

Limites

QCOP LIM.1



1. Compléter les équivalents suivants :

$$\begin{aligned}\sin(x) &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \cdots, & \ln(1+x) &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \cdots, \\ e^x - 1 &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \cdots, & (1+x)^\alpha - 1 &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \cdots \\ && (\text{où } \alpha \in \mathbb{R}^*).\end{aligned}$$

2. Soient f, g deux fonctions réelles définies sur un voisinage de 0.

Écrire, à l'aide d'un $\underset{x \rightarrow 0}{\sigma}(\cdot)$, que $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} g(x)$.

3. Donner un développement asymptotique à l'ordre 1 au voisinage de 0 des fonctions

$$\begin{aligned}x &\mapsto \exp(x), & x &\mapsto \ln(1+x), \\ x &\mapsto \frac{1}{1+x}, & x &\mapsto \sqrt{1+x}.\end{aligned}$$

QCOP LIM.2



1. Soit f une fonction réelle dérivable au voisinage de 0. Rappeler la définition du nombre $f'(0)$.
2. Compléter et démontrer, à l'aide de taux d'accroissements, les équivalents suivants :

$$\begin{aligned}\sin(x) &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \cdots, & \ln(1+x) &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \cdots, \\ e^x - 1 &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \cdots, & (1+x)^\alpha - 1 &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \cdots \\ && (\text{où } \alpha \in \mathbb{R}^*).\end{aligned}$$

3. Déterminer les limites suivantes :

$$\begin{aligned}\frac{\sin(x)}{x} &\xrightarrow[x \rightarrow 0]{} \cdots, & \frac{\ln(1+x)}{x} &\xrightarrow[x \rightarrow 0]{} \cdots, \\ \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} &\xrightarrow[x \rightarrow 0]{} \cdots, & \frac{\ln(t)}{t-1} &\xrightarrow[t \rightarrow 1]{} \cdots.\end{aligned}$$