

第二十二章 二次函数

时间: 2 小时 满分: 120 分

班级: _____ 姓名: _____ 学号: _____ 得分: _____

一、选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

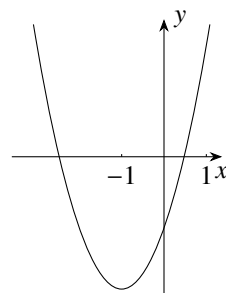
- 下列函数为二次函数的是 ()
 A. $y = x^2 - 2x + 1 - (x-1)(2x+1)$
 B. $y = \frac{x^4 - 3x^3 + x^2 + 1}{x}$
 C. $y = 18x - 16$
 D. $y = x^2 + 2x + 3 - \frac{1}{x}$
- 二次函数 $y = x^2 + ax + 1 - a$ 的图像必过点 ()
 A. (0, 1) B. (1, 2) C. (-1, 0) D. (0, 0)
- 若二次函数 $y = x^2 + 4x + 4$ 的图像与一次函数 $y = ax + a$ 的图像有且仅有一个交点, 则 ()
 A. $a = 2$ B. $a = 4$ C. $a = -1$ D. $a = -2$
- 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点为 (4, -2), 且过点 (6, 2), 则 ()
 A. $a = -1, b = 8, c = 18$ B. $a = 1, b = 8, c = 14$
 C. $a = 1, b = -8, c = 14$ D. $a = -1, b = 6, c = -14$
- 5
- 6
- 7
- 8
- 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2 - 2ax - 2 = 0$ 在 $-1 < x < 4$ 范围内有且仅有一根, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $a > \frac{2}{3}$ B. $a < \frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{4} < a < \frac{2}{3}$ D. $a > \frac{2}{3}$ 或 $a < \frac{1}{4}$
- 已知 x, y 为实数, 则代数式 $\sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{x^2 - 4x + 4 + y^2} + \sqrt{x^2 + y^2 - 4y + 4}$ 的最小值为 ()
 A. 4 B. $3\sqrt{2}$ C. $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ D. $2\sqrt{3}$

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分.

- 抛物线 $y = 4x^2 + 6x + 2$ 与 x 轴的交点是 _____.
- 二次函数 $y = x^2 + 6x + 7$ 的顶点为 _____.
- 已知实数 a, b, c 满足 $a \neq 0$, 且 $a - b + c = 0, 9a + 3b + c = 0$, 则抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 图像上一点 $A(-1, 3)$ 关于抛物线对称轴对称的点为 _____.
- 把二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 的图像作关于 x 轴的对称变换, 所得图像的解析式为 $y = -a(x-1)^2 + 4a$, 若 $(m-1)a + b + c \leq 0$, 则 m 的最大值为 _____.
- 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x = -1$, 则有下列说法:
 ① $abc < 0$;
 ② $3a + c > 0$;
 ③ $\left(\frac{b}{a}\right)^2 - \frac{4c}{a} > 4$;
 ④ 当抛物线经过点 $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ 时, 若方程 $ax^2 + bx + c - 2 = 0$ 的两根为 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$), 则 $x_1 + x_2 = -\frac{3}{2}$;
 ⑤ 若在方程 $|ax^2 + bx + c| = k$ 中, k 为常数, 且 $0 < k < -a + b - c$, 则方程所有根的和为 -4 ;
 其中正确的有 _____.
- 若关于 x 的方程 $ax^2 - 3x - 1 = 0$ 的所有实根均满足 $-1 < x < 0$, 则 a 的取值范围是 _____.

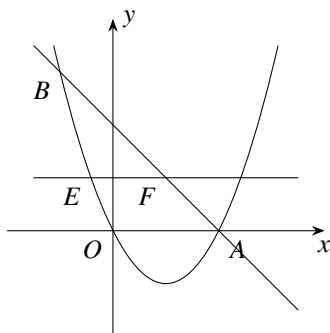
三、解答题: 本大题共 8 小题, 共 72 分, 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

- 已知在平面直角坐标系内有一条抛物线过点 $(-2, 2)$ 、 $(3, 2)$ 和 $(2, -4)$, 求这条抛物线的顶点坐标.
- 如图, 在平面直角坐标系中, 顶点为点 $(1, -1)$ 的一抛物线过原点.
 (1) 求这条抛物线的解析式.
 (2) 记这条抛物线与 x 轴的另一交点为 A , 过点 A 作直线 AB 交抛物线于第二象限一点 B , 使 $\angle BAO = 45^\circ$. 已知点



(第 15 题)

E 是抛物线上线段 AB 下方一动点, 过 E 作直线 l 垂直于 y 轴, 交直线 AB 于一点 F , 求线段 EF 长度的最小值.



(第 18 题)

19. 已知二次函数 $y = x^2 + ax + 2a$ 的图像与 x 轴有两个交点, 且这两个交点间的距离为 3.

(1) 求 a .

(2) 试讨论当 $b \leq x \leq b+5$ 时, 函数值 y 的最小值.

20. 20

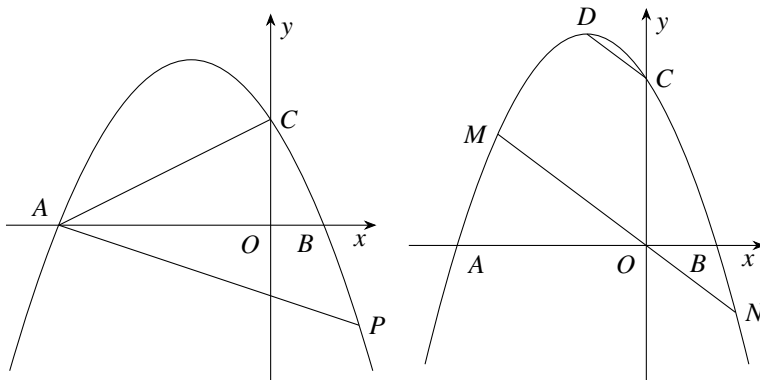
(1) 20.1

(2) 20.2

21. 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + c$ 交 x 轴于 A 、 B 两点, 交 y 轴正半轴于点 C , 顶点为点 D .

(1) 如图 1, 当 $c = 2$ 时, 若 P 为第四象限抛物线上一点, 使得 $\angle CAP = 45^\circ$, 求点 P 的坐标.

(2) 如图 2, 过 O 作 MN 平行于 CD 分别交抛物线于 M 、 N , 若 $MN = 4CD$, 求 c 的值.



(1)

(2)

(第 21 题)

22. 年初, 草莓进入采摘旺季, 某公司经营销售草莓的业务, 以 3 万元/吨的价格向农户收购后, 分拣成甲、乙两类, 甲类草莓包装后直接销售, 乙类草莓深加工后再销售. 甲类草莓的包装成本为 1 万元/吨, 且当甲类草莓的销售量 x 不超过 8 吨时, 它的平均销售价格 $y = -x + 14$, 当甲类草莓的销售量超过 8 吨时, 它的平均销售价格为 6 万元/吨; 乙

类草莓加工总费用 s （单位：万元）与加工数量 t （单位：吨）之间的函数关系为 $s = 12 + 3t$ ，平均销售价格为 9 万元/吨.

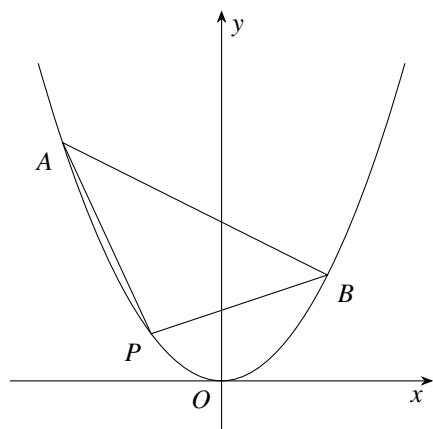
(1) 某次该公司收购了 20 吨的草莓，其中甲类草莓有 x 吨，经营这批草莓所获得的总利润为 w 万元.

① 求 w 与 x 之间的函数关系式.

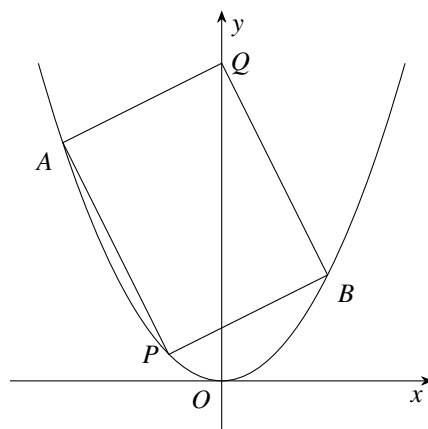
② 若该公司获得了 30 万元的总利润，求用于销售甲类的草莓有多少吨?

(2) 在某次收购中，该公司准备投入 100 万元资金，请你设计一种经营方案，使该公司获得最大的总利润，并求出最大的总利润.

23. 在平面直角坐标系中, 直线 $AB: y = -\frac{1}{2}x + 3$ 与抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 交于 A 、 B 两点, 点 P 是抛物线上一动点.
- (1) 求点 A 、 B 的坐标.
 - (2) 如图 1, 当点 P 在直线 AB 下方时, 求所有的点 P , 使 $\triangle APB$ 的面积为 5.
 - (3) 如图 2, Q 是 y 轴上一动点, 直接写出所有的组合 P 、 Q , 使得 A 、 B 、 P 、 Q 构成的四边形是平行四边形.



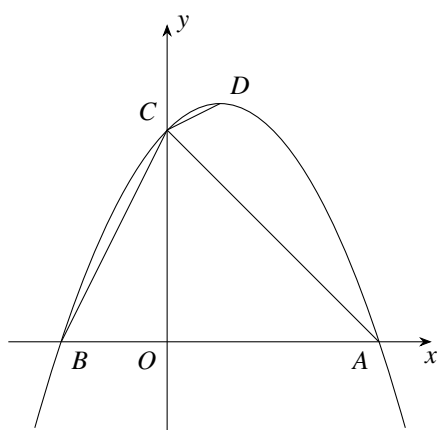
(1)



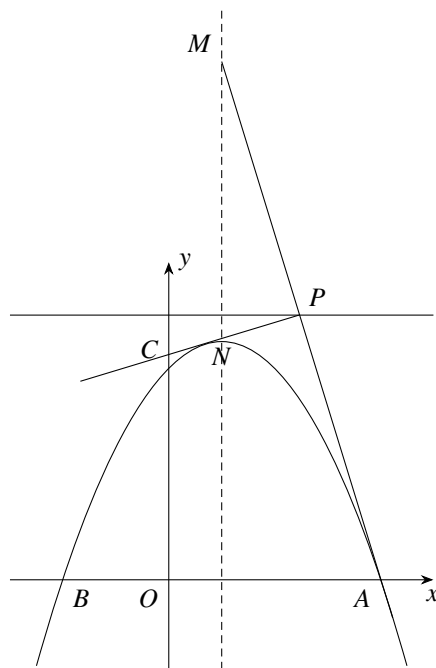
(2)

(第 23 题)

24. 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴为 $x = 1$, 且与 x 轴交于点 $A(4, 0)$ 和点 B , 与 y 轴交于点 C .
- (1) 求抛物线的解析式.
 - (2) 如图 1, 连 BC 、 AC , D 是抛物线上一点, 连 DC , 若 AC 平分 $\angle BCD$, 求点 D 的坐标.
 - (3) 如图 2, 点 P 是直线 $y = 5$ 上、但不在抛物线对称轴上的动点, 过点 P 且不与 y 轴平行的两条直线 l_1 、 l_2 与抛物线均只有一个交点, l_1 、 l_2 分别交抛物线对称轴与点 M 、 N , 点 G 为抛物线对称轴上点 M 、 N 下方一点, 若 $GP^2 = GM \cdot GN$ 恒成立, 求点 G 的坐标.



(1)



(2)

(第 24 题)