TALG. Techniques algébriques

QCOP TALG.1

3. **a)** Résultat. $\mathrm{Card}\big(\mathscr{P}(E)\big) = 2^{\mathrm{Card}(E)}$.

Il s'agit de la somme des coefficients binomiaux :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 1^k 1^{n-k} = (1+1)^n = 2^n.$$

b) Résultat. $\mathrm{Card}\big(\mathscr{P}(E \times F)\big) = 2^{\mathrm{Card}(E) \times \mathrm{Card}(F)}$ car $\mathrm{Card}(E \times F) = \mathrm{Card}(E) \times \mathrm{Card}(F)$.

Remarquons que, en général, $\mathrm{Card}\big(\mathscr{P}(E \times F)\big) \neq \mathrm{Card}\big(\mathscr{P}(E)\big) \times \mathrm{Card}\big(\mathscr{P}(F)\big)$.

QCOP TALG.2

3. Résultat. $\dfrac{\binom{n}{k}}{\binom{n}{k+1}} = \dfrac{k+1}{n-k}$.

QCOP TALG.3

2. Résultat. $S_n = \dbinom{p+n+1}{p+1}$.

Cet exercice est fait dans le Cahier de calcul en Terminale.

Dans la version 1.5.0, il s'agit de l'énoncé 22.20 de la fiche Term-DENO-01.

QCOP TALG.4

1. Résultat. $a^n - b^n = (a-b) \displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$.

On pourra procéder par télescopage.

2. Remarquer que $P(x) = P(x) - \underbrace{P(c)}_{=0}$ et utiliser la formule précédente.

Exercice : écrire et démontrer un résultat analogue pour $n \in \mathbb{N}^*$ quelconque (ici, c'est le cas $n = 3$).