

2024 年武汉市初中毕业生学业考试（模拟一）

数 学 试 卷

武钢实验学校 914 班数学兴趣小组命制

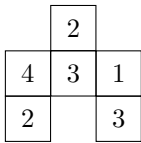
2024-2

本试卷满分 120 分，考试用时 120 分钟

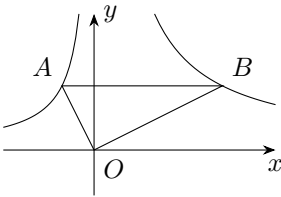
第 I 卷 选择题（共 30 分）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

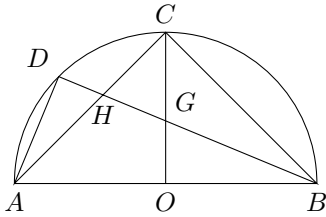
1. 实数 14 的相反数是（ ）  
A. 14                      B. -14                      C.  $\frac{1}{14}$                       D.  $-\frac{1}{14}$
2. 图形美往往表现在对称当中，下列汉字中，是轴对称图形的是（ ）  
A. 我                      B. 爱                      C. 中                      D. 国
3. 在一些比赛中，如果评委数多于两个人，往往会对评委们的打分进行“去掉一个最小值，再去掉一个最大值”的处理，这种处理方式一定不会改变原评分的（ ）  
A. 平均数                      B. 中位数                      C. 众数                      D. 方差
4. 化简  $(-4a^3)^3$  的结果是（ ）  
A.  $-12a^{27}$                       B.  $64a^{27}$                       C.  $-12a^9$                       D.  $-64a^9$
5. 由若干个同样大小的小正方体搭成的几何体的俯视图如图所示，其中小正方形中的数字表示在该位置小正方体的个数，则这个几何体左视图的面积是（ ）  
A. 8                      B. 9                      C. 10                      D. 11
6. 已知两不等实数  $a$ 、 $b$  满足  $a^2 - 3a - 1 = 0$ 、 $b^2 = 3b + 1$ ，则代数式  $\frac{a^2 + ab}{a - b} \div \frac{a^2 b}{a^2 - b^2}$  的值是（ ）  
A. -9                      B. 9                      C.  $-\frac{9}{4}$                       D.  $\frac{9}{4}$
7. 如图，已知在平面直角坐标系  $xOy$  中，一条平行于  $x$  轴的直线交  $y$  轴于正半轴，且分别交双曲线  $y = -\frac{1}{x}$  和  $y = \frac{4}{x}$  于点  $A$ 、 $B$ ，若  $OA \perp OB$ ，则线段  $AB$  长（ ）  
A.  $\frac{5}{2}$                       B. 5                      C.  $\frac{5}{2}\sqrt{2}$                       D.  $5\sqrt{2}$
8. 已知在两个不透明的箱子甲和乙中分别装有几个除颜色外完全相同的小球，其中甲箱中有 2 个红球、1 个黑球，乙箱中有 1 个红球、1 个黑球. 现通过掷硬币的方式随机抽取一个箱子，并在箱子中摸球，则下列说法中正确的是（ ）  
A. 若抽到了乙箱子，则随机摸一个球，摸出红球的概率更大  
B. 若抽到了甲箱子，则随机摸两个球，一定能摸出黑球  
C. 若在抽到的箱子中随机摸一个球，摸出的是黑球，则抽到乙箱子的概率更大  
D. 若在抽到的箱子中随机摸两个球，则摸出颜色不同的两个球的概率较大
9. 如图， $AB$  是半圆  $O$  的直径， $C$  是  $\widehat{AB}$  的中点， $D$  是  $\widehat{AC}$  的中点，连  $BD$ 、 $BC$ 、 $CA$ 、 $CO$ ，设  $DB$  与  $AC$  的交点为  $H$ ，与  $OC$  的交点为  $G$ ，则有如下说法：①  $CG = GH$ ；②  $BC = 2AD$ ；③  $AB^2 - DB^2 = DH \cdot DB$ ；④  $DH \cdot HB + \frac{1}{2}CH \cdot AC = CH \cdot AH$ . 其中正确的是（ ）  
A. ①③                      B. ②③                      C. ①③④                      D. ①②③④



（第 5 题）



（第 7 题）



（第 9 题）

10. 已知三个变量  $x$ 、 $t$ 、 $y$  之间满足函数关系： $y = t^2 + bt + 1$ 、 $t = x^2 + bx + 1$ . 若整数  $b$  使得当自变量  $x$  在实数范围内变化时，因变

- 量  $t$  和  $y$  能取到的最小值不同, 则这样的  $b$  有 ( ) 个.
- A. 3                      B. 4                      C. 5                      D. 无数

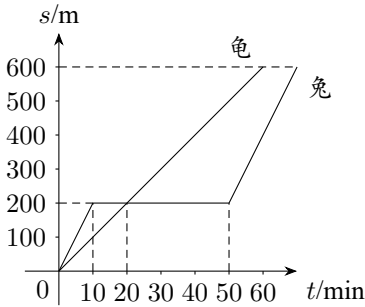
第 II 卷 非选择题 (共 90 分)

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分.

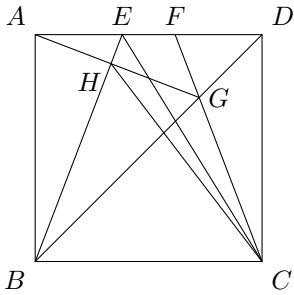
11. 写一个比 3 大的无理数\_\_\_\_\_
12. “2023 年是共建‘一带一路’倡议提出十周年。十年来, ‘一带一路’建设成就显著, 中国企业在沿线国家建设的合作区已累计投资 3979 亿元人民币, 为当地创造了 42.1 万个就业岗位。”材料中数据“42.1 万”可以用科学记数法表示为\_\_\_\_\_ (结果不带“万”)
13. 一艘船在海上观测到一座灯塔位于东偏北  $37^\circ$ , 在沿原方向继续行驶  $1n$  mile 后, 观测到这座灯塔位于东偏北  $53^\circ$ , 则此时这艘船距离灯塔\_\_\_\_\_  $n$  mile (结果四舍五入保留两位小数, 参考数据:  $\sin 37^\circ \approx 0.6$ )
14. 龟、兔进行 600m 赛跑, 赛跑的路程  $s$  (m) 与时间  $t$  (min) 如图所示, 若兔子睡觉前后速度保持不变, 则当兔子到达终点时, 乌龟已经到达了\_\_\_\_\_ min.
15. 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a > 0$ ) 经过  $A(-1, 1)$  和  $B(4, 1)$  两点, 则有下列四个结论:
- ①  $4a + c = 1$ ;
  - ② 若点  $C(\pi, y_0)$  在抛物线上, 则  $y_0 < c$ ;
  - ③ 若关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  有实数根  $x_1, x_2$  ( $x_1 \leq x_2$ ), 则  $-1 < x_1 \leq x_2 < 4$ ;
  - ④ 若关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + bx + c = p$  有实数根, 则  $4p \geq 4 - 25a$ .

其中正确的是\_\_\_\_\_

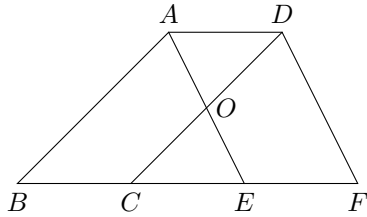
16. 如图, 正方形  $ABCD$  中,  $E, F$  是  $AD$  上的两个动点 (不与端点重合,  $E$  在  $F$  左侧也不与  $F$  重合), 使得  $AE = DF$ ,  $CF$  交  $BD$  于  $G$ ,  $BE$  交  $AG$  于  $H$ , 则  $\frac{CH}{CE}$  的取值范围是\_\_\_\_\_



(第 14 题)



(第 16 题)



(第 18 题)

三、解答题: 本大题共 8 小题, 共 72 分, 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

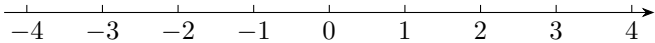
17. (本小题满分 8 分)

解不等式组  $\begin{cases} x + 2 > -1 & \text{①} \\ 3x - 4 \leq x & \text{②} \end{cases}$  请按下列步骤完成解答:

(I) 解不等式①, 得\_\_\_\_\_

(II) 解不等式②, 得\_\_\_\_\_

(III) 将不等式①和②的解集在数轴上表示出来:



(IV) 原不等式组的解集为\_\_\_\_\_

18. (本小题满分 8 分)

如图, 四边形  $ABCD$  和四边形  $ADEF$  均是平行四边形,  $AE, CD$  交于点  $O$ ,  $AD = 10$ ,  $B, C, E, F$  共线.

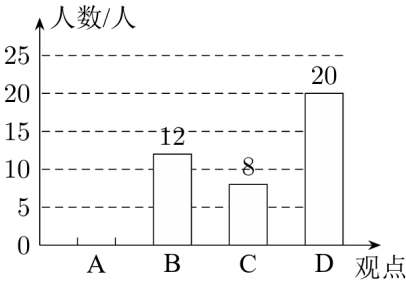
- (1) 直接写出  $\triangle ABE$  可以怎样变换得到  $\triangle DCF$ .
- (2) 若  $CE = 10$ , 记  $S_1$  为  $\triangle OCE$  的面积,  $S_2$  为四边形  $ABFD$  的面积, 求  $\frac{S_1}{S_2}$ .

19. (本小题满分 8 分)

主题班会课上, 老师就同学之间如何相处, 提出了四个观点: A. 放下傲慢, 彼此尊重; B. 放下猜疑, 彼此信任; C. 相互支持, 彼此成就; D. 公平竞争, 合作双赢.

老师要求每人选取一个观点写出自己的感悟，根据同学们的选择情况，学习委员绘制了下面两幅不完整的图表，请根据图表中提供的信息，回答下列问题：

观点	频数	频率
A	$a$	0.2
B	12	0.24
C	8	$b$
D	20	0.4

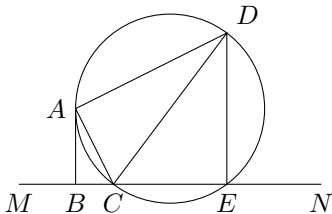


- 班里总共有\_\_\_\_\_人.
- 表格中  $a =$ \_\_\_\_\_,  $b =$ \_\_\_\_\_
- 将条形统计图补充完整.
- 现准备从四个观点中任选两个作为演讲主题，请用列表或画树状图的方法求选中观点 D（公平竞争，合作双赢）的概率.

20.（本小题满分 8 分）

如图，点  $A$  在直线  $MN$  的上方，过点  $AB \perp MN$  于  $B$ ， $C$  是射线  $BN$  上一点，使  $BC < AB$ ，在  $MN$  的上方作  $\angle ACD = \angle ACB$ ，以  $CD$  为直径的圆恰好经过点  $A$  且与  $MN$  交于点  $E$ .

- 求证：  $AB$  与这个圆相切.
- 若  $AB = 2$ 、 $CE = 3$ ，试确定  $\triangle ACD$  的三边长.

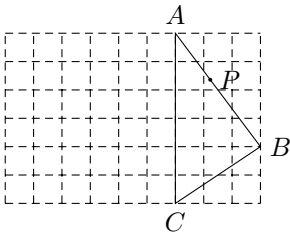


（第 20 题）

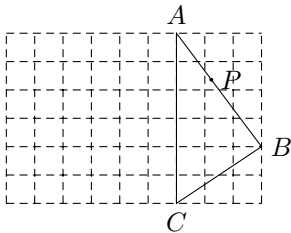
21.（本小题满分 8 分）

如图是由小正方形组成的  $9 \times 6$  网格，每个小正方形的顶点被称为格点，在格点三角形  $ABC$  中， $P$  是边  $AB$  上任意一点. 仅用无刻度的直尺在给定网格中完成画图，画图过程用虚线表示.

- 在图 1 中，将线段  $AB$  沿  $BC$  方向平移，使点  $B$  与点  $C$  重合，画出平移后的线段  $DC$ ，再在  $DC$  上画点  $E$ ，使  $CE = 2AP$ .
- 在图 2 中，先在  $AC$  上画点  $F$ ，使  $\tan \angle ABF = \frac{3}{2}$ ，再在  $AC$  上画点  $G$ ，使  $\angle APG = 45^\circ$ .



（1）



（2）

22.（本小题满分 10 分）

某课外科技活动小组研制了一种航模飞机，通过实验，收集了飞机相对于出发点的水平飞行距离  $x$ （单位：m）、飞行高度  $y$ （单位：m）随飞行时间  $t$ （单位：s）变化数据如下表：

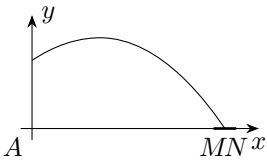
飞行时间 $t$ （s）	0	2	4	8	...
水平飞行距离 $x$ （m）	0	20	40	80	...
飞行高度 $y$ （m）	0	31	60	112	...

**探究发现**  $x$  与  $t$ 、 $y$  与  $t$  之间的函数关系可以用我们已学过的函数来描述，直接写出  $x$  关于  $t$  的函数解析式和  $y$  关于  $t$  的函数解析式（不要求写出自变量的取值范围）.

**问题解决** 活动小组在水平安全线上  $A$  点处设置一个高度可以变化的发射平台试飞该航模飞机，现以  $A$  为原点、水平安全线为  $x$  轴、飞机飞行方向为正方向、1m 为单位长度，建立平面直角坐标系. 根据上面的 **探究发现** 解决下面的问题：

(1) 若发射平台相对于安全线的高度为 0m，在  $A$  点处持续发射激光，其轨迹可视为  $y = \frac{8}{5}x$ . 若无人机在遇到激光 1s 后便发出信号，求航模发出信号时的坐标。

(2) 在安全线上设置回收区域  $MN$ ，使  $AM = 800\text{m}$ ， $AN = 840\text{m}$ . 若飞机落到  $MN$  内（不包括端点），求发射平台相对于安全线的高度的变化范围。



(第 22 题)

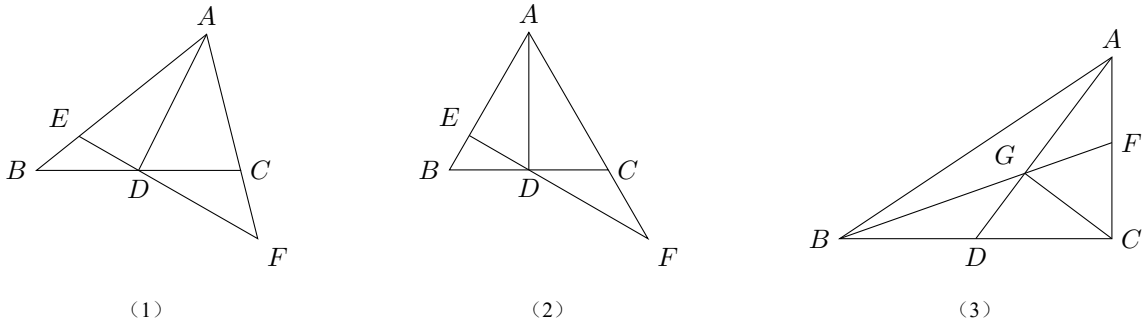
23. (本小题满分 10 分)

**问题提出** 如图 1，在  $\triangle ABC$  中， $D$  是线段  $BC$  中点， $F$  是射线  $AC$  上一点，连  $FD$  并延长交  $AB$  于点  $E$ ，探究  $\frac{AB}{AE}$  与  $\frac{AC}{AF}$  之间的关系.

**问题探究** (1) 先将问题特殊化，如图 2，当  $\triangle ABC$  为等边三角形，且  $EF \perp AB$  时，直接写出  $\frac{AB}{AE} + \frac{AC}{AF}$  的值.

(2) 再探究一般情形，如图 1，上述结论还成立吗？请给出证明.

**问题拓展** 在 **问题提出** 的基础上，将图 1 特殊化，如图 3， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点  $F$  在线段  $AC$  上，连  $AD$ 、 $BF$  交于点  $G$ ，若  $\angle CGD = 90^\circ$ 、 $\tan \angle FBC = \frac{\sqrt{6}}{7}$ ，求  $\frac{AF}{FC}$  所有可能的值.



(第 23 题)

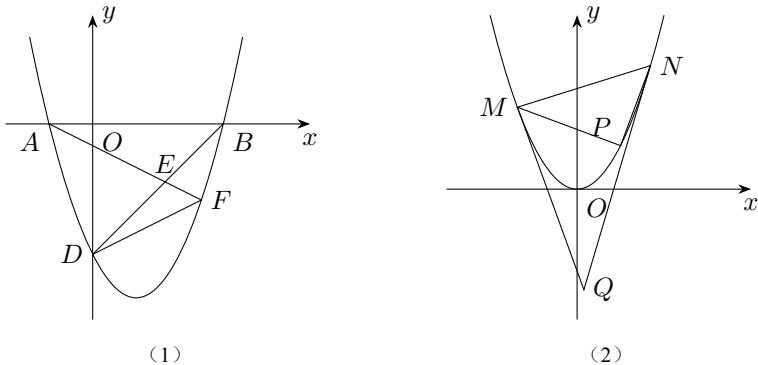
24. (本小题满分 12 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中，抛物线  $C_1$  交  $x$  轴负半轴于  $A$ 、正半轴于  $B$ ，交  $y$  轴负半轴于  $D$ ，使得  $OB = OD = 3OA = 3$ .

(1) 直接写出  $C_1$  的解析式.

(2) 如图 1， $F$  是第四象限内  $C_1$  上一点，连  $AF$ 、 $BF$  交于  $E$ ，若  $S_{\triangle AEB} - S_{\triangle DEF} = 3$ ，求点  $F$  的坐标.

(3) 如图 2，将  $C_1$  平移得到  $C_2$ ，使  $C_2$  的顶点为原点  $M$ 、 $N$ 、 $P$  是抛物线上三点，其中  $P$  的横坐标为 1，过  $M$ 、 $N$  分别作不平行于  $x$  轴的直线交于点  $Q$ ，使直线  $MQ$ 、 $NQ$  均与  $C_2$  有且仅有一个公共点. 若  $\triangle MPN$  是以  $P$  为直角顶点的直角三角形，则点  $Q$  是否在一条确定的直线上？若是，求这条直线的解析式；若不是，请说明理由.



(第 24 题)