★ 保密 · 启用前

九年级第一学期期末质量检测

数 学 试 卷

武钢实验学校 914 班数学兴趣小组命制 2024-2

本试卷满分 120 分，考试用时 120 分钟

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. “数学王子”高斯在 19 岁时发现了正十七边形的尺规作法，无论对他本人还是对数学界都是莫大的贡献，因此，人们在他的墓碑上刻上了正十七边形，作为永久的纪念. 正十七边形（　　）

   A. 既是轴对称图形，又是中心对称图形　　B. 是轴对称图形，但不是中心对称图形

   C. 既不是轴对称图形，也不是中心对称图形　　D. 是中心对称图形，但不是轴对称图形

2. 一元二次方程 $2x^2+x-4=0$ 的两根之和为（　　）

   A. $\frac{1}{4}$　　B. -1　　C. -4　　D. $-\frac{1}{2}$

3. 如图，四边形 $ABCD$ 和 $AEFG$ 均是正方形，连 BE、DG，则下列说法中，不一定成立的是（　　）

   A. $BE=DG$　　B. $BE\perp DG$

   C. $\angle EBC+\angle GDC=180^\circ$　　D. $\angle FEB=\angle GDC$

4. 掷两个质地均匀的骰子，则下列事件中，是随机事件的是（　　）

   A. 两骰子掷得的点数之和小于 13　　B. 两骰子掷得的点数之和等于 1

   C. 两骰子掷得的点数之差等于 4　　D. 两骰子掷得的点数之差等于 6

5. 将抛物线 $y=2x^2-8x+10$ 先向左平移 4 个单位长度，再向上平移 10 个单位长度得到的抛物线的解析式是（　　）

   A. $y=2x^2-2x+16$　　B. $y=2x^2-24x+84$

   C. $y=2x^2+8x$　　D. $y=2x^2+8x+20$

6. 已知抛物线 $y=ax^2-3ax-2a+1$ 与 y 轴交于负半轴，且过点 $(1,y_1)$、$(3,y_2)$ 和 $(-1,y_3)$，则 y_1、y_2、y_3 之间的大小关系是（　　）

   A. $y_1<y_2<y_3$　　B. $y_3<y_2<y_1$　　C. $y_1<y_3<y_2$　　D. $y_3<y_1<y_2$

7. 已知 m 是一个实数，记 p、q 分别为直线 $y=-x$ 与抛物线 $y=x^2-(m+1)x+m$ 的两个公共点的横坐标，若 $p^2+mq=6$，则 m 所有可以取的值的和为（　　）

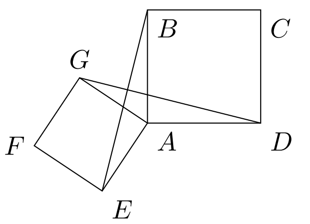
   A. -2　　B. -1　　C. 0　　D. 1

8. 如图，PM、PN 分别切 $\odot O$ 于 A、B 两点，C 为 $\odot O$ 上一点，连 AC、BC. 若 $\angle P=60^\circ$、$\angle MAC=75^\circ$、$BC=\sqrt{2}$，则线段 AP 的长度为（　　）

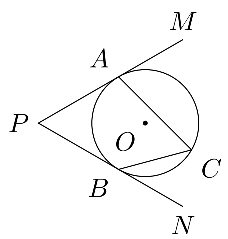
   A. $\sqrt{3}-1$　　B. $\sqrt{2}+1$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{2}$

9. 如图，AB 是 $\odot O$ 的一条弦，C 是优弧 $\overset{\frown}{ACB}$ 上一点，已知将弧 $\overset{\frown}{BC}$ 沿弦 BC 折叠后刚好经过弦 AB 的中点 D，若 $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{5}$、$AB=4$，则弦 BC 的长度为（　　）

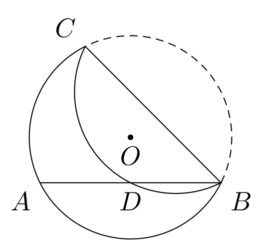
   A. $3\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{6}$　　C. $\sqrt{6}+\sqrt{2}$　　D. $3+2\sqrt{2}$



（第 3 题）



（第 8 题）



（第 9 题）

10. 已知实数 t 满足当 $-5\le x\le 1$ 时，抛物线 $y=tx^2-x$ 与折线 $y=4t|x|-t+3$ 恰有 2 个公共点. 若 t 是一个非零整数，则符合条件的 t 有（　　）个.

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分.

11. 已知点 $(2, m)$ 和点 $(n, -1)$ 关于原点中心对称，那么代数式 $m+n$ 的值是________

12. 记点 O 和点 I 分别为 $\triangle ABC$ 的外心和内心，若 $\angle AOB = 64°$，则 $\angle AIB =$________

13.“标记重捕法”是种群密度的常用调查方法之一，在一个鱼塘里随机抓取 24 条鱼标上记号后放回鱼塘，一段时间后重新抓 18 条鱼，发现其中有 4 条有记号，据此可估计该鱼塘内鱼的数量是________ 条.

14. 已知当 $x \geq -1$ 时，二次函数 $y = x^2 - 2bx + 5$ 的最小值是 1，则实数 b 的值为________

15. 已知三个实数 a、b、c 之间满足 $|a| \geq |b|$、$c > 0$、$4a + 2b + c = 0$，则有下列说法：

① $a + b + c > 0$；

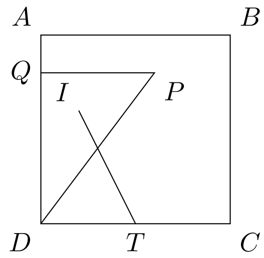
② $2a + c < 0$；

③ 已知两实数 m、n 满足 $m < n$，那么若 $m + n > 1$，则有 $am^2 + bm > an^2 + bn$；

④ 对任意的 $-2 < q < 0$，不等式 $aq^2 - bq - \frac{c}{2}q \geq 0$ 恒成立.

其中正确的是________

16. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 4，将线段 AD 绕点 D 顺时针旋转得到线段 PD，使点 P 落在正方形 $ABCD$ 内. 过 P 作 $PQ \perp AD$ 于 Q，连 CD 的中点 T 和 $\triangle PDQ$ 的内心 I，则当 $\angle ITD$ 最大时，线段 IT 的长度为________



（第 16 题）

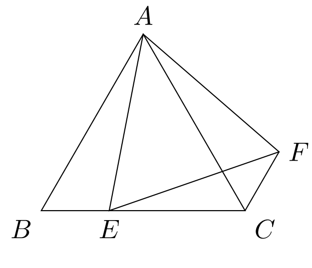
三、解答题：本大题共 8 小题，共 72 分，解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一个根为 $x = 1$，且 a、b 满足 $b = \sqrt{a-2} + \sqrt{2-a} - 3$，解关于 y 的方程 $\frac{1}{4}y^2 - c = 0$.

18. 如图，在等边 $\triangle ABC$ 中，E 是 BC 上一点，连 AE，将 $\triangle ABE$ 绕点 A 旋转至 $\triangle ACF$ 处，连 EF.

（1） 判断 $\triangle AEF$ 的形状并说明理由.

（2） 若 $BE = 1$、$CE = 2$，求 $\triangle CEF$ 的面积.



（第 18 题）

19. 一个不透明的袋子里装有四个球，四个球分别标有 2、3、4、6 四个数字，除标号不同外，四个球在各方面完全一样. 现从袋中随机摸出 2 个球.

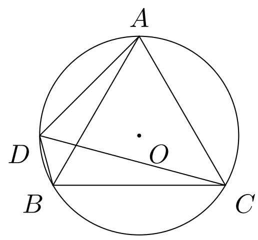
（1） 若每次摸出球后都放回袋中，直接写出两球的标号之积为 4 的倍数的概率是________

（2） 若每次摸出球后都不放回袋，求两球的标号互质（除 1 外没有公因数）的概率.

20. 如图，边长为 $2\sqrt{3}$ 的等边三角形 ABC 内接于 $\odot O$，D 是 $\widehat{AB}$ 上一点，连 CD、AD、BD，有 $\angle ACD = 45°$.

（1） 直接写出 $\widehat{DB}^{l}$ 的值和 $\widehat{AD}$ 与弦 AD 所围成区域的面积 S.

（2） 求 $BD + DC$ 的值.



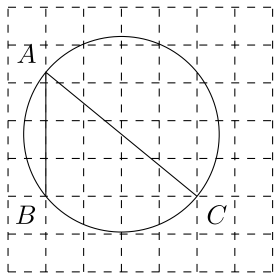
（第 20 题）

21. 如图是由小正方形组成的 7×7 网格，每个小正方形的顶点叫做格点. 已知 $\odot O$ 交格点于 B、C，交网格线于点 A，连 AB、AC. 仅用无刻度的直尺在给定网格中完成画图，其中作图过程用虚线，作图结果用实线：

（1） 作弦 AD 平分 $\angle BAC$.

（2） 连 BD，在弦 AD 上作点 E，使得 $ED = BD$.

（3） 作弦 AF 与 BD 平行.



（第 21 题）

22. 如图是某兴趣小组设计的游戏装置. 在一个水平滑道上，小球甲在被加速后以 40dm/s 的初速度从滑道 A 点出发，沿滑道向右作匀减速直线运动，其滑行距离 s（dm）、瞬时速度 v_1（dm/s）与滑行时间 t_1（s）之间的关系如下表所示：

滑行时间 t_1（s）	0	0.5	1	$\cdots$
滑行距离 s（dm）	0	17.5	30	$\cdots$
瞬时速度 v_1（dm/s）	40	30	20	$\cdots$

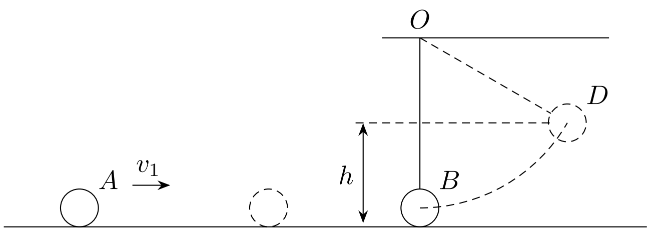
与此同时，在滑道 B 点处有另一个静止的小球乙被一根绳子悬挂着，绳长 $OB = 4$dm，且小球乙正好与滑道相切. 当小球甲撞到小球乙时，其速度 v_1 将全部传给小球乙，成为乙的初速度 v_2. 随后，小球乙将绕点 O、以 OB 为半径作圆周运动，其上升高度 h（dm）和运动时间 t_2（s）之间满足 $h = v_2 t_2 - 2{t_2}^2$. 小球乙在上升到最高点 D 后摆回至点 B，随后停止运动.

现已知 s 与 t_1、v_1 与 t_1 之间的函数关系是我们学过的函数，若不计两小球的大小，回答下列问题：

（1） 直接写出 s 与 t_1、v_1 与 t_1 之间的函数关系式（不必写出自变量的取值范围）.

（2） 若小球乙共运动了 3 秒，求 AB 的长度.

（3） 若 $\angle DOB = 60°$，求 AB 的长度.



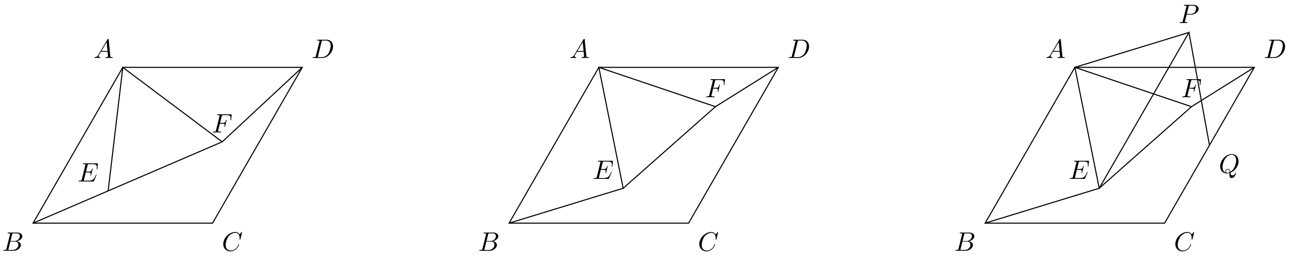
（第 22 题）

23. 如图，菱形 $ABCD$ 的边长为 $2\sqrt{5}$，且 $\angle ABC = 60^\circ$，等边 $\triangle AEF$ 绕点 A 在菱形 $ABCD$ 内部旋转，连 BE 和 DF.

（1） 如图 1，当 B、E、F 三点共线时，求证：$\angle ABE = \angle DAF$.

（2） 如图 2，当 $\angle ABE + \angle ADF = 75^\circ$ 时，若 $DF = 2\sqrt{2}$，求线段 BE 的长.

（3） 如图 3，以 BA、BE 为边，作平行四边形 $ABEP$，连 P 和 CD 中点 Q，若等边 $\triangle AEF$ 的边长为 3，直接写出线段 PQ 长度的最小值.



（1）　　（2）　　（3）

（第 23 题）

24. 在平面直角坐标系 xOy 中，恒过点 $F(0,2)$ 的动圆 $\odot P$ 保持与 x 轴相切. 记点 P 的运动轨迹为 Γ.

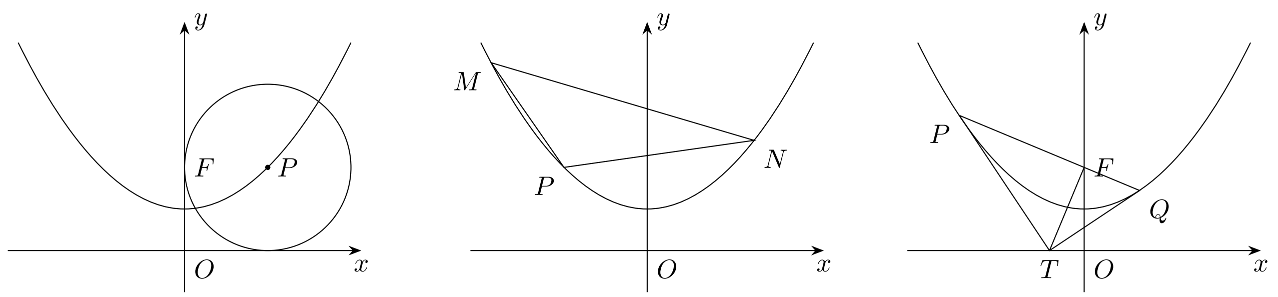
（1） 如图 1，已知 Γ 是一条抛物线，试根据下面的问题求其解析式.

① 当点 P 运动到 y 轴上时，点 P 的坐标是________；当 $\odot P$ 与 y 轴相切时，点 P 的坐标是________

② 根据①的结果，直接写出 Γ 的解析式是________

（2） 如图 2，当点 P 的横坐标为 -2 时，平面内一动直线 $l: y = kx + 2k + 4$ 交 Γ 于点 M、N，连 MP、NP，求 $\triangle MNP$ 面积的最小值.

（3） 如图 3，作直线 PF 交 Γ 于点 Q，分别过点 P、Q 作两条不与 y 轴平行的直线交于点 T，使得直线 PT 和 QT 均与 Γ 有且仅有一个公共点，连 TF，求证：$TF \perp PQ$.



（1）　　（2）　　（3）

（第 24 题）