

Développements limités

QCOP DL.1

- ☐ Donner le développement limité à l'ordre $n \in \mathbb{N}^*$ en 0 de $\varepsilon \mapsto \frac{1}{1-\varepsilon}$.
- 👁 Déterminer un développement limité à l'ordre 5 en 0 de $x \mapsto \frac{1}{4+x^2}$.
- ✂ (a) Rappeler les développements limités à l'ordre 3 en 0 de \cos et \sin .
- (b) Déterminer un développement limité à l'ordre 3 de \tan .

QCOP DL.2

Soit $n \in \mathbb{N}$.

- ☐ Rappeler la formule de Taylor-Young pour une fonction $f \in \mathcal{C}^n(\mathbb{C})$.
- ✂ Soit $z \in \mathbb{C}$. Déterminer un développement limité à l'ordre n en 0 de $x \mapsto \exp(zx)$.
- ✂ En déduire les développements à l'ordre n en 0 de \cosh , \sinh , \cos et \sin .

QCOP DL.3

- ☐ Expliquer comment « primitiver » un développement limité.
- ✂ Soit I un intervalle de \mathbb{R} contenant 0. Soient $f, g : I \rightarrow \mathbb{R}$ continues sur I .
On note F et G leur primitive s'annulant en 0.
Montrer que

$$f(t) = o_{t \rightarrow 0}(g(t)) \implies F(t) = o_{t \rightarrow 0}(G(t)).$$

- ✂ Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Déterminer un développement limité à l'ordre n en 0 de

$$x \mapsto \ln(1+x) \quad \text{et} \quad x \mapsto \arctan(x).$$

QCOP DL.4

- ✂ Énoncer et démontrer la formule de Taylor-Young.
- ✂ Soit $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}, \mathbb{R})$. Soit $a \in \mathbb{R}$. Déterminer

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - 2f(a) + f(a-h)}{h^2}.$$