

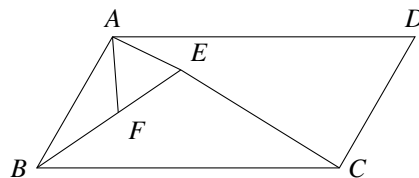
第二十二章 二次函数

时间：2 小时 满分：120 分

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 得分：_____

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

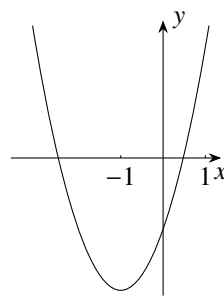
- 下列函数为二次函数的是 ()
 A. $y = x^2 - 2x + 1 - (x - 1)(2x + 1)$ B. $y = \frac{x^4 - 3x^3 + x^2 + 1}{x}$
 C. $y = 18x - 16$ D. $y = x^2 + 2x + 3 - \frac{1}{x}$
- 二次函数 $y = x^2 + ax + 1 - a$ 的图像必过点 ()
 A. (0, 1) B. (1, 2) C. (-1, 0) D. (0, 0)
- 若二次函数 $y = x^2 + 4x + 4$ 的图像与一次函数 $y = ax + a$ 的图像有且仅有一个交点，则 ()
 A. $a = 2$ B. $a = 4$ C. $a = -1$ D. $a = -2$
- 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点为 (4, -2)，且过点 (6, 2)，则 ()
 A. $a = -1, b = 8, c = 18$ B. $a = 1, b = 8, c = 14$
 C. $a = 1, b = -8, c = 14$ D. $a = -1, b = 6, c = -14$
-
-
-
-
- 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2 - 2ax - 2 = 0$ 在 $-1 < x < 4$ 范围内有且仅有一根，则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $a > \frac{2}{3}$ B. $a < \frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{4} < a < \frac{2}{3}$ D. $a > \frac{2}{3}$ 或 $a < \frac{1}{4}$
- 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $BC = 2AB = 20$ ， B, F, E 三点共线，且 $\angle ABC = 60^\circ$ 。连 AF, AE, CE ，若 $AE = EF$ ， $\angle DAE + \angle CBF = 60^\circ$ ，且 $AF = 6$ ，则 $\triangle BEC$ 的面积为 ()
 A. $16\sqrt{3}$ B. $68\sqrt{3}$ C. $32\sqrt{3}$ D. $34\sqrt{3}$



(第 10 题)

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。

- 抛物线 $y = 4x^2 + 6x + 2$ 与 x 轴的交点是 _____。
- 二次函数 $y = x^2 + 6x + 7$ 的顶点为 _____。
- 已知实数 a, b, c 满足 $a \neq 0$ ，且 $a - b + c = 0, 9a + 3b + c = 0$ ，则抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 图像上一点 $A(-1, 3)$ 关于抛物线对称轴对称的点为 _____。
- 把二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 的图像作关于 x 轴的对称变换，所得图像的解析式为 $y = -a(x - 1)^2 + 4a$ ，若 $(m - 1)a + b + c \leq 0$ ，则 m 的最大值为 _____。
- 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x = -1$ ，则有下列说法：
 ① $abc < 0$;
 ② $3a + c > 0$;
 ③ $\left(\frac{b}{a}\right)^2 - \frac{4c}{a} > 4$;
 ④ 当抛物线经过点 $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ 时，若方程 $ax^2 + bx + c - 2 = 0$ 的两根为 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)，则 $x_1 + x_2 = -\frac{3}{2}$;
 ⑤ 若在方程 $|ax^2 + bx + c| = k$ 中， k 为常数，且 $0 < k < -a + b - c$ ，则方程所有根的和为 -4 ;
 其中正确的有 _____。



(第 15 题)

16. 若关于 x 的方程 $ax^2 - 3x - 1 = 0$ 的所有实根均满足 $-1 < x < 0$, 则 a 的取值范围是 _____.

三、解答题: 本大题共 8 小题, 共 72 分, 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 已知在平面直角坐标系内有一条抛物线过点 $(-2, 2)$ 、 $(3, 2)$ 和 $(2, -4)$, 求这条抛物线的顶点坐标.

18. (1)

(2)

19. 已知二次函数 $y = x^2 + ax + 2a$ 的图像与 x 轴有两个交点, 且这两个交点间的距离为 3.

(1) 求 a .

(2) 试讨论当 $b \leq x \leq b + 5$ 时, 函数值 y 的最小值.

20. (1)

(2)

21. (1)

(2)

22. (1)

(2)

(3)

23. (1)

(2)

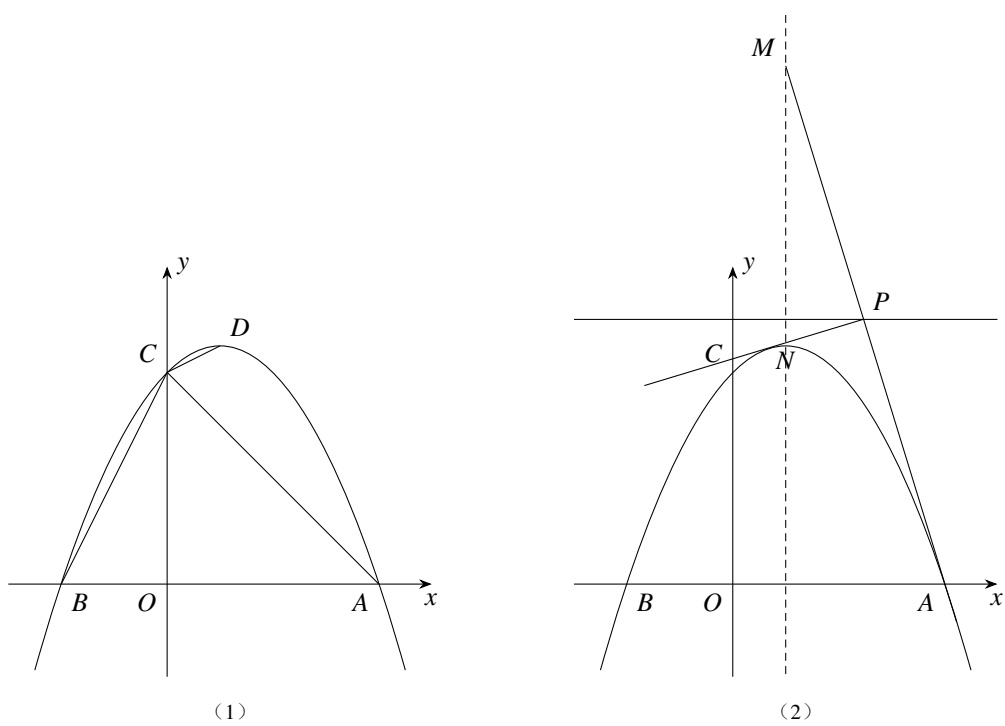
(3)

24. 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴为 $x = 1$, 且与 x 轴交于点 $A(4, 0)$ 和点 B , 与 y 轴交于点 C .

(1) 求抛物线的解析式.

(2) 如图 1, 连 BC 、 AC , D 是抛物线上一点, 连 DC , 若 AC 平分 $\angle BCD$, 求点 D 的坐标.

(3) 如图 2, 点 P 是直线 $y = 5$ 上、但不在抛物线对称轴上的动点, 过点 P 且不与 y 轴平行的两条直线 l_1 、 l_2 与抛物线均只有一个交点, l_1 、 l_2 分别交抛物线对称轴与点 M 、 N , 点 G 为抛物线对称轴上点 M 、 N 下方一点, 若 $GP^2 = GM \cdot GN$ 恒成立, 求点 G 的坐标.



(第 24 题)