

自制小题

lcl

2023 年 10 月 14 日

【创新题】已知 f 是一个自变量取值范围为全体实数、函数值取值范围为实数、且函数值不恒为 0 的不分段连续函数，满足对于任意的实数 m 、 n ，恒有：

$$f(m-n) + f(n-m) = m^2 f(n) + n^2 f(m) + f(mn)$$

试通过对上式中 m 、 n 的适当赋值，证明：

- (1) $f(0) = 0$;
- (2) 曲线 $y = f(x)$ 关于原点中心对称;
- (3) 曲线 $y = f(x)$ 四个象限都过;
- (4) 存在一对异号的实数 p 、 q ，使得 $f(p+1)$ 和 $f(q+1)$ 异号.