

Probabilités

QCOP PROB.1

Soient A et B deux événements.

☐ Définir l'indépendance de A et B .

✎ Si $\mathbb{P}(B) > 0$, que vaut $\mathbb{P}_B(A)$?

✎ On suppose A et B indépendants.

- (a) Montrer que \bar{A} et B sont indépendants.
- (b) Montrer que \bar{A} et \bar{B} sont indépendants.

QCOP PROB.2

☐ Définir l'indépendance mutuelle d'une famille d'événements.

✎ Montrer que l'indépendance mutuelle implique la dépendance deux à deux.

✎ À l'aide d'un contre exemple, vérifier que l'indépendance deux à deux n'implique pas l'indépendance mutuelle.

QCOP PROB.3

Soit $p \in \mathbb{N}^*$. Soit (A_1, \dots, A_p) un système complet d'événements, dont aucun n'est négligeable.

☐ Définir « (A_1, \dots, A_p) un système complet d'événements ».

✎ Soit B un événement.

- (a) Montrer que $\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(B \cap A_1) + \dots + \mathbb{P}(B \cap A_p)$.
- (b) Comment appelle-t-on usuellement cette formule ?
- (c) Écrire $\mathbb{P}(B)$ à l'aide de $\mathbb{P}(A_1), \dots, \mathbb{P}(A_p)$ et de probabilités conditionnelles.

✎ Soit $(B_n)_n$ une suite d'événements non négligeables.

Écrire, pour $n \in \mathbb{N}$, $\mathbb{P}(B_{n+1})$ en fonction de $\mathbb{P}(B_n)$ et de probabilités conditionnelles.

QCOP PROB.4

Soient A et B deux événements avec $\mathbb{P}(B) > 0$.

☐ Définir la probabilité conditionnelle $\mathbb{P}_B(A)$.

✎ Montrer que $\mathbb{P}_B(A) = \mathbb{P}_A(B) \frac{\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B)}$.

✎ Soit $p \in \mathbb{N}^*$. Soit $(A_k)_{1 \leq k \leq p}$ un système complet d'événements de probabilités non nulles. Montrer que

$$\forall j \in [1, p], \quad \mathbb{P}_B(A_j) = \frac{\mathbb{P}(A_j) \mathbb{P}_{A_j}(B)}{\sum_{k=1}^p \mathbb{P}(A_k) \mathbb{P}_{A_k}(B)}.$$