★ 保密 · 启用前

第 21~23 章综合能力提升卷

参考答案及评分标准

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
选项	C	A	C	D	B	C	D	A	A	A

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分.

11.$(-1,-3)$　　12.$(-3,-5)$　　13.-10 或 2

14.75°　　15.②　　16.5881

三、解答题：本大题共 8 小题，共 72 分，解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（1） $\because y=x^2-8x+12=(x-4)^2-4$　$\therefore$ 抛物线开口向上，且顶点为$(4,-4)$（2 分）

令 $y=0$，$\because (x-4)^2-4=0\Rightarrow(x-4)^2=4\Rightarrow x-4=\pm2$，$\therefore x_1=2$、$x_2=6$，即原抛物线与 x 轴的交点为 $(2,0)$ 和 $(6,0)$（4 分）.

（2） $\because y=-2x^2+6x+8=-2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{25}{2}$　$\therefore$ 抛物线开口向下，且顶点为$\left(\frac{3}{2},\frac{25}{2}\right)$（6 分）

令 $y=0$，$\because -2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{25}{2}=0\Rightarrow\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{25}{4}\Rightarrow x-\frac{3}{2}=\pm\frac{5}{2}$，$\therefore x_1=4$、$x_2=-1$，即原抛物线与 x 轴的交点为 $(4,0)$ 和 $(-1,0)$（8 分）.

18.（1）

$$\because \Delta ABC、\Delta AEF均是等边三角形$$

$$\therefore AB=AC、AE=AF、\angle BAC=\angle EAF=60^\circ$$

$$\therefore \angle BAC+\angle CAE=\angle EAF+\angle CAE\Rightarrow\angle BAE=\angle CAF\text{（2分）}$$

$$\therefore \Delta BAE\cong\Delta CAF\ (SAS)\Rightarrow BE=CF\text{（4分）}$$

（2）

$$\because 由（1），\Delta BAE\cong\Delta CAF$$

$$\therefore \angle ABE=\angle ACF$$

$$\therefore \angle BAC=\angle BQC=60^\circ\text{（6分）}$$

$$\therefore \angle BQF=180^\circ-\angle BQC=120^\circ\text{（8分）}$$

19.（1） 设平均在每轮传染中，每个流感患者可以传染流感给 x 人，依题，一次传染后共 $(x+1)$ 人患上了流感，两次后共 $(x+1)^2$ 人患上了流感，则

$$(x+1)^2=64$$

$$x+1=\pm8$$

$$x_1=7、x_2=-9\text{（负值舍去）}$$

答：平均在每轮传染中，每个流感患者可以传染流感给 7 人（4 分）.

（2） 设平均在每轮传染中，每个流感患者可以传染流感给 y 人，依题，第一轮有 y 名患者，第二轮有 y^2 名患者，则

$$y^2+y+1=31$$

$$y^2+y-30=0$$

$$(y+6)(y-5)=0$$

$$故y_1=5、y_2=-6\text{（负值舍去）}$$

答：平均在每轮传染中，每个流感患者可以传染流感给 5 人（8 分）.

20. 由题，在关于 x 的一元二次方程 $x^2+4x+m+1=0$ 中，$A=1$、$B=4$、$C=m+1$.（2 分）

（1） $\because$ 原方程有两个实数根

$\therefore \Delta \geq 0 \Rightarrow B^2-4AC \geq 0 \Rightarrow 16-4(m+1) \geq 0 \Rightarrow m \leq 3$（4 分）

（2） 由韦达定理，$\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{B}{A}=-4 \\ x_1x_2=\dfrac{C}{A}=m+1 \end{cases}$（6 分），依题，$x_1{}^2+x_2{}^2-4x_1x_2=0$，则

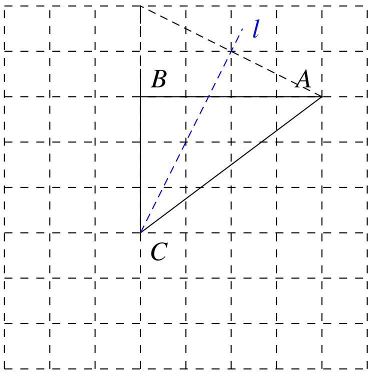
$$(x_1+x_2)^2-6x_1x_2=0$$
$$16-6(m+1)=0$$
$$m=\frac{5}{3}\text{（满足}m \leq 3\text{（7分））}$$

综上所述，$m=\dfrac{5}{3}$.（8 分）

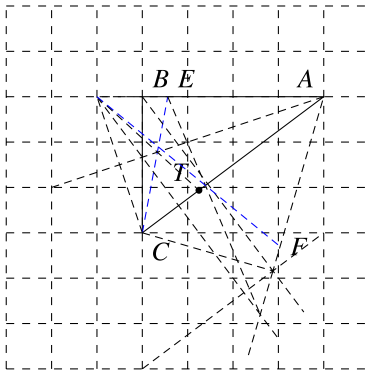
21.（1） 如图 1，直线 l 即为所求.（2 分）

（2） 如图 2，点 E 即为所求.（5 分）

（3） 如图 2，点 F 即为所求.（8 分）



（1）



（2）

22.（1） $x=100t$（1分）、$h=5t^2$（2分）.

（2） 由（1），$\because x=100t$，无人机飞行速度为 100m/s $\therefore$ 无人机和航弹与山脚间水平距离始终相等

$\therefore$ 航弹在山脚（即原点）处爆炸（4 分）又 $\because$ 无人机在离地 500m 高度投弹 $\therefore$ 下落距离为 500m，即

$$5t^2=500$$
$$t^2=100$$
$$t=\pm 10$$
$$t_1=10\text{、}t_2=-10\text{（负值舍去）}$$

$\therefore$ 航弹水平飞行距离 $x=100t=1000$（m）

答：投弹点水平距离山脚 1000m.（6 分）

（3） 将 $x=100t$ 代入 $h=5t^2$ 中可得 $h=\dfrac{x^2}{2000}$，由于无人机在离地 500m 高度投弹，故设投弹点水平距离山脚 sm，则投弹点坐标为 $(-s,500)$，于是有

$$y=-\frac{(x+s)^2}{2000}+500\text{（7分）}$$

依题，由于山的坡度是 $45°$，攻击区域是距离山脚水平 100m 至 200m 的地方，故点 $(100,100)$ 必须在航弹轨迹的下方（可在轨迹上）、点 $(200,200)$ 必须在航弹轨迹的上方（可在轨迹上），即

$$\begin{cases} y|_{x=100}=-\dfrac{(s+100)^2}{2000}+500 \geq 100 & ① \\ y|_{x=200}=-\dfrac{(s+200)^2}{2000}+500 \leq 200 & ② \end{cases}\text{（8分）}$$

解不等式①

$$-\frac{(s+100)^2}{2000}+500 \geq 100$$

$$\frac{(s+100)^2}{2000} \leq 400$$

$$(s+100)^2 \leq 8\times 10^5$$

$$-400\sqrt{5} \leq s+100 \leq 400\sqrt{5}$$

$$-100-400\sqrt{5} \leq s \leq 400\sqrt{5}-100$$

解不等式②

$$-\frac{(s+200)^2}{2000}+500 \leq 200$$

$$\frac{(s+200)^2}{2000} \geq 300$$

$$(s+200)^2 \geq 6\times 10^5$$

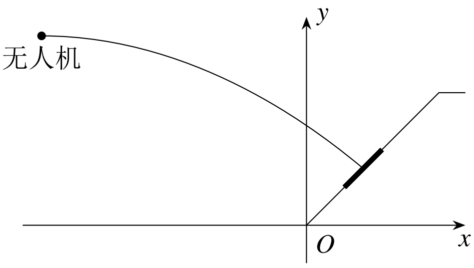
$$s+200 \geq 200\sqrt{15}\text{或}s+200 \leq -200\sqrt{15}$$

$$s \geq 200\sqrt{15}-200\text{或}s \leq -200\sqrt{15}-200$$

于是原不等式组解集为

$$200\sqrt{15}-200 \leq s \leq 400\sqrt{5}-100$$

答：无人机与山脚间水平距离不低于 $(200\sqrt{15}-200)$m，不多于 $(400\sqrt{5}-100)$m.（10 分）



23.（1） $\because \Delta ABC$ 是等边三角形 $\therefore AB=BC=CA$

如图，延长 CP 交 AB 于点 Q，于是

$$\text{在}\Delta AQC\text{中，有}AQ+AC>QC$$

$$\text{在}\Delta BQP\text{中，有}BQ+QP>BP$$

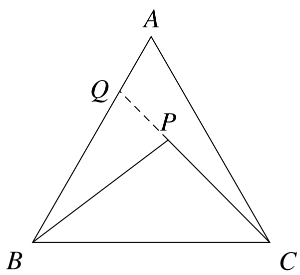
上面二式相加，得到

$$AQ+AC+BQ+QP>QC+BP$$

$$AB+AC+QP>BP+QP+PC$$

$$AB+AC>BP+PC$$

$$BP+PC<2BC\text{（2分）}$$



（2） 如图，连 AP，将 ΔAPC 绕点 A 逆时针旋转至 ΔATB，使 AC 与 AB 重合，连 TF.

$\because \Delta BAC$ 是等边三角形 $\therefore \angle BAC = \angle ABC = \angle ACB = 60°$，即旋转角为 $60°$ $\therefore \angle TAP = 60°$

由旋转的性质，知 $\Delta TAB \cong \Delta PAC$，即 $\angle TBA = \angle PCA$、$TB = PC$（3 分）

记 $\angle TBA = \alpha$、$\angle ABF = \beta$，则 $\angle TBF = \alpha + \beta$、$\angle PCA = \angle TBA = \alpha$、$\angle EBC = \angle ABC - \angle ABE = 60° - \beta$.

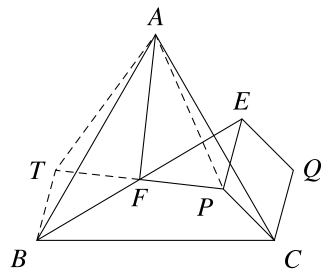
$\because$ 菱形$CPEQ$，且$\angle PCQ = 60°$，$\therefore PE = PC = TB$、$\angle PEQ = 60°$、$\angle PQC = 120°$ $\therefore \angle ACQ = 60° - \alpha$

$\because$ 在四边形$BEQC$中，$\angle EBC + \angle BCQ + \angle Q + \angle QEB = 360°$ $\therefore \angle BEP = \angle BEQ - \angle PEQ = \alpha + \beta = \angle TBF$（4 分）

又 $\because$ F 为 BE 中点，即 $BF = EF$ $\therefore \Delta TBF \cong \Delta PEF\ (SAS)$ $\therefore \angle TFB = \angle PFE$、$TF = PF$ $\therefore T$、F、P 三点共线（5 分）

又 $\because TA = TP$、$\angle TAP = 60°$ $\therefore \angle PAF = 30°$、$AF \perp PF$ $\therefore AP = 2PF$ $\therefore AF = \sqrt{AP^2 - PF^2} = \sqrt{3}PF$

综上所述，$AF \perp PF$（6 分）且 $AF = \sqrt{3}PF$（7 分）.



（3） $\frac{7}{4}\sqrt{2} + \frac{7}{4}\sqrt{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$（10 分）

24.（1） $A(-1,0)$、$B(3,0)$、$C(0,-3)$、$D(1,-4)$（2 分）

（2） 设 $CB: y = kx + b$，则 $\begin{cases} 3k + b = 0 \\ b = -3 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} k = 1 \\ b = -3 \end{cases}$，即 $CB: y = x - 3$（3 分）

$\because EF: x = t$、$MN: x = t + 1$ $\therefore E(t, t-3)$、$F(t, t^2 - 2t - 3)$、$M(t+1, t-2)$、$N(t+1, t^2 - 4)$

$\therefore EF = y_E - y_F = (t-3) - (t^2 - 2t - 3) = -t^2 + 3t$、$MN = y_M - y_N = (t-2) - (t^2 - 4) = -t^2 + t + 2$，于是

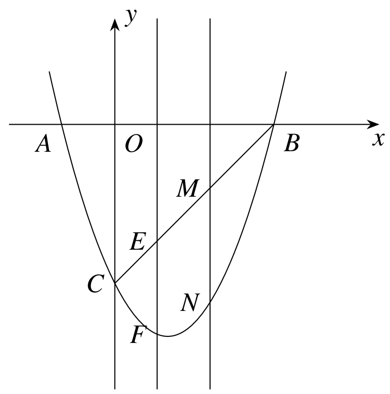
$$EF - MN = (-t^2 + 3t) - (-t^2 + t + 2) = 2t - 2 \text{（4分）}$$

又 $\because$ 点 E、M 在线段 BC（含两端）上 $\therefore 0 \le t \le 2$

$\therefore$ 当$0 \le t < 1$时，$EF < MN$（5分）

当$t = 1$时，$EF = MN$（6分）

当$1 < t \le 2$时，$EF > MN$（7分）



（3） 设点 $P(p, p^2 - 2p - 3)$、$Q(q, q^2 - 2q - 3)$、$PQ: y = k_1 x + b_1$，则 $\begin{cases} p^2 - 2p - 3 = k_1 p + b_1 \\ q^2 - 2q - 3 = k_1 p + b_1 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} k_1 = p + q - 2 \\ b_1 = -pq - 3 \end{cases}$，

即 $PQ: y = (p + q - 2)x - (pq + 3)$

$\because PQ$ 过点 $(2, -2)$，$\therefore 2(p + q - 2) - (pq + 3) = -2$，即

$$pq = 2p + 2q - 5 \quad (*) \text{（8分）}$$

设 $PB: y=k_2x+b_2$，则 $\begin{cases}0=3k_2+b_2\\ p^2-2p-3=k_2p+b_2\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k_2=p+1\\ b_2=-3p-3\end{cases}$，即 $PB: y=(p+1)x-3(p+1)$

设 $DQ: y=k_3x+b_3$，则 $\begin{cases}-4=k_3+b_3\\ q^2-2q-3=k_3q+b_3\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k_3=q-1\\ b_3=-q-3\end{cases}$，即 $DQ: y=(q-1)x-(q+3)$

联立 PB 和 DQ 的方程，有 $\begin{cases}y=(p+1)x-3(p+1)\\ y=(q-1)x-(q+3)\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=\dfrac{3p-q}{p-q+2}\\ y=\dfrac{2pq-6p+2q-6}{p-q+2}\end{cases}$

将 $(*)$ 代入，得到

$$T\left(\frac{3p-q}{p-q+2},\frac{-2p+6q-16}{p-q+2}\right)$$ （10分）

猜想点 T 在一条定直线上运动，设这条直线为 $l: y=kx+b$，则

$$\begin{aligned}\frac{-2p+6q-16}{p-q+2}&=k\cdot\frac{3p-q}{p-q+2}+b\\ -2p+6q-16&=k(3p-q)+b(p-q+2)\\ -2p+6q-16&=3kp-kq+bp-bq+2b\end{aligned}$$

$$(3k+b+2)p-(k+b+6)q+(2b+16)=0$$

若猜想为真，则上式在 p、q 变化时恒成立，即 $\begin{cases}3k+b+2=0\\ k+b+6=0\\ 2b+16=0\end{cases}$，这个方程组有解，为 $\begin{cases}k=2\\ b=-8\end{cases}$，这说明点 T 始终在 $l: y=2x-8$ 上运动.（11 分）

作直线 l 交 x 轴于点 E，交 y 轴于点 F，则 $E(4,0)$、$F(0,-8)$，于是 $AE=5$、$OF=8$、$OE=4$、$EF=\sqrt{OE^2+OF^2}=4\sqrt{5}$. 连 AF，过 A 作 $AT'\perp l$ 于点 T'，则 $AT\geq AT'$，即线段 AT 的长度最短为 AT'.

又 $\because S_{\Delta AEF}=\dfrac{1}{2}AE\cdot OF=\dfrac{1}{2}EF\cdot AT'$ $\therefore AT'=\dfrac{AE\cdot OF}{EF}=2\sqrt{5}$

综上所述，线段 AT 长度最小为 $2\sqrt{5}$.（12 分）