Homework 1

林宇辰 2200013211

October 2023

1 Short question

1.1 Homogeneous coordination

- $x'_i = \frac{x_i}{\omega}$;
- 1. 齐次坐标可以很方便地把点、直线等等几何要素表示为统一的形式，这使得一些图形学上的操作可以通过统一的矩阵乘法来完成。
  2. 齐次坐标可以很方便地表示无穷远处的点，这使得算法的普适性增强。
  3. 齐次坐标对于数值误差和舍入误差的敏感性较低。
  4. 齐次坐标在矩阵变换（如旋转和缩放）中非常有用。通过引入额外的权重项 ω，可以将多个变换操作合并成一个单矩阵操作，从而提高计算效率。这在计算摄影中的图像变换和校正中非常有用，因为它可以加速处理过程，同时减少了数值误差。

1.2 Dolly zoom

1. 相机移动：这个效果的关键是相机的运动。摄影师会同时改变相机的位置（前后移动）和镜头焦距。这样，相机可以向前或向后移动，同时镜头的焦距会相应调整。
2. 视场角的变化：随着相机的移动，视场角（FoV）也会随之变化。在这个过程中，摄影师通常会保持拍摄对象在镜头中心，而背景和前景将分别扩大或缩小。
3. 焦距调整：为了保持主体在画面中心，摄影师会不断地调整镜头焦距，以确保主体的大小保持一致。

2 Camera parameters from the image

2.1 Vanishing Line

如图 1所示，图中的两组平行线交于两个不同的灭点（就是两个红色交点）。这两个灭点的连线就是灭线。通过灭线高度和 A 点高度的比例可以推出相机的高度。

$$\begin{aligned} H_{\text{相机高度}} &= H_{A\text{点高度}} \frac{h_{\text{灭线}z\text{分量}}}{h_{A\text{点}z\text{分量}}} \\ &= 0.76m \frac{4.5cm}{2cm} \\ &= 1.71m \end{aligned} \tag{1}$$

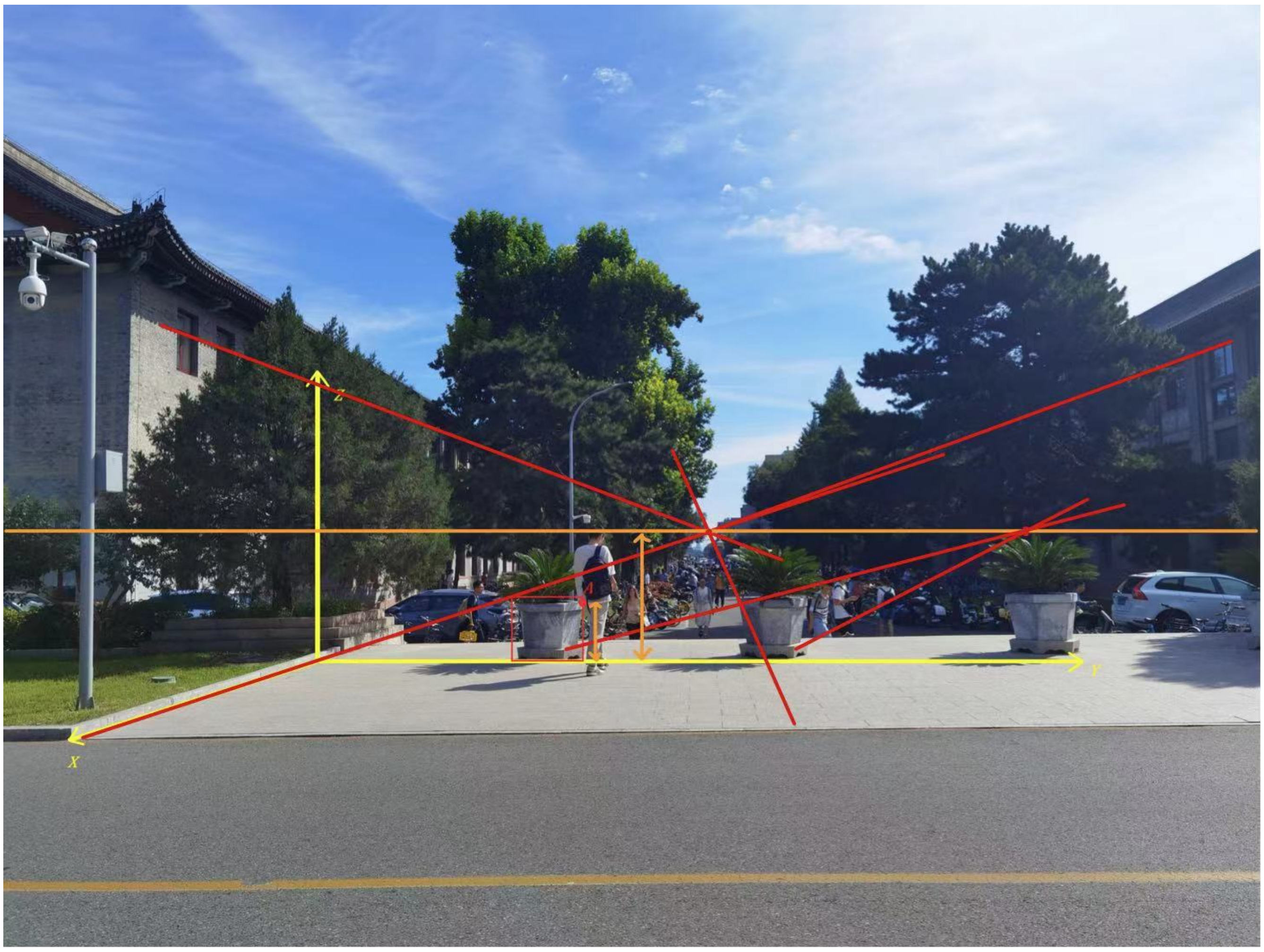

图 1: 图中的黄色水平线就是灭线

算式中的 4.5cm 和 2cm 是图片在某一缩放比例下测出的两个线段长度，由于比例关系不变，等式成立。

2.2 Intrinsic Matrix and Focal Length

在世界坐标系中，相机和 A 点的坐标分别为

$$T = \begin{bmatrix} 13.4 \\ 4.5 \\ 1.71 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 \\ 3.74 \\ 0.76 \end{bmatrix}$$

以相机的位置为原点，原 $-x$ 方向为 z 轴，原 $-y$ 方向为 x 轴建立相机坐标系，可以计算出 A 点在相机坐标系里的坐标为

$$A' = \begin{bmatrix} 0.76 \\ -0.95 \\ 13.4 \end{bmatrix}$$

测量得，A 点在图像坐标系中坐标为

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1890 \\ 1122 \end{bmatrix}$$

利用

$$\begin{aligned} \frac{x_s}{f} &= \frac{x_c}{z_c} \\ f &= z_c \frac{x_s}{x_c} \end{aligned} \tag{2}$$

式子中的 z_c 是 A 点在相机坐标系中的 z 坐标，x_c 是花坛高度，x_s 是 A 点在成像坐标系中的高度（也就是花坛在图片中的高度，经测量为 181）。利用图像坐标系到成像坐标系的换算，查表得 $k = 28pixel/cm$

$$x_s = \frac{h_{花坛}}{k}$$

因此

$$\begin{aligned} f &= z_c \frac{h_{花坛}/k}{x_c} \\ &= 13.4\frac{181/K}{0.76} \\ &= 1.13m \end{aligned} \tag{3}$$

相机的内参矩阵是

$$K = \begin{bmatrix} f & s & c_x \\ 0 & \alpha f & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

已知：

$$\alpha = 1$$

s=0;

那么在相机坐标系和图像坐标系之间建立方程。式子中的矩阵 $\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix}$ 是 A 点在图像坐标系中的坐标（以左下角为原点），经测量为 $\begin{bmatrix} 1890 \\ 1122 \\ 1 \end{bmatrix}$。

$$\begin{gathered} KA' = \omega \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} 1890 \\ 1122 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1.13 & 0 & c_x \\ 0 & 1.13 & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.76 \\ -0.95 \\ 13.4 \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} 1890 \\ 1122 \\ 1 \end{bmatrix} \\ c_x = 1890 \\ c_y = 1122 \end{gathered} \tag{4}$$

所以内参矩阵为

$$K = \begin{bmatrix} 1.13 & 0 & 1890 \\ 0 & 1.13 & 1122 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$