Relations binaires

QCOP RELB.1

Soit E un ensemble. Soit $\mathscr{R}$ une relation d'équivalence sur E.

- Définir « $\mathscr{R}$ est une relation d'équivalence sur E » et définir la classe d'équivalence de $a \in E$ pour $\mathscr{R}$, notée $\mathrm{c}\ell_{\mathscr{R}}(a)$.
- Montrer que $\left\{\mathrm{c}\ell_{\mathscr{R}}(a) \; ; \; a \in E\right\}$ forme une partition de E.
- Soit $n \in \mathbb{N}^*$.
  (a) Justifier que la congruence modulo n est une relation d'équivalence sur $\mathbb{Z}$.
  (b) En déduire une partition de $\mathbb{Z}$.

QCOP RELB.2

Soit E un ensemble. Soit $\preccurlyeq$ une relation d'ordre sur E.

- Définir « $\preccurlyeq$ est une relation d'ordre sur E » et « $(E, \preccurlyeq)$ est totalement ordonné ».
- Donner des exemples d'ensembles ordonnés. Lesquels sont totalement ordonnés ?
  On s'intéressera par exemple à $\mathbb{R}$, $\mathbb{Z}$, $\mathscr{P}(E)$ et $\mathscr{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$.