

Generalized Procrustes Analysis

Morfometria Geométrica - Aula 2

Guilherme Garcia

18 de Novembro de 2014

Preliminares

O que é a GPA?

A GPA ('Generalized Procrustes Analysis') consiste em realizar uma série de operações sobre um conjunto de configurações de marcos, de maneira a remover deste conjunto aquela variável que não é informativa do ponto de vista biológico:

- Translação;

Mas...

Variável em escala é importante do ponto de vista biológico.

A GPA nos permite separar a variável associada à escala daquela associada à forma, de modo que seja possível estimar

Preliminares

O que ?? a GPA?

A GPA ('Generalized Procrustes Analysis') consiste em realizar uma s??rie de opera????es sobre um conjunto de configura????es de marcos, de maneira a remover deste conjunto aquela varia????o que n??o ?? informativa do ponto de vista biol??gico:

- ▶ Transla????o;
- ▶ Rota????o;

Mas...

Varia????o em escala ?? importante do ponto de vista biol??gico.

A GPA nos permite separar a varia????o associada ?? escala daquela associada ?? forma, de modo que ?? poss??vel estimar

Preliminares

O que ?? a GPA?

A GPA ('Generalized Procrustes Analysis') consiste em realizar uma s??rie de opera????es sobre um conjunto de configura????es de marcos, de maneira a remover deste conjunto aquela varia????o que n??o ?? informativa do ponto de vista biol??gico:

- ▶ Transla????o;
- ▶ Rota????o;
- ▶ Escala.

Mas...

Varia????o em escala ?? importante do ponto de vista biol??gico.

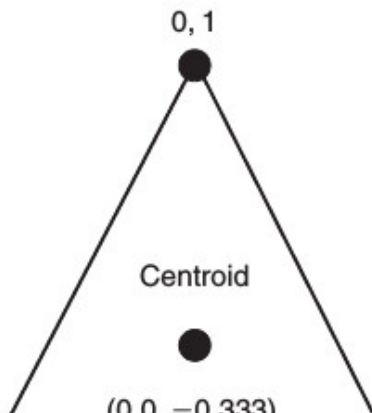
A GPA nos permite separar a varia????o associada ?? escala daquela associada ?? forma, de modo que ?? poss??vel estimar

Passo a Passo

- ▶ k : número de marcos anatômicos
- ▶ m : dimensões
- ▶ n : número de indivíduos

Zelditch et al. (2004)

Centride



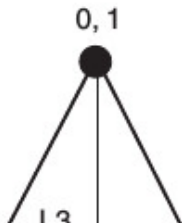
```
X <- matrix(c(-1, -1, 1, -1, 0, 1), nrow = 3, byrow = T)
X
```

```
##      [,1] [,2]
## [1,]  -1  -1
## [2,]   1  -1
## [3,]   0   1
```

```
colMeans(X)
```

```
## [1]  0.0000000 -0.3333333
```

Tamanho do Centr??ide



```
centroid.size(X)
```

```
## [1] 2.160247
```

Assim, o tamanho do centróide é a variável que representa a variabilidade de escala.

Bookstein (1991) demonstrou que o CS é uma variável “pura” de tamanho.

Para remover o efeito do tamanho das coordenadas cartesianas, podemos simplesmente dividir cada coordenada de cada *landmark* de uma configuração pelo tamanho do centróide.

```
### <b>
X.norm <- X / centroid.size(X)
### </b>
X.norm
```

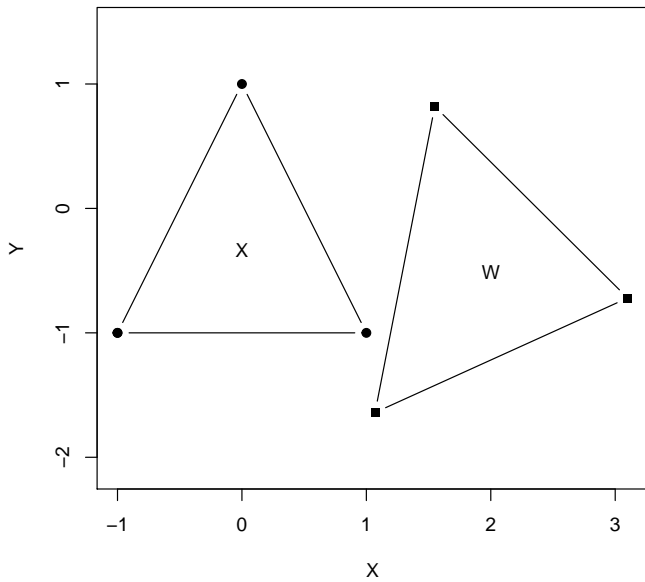
```
##           [,1]      [,2]
## [1,] -0.46291 -0.46291
## [2,]  0.46291 -0.46291
## [3,]  0.00000  0.46291
```

```
centroid.size(X.norm)
```

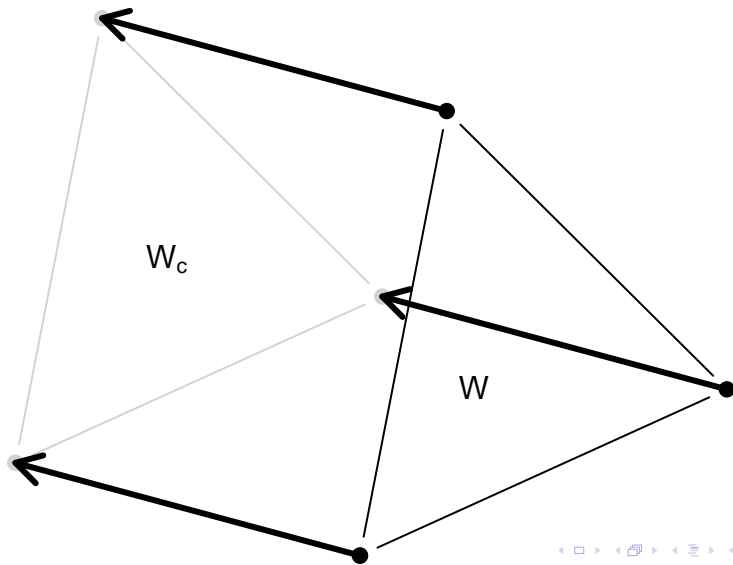
```
## [1] 1
```

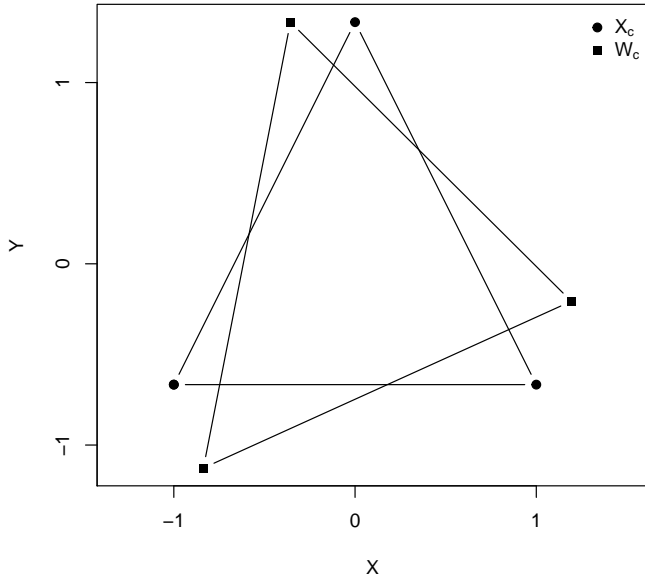
Exemplo Mínimo

Vamos seguir os passos referentes ?? GPA no exemplo mínimo de



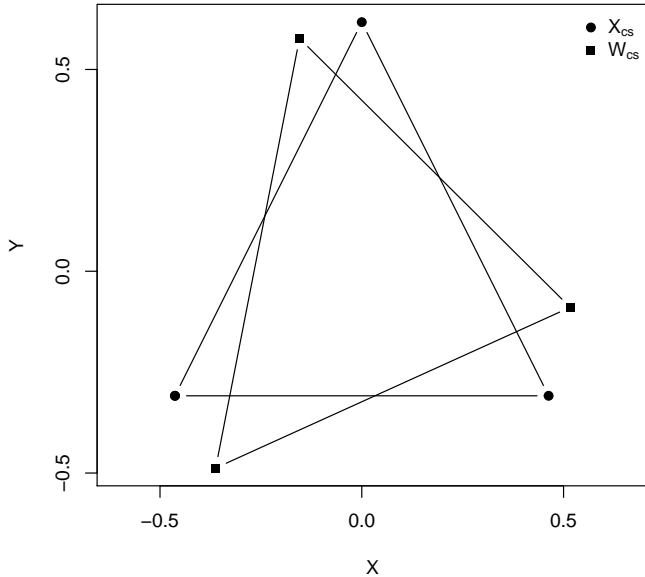
A operação é relativamente simples: nós apenas subtraímos a posição do centróide de cada configuração de suas coordenadas, efetivamente deslocando o centróide de todas as configurações para o par $(0, 0)$.



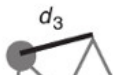


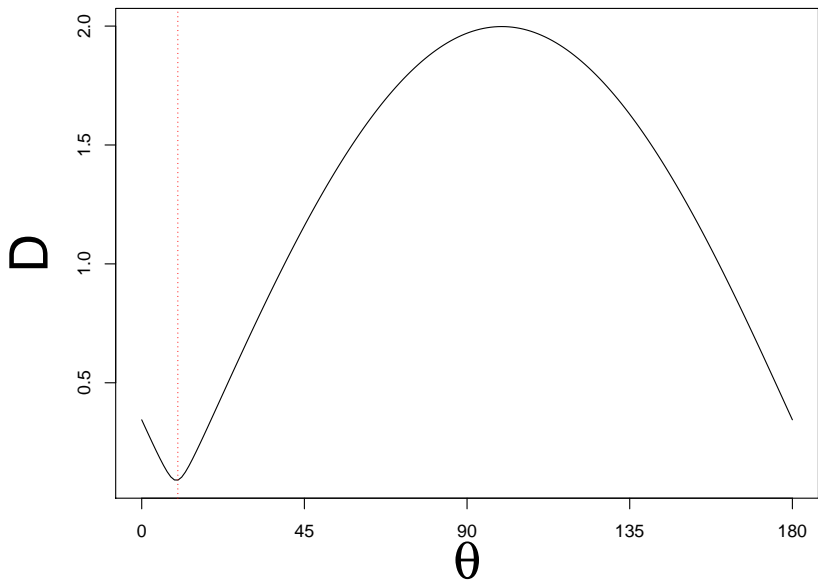
Escalonamento

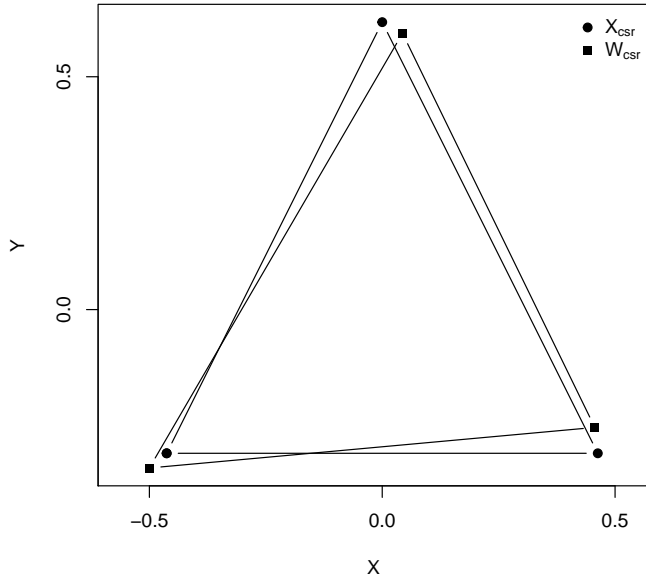
Vamos escalonar ambos X e W , desta vez guardando o CS de cada configura????o.



Rota????o

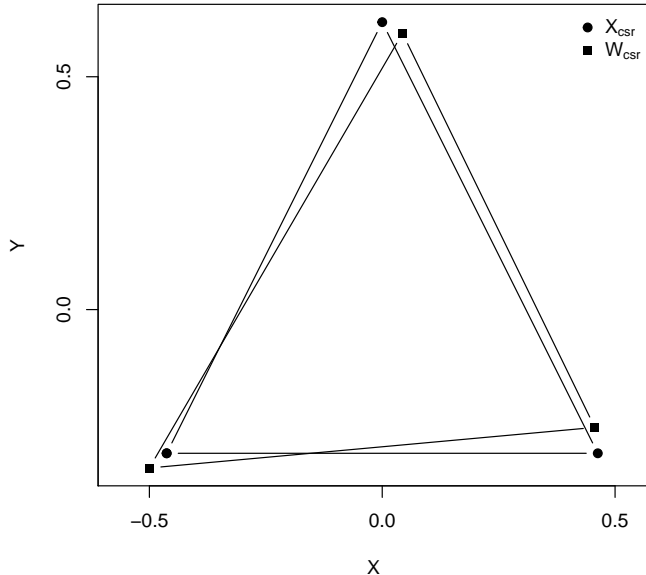






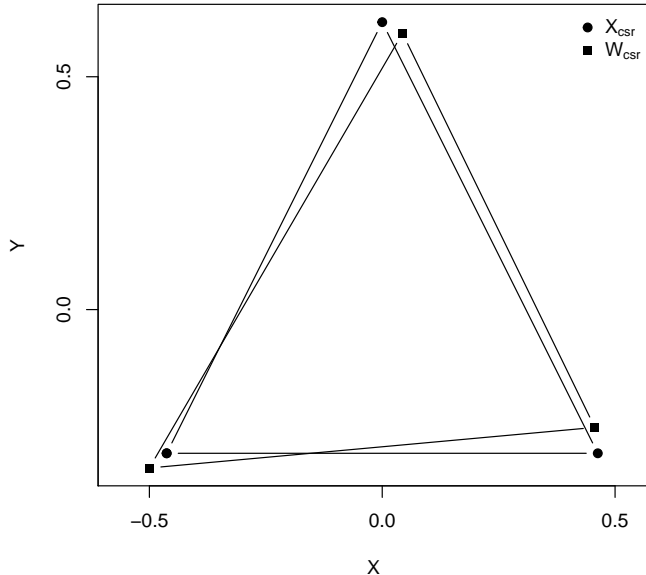
OPA para GPA

No caso de mais de dois objetos, o procedimento chama-se GPA de fato.



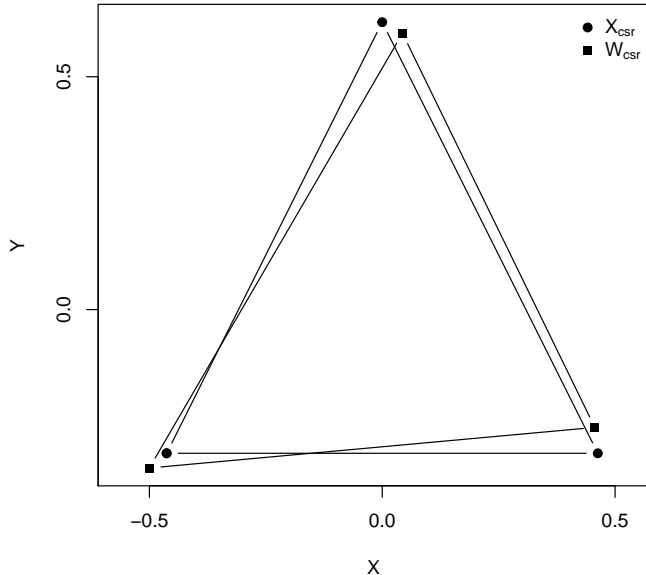
OPA para GPA

No caso de mais de dois objetos, o procedimento chama-se GPA de fato.



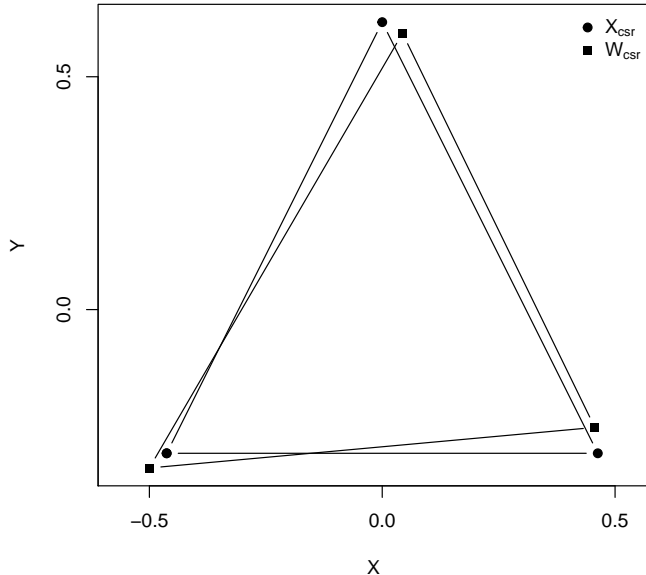
OPA para GPA

No caso de mais de dois objetos, o procedimento chama-se GPA de fato.



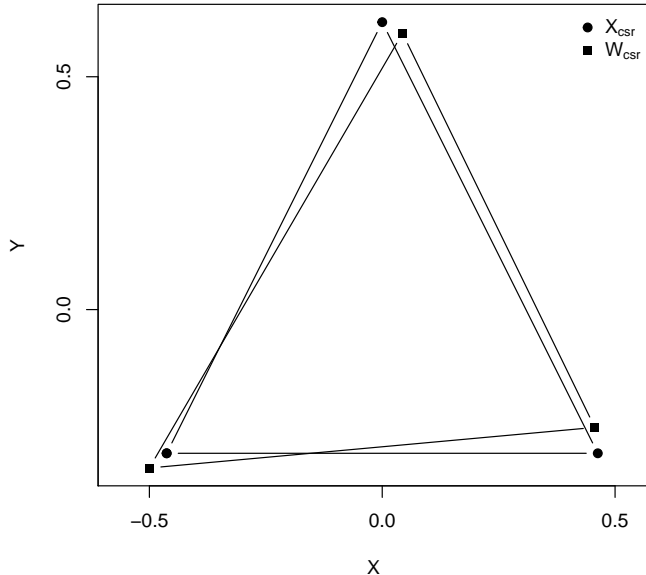
OPA para GPA

No caso de mais de dois objetos, o procedimento chama-se GPA de fato.



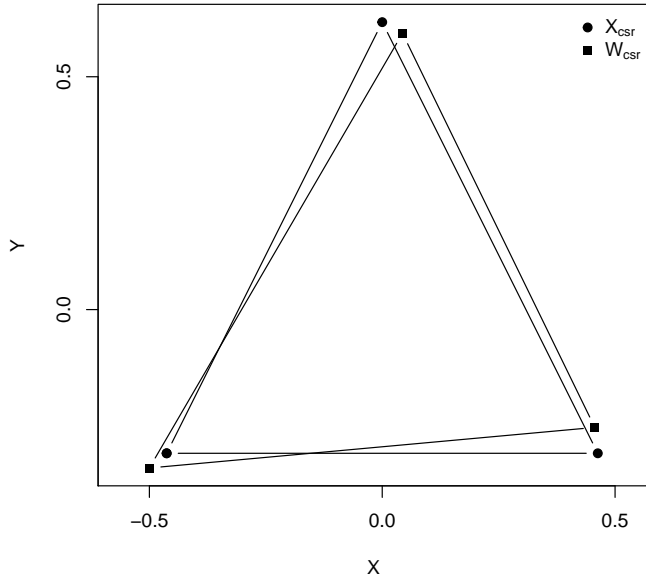
OPA para GPA

No caso de mais de dois objetos, o procedimento chama-se GPA de fato.



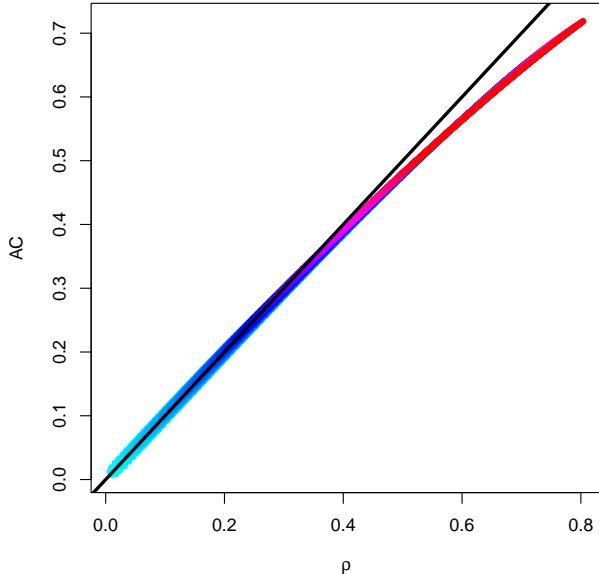
OPA para GPA

No caso de mais de dois objetos, o procedimento chama-se GPA de fato.



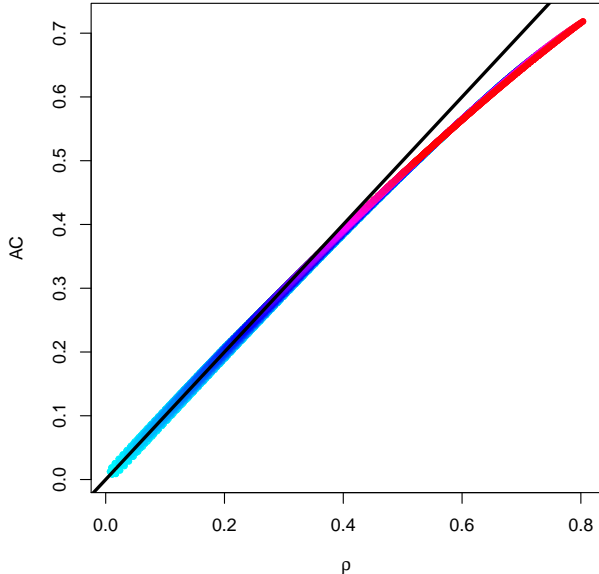
OPA para GPA

No caso de mais de dois objetos, o procedimento chama-se GPA de fato.



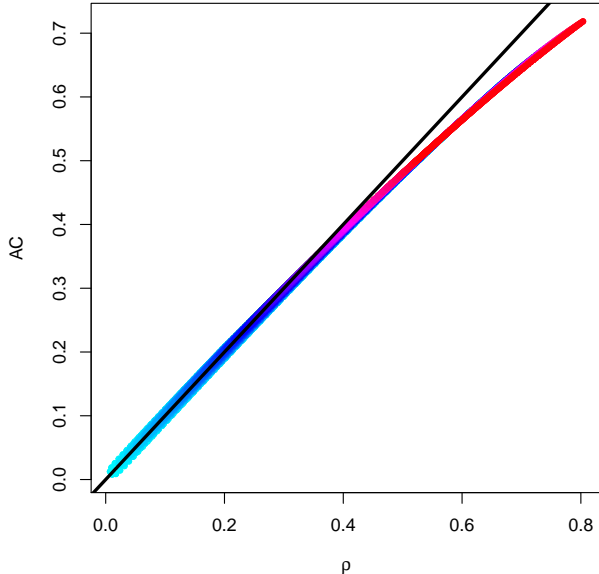
Consequencias Práticas da GPA

- ▶ TODA inferência estatística é construída sobre a premissa que o espaço que as observações ocupam



Consequencias Práticas da GPA

- ▶ TODA inferência estatística é construída sobre a premissa que o espaço que as observações ocupam



Consequencias Práticas da GPA

- ▶ TODA inferência estatística é construída sobre a premissa que o espaço que as observações ocupam

Thin Plate Splines

ON
GROWTH AND FORM

BY
D'ARCY WENTWORTH THOMPSON

QP
84
T3
190



Thin Plate Splines

ON
GROWTH AND FORM

BY
D'ARCY WENTWORTH THOMPSON

QP
84
T3
190



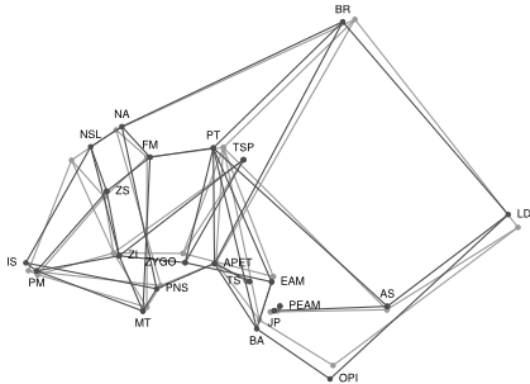
Thin Plate Splines

ON
GROWTH AND FORM

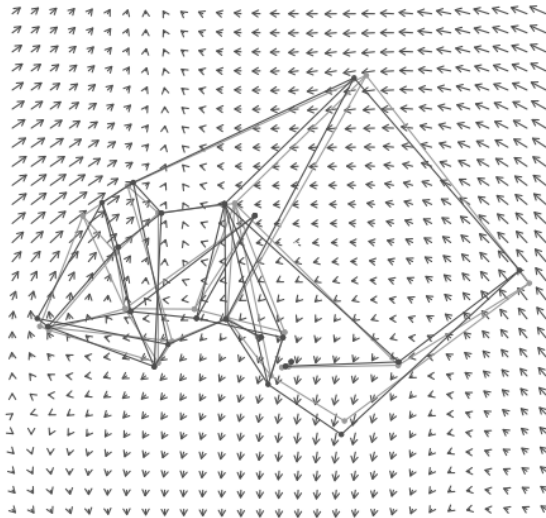
BY
D'ARCY WENTWORTH THOMPSON

QP
84
T3
190





- ▶ Cinza: Refer??ncia
- ▶ Preto: Alvo



Exemplo

```
data(digit3.dat)
```

```
plot(digit3.dat, col="black", lty="n", las=1)
```