

Limites

QCOP LIM.1



1. Compléter les équivalents suivants :

$$\begin{aligned} \sin(x) &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \dots, & \ln(1+x) &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \dots, \\ e^x - 1 &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \dots, & (1+x)^\alpha - 1 &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \dots \\ & & (\text{où } \alpha \in \mathbb{R}^*). \end{aligned}$$

2. Soient f, g deux fonctions réelles définies sur un voisinage de 0.

Écrire, à l'aide d'un $\underset{x \rightarrow 0}{\mathcal{O}}(\cdot)$, que $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} g(x)$.

3. Donner un développement asymptotique à l'ordre 1 au voisinage de 0 des fonctions

$$\begin{aligned} x &\mapsto \exp(x), & x &\mapsto \ln(1+x), \\ x &\mapsto \frac{1}{1+x}, & x &\mapsto \sqrt{1+x}. \end{aligned}$$

QCOP LIM.2



1. Soit f une fonction réelle dérivable au voisinage de 0. Rappeler la définition du nombre $f'(0)$.

2. Compléter et démontrer, à l'aide de taux d'accroissements, les équivalents suivants :

$$\begin{aligned} \sin(x) &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \dots, & \ln(1+x) &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \dots, \\ e^x - 1 &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \dots, & (1+x)^\alpha - 1 &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \dots \\ & & (\text{où } \alpha \in \mathbb{R}^*). \end{aligned}$$

3. Déterminer les limites suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{\sin(x)}{x} &\xrightarrow{x \rightarrow 0} \dots, & \frac{\ln(1+x)}{x} &\xrightarrow{x \rightarrow 0} \dots, \\ \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} &\xrightarrow{x \rightarrow 0} \dots, & \frac{\ln(t)}{t-1} &\xrightarrow{t \rightarrow 1} \dots. \end{aligned}$$