

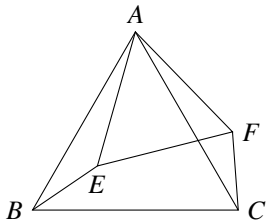
第 21~23 章综合能力提升卷

时间: 2 小时 满分: 120 分

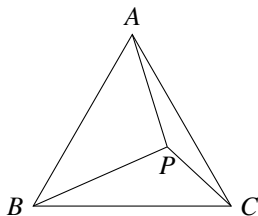
班级: _____ 姓名: _____ 学号: _____ 得分: _____

一、选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

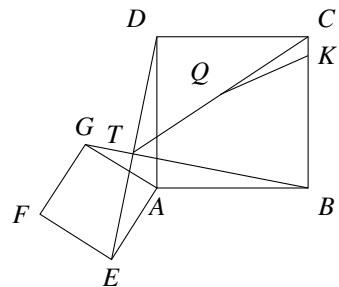
- 已知 a 是一个实数, 则下列关于 x 的函数中, () 一定是二次函数.
A. $y = ax^2 - x + 1$ B. $y = (x+1)(x-3) - (x+4)(x-8)$
C. $y = (a^2 - a + 1)x^2 + ax - a^2$ D. $y = |a+1|x^2 - 7x + 10a$
- 一元二次方程 $-3x^2 - 3x + 5 = 0$ 的两根之和为 ().
A. -1 B. 1 C. 5 D. -5
- 在平面直角坐标系中, 点 $(3, 2)$ 关于原点的对称点是 ().
A. $(3, -2)$ B. $(-2, -3)$ C. $(-3, -2)$ D. $(-3, 2)$
- 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle AEF$ 均为等边三角形, 连 BE 、 CF , 则下列结论不一定成立的是 ().
A. $BE = CF$ B. $\angle BAE = \angle CAF$ C. $\angle EBC + \angle BCF = 120^\circ$ D. $BE = EF$
- 已知抛物线 $y = ax^2 + ax - b$ ($a < 0$) 上有三点 $(1, y_1)$ 、 $(-1, y_2)$ 、 $(-3, y_3)$, 则 y_1 、 y_2 、 y_3 之间的大小关系正确的是 ().
A. $y_2 > y_3 > y_1$ B. $y_2 > y_1 > y_3$ C. $y_1 > y_2 > y_3$ D. $y_1 > y_3 > y_2$
- 已知抛物线 $C_1: y = 2x^2 - 4x + 1$, 将 C_1 向上平移 3 个单位长度、向左平移 2 个单位长度可得到抛物线 C_2 , 则抛物线 C_2 的解析式为 ().
A. $y = 2x^2 + 4x - 2$ B. $y = 2x^2 - 12x + 20$ C. $y = 2x^2 + 4x + 4$ D. $y = 2x^2 - 12x + 14$
- 一座桥的桥洞形状为抛物线, 当水位正常时, 水面的宽度是桥洞顶点到水面距离的 2 倍, 水上涨 3 米后, 水面的宽度是正常时的一半, 则正常时水面宽 () 米.
A. 3 B. 4 C. 6 D. 8
- 如图, 在等边三角形 ABC 内有一点 P , 连 AP 、 BP 、 CP , 若 $AP = 4$ 、 $CP = 3$ 、 $\angle APC = 150^\circ$, 则线段 BP 长度为 ().
A. 5 B. 3 C. $\sqrt{7}$ D. $\sqrt{41}$
- 已知两不等实数 m 、 n 满足 $m^2 - 3m - 1 = 0$ 、 $n^2 - 3n - 1 = 0$, 则代数式 $m^3 - 2m^2 + n^2 - \frac{1}{n} + 2n$ 的值为 ().
A. 17 B. -7 C. -12 D. 12
- 如图, 四边形 $ABCD$ 和 $AEFG$ 均是正方形, 连 ED 、 BG 交于点 T , 点 K 是线段 BC 上一点, 使得 $CK = \frac{1}{8}BC = 1$, 连线段 TC 并取其中点 Q , 连 QK , 则线段 QK 长度的最大值是 ().
A. $\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{5}$ C. $\frac{1}{2} + \sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2} + 2\sqrt{5}$



(第 4 题)



(第 8 题)

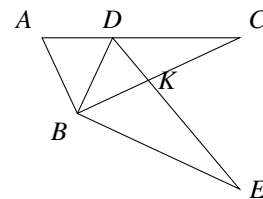


(第 10 题)

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分.

- 抛物线 $y = 2x^2 + 4x - 1$ 的顶点是_____
- 在平面直角坐标系中, 点 $(3, 7)$ 关于点 $(0, 1)$ 的对称点是_____
- 若当 $-3 \leq x \leq 2$ 时, 函数 $y = x^2 + 4x + a$ 的最小值与最大值之积为 -28 , 则 a 的值为_____

14. 如图, 在直角三角形 ABC 中, $\angle A = 65^\circ$ 、 $\angle ABC = 90^\circ$. 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转至 $\triangle DBE$ 处, 使点 D 落在 AC 上. 记 DE 与 BC 的交点为 K , 则 $\angle CKE$ 的大小为_____



(第 14 题)

15. 已知实数 a 、 b 、 c 满足 $a + b + c = 0$ 、 $0 < 3a \leq c$, 则有下列说法:

- ① $9a + 3b + c \geq 0$.
- ② $5a + 2b + c \leq 0$.
- ③ 对任意的 $x \geq 2$, 不等式 $ax^2 + bx + c \geq 4a + 2b + c$ 恒成立.
- ④ 若 $16a + 4b + c = 3$, 则关于 x 的不等式 $ax^2 + (b - 1)x + c + 1 \geq 0$ 的解集是 $1 \leq x \leq 4$.

其中正确的是_____

16. Pick 定理是格点几何学中的重要定理, 在平面直角坐标系中, 格点指横、纵坐标均为整数的点. 若记 N 为一多边形内部 (不包括边上) 格点的个数, L 为该多边形边上格点的个数, S 为该多边形的面积, 则 Pick 定理为: $S = N + \frac{1}{2}L - 1$. 若在平面直角坐标系中有点 $A(240, 0)$ 、 $B(180, 40)$ 、 $C(0, 220)$ 、 $D(60, 200)$, 则四边形 $ABCD$ 内部 (不包括边上) 的格点数为_____

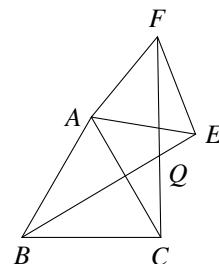
三、解答题: 本大题共 8 小题, 共 72 分, 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 分别求下列抛物线的开口方向、顶点坐标以及与 x 轴的交点坐标:

- (1) $y = x^2 - 8x + 12$
- (2) $y = -2x^2 + 6x + 8$

18. 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle AEF$ 均为等边三角形, 连 BE 、 CF 交于点 Q .

- (1) 求证: $BE = CF$.
- (2) 求 $\angle BQF$.



(第 18 题)

19. 在一个小区内, 有一人患上了流感, 经过两轮传染后, 总共有 64 人患上了流感.

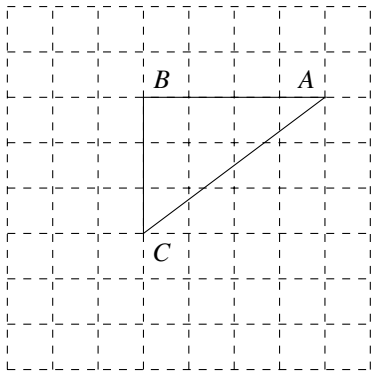
- (1) 平均在每轮传染中, 一个流感患者可以将流感传染给多少人?
- (2) 第二年流感再次来袭时, 该小区采取了恰当的应对措施, 每一个流感患者在传播完一轮后都被及时发现并被医治健康, 并且流感在第三轮传染开始前被彻底消灭, 若一开始只有一人患上流感, 流感被消灭后累计 31 人在这一年得过流感, 则这一年平均一个流感患者只将流感传染给了几个人?

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 4x + m + 1 = 0$ 有两个实数根 x_1 、 x_2 .

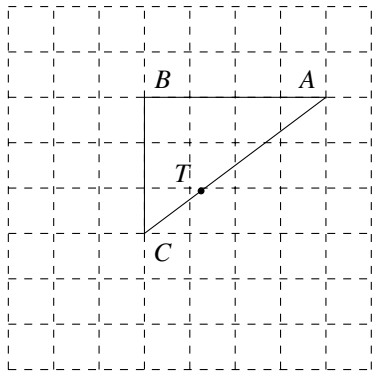
- (1) 求实数 m 的取值范围.
- (2) 若 $x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 = 0$, 求实数 m 的值.

21. 如图，在 8×8 的网格中，点 A 、 B 、 C 均是格点，且以这三点围成的三角形是以 B 为直角顶点的直角三角形. 仅用无刻度直尺完成下列作图任务（保留作图痕迹）:

- (1) 在图 1 中，作 $\angle BCA$ 的角平分线.
- (2) 在图 2 中，点 T 是线段 AC 上的任意一点，在线段 AB 上作点 E ，使得 $EA = TA$.
- (3) 在 (2) 的条件下，记 $\angle BAC = \alpha$ ，将点 T 绕点 A 逆时针旋转 α 至点 F ，求作点 F .



(1)

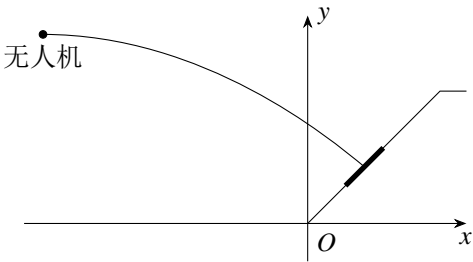


(2)

（第 21 题）

22. 在一次军事演习中，我军一架无人机正在以 100m/s 的飞行速度与 500m 的飞行高度对一片山区执行低空轰炸任务，已知该飞机以水平轰炸的方式投下航空炸弹，且炸弹的下落距离 h 、水平飞行距离 x 和飞行时间 t 之间的关系如下表所示（不计空气阻力）:

飞行时间 t (s)	0	1	2	3
水平飞行距离 x (m)	0	100	200	300
下落距离 h (m)	0	5	20	45



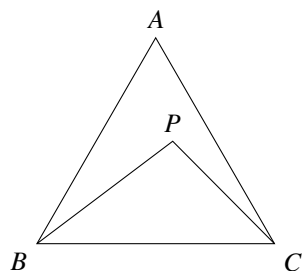
- 其中， x 与 t 和 h 与 t 之间存在函数关系，且这些函数都是我们学过的函数.
- (1) 直接写出 x 与 t 和 h 与 t 之间的函数关系式（不必写出 t 的取值范围）.
 - (2) 已知无人机攻击的目标在一座坡度为 45° 的山处，现以山脚为原点，建立如图所示的坐标系.
 - ① 在一次投弹任务中，已知航弹释放后正好在无人机从山脚正上方掠过时落地爆炸，求投弹点与山脚间的水平距离.
 - ② 已知在山坡上水平距离山脚 100m 至 200m 的地方（包括这两点，图中已经加粗）有敌军的迫击炮阵地，若无人机需要攻击那里，求无人机与山脚之间水平距离的取值范围.

23. (1) 已知等边三角形 ABC 内 (不包括三边) 有一点 P .

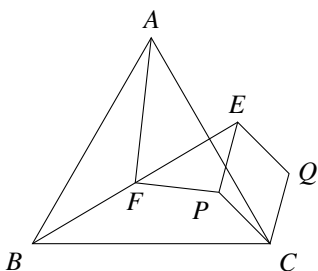
① 如图 1, 连 PB 、 PC , 求证: $PB + PC < 2BC$.

② 如图 2, 连 PC , 以 PC 为边, 向外作菱形 $CPEQ$, 使 $\angle PCQ = 60^\circ$, 连 BE 并取其中点 F , 连 AF 、 PF . 试求出线段 AF 与线段 PF 之间的关系.

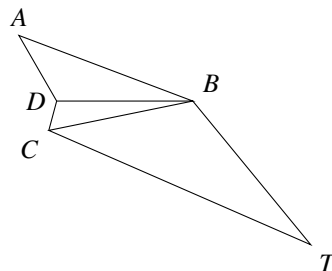
(2) 如图 3, 在凹四边形 $ABCD$ 中, 连 BD , 有 $\angle ADB = 120^\circ$ 、 $\angle CDB = 105^\circ$, 将线段 AB 绕点 B 顺时针旋转 150° 得到线段 TB , 连 CT , 若 $AD + BD = 7$ 、 $CD = 1$, 直接写出线段 CT 长度的最小值.



(1)



(2)



(3)

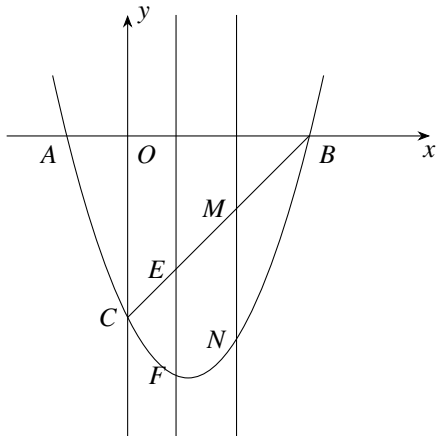
(第 23 题)

24. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$ 的顶点是 D , 交 x 轴于点 A 、点 B (点 A 在点 B 左侧), 交 y 轴于点 C .

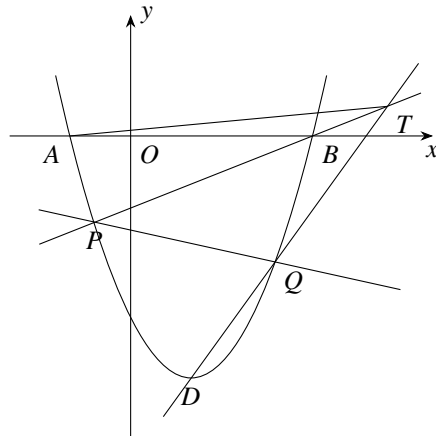
(1) 直接写出点 A 、点 B 、点 C 、点 D 的坐标.

(2) 如图 1, 连 BC , 设直线 $l_1: x = t$ 交线段 BC (含两端) 于点 E , 交抛物线于点 F , 直线 $l_2: x = t + 1$ 交线段 BC (含两端) 于点 M , 交抛物线于点 N , 试根据 t 的取值讨论线段 EF 与线段 MN 的大小关系.

(3) 如图 2, 过点 $(2, -2)$ 的直线交抛物线于点 P 、 Q , 作直线 PB 与直线 DQ 交于点 T , 连 AT , 求线段 AT 长度的最小值.



(1)



(2)

(第 24 题)