Homework 1

林宇辰 2200013211

October 2023

1 Short question

1.1 Homogeneous coordination

- $x'_i = \frac{x_i}{\omega}$;
- 1. 齐次坐标简化了在平移时的计算。在齐次坐标下，平移可以通过简单地修改权重项 ω 来实现，而无需更改其他坐标。这样，可以更轻松地处理图像的平移操作，而不必重新计算所有像素的坐标。
  2. 齐次坐标在矩阵变换（如旋转和缩放）中也非常有用。通过引入额外的权重项 ω，可以将多个变换操作合并成一个单矩阵操作，从而提高计算效率。这在计算摄影中的图像变换和校正中非常有用，因为它可以加速处理过程，同时减少了数值误差。

1.2 Dolly zoom

1. 相机移动：这个效果的关键是相机的运动。通常，摄影师会同时改变相机的位置（前后移动）和镜头焦距。这样，相机可以向前或向后移动，同时镜头的焦距会相应调整。

2. 视场角的变化：随着相机的移动，视场角（FoV）也会随之变化。在这个过程中，摄影师通常会保持拍摄对象在镜头中心，而背景和前景将分别扩大或缩小。

3. 焦距调整：为了保持主体在画面中心，摄影师会不断地调整镜头焦距，以确保主体的大小保持一致。这就是为什么变焦追踪镜头效果看起来如此迷人的原因之一。

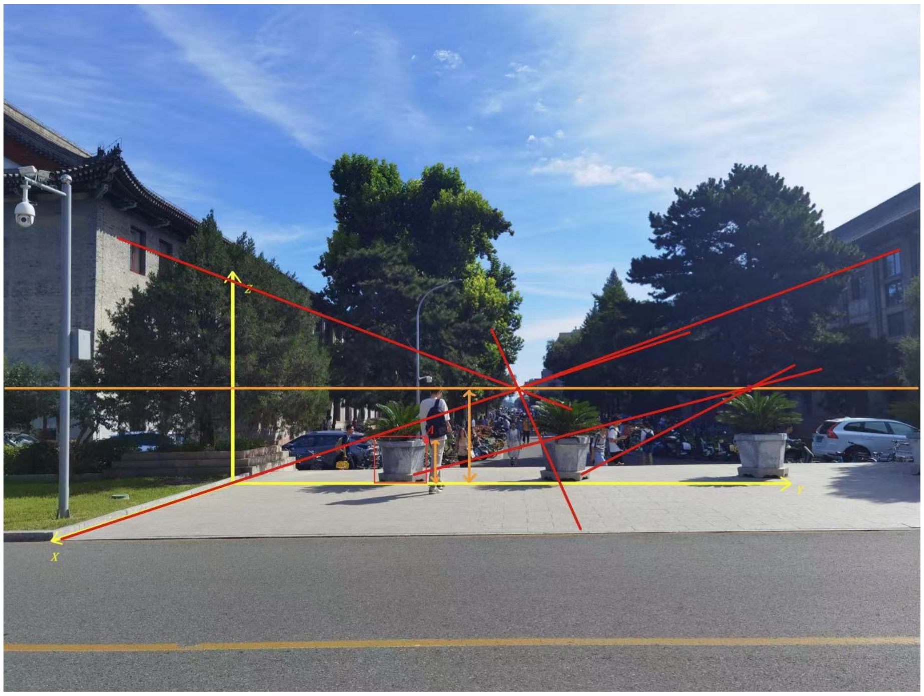

图 1: 图中的黄色水平线就是灭线

2 Camera parameters from the image

2.1 Vanishing Line

如图??所示，图中的两组平行线交于两个不同的灭点（就是两个红色交点）。这两个灭点的连线就是灭线。通过灭线高度和 A 点高度的比例可以推出相机的高度。

$$\begin{aligned} H_{\text{相机高度}} &= H_{A\text{点高度}} \frac{h_{\text{灭线}z\text{分量}}}{h_{A\text{点}z\text{分量}}} \\ &= 0.76m \frac{4.5cm}{2cm} \\ &= 1.71m \end{aligned} \tag{1}$$

算式中的 4.5cm 和 2cm 是图片在某一缩放比例下测出的两个线段长度，由于比例关系不变，等式成立。

2.2 Intrinsic Matrix and Focal Length

相机的内参矩阵是

$$K = \begin{bmatrix} f & s & c_x \\ 0 & \alpha f & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

已知:

$$c_x = \frac{w}{2} = \frac{4096}{2} = 2048$$
$$\mathrm{c}_y = \frac{d}{2} = \frac{3072}{2} = 1536$$
$$\alpha = \frac{3072}{4096}$$

基于此，建立相机坐标系的系统

$$T = \begin{bmatrix} 13.4 \\ 4.5 \\ 1.71 \end{bmatrix}$$

观察得，图片并未进行旋转，因此取旋转矩阵为单位矩阵

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

因此有方程（利用齐次坐标）

$$\mathrm{K}\begin{bmatrix} R & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 3.74 \\ 0.76 \\ 1 \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

不妨让 $\omega = 1$，并且式子中的矩阵 $\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix}$ 是 A 点在图像坐标系中的坐标（以左下角为原点)，经测量为 $\begin{bmatrix} 1890 \\ 1122 \\ 1 \end{bmatrix}$ 基于此建立方程，解得

$$\omega = 2.47 \ f =$$