

## Limites et comparaison

### QCOP LIM.1

☰ Compléter les équivalents suivants :

$$\begin{aligned} \sin(x) &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \dots, & \ln(1+x) &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \dots, \\ e^x - 1 &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \dots, & (1+x)^\alpha - 1 &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \dots \\ & & (\text{où } \alpha \in \mathbb{R}^*). \end{aligned}$$

✎ Soient  $f, g$  deux fonctions réelles définies sur un voisinage de 0.

Écrire, à l'aide d'un  $\underset{x \rightarrow 0}{\mathcal{O}}(\cdot)$ , que  $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} g(x)$ .

👁 Donner un développement asymptotique à l'ordre 1 au voisinage de 0 des fonctions

$$\begin{aligned} \exp, & \quad x \mapsto \ln(1+x), \\ x \mapsto \frac{1}{1+x}, & \quad x \mapsto \sqrt{1+x}. \end{aligned}$$

### QCOP LIM.2

☰ Soit  $f$  une fonction réelle dérivable au voisinage de 0. Rappeler la définition du nombre  $f'(0)$ .

✎ Compléter et démontrer, à l'aide de taux d'accroissements, les équivalents suivants :

$$\begin{aligned} \sin(x) &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \dots, & \ln(1+x) &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \dots, \\ e^x - 1 &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \dots, & (1+x)^\alpha - 1 &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \dots \\ & & (\text{où } \alpha \in \mathbb{R}^*). \end{aligned}$$

👁 Déterminer les limites suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{\sin(x)}{x} &\xrightarrow{x \rightarrow 0} \dots, & \frac{\ln(1+x)}{x} &\xrightarrow{x \rightarrow 0} \dots, \\ \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} &\xrightarrow{x \rightarrow 0} \dots, & \frac{\ln(t)}{t-1} &\xrightarrow{t \rightarrow 1} \dots. \end{aligned}$$