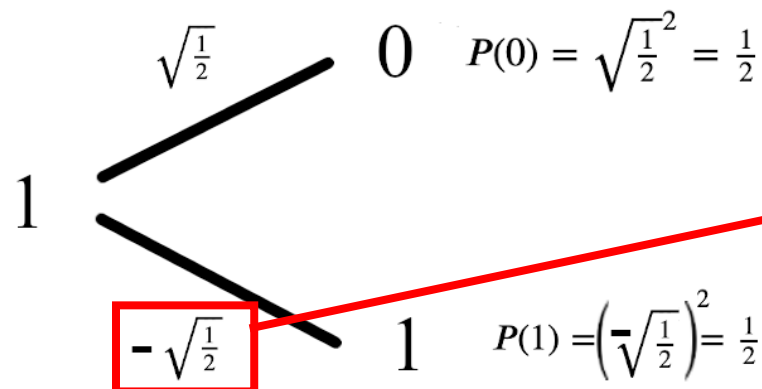
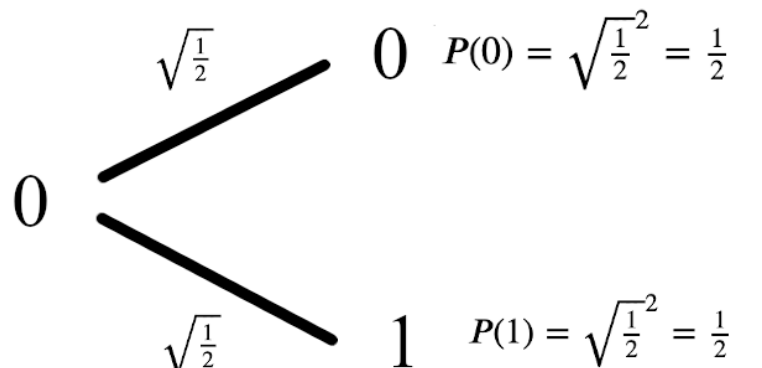


量子とは？

マイナスの確率!?

Qiskit textbook に出てくる不思議な確率

表 (Head)と裏 (Tail) の2つの状態の代わりに、量子ビットの2つの状態を0と1とし量子コインとして量子コイントスを行います。コインの状態を測定し、樹形図にプロットすると以下ようになります。



Qiskit textbook 0章の前

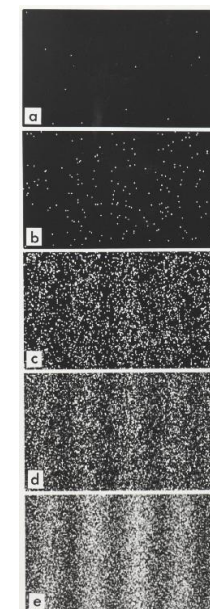
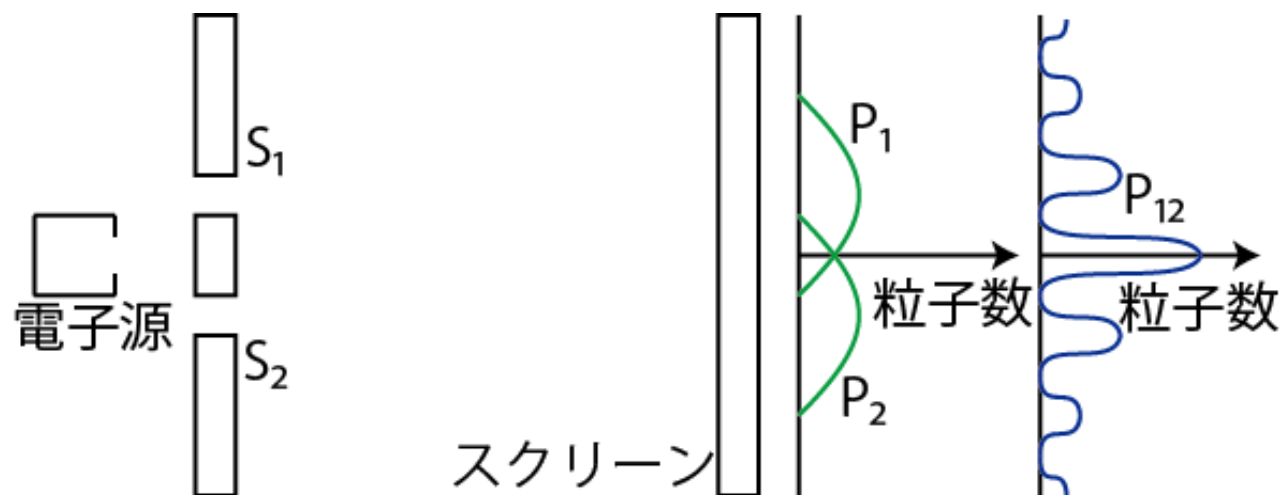
$-\sqrt{\frac{1}{2}}$!? これって何?

マイナスの確率?

この疑問を解説する前に. . .

二重スリットの実験

同位相の光を2重スリットに通すとスクリーン上に干渉模様が現れます。これは光の波動性を示すものとして知られています。ここでは、光の代わりに電子を考えてみます。電子を1個ずつ発射し、描く模様を観測しました。



電子でもやはり干渉縞が観測でき波動性を示しています。

原子のような小さな世界(量子)の自然法則を支配する基本方程式を考えよう。

粒子の波動性を示すド・ブローイ波の式 $\lambda = \frac{h}{p}$; p :運動量, λ :波長, h :プランク定数

運動方程式 $E = \frac{1}{2}mv^2$; m :質量 v :速度

上記 2 式を考慮し、シュレーディンガーが以下のような波動方程式を提案しました。

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(r, t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r, t) \right) \psi(r, t)$$

この方程式の解釈についてシュレーディンガー自身も検討していました。その中でボルンにより、この波動方程式の解である波動関数の絶対値の 2 乗が、ある場所で粒子を見つける確率に比例するという波動関数の確率解釈が提案されました。

波動関数の絶対値の二乗が、
ある場所で粒子を見つける確
率に比例する。



[https://ja.wikipedia.org/wiki/](https://ja.wikipedia.org/wiki/マックス・ボルン)

マックス・ボルン

それはどういうことだろうか？

光、電子が波であるということから先程の波動関数を $\varphi(t, x) = A e^{i\theta(t, x)}$ (A :振幅、 θ :位相) とすると、

ある空間での粒子の存在確率は $\varphi(t, x)^2 = A e^{i\theta(t, x)} \underline{A e^{-i\theta(t, x)}} = A^2$ 。

波動関数の絶対値(振幅)の2乗が粒子の存在確率となることが知られているため、
この振幅を**複素確率振幅**と言います。

ある複素数に対して、絶対値が等しく、
虚数部分の符号が異なる複素数を共
役複素数と呼びます。

量子ビットの場合

波動関数 $|\varphi\rangle$ は以下のように $|0\rangle$ と $|1\rangle$ の重ね合わせで表現されます。
つまり、量子ビットは必ず $|0\rangle$ か $|1\rangle$ の状態にあるので、 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$
となる確率振幅 α 、 β を用いて以下ようになります。

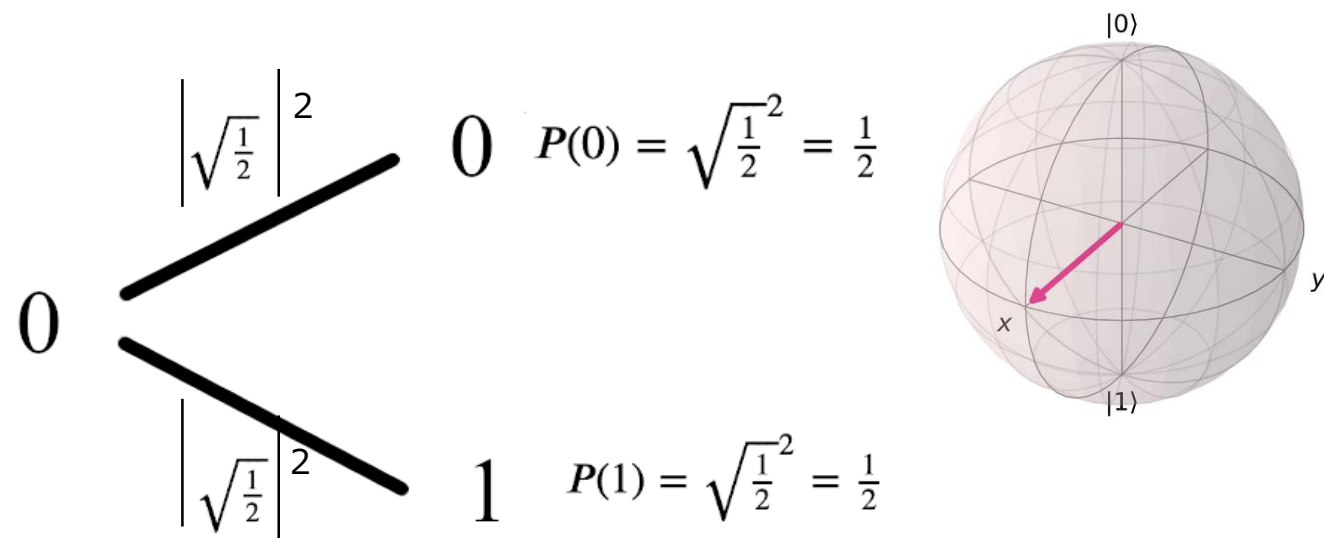
$$|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

この式の解釈として、 α^2 の確率で $|0\rangle$ 、一方 β^2 の確率で $|1\rangle$ となります。

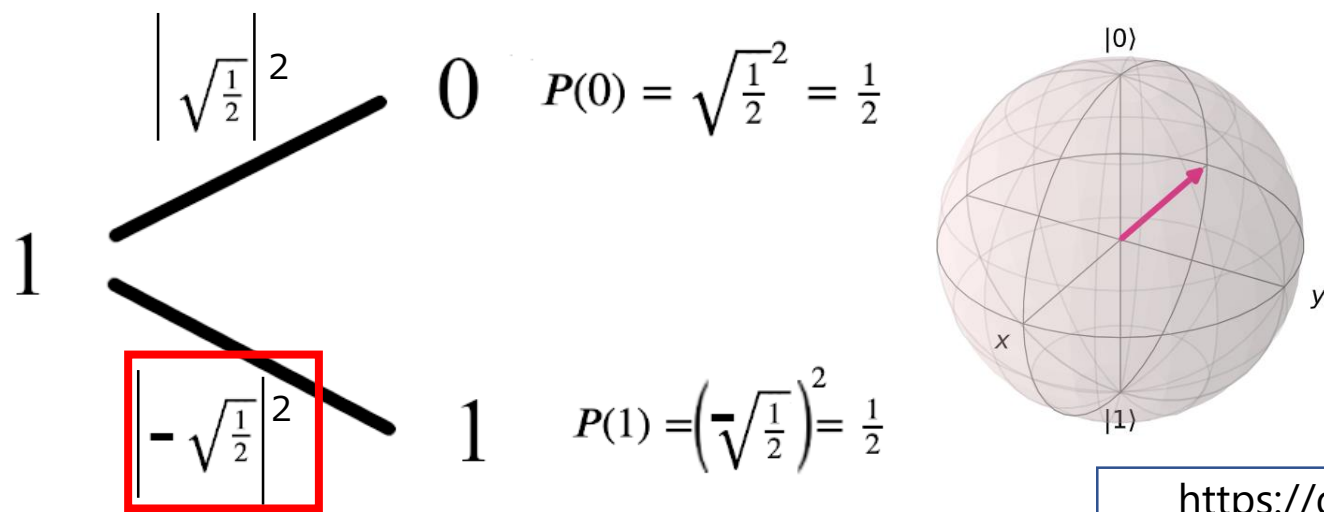
量子ビットとは量子情報の最小単位である。従来の情報量の単位「bit」に対する単位の表現としては、quantum bit と書くよりは **Qubit**（キュービット・キュビット・クビットなど）と書くことが多い。ビットは0と1の状態しかとれないことに対して量子ビットは0と1と、その重ね合わせの状態を取れるということである。

ウィキペディア「量子ビット」参照 <https://ja.wikipedia.org/wiki/量子ビット>

$|0\rangle, |1\rangle$ の量子ビットに量子コイントスを実施してみると...

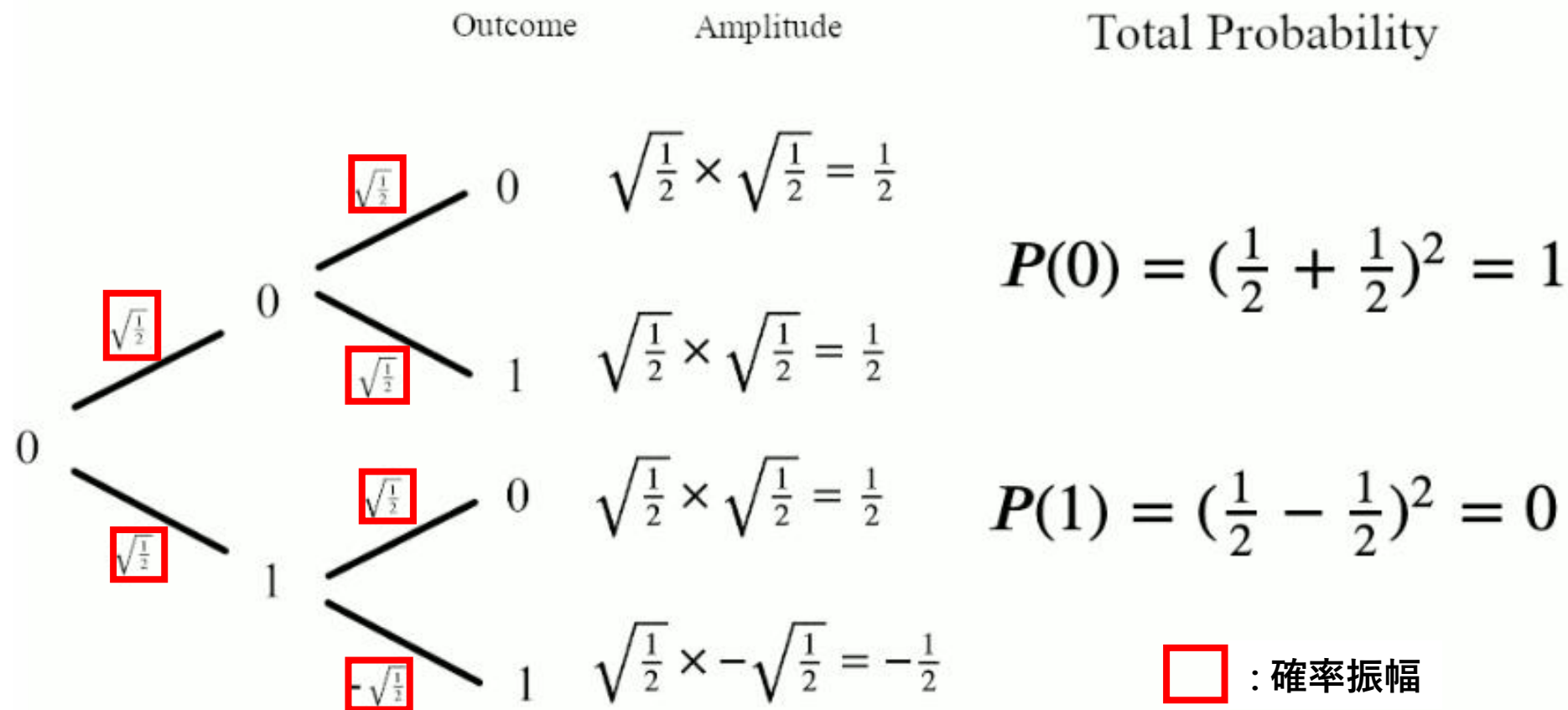


$|0\rangle$ に量子コイントスした状態は
 $\frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$
 つまり、 $\left| \frac{1}{\sqrt{2}} \right|^2$ の確率で $|0\rangle$ 、
 $\left| \frac{1}{\sqrt{2}} \right|^2$ の確率で $|1\rangle$



$|1\rangle$ に量子コイントスした状態は
 $\frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$
 つまり、 $\left| \frac{1}{\sqrt{2}} \right|^2$ の確率で $|0\rangle$ 、
 $\left| -\frac{1}{\sqrt{2}} \right|^2$ の確率で $|1\rangle$

$|0\rangle$ の量子ビットに2回量子コイントスを作用させた状態を表すと...



確率振幅を乗算してに $|0\rangle$ なる確率、 $|1\rangle$ になる確率を導くとそれぞれ 1, 0 になります。つまり、量子コイントスを 2 回作用させると必ず元の状態に戻る。ということが確認できます。

Qiskit textbook に出てくる不思議な数字は**複素確率振幅**。

量子コンピューターは複素確率振幅の干渉を利用して間違った答えをキャンセルし、正しい答えを取り出すことができます。

本資料の著作権は、日本アイ・ビー・エム株式会社（IBM Corporationを含み、以下、IBMといいます。）に帰属します。ワークショップ、セッション、および資料は、IBMまたはセッション発表者によって準備され、それぞれ独自の見解を反映したものです。それらは情報提供の目的のみで提供されており、いかなる参加者に対しても法律的またはその他の指導や助言を意図したのではなく、またそのような結果を生むものでもありません。本資料に含まれている情報については、完全性と正確性を期するよう努力しましたが、「現状のまま」提供され、明示または暗示にかかわらずいかなる保証も伴わないものとします。本資料またはその他の資料の使用によって、あるいはその他の関連によって、いかなる損害が生じた場合も、IBMまたはセッション発表者は責任を負わないものとします。本資料に含まれている内容は、IBMまたはそのサプライヤーやライセンス交付者からいかなる保証または表明を引きだすことを意図したものでなく、IBMソフトウェアの使用を規定する適用ライセンス契約の条項を変更することを意図したものでなく、またそのような結果を生むものでもありません。

本資料でIBM製品、プログラム、またはサービスに言及していても、IBMが営業活動を行っているすべての国でそれらが使用可能であることを暗示するものではありません。本資料で言及している製品リリース日付や製品機能は、市場機会またはその他の要因に基づいてIBM独自の決定権をもっていつでも変更できるものとし、いかなる方法においても将来の製品または機能が使用可能になると確約することを意図したものではありません。本資料に含まれている内容は、参加者が開始する活動によって特定の販売、売上高の向上、またはその他の結果が生じると述べる、または暗示することを意図したものでなく、またそのような結果を生むものでもありません。パフォーマンスは、管理された環境において標準的なIBMベンチマークを使用した測定と予測に基づいています。ユーザーが経験する実際のスループットやパフォーマンスは、ユーザーのジョブ・ストリームにおけるマルチプログラミングの量、入出力構成、ストレージ構成、および処理されるワークロードなどの考慮事項を含む、数多くの要因に応じて変化します。したがって、個々のユーザーがここで述べられているものと同様の結果を得られると確約するものではありません。

記述されているすべてのお客様事例は、それらのお客様がどのようにIBM製品を使用したか、またそれらのお客様が達成した結果の実例として示されたものです。実際の環境コストおよびパフォーマンス特性は、お客様ごとに異なる場合があります。

IBM、IBM ロゴは、米国やその他の国におけるInternational Business Machines Corporationの商標または登録商標です。他の製品名およびサービス名等は、それぞれIBMまたは各社の商標である場合があります。現時点での IBM の商標リストについては、ibm.com/trademarkをご覧ください