★ 保密 · 启用前

# 九年级第一学期期末质量检测

## 参考答案

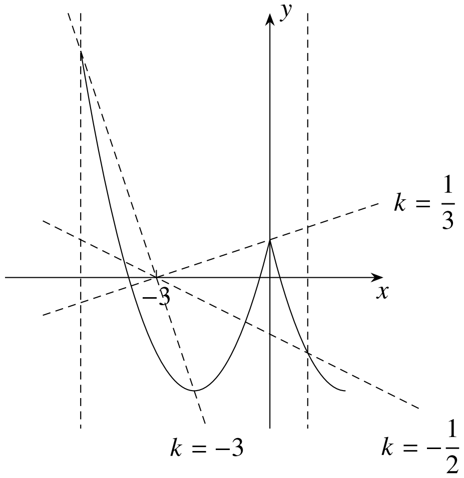
注：本答案只给简单过程和评分细则！

**一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 选项 | B | D | D | C | D | A | A | C | A | C |

【附解】

10. 联立得到 $\begin{cases} y = tx^2 - x \\ y = 4t|x| - t + 3 \end{cases}$，整理得 $tx^2 - x = 4t|x| - t + 3$，考虑对此方程进行如下变形：$tx^2 - x = 4t|x| - t + 3 \Rightarrow tx^2 - 4t|x| + t = x + 3 \Rightarrow t\left(x^2 - 4|x| + 1\right) = x + 3$，考虑令 $k = \frac{1}{t}$，那么原方程又可化为 $x^2 - 4|x| + 1 = k(x+3)$，这可以看成是 $y = x^2 - 4|x| + 1$ 与 $y = k(x+3)$ 联立，在同一直角坐标系作出图像：




（第 10 题图解）

从图像上可以看出，当 $-3 \le k < -\frac{1}{2}$ 或 $k = \frac{1}{3}$ 时，原方程有两组解，对应可得 $t$ 的取值范围是 $-2 < t \le -\frac{1}{3}$ 或 $t = 3$，其中，整数只有 $-1$ 和 3 这 2 个，故选 C.

**二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分.**

11.$-1$ 12.$106°$ 或 $164°$ 13.108

14.2 或 $-\frac{5}{2}$ 15.①③④ 16.$2\sqrt{3}$

**三、解答题：本大题共 8 小题，共 72 分，解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 由二次根式的非负性知 $a = 2$、$b = -3$（3 分），由根的定义知 $a + b + c = 0$，代入得到 $c = 1$（5 分），于是原方程化为 $\frac{1}{4}y^2 - 1 = 0$，据此解得 $y_1 = -2$、$y_2 = 2$（8 分）.

18.（1） 证明 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACF$ 全等就可得到 $\triangle AEF$ 是等边三角形.（4 分）

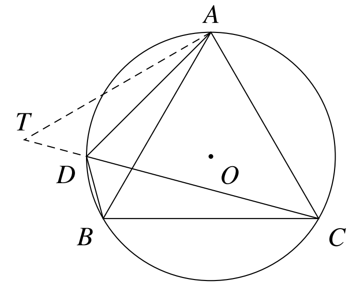
（2） 过 $E$ 作 $ET \perp CF$ 交 $FC$ 延长线于 $T$，易证 $CT = 1$、$ET = \sqrt{3}$，于是 $S_{\triangle ECF} = \frac{1}{2}ET \cdot CF = \frac{\sqrt{3}}{2}$.（8 分）

19.（1） $\frac{11}{16}$（3 分）

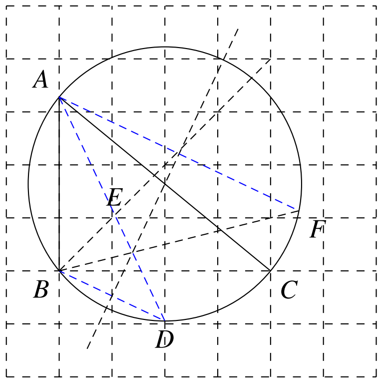
（2） 由树状图（表格）（5 分）可知有 12 种等可能的结果（6 分），其中“两球标号互质”共 4 种（7 分），故 $P(\text{两球标号互质}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.（8 分）

20.（1） $\overset{\frown}{DB'} = \frac{\pi}{3}$（1 分）、$S = \pi - 2$（2 分）

（2） 在 $CD$ 延长线上截 $TD = BD$，连 $AT$，证明 $\triangle TAD$ 与 $\triangle BAD$ 全等（5 分），再证 $\triangle TAC$ 是等腰直角三角形，得到 $BD + DC = TD + DC = TC = \sqrt{2}AC = 2\sqrt{6}$ 即可（8 分）.




21. 作出 $AD$ 给 2 分，作出点 $E$ 给 5 分，作出 $AF$ 给 8 分

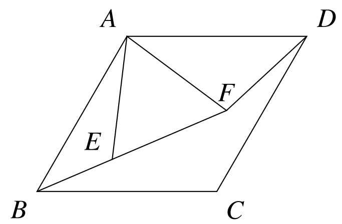



22.（1） $v_1 = -20t_1 + 40$（1 分）、$s = -10t^2 + 40t$（2 分）

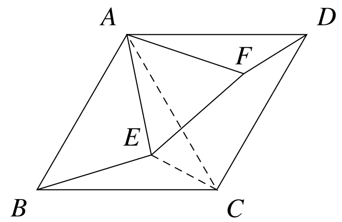
（2） 由小球乙共运动 3 秒可知当 $t_2 = 3$ 时，$h = 0$（3 分），进而解得 $v_2 = 6$（4 分）. 从而 $v_1 = v_2 = 6$，对应可解得 $t_1 = 1.7$（5 分），代入 $s$ 得到 $s = 39.1$，故 $AB$ 长 39.1dm（6 分）.

（3） 解三角形得到 $h_{max} = 2$（7 分），分析 $h - v_2$ 图像可得当 $t_2 = \frac{v_2}{4}$ 时，$h = 2$，解方程并舍去负根得到 $v_2 = 4$（8 分），从而 $v_1 = v_2 = 4$，对应可解得 $t_1 = 1.8$（9 分），代入 $s$ 得到 $s = 39.6$，故 $AB$ 长 39.6dm（10 分）.

23.（1） 直接导角即可（2 分）.




（2） 连 $EC$、$AC$，证明 $\triangle ADC$ 是等边三角形（3 分），从而得到 $\triangle AEC$ 全等于 $\triangle AFD$（5 分），于是 $\angle ECA = \angle FDA$、$EC = DF$，这可以得到 $\angle BEC = 135°$（6 分），最后解 $\triangle BEC$ 就可以得到 $BE = 2$（7 分）.



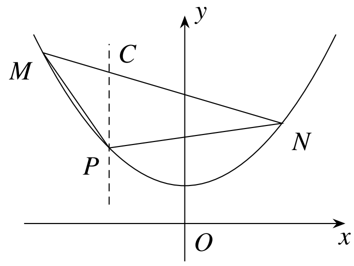

（3） $PQ_{min} = \sqrt{35} - 3$（10 分）.

24.（1） ① $(0, 1)$（1 分）；$(-2, 2)$ 或 $(2, 2)$（2 分）

② $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$（3 分）

（2）**【解答】**

如图，过 $P$ 作 $PC \perp x$轴 交 $MN$ 于 $C$.




$\because x_P=-2$、$MN:y=kx+2k+4$.$\therefore P(-2,2)$、$C(-2,4)\Rightarrow PC=x_C-x_P=2$（4 分）.

联立 $MN$ 和 $\Gamma$ 的方程可得到 $\begin{cases} y=\dfrac{1}{4}x^2+1 \\ y=kx+2k+4 \end{cases}$，整理得 $x^2-4kx-8k-12=0$. 由于 $x_M$、$x_N$ 是这个方程的两根，故由韦达定理，$\begin{cases} x_M+x_N=4k \\ x_M\cdot x_N=-8k-12 \end{cases}$（6 分）.

令 $h=(x_M-x_N)^2$，有 $S_{\triangle MPN}=\dfrac{1}{2}PC\sqrt{h}=\sqrt{h}$，故当 $S_{\triangle MPN}$ 最小时，$h$ 最小.

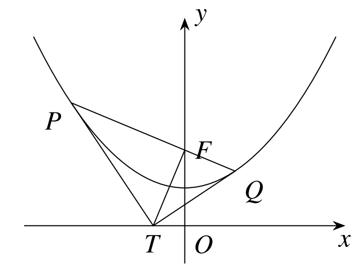
$\because h=(x_M-x_N)^2=(x_M+x_N)^2-4x_M\cdot x_N=16k^2+32k+48=16(k+1)^2+32$，$\therefore$ 当 $k=-1$ 时，$h$ 取最小值 32，

$\therefore$ 当 $k=-1$ 时，$S_{\triangle MPN}$ 取到最小值 $4\sqrt{2}$.

综上所述，$\triangle MPN$ 的面积最小为 $4\sqrt{2}$.（8 分）

（3）**【解答】**

**【点参法】**




设 $P(2p,p^2+1)$、$Q(2q,q^2+1)$、$PQ:y=k'x+b'$、$PT:y=mx+n$.

这样有 $\begin{cases} p^2+1=2pk'+b' \\ q^2+1=2qk'+b' \end{cases}$，解得 $\begin{cases} k'=\dfrac{p+q}{2} \\ b'=-pq \end{cases}$，故 $PQ:y=\dfrac{p+q}{2}x-pq$，又 $\because PQ$ 过 $F(0,2)$.$\therefore -pq=2\Rightarrow pq=-2$（9 分）

$\because P$ 在 $PT$ 上.$\therefore p^2+1=2mp+n\Rightarrow n=-2pm+p^2+1\Rightarrow PQ:y=mx-2pm+p^2+1$

联立 $PT$ 和 $\Gamma$ 的方程，有 $\begin{cases} y=\dfrac{1}{4}x^2+1 \\ y=mx-2pm+p^2+1 \end{cases}$，整理得 $x^2-4mx+8pm-4p^2=0$.$\because PT$ 与 $\Gamma$ 有且仅有一个公共点.$\therefore$ 此方程两实根相同，即

$$\begin{aligned} \Delta=0\Rightarrow (-4m)^2-4(8pm-4p^2)&=0 \\ m^2-2pm+p^2&=0 \\ (m-p)^2&=0 \\ m&=p \end{aligned}$$

故 $PT:y=px-p^2+1$，同理，$QT:y=qx-q^2+1$（11 分）.

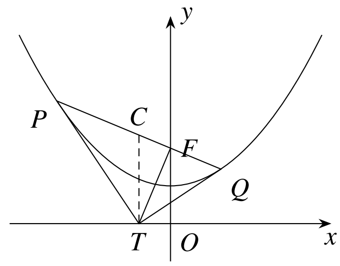
联立 $PT$ 和 $QT$ 的方程，有 $\begin{cases} y=px-p^2+1 \\ y=qx-q^2+1 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} x=p+q \\ y=pq+1=0 \end{cases}$，即 $T(p+q,0)$.

$\because$ 由勾股定理，

$$\begin{aligned} PF^2&=(x_P-x_F)^2+(y_P-y_F)^2=4p^2+(p^2-1)^2=(p^2+1)^2 \\ FT^2&=(x_F-x_T)^2+(y_F-y_T)^2=(p+q)^2+4=(p+q)^2-4pq=(p-q)^2 \\ PT^2&=(x_P-x_T)^2+(y_P-y_T)^2=(p-q)^2+(p^2+1)^2=PF^2+FT^2 \end{aligned}$$

$\therefore$ 由勾股逆定理，$TF \perp PQ$，证毕.（12 分）

**【线参法】**




设 $PQ: y=kx+b$，$\because$ $PQ$ 过 $F(0,2)$.$\therefore$ $2=b \Rightarrow b=2 \Rightarrow PQ: y=kx+2$

联立 $PQ$ 和 $\Gamma$ 的方程，有 $\begin{cases} y=\dfrac{1}{4}x^2+1 \\ y=kx+2 \end{cases}$，整理得 $x^2-4kx-4=0$.$\because$ $x_P$、$x_Q$ 是这个方程的两根.$\therefore$ 由韦达定理，

$\begin{cases} x_P+x_Q=4k \\ x_P \cdot x_Q=-4 \end{cases}$ （9 分）

设 $T(p,q)$，过 $T$ 的直线 $l_T: y=mx+n$，有 $q=mp+n \Rightarrow n=-mp+q \Rightarrow l_T: y=mx-mp+q$.

联立 $l_T$ 和 $\Gamma$ 的方程，有 $\begin{cases} y=\dfrac{1}{4}x^2+1 \\ y=mx-mp+q \end{cases}$，整理得 $x^2-4mx+4mp-4q+4=0$

当 $l_T$ 与 $\Gamma$ 有且仅有一个公共点时，此方程两实根相同，即

$$\begin{aligned} \Delta=0 \Rightarrow (-4m)^2-4(4mp-4q+4)&=0 \\ m^2-mp+q-1&=0 \end{aligned}$$

由韦达定理，$\begin{cases} m_1+m_2=p \\ m_1 \cdot m_2=q-1 \end{cases}$，此时方程的解为 $x_1=x_2=2m$，故可设 $PT: y=m_1x-m_1p+q$、$QT: y=m_2x-m_2p+q$，有 $x_P=2m_1$、$x_Q=2m_2$（11 分）.

于是 $\begin{cases} 2m_1+2m_2=4k \\ 2m_1 \cdot 2m_2=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2p=4k \\ q-1=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p=2k \\ q=0 \end{cases} \Rightarrow T(2k,0)$

如图，过 $T$ 作 $TC \perp x$轴 交 $PQ$ 于 $C$，则 $C(2k,2k^2+2)$，故 $CT=y_C-y_T=2k^2+2 \Rightarrow CT^2=4k^4+8k^2+4$

$\because$ 由勾股定理，

$$CF^2=(x_C-x_F)^2+(y_C-y_F)^2=(2k)^2+(2k^2+2-2)^2=4k^4+4k^2$$
$$TF^2=(x_T-x_F)^2+(y_T-y_F)^2=(2k)^2+(2)^2=4k^2+4$$

$\therefore$ $CT^2=CF^2+TF^2$，由勾股逆定理，$PQ \perp TF$，证毕.（12 分）