QCOP • SUP • Indications et éléments de réponse

TRG. Trigonométrie

QCOP TRG.1

3. On peut, par exemple, utiliser $x = \dfrac{\pi}{2}$ et $y = \dfrac{\pi}{4}$.

QCOP TRG.2

2. La démonstration attendue est géométrique. Soit $\theta \in \mathbb{R}$. On note $\mathrm{M}_\theta\big(\cos(\theta), \sin(\theta)\big)$. Le symétrique par rapport à l'axe des abscisses est $\mathrm{M}_{-\theta}$ et a pour coordonnées $\mathrm{M}_{-\theta}\big(\cos(\theta), -\sin(\theta)\big)$ d'où $\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$.

3. Utiliser que $\cos^2 + \sin^2 = 1$.

QCOP TRG.3

3. On a $\tan(\theta) = \tan\left(\dfrac{\theta}{2} + \dfrac{\theta}{2}\right)$.

Pour $\cos(\theta)$, on peut utiliser que $1 + \tan^2 = \dfrac{1}{\cos^2}$ et $\cos(\theta) = \cos^2\left(\dfrac{\theta}{2}\right) - 1$.

Enfin, on déduit celle pour $\sin(\theta)$ grâce à la définition de $\tan(\theta)$ en fonction de $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$.

QCOP TRG.4

2. Additionner les formules donnant $\cos(\theta + \theta')$ et $\cos(\theta - \theta')$ en choisissant judicieusement θ et θ' en fonction de p et q pour faire apparaître les quantités souhaitées.

QCOP TRG.5

2. **a)** Utiliser que $\dfrac{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\theta} = \dfrac{1}{2}\dfrac{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\frac{\theta}{2}}$.

b) Utiliser les formules de trigonométrie pour montrer que $\cos(\theta) - 1 = -2\dfrac{\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\theta}$.

QCOP TRG.6

3. Résultat. La fonction $\tan(\cdot)$ est π-périodique et impaire.

4. Résultat. $\tan' = 1 + \tan^2 = \dfrac{1}{\cos^2}$ sur $\mathscr{D}_{\tan}$.