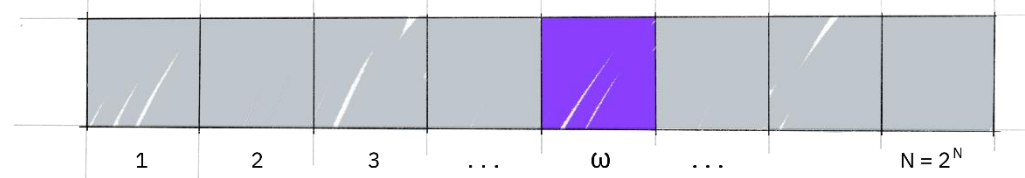


3.8 グローバーのアルゴリズム

グローバーのアルゴリズム

a) グローバーのアルゴリズムとは

- 整列化されていないN個の要素を持つデータベースから、特定のデータを探索するための量子アルゴリズムです。



b) アルゴリズムの流れ

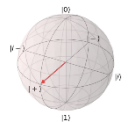
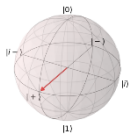
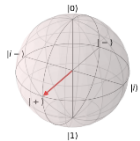
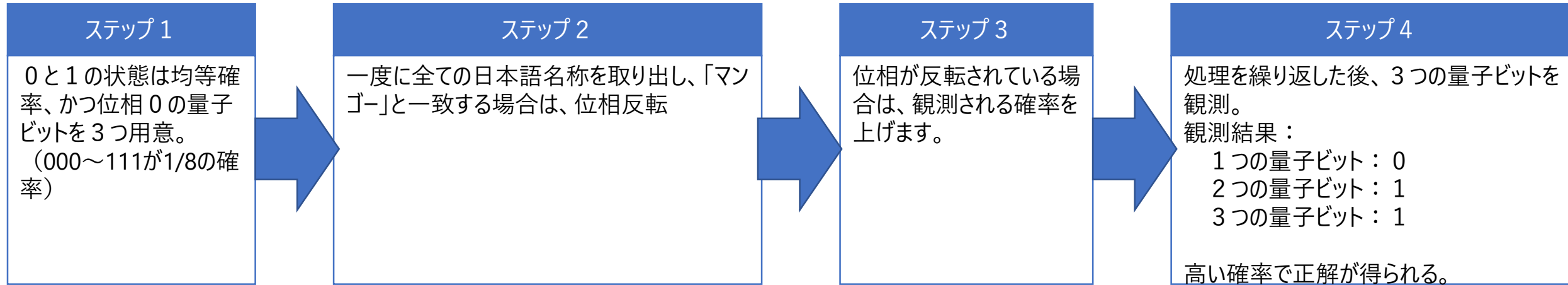
1. 全ての状態の重ね合わせ状態 を用意します。 →ステップ 1
2. オラクル（解に対する反転操作）を作用させます。→ステップ 2
3. $|s\rangle$ を対称軸にした反転操作 を作用させます。→ステップ 3
4. ステップ 2,3 を n 回繰り返す、測定を行います。→ステップ 4

c) オラクル

- 中身はブラックボックスで、正しい答えを唯一知っている存在で、最初に全ての重ね合わせを作って、オラクルに掛けるので正解が分かります。

グローバーの探索アルゴリズム

d) アルゴリズムの流れ (図解)



	ID	日本語		
0°	000	リンゴ	→	0°
0°	001	バナナ	→	0°
0°	010	みかん	→	0°
0°	011	マンゴー	→	180°
0°	100	パイナップル	→	0°
0°	101	メロン	→	0°
0°	110	いちご	→	0°
0°	111	ぶどう	→	0°



ID	日本語	英語
011	マンゴー	Mango

グローバーの探索アルゴリズム

d) グローバーのアルゴリズム（前ページの説明）

ステップ 1

- 0と1の状態が均等な確率で、かつ位相 0° の量子ビットを3つ用意する。3つの量子ビットを重ね合わせ、3つの量子ビットがすべて0（000）の状態～3つの量子ビットがすべて1（111）の状態が等確率（ $1/8$ の確率）となるようにします。
- つまり、 $|s\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_x |x\rangle$ を用意します。
- 初期状態 $|0\rangle \dots |0\rangle$ に対して、全ての量子ビットにアダマールゲートHを掛ければ良いです。

$$(H \otimes \dots \otimes H)|0 \dots 0\rangle = \frac{1}{(\sqrt{2})^n} (|0\rangle + |1\rangle) \otimes \dots \otimes (|0\rangle + |1\rangle) = |s\rangle$$

ステップ 2

- 一度にすべての日本語名称を取り出し、「マンゴー」に対応する状態のみ、位相を反転（ 180° 回転）する（この場合の対象は1つ目の量子ビットが0で他の2つの量子ビットが1の状態（011））。
- つまり、「入力 $|x\rangle$ に対して、 x が解なら (-1) をかけて位相を反転し、解でないなら何もしない」という演算を考えます。

$$U_w = I - 2 \sum_{w \in \text{解}} |w\rangle \langle w|, \quad \sum w$$

$$U_w |x\rangle = \begin{cases} |x\rangle & (x \text{ が解でない}) \\ -|x\rangle & (x \text{ が解}) \end{cases}$$

- オラクルを上式の式のように定義し、入力が解である時にだけ位相を反転させるので、オラクル U_w は解に対する反転操作が可能になります。

グローバーの探索アルゴリズム

d) グローバーのアルゴリズム（前ページの説明）

ステップ 3

- 位相が反転している状態のみ観測される確率を高め、それ以外の状態は観測される確率を下げます。。

ステップ 4

- ステップ2～3を繰り返し実行したのち、3つの量子ビットの状態を観測する。観測結果は高い確率で求める正解のID、この場合は011の状態となります。最後にフルーツテーブルに立ち返り、011のIDに対応する英語名称であるMangoにたどり着くことができます。
- つまり、ステップ3では全ての状態の重ね合わせ
- $|s\rangle$ を対称軸にした反転操作 U_s を作用させます。

$$U_s = 2|s\rangle\langle s| - I$$

- この演算子は、入力状態
- $|\psi\rangle = a|s\rangle + b|s^\perp\rangle$ ($|s^\perp\rangle$ は $|s\rangle$ に直交するベクトル) に対して
- $U_s|\psi\rangle = a|s\rangle - b|s^\perp\rangle$ と作用し、 $|s^\perp\rangle$ に比例する部分の位相だけを反転します。

まとめ

- この探索アルゴリズムでポイントとなるのはステップ2です。ステップ 2 を実行すると状態011が求める正解であることがわかります。しかしここで量子ビットに何も操作を加えなければ、3つの量子ビットを観測しても、000～111の状態がランダムに観測されるだけで、正解は得られません。そこで011の状態が正解であるしるしとして、「位相を反転」させるのです。あとはステップ3以降で、「位相が反転」している場合には観測される確率を上げる操作を行っていきます。

本資料の著作権は、日本アイ・ビー・エム株式会社（IBM Corporationを含み、以下、IBMといいます。）に帰属します。ワークショップ、セッション、および資料は、IBMまたはセッション発表者によって準備され、それぞれ独自の見解を反映したものです。それらは情報提供の目的のみで提供されており、いかなる参加者に対しても法律的またはその他の指導や助言を意図したのではなく、またそのような結果を生むものでもありません。本資料に含まれている情報については、完全性と正確性を期するよう努力しましたが、「現状のまま」提供され、明示または暗示にかかわらずいかなる保証も伴わないものとします。本資料またはその他の資料の使用によって、あるいはその他の関連によって、いかなる損害が生じた場合も、IBMまたはセッション発表者は責任を負わないものとします。本資料に含まれている内容は、IBMまたはそのサプライヤーやライセンス交付者からいかなる保証または表明を引きだすことを意図したものでなく、IBMソフトウェアの使用を規定する適用ライセンス契約の条項を変更することを意図したものでなく、またそのような結果を生むものでもありません。

本資料でIBM製品、プログラム、またはサービスに言及していても、IBMが営業活動を行っているすべての国でそれらが使用可能であることを暗示するものではありません。本資料で言及している製品リリース日付や製品機能は、市場機会またはその他の要因に基づいてIBM独自の決定権をもっていつでも変更できるものとし、いかなる方法においても将来の製品または機能が使用可能になると確約することを意図したものではありません。本資料に含まれている内容は、参加者が開始する活動によって特定の販売、売上高の向上、またはその他の結果が生じると述べる、または暗示することを意図したものでなく、またそのような結果を生むものでもありません。パフォーマンスは、管理された環境において標準的なIBMベンチマークを使用した測定と予測に基づいています。ユーザーが経験する実際のスループットやパフォーマンスは、ユーザーのジョブ・ストリームにおけるマルチプログラミングの量、入出力構成、ストレージ構成、および処理されるワークロードなどの考慮事項を含む、数多くの要因に応じて変化します。したがって、個々のユーザーがここで述べられているものと同様の結果を得られると確約するものではありません。

記述されているすべてのお客様事例は、それらのお客様がどのようにIBM製品を使用したか、またそれらのお客様が達成した結果の実例として示されたものです。実際の環境コストおよびパフォーマンス特性は、お客様ごとに異なる場合があります。

IBM、IBM ロゴは、米国やその他の国におけるInternational Business Machines Corporationの商標または登録商標です。他の製品名およびサービス名等は、それぞれIBMまたは各社の商標である場合があります。現時点での IBM の商標リストについては、ibm.com/trademarkをご覧ください