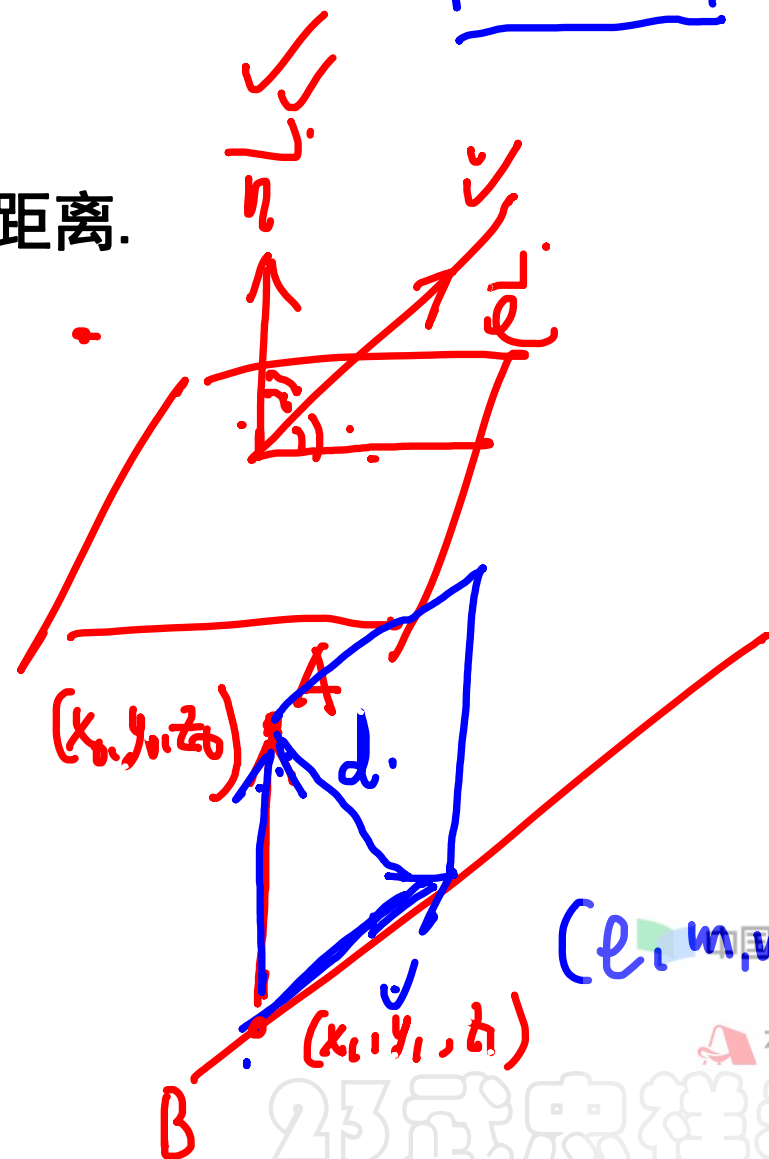
点 (x_0, y_0, z_0) 到平面 $Ax + By + Cz + D = 0$ 的距离.

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

5. 点到直线距离

点 (x_0, y_0, z_0) 到直线 $\frac{x-x_1}{l} = \frac{y-y_1}{m} = \frac{z-z_1}{n}$

$$d = \frac{|\{x_1 - x_0, y_1 - y_0, z_1 - z_0\} \times \{l, m, n\}|}{\sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$$



$$(l, m, n) = \vec{v}$$

有道考神

23武忠祥考研

常考题型与典型例题

常考题型

建立平面和直线方程

【例1】(1987年1) 与两直线 $\begin{cases} x = 1, \\ y = -1 + t, \\ z = 2 + t \end{cases}$ 及 $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$

都平行, 且过原点的平面方程为 .

第三节 曲面与空间曲线

1. 曲面方程: 一般式 $F(x, y, z) = 0$ 或 $z = f(x, y)$

2. 空间曲线:

i) 参数式: $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$ ii) 一般式: $\begin{cases} F(x, y, z) = 0 \\ G(x, y, z) = 0 \end{cases}$

3. 常见曲面

1) 旋转面: 一条平面曲线绕平面上一条直线旋转;

设 L 是 $yo z$ 平面上一条曲线, 其方程是 $\begin{cases} f(y, z) = 0 \\ x = 0 \end{cases}$, 则

(1) L 绕 y 轴旋转所得旋转面方程为 $f(y, \pm\sqrt{x^2 + z^2}) = 0$.

(2) L 绕 z 轴旋转所得旋转面方程为 $f(\pm\sqrt{x^2 + y^2}, z) = 0$.

2.柱面: 平行于定直线并沿定曲线移动的直线L形成

的轨迹;

(1) 准线为 $\Gamma: \begin{cases} f(x, y) = 0 \\ z = 0 \end{cases}$, 母线平行于 z 轴的柱面方程

为 $f(x, y) = 0$;

(2) 准线为 $\Gamma: \begin{cases} F(x, y, z) = 0 \\ G(x, y, z) = 0 \end{cases}$ 母线平行于 z 轴的柱面方程

为 $H(x, y) = 0$.

3. 二次曲面

(1) 椭圆锥面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = z^2$; 特别的: 圆锥面 $x^2 + y^2 = z^2$

(2) 椭球面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$; 特别的: 球面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$



中国大学MOOC

有道考神

武忠祥考研

(3) 单叶双曲面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

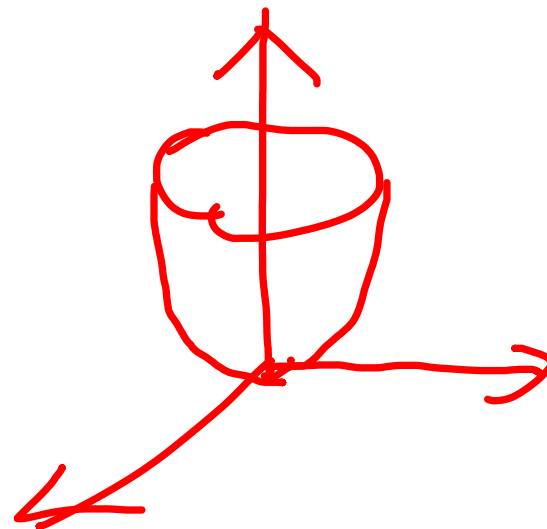
(4) 双叶双曲面 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

(5) 椭圆抛物面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = z;$

特别的：旋转抛物面

$$z = x^2 + y^2$$

(6) 双曲抛物面 (马鞍面) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = z$



4) 空间曲线投影

曲线 $\Gamma: \begin{cases} F(x, y, z) = 0 \\ G(x, y, z) = 0 \end{cases}$

在 xoy 面上的投影曲线方程为

$$\begin{cases} H(x, y) = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

常考题型与典型例题

常考题型

建立柱面和旋转面方程

【例1】求以曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + 2z^2 = 1 \\ z = x^2 + y^2 \end{cases}$ 为准线, 母线平行于 z 轴的柱面.

【解】将 $z = x^2 + y^2$ 代入 $x^2 + y^2 + 2z^2 = 1$ 得

$$\underline{x^2 + y^2} + 2(\underline{x^2 + y^2})^2 = 1$$

即 $\underline{x^2 + y^2} = \frac{1}{2}$ 为所要求的柱面.

【例2】求下列曲线绕指定的轴旋转产生的旋转面的方程

1) $\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 1 \\ z = 0 \end{cases}$ 分别绕 x 轴和 y 轴旋转.

2) $\begin{cases} z = y^2 \\ x = 0 \end{cases}$ 分别绕 y 轴和 z 轴旋转.

【解】 1) 绕 x 轴: $2x^2 + y^2 + z^2 = 1$

绕 y 轴: $2(x^2 + z^2) + y^2 = 1$

2) 绕 y 轴: $x^2 + z^2 = y^4$

绕 z 轴: $z = y^2 + x^2$

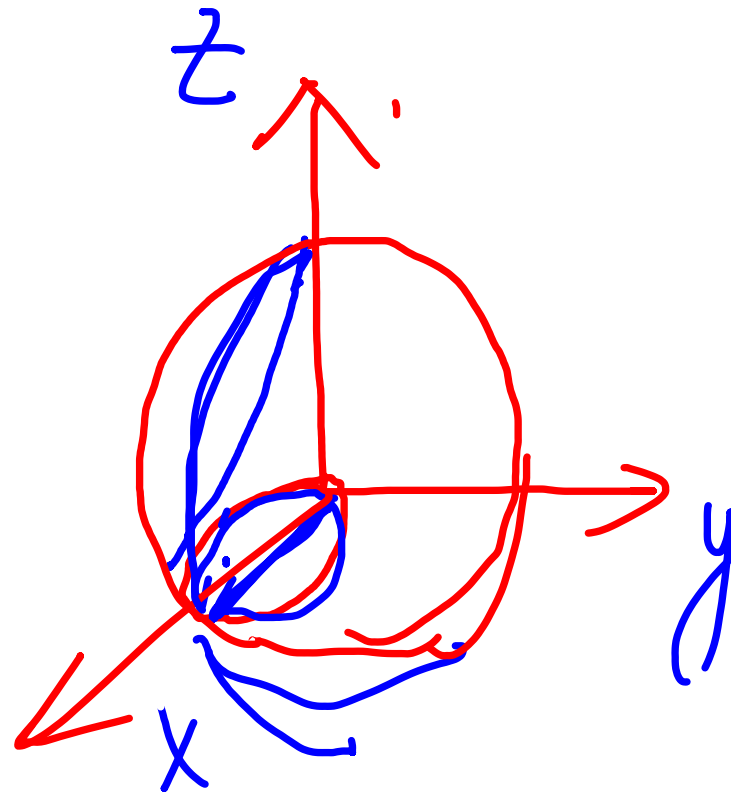
【例3】求曲线 $L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = a^2 (a > 0) \\ x^2 + y^2 = ax \end{cases}$ 在 xoy 面和 xoz

面上的投影曲线方程.

【解】在 xoy 面上的投影为

在 xoz 面上的投影为

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = ax \\ z = 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} z^2 + ax = a^2, (0 \leq x \leq a) \\ y = 0 \end{cases}$$



第四节 多元微分在几何上的应用

1. 曲面的切平面与法线 ✓

$$f(x,y) - z = 0$$

1) 曲面 $F(x,y,z) = 0$ ✓

法向量: $\mathbf{n} = \{F_x, F_y, F_z\}$

2) 曲面 $z = f(x,y)$ ✓

法向量: $\mathbf{n} = \{f_x, f_y, -1\}$

2. 曲线的切线与法平面

1) 曲线 $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$ ✓

切向量: $\boldsymbol{\tau} = \{x'(t_0), y'(t_0), z'(t_0)\}$

2) 曲线 $\begin{cases} F(x,y,z) = 0 \\ G(x,y,z) = 0 \end{cases}$ ✓

切向量: $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2$

✓ 其中 $\mathbf{n}_1 = \{F_x, F_y, F_z\}, \mathbf{n}_2 = \{G_x, G_y, G_z\}$



常考题型与典型例题

常考题型

建立曲面的切平面和法线及曲线的切线和法平面

【例1】(2013年) 曲面 $x^2 + \cos(xy) + yz + x = 0$ 在点 (0,1,-1) ✓

处的切平面方程为

✓ (A) $x - y + z = -2$.

(B) $x + y + z = 0$.

(C) $x - 2y + z = -3$.

(D) $x - y - z = 0$.

A

✗ $\vec{n} = (1, -1, 1)$ ✓

$$1 \cdot (x-0) - 1 \cdot (y-1) + 1 \cdot (z+1) = 0$$

$$x - y + z = -2$$

$$F_x = 2x - y \sin(xy) + 1$$

$$F_y = -x \sin(xy) + z$$

$$F_z = y$$

【例2】(1993年) 由曲线 $\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 12, \\ z = 0 \end{cases}$ 绕轴 y 旋转一周得

到的旋转面在点 $(0, \sqrt{3}, \sqrt{2})$ 处的指向外侧的单位法向量为_____.

$$(0, \sqrt{\frac{2}{5}}, \sqrt{\frac{3}{5}})$$

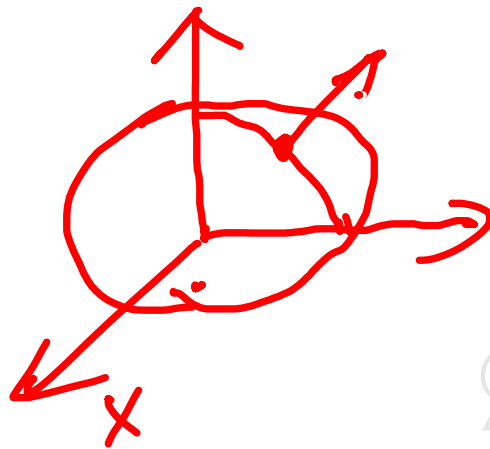
$$F: 3x^2 + 3z^2 + 2y^2 = 12 = 0$$

$$\vec{n} = (0, 2\sqrt{3}, 2\sqrt{2})$$

$$|\vec{n}| = \sqrt{12 + 18} = \sqrt{30}$$

$$(3x, 2y, 3z) = (0, \sqrt{2}, \sqrt{3})$$

$$\vec{n}^0 = (0, \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{30}}, \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{30}})$$



【例3】(2003年) 曲面 $z = x^2 + y^2$ 与平面 $2x + 4y - z = 0$

平行的切平面的方程是 _____.

$$2x + 4y - z = 5$$

$$\vec{n}_1 = (2, 4, -1)$$

$$x^2 + y^2 - z = 0$$

$$2(x-1) + 4(y-2) - (z-5) = 0$$

$$\vec{n} = (2x, 2y, -1)$$

$$2x + 4y - z = 5$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{2y}{4} = \frac{-1}{-1} = 1$$

$$x=1, y=2, z=5$$

【例4】求曲线 $x = t - \sin t$ $y = 1 - \cos t$, $z = 4 \sin \frac{t}{2}$ 在点

$t = \frac{\pi}{2}$ 处的切线方程和法平面方程.

$\vec{\tau} = (1, 1, \sqrt{2})$

$(\frac{\pi}{2} - 1, 1, 2\sqrt{2})$

切线方程为 $\frac{x + 1 - \frac{\pi}{2}}{1} = \frac{y - 1}{1} = \frac{z - 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

法平面方程为 $x + y + \sqrt{2}z - \frac{\pi}{2} - 4 = 0$

【例5】求曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 6 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ 在点 $(1, -2, 1)$

处的切线和法平面方程.

$$\vec{G} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2$$

$$\vec{n}_1 = (1, -2, 1)$$

$$\vec{n}_2 = (1, 1, 1)$$

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (-3, 0, 3)$$

切线方程为

$$\frac{x-1}{-3} = \frac{y+2}{0} = \frac{z-1}{3}$$

法平面方程为

$$x - z = 0$$

$$-3(x-1) + 0(y+2) + 3(z-1) = 0$$

$$\rightarrow x + z - 1 = 0$$

祝同学们

考研路上一路顺利!



还不关注，
你就慢了

