

题目

解不等式

$$\frac{2^{x+1}}{2^x+1} + \frac{2^x}{2^{x-1}+1} + 2x - 3 > 0$$

解答

解：

注意到原不等式可化为

$$\frac{2^{x+1}}{2^x+1} + x - 1 + \frac{2^{(x-1)+1}}{2^{x-1}+1} + (x-1) - 1 > 0$$

于是令 $f(x) = \frac{2^{x+1}}{2^x+1} + x - 1$ ，则原不等式变为 $f(x) + f(x-1) > 0$

可以证明（证明比较简单，交给读者） $f(x)$ 是奇函数，于是原不等式变为 $f(x) > f(1-x)$

事实上，还可以证明 $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上单调递增（证明比较简单，交给读者），于是原不等式变为 $x > 1-x$ ，解得 $x > \frac{1}{2}$