

1.3 量子ビット状態を表現する

ブロッホ球

量子重ね合わせ

0と1の2つの要素が重ね合っていて、そのうちの0が占める割合が α で表される量、1が占める割合が β で表される量とすると、以下のように表すことができます。

量子ビットは、1 量子ビットの場合は $|0\rangle$ 、 $|1\rangle$ と表現されます。

$$|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

記号 $|\varphi\rangle$ はブサイケットと読み、0と1が重ね合わされている状態を表します。

但し、“ α ”、“ β ”は以下を満たす複素数です。 $(\alpha, \beta \in \mathbb{C})$

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

“ α ”、“ β ”は、「確率振幅」と呼ばれ、実際の確率は、それぞれ二乗した値となります。

- $|0\rangle$ が占める割合(確率) $\rightarrow |\alpha|^2$
- $|1\rangle$ が占める割合(確率) $\rightarrow |\beta|^2$

量子ビットとブロッホ球

ブロッホ球は量子ビットの状態を半径1の単位球面上の点として表現したものです。

- 図中の " θ " と " ϕ " は、それぞれ緯度と経度を表しています。

ブロッホ球上、状態ベクトル ($|\psi\rangle$) が存在する状況を、三角関数を用いて下記のように表現します。

$$|\varphi\rangle = \cos(\theta/2)|0\rangle + e^{i\phi}\sin(\theta/2)|1\rangle$$

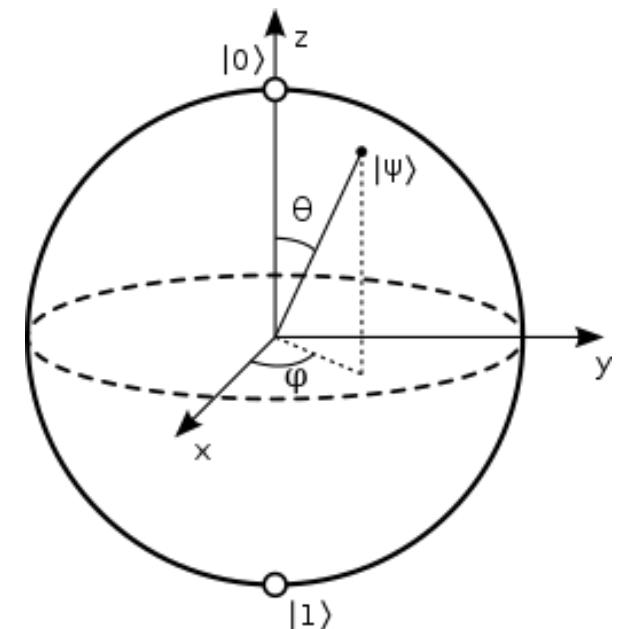
但し、 $0 < \theta \leq \pi$ 、 $0 \leq \phi \leq 2\pi$

右図の通り、北極点に当たる位置が、量子ビット " $|0\rangle$ " の状態、南極点に当たる位置が、量子ビット " $|1\rangle$ " の状態、それ以外が、" $|0\rangle$ "、" $|1\rangle$ " の重ね合わせの状態になります。

また、xyz3次元直交座標の原点をブロッホ球の中心に合わせた時、" θ " はz軸となす角、" ϕ " は " $|\psi\rangle$ " からxy平面上に下した垂線がx軸となす角になります。

さらに、球面上の " $|\psi\rangle$ " の3次元座標x,y,zを表した場合、" θ "、" ϕ " 及びx,y,zは以下の関係があります。

$$\begin{aligned} x &= \sin\theta \cdot \cos\phi \\ y &= \sin\theta \cdot \sin\phi \\ z &= \cos\theta \end{aligned}$$



確率の総和が、1であることから、量子ビットを球面上の1点として理解することで、視覚的に量子状態をみることができ、更に量子ゲートによる、量子ビットの変換を理解するのに役立ちます。

量子ビットとブロッホ球（つづき）

①量子ビットが $|0\rangle$ の場合

- 量子ビットが $|0\rangle$ の場合、ブロッホ球は図①のようになります。
- それぞれの角度 θ 、 ϕ は0なので、 $|\psi\rangle$ は以下ようになります。

$$|\psi\rangle = \cos(0)|0\rangle + e^0 \sin(0)|1\rangle = |0\rangle$$

②量子ビットが $|1\rangle$ の場合

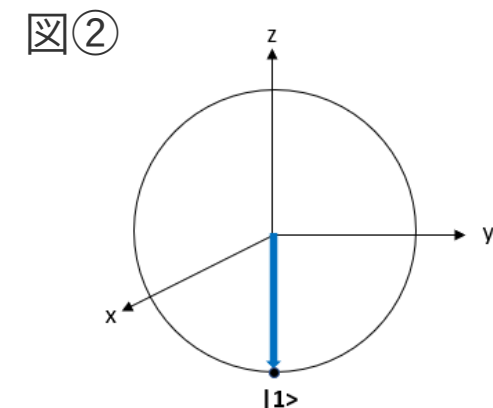
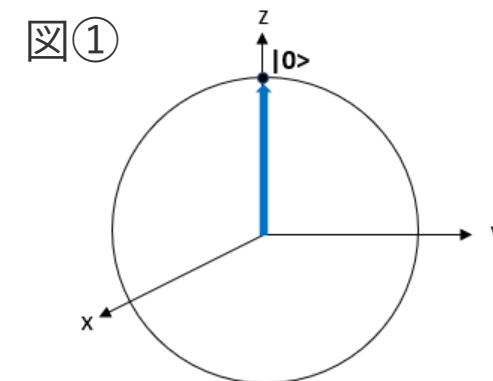
- 量子ビットが $|1\rangle$ の場合は、以下ようになります。

$$|\psi\rangle = \cos(\theta/2)|0\rangle + e^{i\phi} \sin(\theta/2)|1\rangle = |1\rangle$$

これを満たすためには、

$\cos(\theta/2)=0$ 、 $e^{i\phi}=1$ 、 $\sin(\theta/2)=1$ となるため、 θ 、 ϕ は以下となります。

$$\begin{aligned}\phi &= 0 \\ \theta &= \pi\end{aligned}$$



量子ビットとブロッホ球（つづき）

③量子ビットが $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ の場合

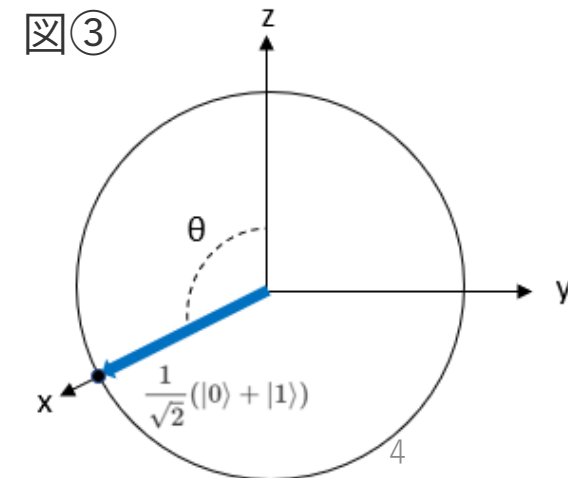
・量子ビットが $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ の場合、以下ようになります。

$$|\psi\rangle = \cos(\theta/2)|0\rangle + e^{i\phi}\sin(\theta/2)|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

これを満たすために、 $\cos(\theta/2) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 、 $e^{i\phi}\sin(\theta/2) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ となるため、図③となります。

$$\begin{aligned}\phi &= \pi/2 \\ \theta &= 0\end{aligned}$$

上記、 $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ は、アダマール変換を行ったときの量子状態です。
つまり、 $|0\rangle$ と $|1\rangle$ の重ね合せ状態を意味します。



ブロッホ球とゲート

ゲート名	呼称	ブロッホ球上の動き	行列表現
Xゲート	パウリX	X軸を180度回転	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
Yゲート	パウリY	Y軸を180度回転	$\begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$
Zゲート	パウリZ	Z軸を180度回転	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
Hゲート	アダマール変換	X=Z, Y=0の直線を軸に180度回転	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$
Sゲート	位相シフトゲート (90度)	Z軸を90度回転	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{\frac{i\pi}{2}} \end{bmatrix}$
Tゲート	位相シフトゲート (45度)	Z軸を45度回転	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{\frac{i\pi}{4}} \end{bmatrix}$

本資料の著作権は、日本アイ・ビー・エム株式会社（IBM Corporationを含み、以下、IBMといいます。）に帰属します。

ワークショップ、セッション、および資料は、IBMまたはセッション発表者によって準備され、それぞれ独自の見解を反映したものです。それらは情報提供の目的のみで提供されており、いかなる参加者に対しても法律的またはその他の指導や助言を意図したのではなく、またそのような結果を生むものでもありません。本資料に含まれている情報については、完全性と正確性を期するよう努力しましたが、「現状のまま」提供され、明示または暗示にかかわらずいかなる保証も伴わないものとします。本資料またはその他の資料の使用によって、あるいはその他の関連によって、いかなる損害が生じた場合も、IBMまたはセッション発表者は責任を負わないものとします。本資料に含まれている内容は、IBMまたはそのサプライヤーやライセンス交付者からいかなる保証または表明を引きだすことを意図したものでなく、IBMソフトウェアの使用を規定する適用ライセンス契約の条項を変更することを意図したものでなく、またそのような結果を生むものでもありません。

本資料でIBM製品、プログラム、またはサービスに言及していても、IBMが営業活動を行っているすべての国でそれらが使用可能であることを暗示するものではありません。本資料で言及している製品リリース日付や製品機能は、市場機会またはその他の要因に基づいてIBM独自の決定権をもっていつでも変更できるものとし、いかなる方法においても将来の製品または機能が使用可能になると確約することを意図したものではありません。本資料に含まれている内容は、参加者が開始する活動によって特定の販売、売上高の向上、またはその他の結果が生じると述べる、または暗示することを意図したものでなく、またそのような結果を生むものでもありません。パフォーマンスは、管理された環境において標準的なIBMベンチマークを使用した測定と予測に基づいています。ユーザーが経験する実際のスループットやパフォーマンスは、ユーザーのジョブ・ストリームにおけるマルチプログラミングの量、入出力構成、ストレージ構成、および処理されるワークロードなどの考慮事項を含む、数多くの要因に応じて変化します。したがって、個々のユーザーがここで述べられているものと同様の結果を得られると確約するものではありません。

記述されているすべてのお客様事例は、それらのお客様がどのようにIBM製品を使用したか、またそれらのお客様が達成した結果の実例として示されたものです。実際の環境コストおよびパフォーマンス特性は、お客様ごとに異なる場合があります。

IBM、IBM ロゴは、米国やその他の国におけるInternational Business Machines Corporationの商標または登録商標です。他の製品名およびサービス名等は、それぞれIBMまたは各社の商標である場合があります。現時点での IBM の商標リストについては、ibm.com/trademarkをご覧ください