

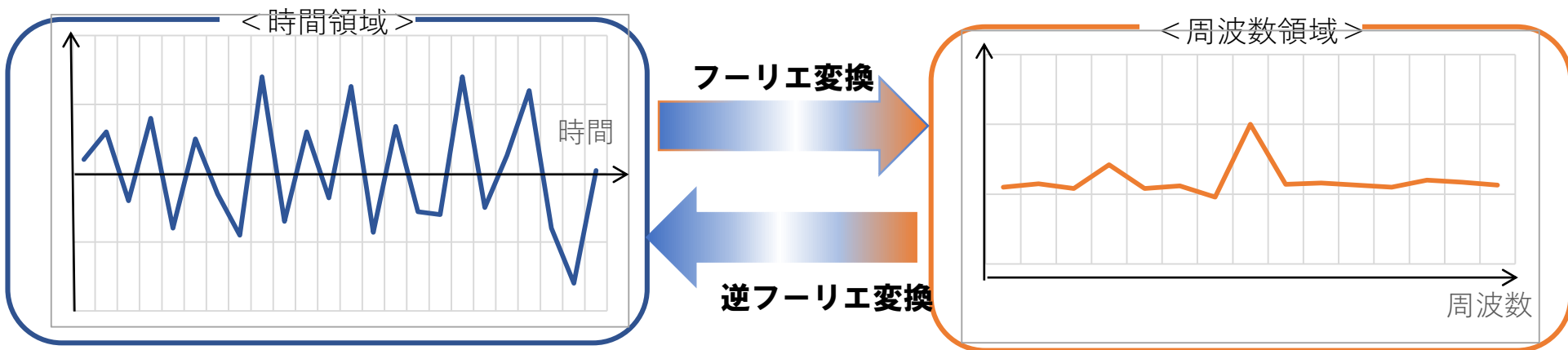
3.5 量子フーリエ変換

量子フーリエ変換

量子フーリエ変換(Quantum Fourier Transform, QFT)とは、量子コンピュータ上で離散フーリエ変換に対応する、アルゴリズムです。

そもそもフーリエ変換とは、ある現象を別の視点で表現するための変換のことです。

- フーリエ変換のイメージ



- 波は時間に対する波形(振幅)で表現されるのが一般的です。これを時間領域の関数と呼びます。
- 時間領域の関数はフーリエ変換によって周波数領域の関数に変換されます。
つまり、波がどの周波数の基本波がどれくらいの割合で構成されているかという視点で表現されます。
- つまり波という現象を時間の視点で表現していたものが、フーリエ変換によって周波数の視点で表現されるようになったといえます。

量子フーリエ変換は何を変換しているのか

量子フーリエ変換も同様に、情報を量子状態と位相という視点での表現へ変換を行っています。
量子フーリエ変換は以下の数式で表現されます。

$$|j\rangle \xrightarrow{QFT} \frac{1}{\sqrt{2^n}} (|0\rangle + e^{i2\pi 0.j_n} |1\rangle) \otimes (|0\rangle + e^{i2\pi 0.j_{n-1}j_n} |1\rangle) \otimes \cdots \otimes (|0\rangle + e^{i2\pi 0.j_1 \dots j_n} |1\rangle)$$

ここで j とは j を2進数表記したときのi桁目です。例えば $j=5$ であれば2進数表記で、 $j=j_1j_2j_3=101$ です。

$$|5\rangle \xrightarrow{QFT} \frac{1}{\sqrt{2^3}} (|0\rangle + e^{i2\pi 0.1} |1\rangle) \otimes (|0\rangle + e^{i2\pi 0.01} |1\rangle) \otimes \cdots \otimes (|0\rangle + e^{i2\pi 0.101} |1\rangle)$$

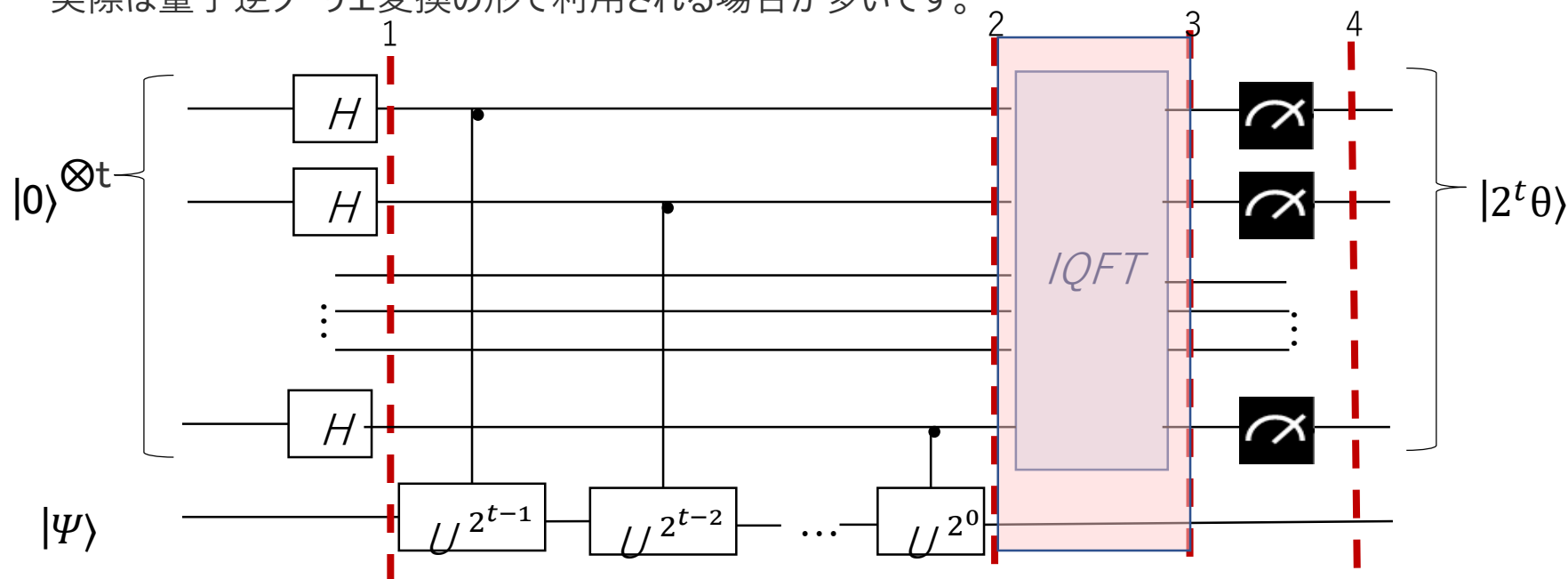
- 量子フーリエ変換によって量子状態 $|j\rangle$ を構成する各量子ビットの情報が、数式の赤い部分で表したように位相に反映されていることが確認できます。

量子フーリエ変換は何のために使われるのか

量子フーリエ変換が理解しにくいのは、利用される目的がわからないからという理由が大きい。

量子フーリエ変換がどこで何のために利用されているか？

- 量子フーリエ変換は単体で使用されるというよりは、様々なサブルーチンやアルゴリズムの一工程として利用されています。実際は量子逆フーリエ変換の形で利用される場合が多いです。



- 上の画像は量子フーリエ変換の利用先として最も有名な量子位相推定の構成です。赤枠に量子逆フーリエ変換が利用されています。これは位相情報を量子状態に書き込むために利用されています。
- 量子アルゴリズムやサブルーチンの多くは位相情報をうまく利用して、量子状態に対して操作を行っています。そのため量子状態と位相間で情報を変換する量子フーリエ変換は重要な役割を果たしています。

量子フーリエ変換の導出

1Qビットの場合

- $n=1$ の場合は、2 ページの式は、以下の通りとなり、

$$|j_0\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + e^{i2\pi 0 \cdot j_0} |1\rangle)$$

- つまり、以下のようになり、

$$|0\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle)$$

$$|1\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle - |1\rangle)$$

- 下記のようにアダマールゲートであることが良いことがわかります。

$$H \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

量子フーリエ変換の導出

2Qビットの場合

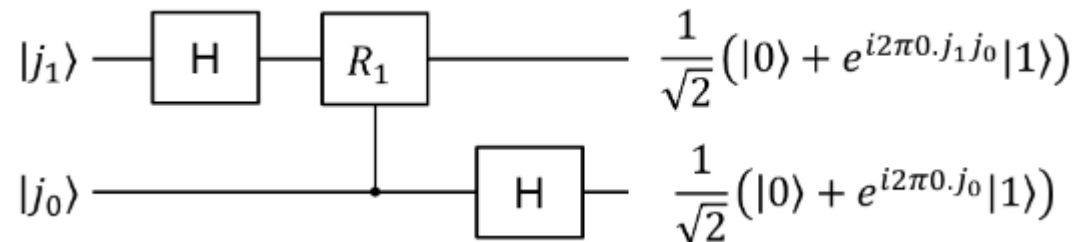
- 2ページの式と1Qビットの例から2Qビットでは以下ようになります。

$$|j_1 j_0\rangle \xrightarrow{QFT} \frac{1}{\sqrt{2^n}} (|0\rangle + e^{i2\pi 0 \cdot j_0} |1\rangle) \otimes (|0\rangle + e^{i2\pi 0 \cdot j_1 j_0} |1\rangle)$$

- J_1 にHを掛けた後、 $e^{i2\pi/4}$ を、 j_0 が1の時だけ J_1 を掛ければ良いのです。
- 実現するには、以下のような位相ゲートを使います。

$$R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & e^{i2\pi/4} \end{pmatrix}$$

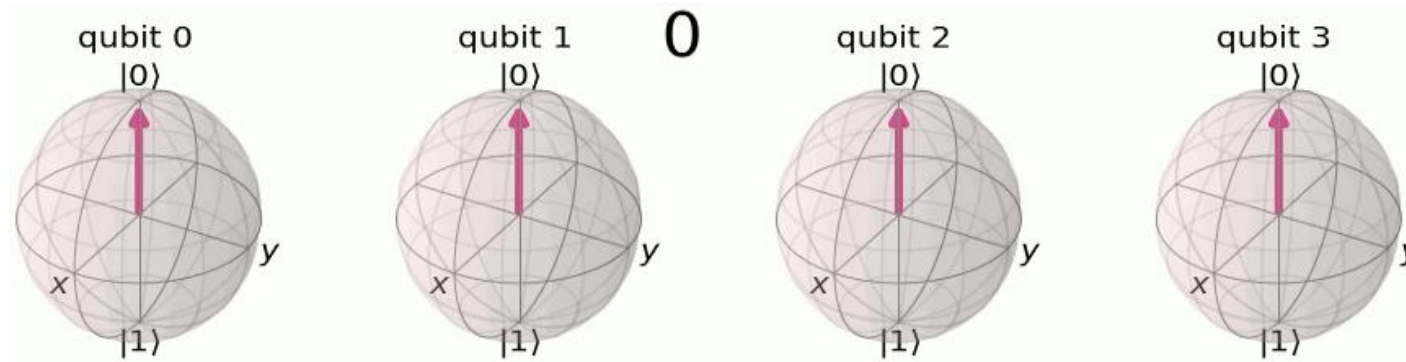
- これにより、2ビットの量子回路は以下ようになります。



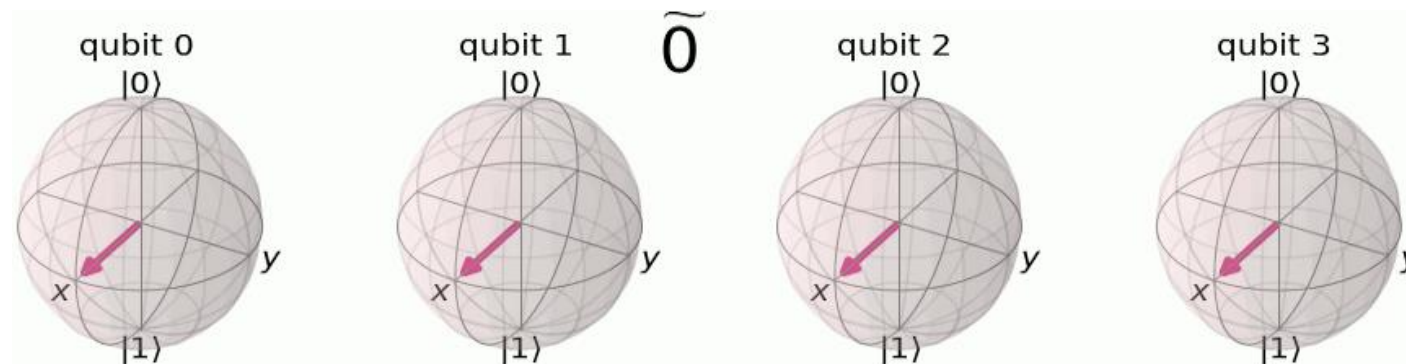
2 Qビット以上は
繰り返しで実装可能

量子フーリエ変換の導出

計算基底



フーリエ基底



本資料の著作権は、日本アイ・ビー・エム株式会社（IBM Corporationを含み、以下、IBMといいます。）に帰属します。

ワークショップ、セッション、および資料は、IBMまたはセッション発表者によって準備され、それぞれ独自の見解を反映したものです。それらは情報提供の目的のみで提供されており、いかなる参加者に対しても法律的またはその他の指導や助言を意図したのではなく、またそのような結果を生むものでもありません。本資料に含まれている情報については、完全性と正確性を期するよう努力しましたが、「現状のまま」提供され、明示または暗示にかかわらずいかなる保証も伴わないものとします。本資料またはその他の資料の使用によって、あるいはその他の関連によって、いかなる損害が生じた場合も、IBMまたはセッション発表者は責任を負わないものとします。本資料に含まれている内容は、IBMまたはそのサプライヤーやライセンス交付者からいかなる保証または表明を引きだすことを意図したものでなく、IBMソフトウェアの使用を規定する適用ライセンス契約の条項を変更することを意図したものでなく、またそのような結果を生むものでもありません。

本資料でIBM製品、プログラム、またはサービスに言及していても、IBMが営業活動を行っているすべての国でそれらが使用可能であることを暗示するものではありません。本資料で言及している製品リリース日付や製品機能は、市場機会またはその他の要因に基づいてIBM独自の決定権をもっていつでも変更できるものとし、いかなる方法においても将来の製品または機能が使用可能になると確約することを意図したものではありません。本資料に含まれている内容は、参加者が開始する活動によって特定の販売、売上高の向上、またはその他の結果が生じると述べる、または暗示することを意図したものでなく、またそのような結果を生むものでもありません。パフォーマンスは、管理された環境において標準的なIBMベンチマークを使用した測定と予測に基づいています。ユーザーが経験する実際のスループットやパフォーマンスは、ユーザーのジョブ・ストリームにおけるマルチプログラミングの量、入出力構成、ストレージ構成、および処理されるワークロードなどの考慮事項を含む、数多くの要因に応じて変化します。したがって、個々のユーザーがここで述べられているものと同様の結果を得られると確約するものではありません。

記述されているすべてのお客様事例は、それらのお客様がどのようにIBM製品を使用したか、またそれらのお客様が達成した結果の実例として示されたものです。実際の環境コストおよびパフォーマンス特性は、お客様ごとに異なる場合があります。

IBM、IBM ロゴは、米国やその他の国におけるInternational Business Machines Corporationの商標または登録商標です。他の製品名およびサービス名等は、それぞれIBMまたは各社の商標である場合があります。現時点での IBM の商標リストについては、ibm.com/trademarkをご覧ください