Ensembles

QCOP ENS.1

Soit E un ensemble. Soient $A, B \in \mathscr{P}(E)$. Soit $(A_i)_{i\in I}$ une famille de parties de E.

(a) Définir les ensembles $\bigcup\limits_{i\in I} A_i$ et $\bigcap\limits_{i\in I} A_i$.

(b) Définir l'ensemble $E \setminus A$ et l'écrire comme une intersection.

(a) Montrer que

$$E \setminus \left(\bigcup_{i\in I} A_i\right) = \bigcap_{i\in I}(E \setminus A_i).$$

(b) En déduire $E \setminus \left(\bigcap\limits_{i\in I} A_i\right)$.

Montrer que

$$E \setminus \big(A \cup (E \setminus B)\big) = B \setminus A.$$

QCOP ENS.2

Soient $A_1, \dots, A_n$ des ensembles. Définir

$$A_1 \times \cdots \times A_n.$$

Soient E et F deux ensembles.

(a) Compléter et démontrer l'équivalence suivante :

$$E \times F = \varnothing \quad \Longleftrightarrow \quad \cdots .$$

(b) On suppose E et F non vides. Compléter et démontrer les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned}(E \times F) \subset (E' \times F') &\iff \cdots ,\\ (E \times F) = (E' \times F') &\iff \cdots .\end{aligned}$$

Dessiner le produit cartésien

$$\big([1,2] \cup [3,4]\big) \times \big([0,2] \cup [5,7]\big).$$